



بهینه‌سازی چند هدفی پروانه پمپ روغن گریز از مرکز

محمدحسن شجاعی فرد^۱، ابوالفضل خلخالی^۱، مجتبی طحانی^{۳*}، بهزاد سلیمیان ریزی^۴

۱- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۳- استادیار، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران، تهران

۴- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

* صندوق پستی ۱۶۸۴۴، tahani@iust.ac.ir

چکیده - عملکرد پمپ‌های گریز از مرکز بسیار متأثر از مقدار لزجت سیال عبوری از آنها می‌باشد. از این رو بهینه‌سازی پمپ گریز از مرکز جهت بکارگیری سیال با لزجت‌های مختلف از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این مقاله بهینه‌سازی چند هدفی پروانه پمپ گریز از مرکز برای کار در دبی‌های حجمی و لزجت‌های مختلف سیال عبوری از آن انجام شده است. در این فرایند توابع هدف بکار گرفته شده تابع هد تئوری (H_{th}) و اتلافات هیدرولیکی پروانه (Z_{La}) می‌باشند. زاویه خروجی پره (β_{2B}) و پهنای خروجی پاساژ پره (b_2) بعنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شوند. نمودار پارتو و فضای متغیرهای طراحی بهینه حاصل از بهینه‌سازی چند هدفی برای ویسکوزیته‌های سینماتیکی و دبی حجمی‌های مختلف ترسیم شده است و مقادیر نقاط بهینه پیشنهادی برای متغیرهای طراحی با استفاده از روش نقطه شکست، روش تاپسیس و روش نزدیکترین نقطه به نقطه ایده‌آل بدست آمده است. این نقاط پیشنهادی حاوی نکات قابل توجه برای طراحان پمپ هستند که بدون استفاده از بهینه‌سازی چند هدفی قابل محاسبه نبودند.

کلیدواژگان: پمپ گریز از مرکز، هد تئوری، اتلافات هیدرولیکی پروانه، زاویه خروجی پره، پهنای پاساژ چرخ متحرک.

Multi objective optimization of the centrifugal oil pump impeller

M. H. Shojaeefard¹, A. Khalkhali², M. Tahani^{3*}, B. Salimian rizi⁴

1- Prof., School of Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

2- Assist. Prof., School of Automotive Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

3- Assist. Prof., Faculty of New Sciences and Tech., Univ. of Tehran, Tehran, Iran

4- MSc. Student, School of Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

* P.O.B. 16844, Tehran, Iran. tahani@iust.ac.ir

Abstract- Centrifugal pumps performance is highly affected by working fluid viscosity. So, optimization of such pumps for pumping of viscose fluids is very important. In this paper, multi-objective optimization of the centrifugal pumps is performed to obtain optimum impellers for pumping fluids with various viscosities at different volumetric flow rates. In this way, theoretical head and impeller hydraulic losses are considered as objective functions. Design variables defined in this optimization problem are passage width of impeller and outlet angle of blade. Diagrams of Pareto fronts and Pareto sets are extracted for different viscosities and different volumetric flow rates. Some trade-off optimum design points are selected from all non-dominated points using three different methods namely break point, TOPSIS and near to ideal point. Obtained optimum points contain interesting results which cannot be achieve without using proposed multi-objective approach.

Keywords: Centrifugal Pump, Theoretical Head, Impeller Hydraulic Losses, Impeller Passage Width, Blade Outlet Angle.

۱- مقدمه

آن، رشد فزاینده‌ای در حل مسائل بهینه‌سازی داشته و در حل مسائل تک هدفی و چند هدفی کاربرد وسیعی پیدا کرده- است [۵-۸]. الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفی NSGA II (که بر اساس الگوریتم ژنتیک پایه‌گذاری شده است) توسط دب برای حل مسائل چند هدفی در سالهای اخیر پیشنهاد گردیده- است [۹]. به دلیل مشکلاتی که در زیربرنامه تنوع‌گرایی آن وجود دارد، الگوریتم مذکور در حل مسائل با بیش از دو تابع هدف با مشکل مواجه است [۱۰]. برای مرتفع کردن مشکلات فوق، ضمن بر طرف نمودن مشکلات ساختاری الگوریتم NSGA II، از زیربرنامه جایگزین اسیلن- الیمینیشن^۴ برای اصلاح الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود. از این الگوریتم اصلاح شده در مسائل بهینه‌سازی چند هدفی متعددی تاکنون استفاده شده است [۱۱-۱۳].

در این مقاله، بهینه‌سازی چندهدفی پمپ گریز از مرکز مدل ۲۰۰-۶۵ ساخت شرکت پمپیران هنگام انتقال روغن انجام شده است. در ابتدا معادلات مربوط به هد تئوری و اتلافات هیدرولیکی پروانه پمپ گریز از مرکز ارائه شده است. با توجه به این که دو پارامتر مقدار ویسکوزیته سیال و دبی حجمی سیال عبوری از پمپ نقش اساسی در مقدار اتلافات هیدرولیکی پروانه دارد و همچنین این اتلافات بخش وسیعی از اتلافات هیدرولیکی پمپ را تشکیل می‌دهند، مقدار اتلافات هیدرولیکی پروانه به عنوان یکی از توابع هدف در نظر گرفته شده است. تابع هدف دیگر هد تئوری است که مقدار آن وابسته به مقادیر مثلث‌های سرعت در ورودی و خروجی پروانه می‌باشد. بهینه‌سازی چندهدفی برای کاهش اتلافات هیدرولیکی پروانه و افزایش مقدار هد تئوری با استفاده از الگوریتم اصلاح شده NSGA II انجام شده است.

۲- تحلیل تئوری اتلافات هیدرولیکی پروانه و هد تئوری

در ابتدا مقادیر هد واقعی، بازده هیدرولیکی پمپ بر اساس روابط (۱) و (۲) محاسبه می‌شوند.

$$H_{\text{actual}} = H_{\text{th}} - (Z_{\text{La}} + Z_{\text{Le}} + Z_{\text{EA}}) \quad (1)$$

$$\eta_h = 1 - \frac{Z_{\text{La}} + Z_{\text{Le}} + Z_{\text{EA}}}{H_{\text{th}}} \quad (2)$$

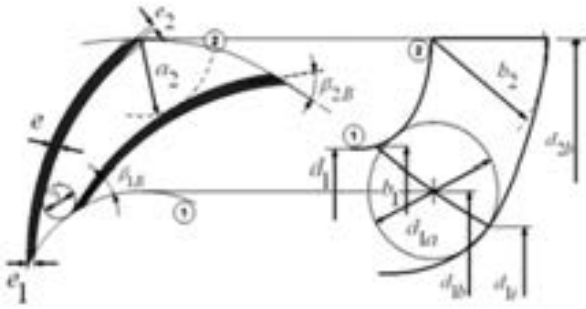
با توجه به اهمیت بهینه‌سازی مصرف انرژی در پمپ‌ها طراحی بهینه پمپ‌های گریز از مرکز موضوع بسیاری از تحقیقات اخیر بوده است. در سال ۲۰۰۶، آنتوناکیس و همکاران با استفاده از مدل جریان پتانسیل به تحلیل جریان در بین پره‌های پمپ گریز از مرکز پرداختند و سپس با استفاده از الگوریتم ژنتیک هیبرید به بهینه‌سازی پارامترهای هندسی پروانه پرداختند [۱]. در سال ۲۰۰۷، نریمان‌زاده و همکاران با بکارگیری الگوریتم ژنتیک، بهینه‌سازی چند هدفی بر روی پمپ آب گریز از مرکز انجام دادند که در آن هد، توان ورودی و بازده هیدرولیکی به عنوان توابع هدف و دبی حجمی آب ورودی به پمپ و شعاع خارجی پروانه بعنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده- اند [۲]. در سال ۲۰۱۰، صفی‌خانی و همکاران با بکارگیری نرم‌افزار نومکا^۱، شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک به بهینه‌سازی چندهدفی پمپ گریز از مرکز پرداخته‌اند. در تحقیق مذکور ابتدا پارامترهای بازدهو ارتفاع مثبت خالص مکش^۲ بصورت عددی توسط نرم‌افزار نومکا محاسبه می‌شوند. سپس با استفاده از شبکه عصبی جی ام دی اچ^۳، روابط چندجمله‌ای بین متغیرهای طراحی و توابع هدف بدست آمده و در نهایت با ورود این چندجمله‌ای‌ها به الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی انجام شده است [۳].

در برخورد با مسائل مهندسی غالباً با چند تابع هدف مواجه شده که لازم است به صورت هم‌زمان بهینه شوند. در این نوع مسائل غالباً بهبود در یکی از توابع هدف باعث بدتر شدن تابع یا توابع هدف دیگر می‌شود. این دسته از مسائل، مسائل بهینه‌سازی چند هدفی نامیده می‌شود. در مسائل بهینه‌سازی چند هدفی مجموعه‌ای از بردارهای طراحی بهینه به عنوان جواب مسأله معرفی می‌شوند، که پارتو خوانده می‌شوند [۴]. طراح با توجه به نیاز خود و درجه اهمیتی که برای توابع هدف در نظر می‌گیرد یکی از این بردارها را برمی‌گزیند.

الگوریتم ژنتیک از جمله الگوریتم‌های تکاملی است که در حل مسائل بهینه‌سازی کاربرد وسیعی پیدا کرده است. همچنین به دلیل عملکرد مطلوب در فضاهای جستجوی نامعین و استفاده مستقیم از مقادیر تابع و عدم نیاز به مشتق

1. NUMECA
2. NPSHr
3. GMDH

4. ε-Elimination



شکل ۱ پروانه پمپ گریز از مرکز

جدول ۱ مشخصات هندسی پروانه

اندازه‌ها	ابعاد	پارامترها
۲۴	(mm)	a_1
۶		N
۱۰۰	(mm)	ε_{CLA}
۳/۵	(mm)	e
۳/۵	(mm)	e_2
۳/۵	(mm)	e_1
۱۰۳	(mm)	d_{1b}
۲۰۹	(mm)	d_{2b}
۳۴	(mm)	b_1
۳۰	(degree)	β_{1B}

روابط مربوط به Re و ε در روابط (۱۰) و (۱۱) آورده شده است.

$$Re = \frac{W_{av} L_{sch}}{\nu} \quad (10)$$

$$\varepsilon = \frac{6 \cdot \varepsilon_{CLA}}{C_{eq}} \quad (11)$$

در روابط ۱۰ و ۱۱، ν بیانگر مقدار ویسکوزیته سیال کاری، ε_{CLA} و C_{eq} به ترتیب بیانگر زبری میانگین سطوح و ضریب هم ارزی می‌باشد. مقدار ε_{CLA} براساس تست تجربی ۱۰۰ میکرومتر [۱۴] و C_{eq} برابر ۲/۶ در نظر گرفته می‌شود [۱۵]. اتلاف ناشی از شوک در ورودی پروانه از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$Z_{La,c} = \frac{0.15}{g} (W_{lm}^2 - W_{lq}^2) W_{lq} \quad (12)$$

W_{lq} بیانگر مقدار بردار سرعت در گلوگاه ورودی پروانه می‌باشد که بر اساس رابطه (۱۳) بدست می‌آید.

در روابط بالا Z_{La} ، Z_{Le} ، Z_{EA} و H_{th} به ترتیب بیانگر اتلافات هیدرولیکی پروانه، دبی‌وزر و حلزونی و هد تئوری می‌باشد. از آنجا که عملیات بهینه‌سازی روی پروانه پمپ انجام شده و مقدار اتلافات هیدرولیکی پروانه بخش وسیعی از اتلافات هیدرولیکی درون پمپ را تشکیل می‌دهد، لذا فقط اتلافات هیدرولیکی پروانه در نظر گرفته شده که بصورت رابطه (۳) نوشته می‌شود.

$$Z_{La} = Z_{La,R} + Z_{La,C} \quad (3)$$

که در آن $Z_{La,R}$ بیانگر اتلافات اصطکاکی و اختلاطی و $Z_{La,C}$ نماینده اتلافات ناشی از شوک در ورودی پروانه می‌باشد. رابطه $Z_{La,R}$ بصورت رابطه (۴) است.

$$Z_{La,R} = 2 \cdot C_d \cdot \frac{L_{sch}}{g \cdot D_h} \cdot W_{av}^2 \quad (4)$$

در رابطه (۴)، W_{av} ، L_{sch} ، D_h ، C_d و g به ترتیب بیانگر سرعت نسبی متوسط در کانال پروانه، طول پره، قطر هیدرولیکی، ضریب استهلاک و شتاب گرانش می‌باشند. روابط مربوط به W_{av} ، D_h و C_d به ترتیب براساس روابط (۵) تا (۷) می‌باشد.

$$W_{av} = \frac{2 \cdot Q}{N_{La} \cdot (a_2 b_2 + a_1 b_1)} \quad (5)$$

$$D_h = \frac{2 \cdot (a_2 b_2 + a_1 b_1)}{a_1 + b_1 + a_2 + b_2} \quad (6)$$

$$C_d = (C_f + 0.0015) \cdot (1.1 + 4 \frac{b_2}{d_2}) \quad (7)$$

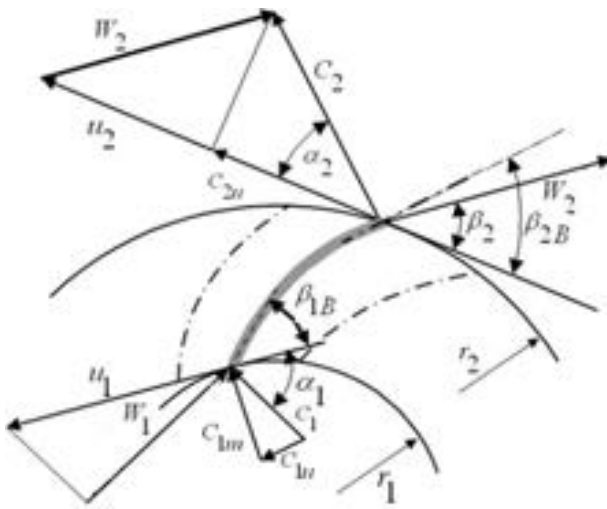
در روابط بالا Q بیانگر میزان دبی حجمی سیال عبوری از پمپ، N تعداد پره‌های پروانه، C_f ضریب اصطکاک کانال‌های هیدرولیکی می‌باشد. پارامترهای هندسی پروانه a_1 ، b_1 ، a_2 و b_2 در شکل ۱ نشان داده شده است. مقادیر a_1 ، b_1 در جدول ۱ داده شده است. مقادیر a_2 و C_f به ترتیب از روابط (۸) و (۹) محاسبه می‌شوند.

$$a_2 = \frac{0.95 \pi \cdot d_{2b} \cdot \sin \beta_{2B}}{N} \quad (8)$$

$$C_f = \frac{0.136}{\left(-\log \left(0.2 \frac{\varepsilon}{L_{sch}} + \frac{12.5}{Re} \right) \right)^{2.15}} \quad (9)$$

که ε بیانگر زبری معادل شن^۱ می‌باشد [۱۵].

1. Equivalent Sand Roughness



شکل ۲ مثلثهای سرعت در ورودی و خروجی پروانه [۱۴]

۳- بهینه‌سازی چند هدفی

صورت استاندارد مسائل بهینه‌سازی چند هدفی را می‌توان بصورت زیر بیان کرد:

یافتن بردار طراحی $X = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$ به نحوی که بردار هدف زیر را با توجه به قیود زیر بهینه کند.

$$f(X) = [f_1(X), f_2(X), \dots, f_m(X)]^T \quad (22)$$

k قید مساوی به صورت رابطه (۲۳)

$$h_i(X) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (23)$$

و l قید نامساوی به صورت رابطه (۲۴) می‌باشد.

$$g_j(X) \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, l \quad (24)$$

در یک بهینه‌سازی چندهدفی بردار $U = [u_1, u_2, \dots, u_k] \in \mathcal{R}^k$ بر $V = [v_1, v_2, \dots, v_k] \in \mathcal{R}^k$ (که بصورت $U < V$ نشان داده می‌شود) برتری می‌یابد، اگر و تنها اگر:

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, k\}, u_i \leq v_i \wedge \exists j \in \{1, 2, \dots, k\} : u_j < v_j$$

به عبارت دیگر حداقل یک u_j که از v_j کمتر است، وجود دارد در حالی که u های باقی‌مانده، کوچک‌تر یا مساوی v های نظیرشان هستند.

نقطه $X^* \in \Omega$ (Ω یک منطقه امکان‌پذیر در دامنه \mathcal{R}^n می‌باشد) بردار طراحی بهینه (کمینه) نامیده می‌شود، اگر و تنها اگر $F(X^*) < F(X)$. به عبارت دیگر این تعریف می‌گوید که نقطه X^* یک نقطه بهینه پارتو است اگر هیچ برداری مانند

$$W_{1q} = \frac{Q}{N \cdot a_1 \cdot b_1} \quad (13)$$

هد تئوری در پمپ نیز از رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود.

$$H_{th} = \frac{1}{2g} (u_2^2 - u_1^2 + w_1^2 - w_2^2 + c_2^2 - c_1^2) \quad (14)$$

که u ، w و c به ترتیب بیانگر بردارهای سرعت محیطی، نسبی و مطلق می‌باشد. اندیس‌های ۱ و ۲ نیز به ترتیب بیانگر مقاطع ورودی و خروجی پروانه می‌باشد. روابط مربوط به بردارهای سرعت در (۱۵) تا (۱۷) آورده شده‌است. همچنین شکل مثلث‌های سرعت در ورودی و خروجی پروانه در شکل ۲ نشان داده شده است.

$$u = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} \quad (15)$$

$$c = \sqrt{c_m^2 + c_u^2} \quad (16)$$

$$w = \sqrt{c_m^2 + (u - c_u)^2} \quad (17)$$

در روابط بالا اندیس‌های m و u به ترتیب بیانگر مؤلفه‌های سرعت مطلق در دو راستای نصف‌النهاری و محیطی می‌باشد. با توجه به این که جریان در ورودی به چرخ متحرک هیچ چرخشی ندارد، مؤلفه مماسی سرعت مطلق برابر صفر خواهد شد ($c_{1u} = 0$) در اینصورت مؤلفه سرعت مطلق در ورودی فقط شامل مؤلفه نصف‌النهاری خواهد بود و مقادیر c_1 و c_{1m} باهم برابر خواهند شد. مقادیر c_m و c_{2u} به ترتیب از روابط (۱۸) و (۱۹) محاسبه خواهند شد.

$$c_m = \frac{Q}{\pi \cdot d \cdot b} \quad (18)$$

$$c_{2u} = u_2 \cdot \left(\gamma - \frac{c_{2m} \cdot \tau_2}{u_2 \cdot \tan \beta_{2B}} \right) \quad (19)$$

که مقادیر γ و τ_2 که به ترتیب بیانگر ضریب لغزش و انسداد پره می‌باشند از روابط (۲۰) و (۲۱) محاسبه می‌شوند.

$$\gamma = f_1 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{\sin \beta_{2B}}}{N^{0.7}} \right) \cdot k_w \quad (20)$$

$$\tau_2 = \left(1 - \frac{e_2 \cdot N}{\pi \cdot d_2 \cdot \sin \beta_{2B}} \right)^{-1} \quad (21)$$

پارامتر k_w بیانگر تأثیر قطر ورودی پروانه بر مقدار ضریب لغزش می‌باشد و رابطه آن در مرجع [۱۵] آورده شده‌است. مقدار f_1 برابر ۰/۹۸ در نظر گرفته می‌شود [۱۵]. پارامتر e هم بیانگر ضخامت پره می‌باشد.

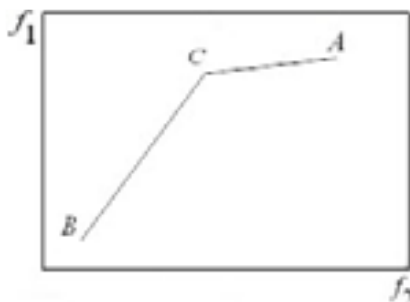
۴- انتخاب نقاط پیشنهادی از بین نقاط پارتو

۴-۱- روش نقطه‌ی شکست

در شکل ۳ نمودار شماتیک منحنی پارتو که حاصل از بیشینه کردن f_1 و کمینه کردن f_2 بصورت هم‌زمان است و دارای نقطه‌ی شکست می‌باشد، ترسیم شده است که نقطه‌ی شکست در آن با حرف C نشان داده شده است. نقاط A و B بیانگر نقاط حاصل از بهینه‌سازی تک هدفی هستند. در صورتیکه هدف بیشینه کردن f_1 باشد به نقطه‌ی A و در صورتی که هدف کمینه کردن f_2 باشد نقطه‌ی B بدست می‌آید. موقعیت نقطه شکست به گونه‌ای است که از مقایسه‌ی نقطه‌ی C با نقطه‌ی A مشخص است که مقدار اتلافات هیدرولیکی پروانه افزایش ناگهانی دارد در صورتی که مقدار هد تئوری افزایش اندکی خواهد داشت. همین وضعیت بصورت معکوس از مقایسه‌ی C با B وجود دارد. از این رو می‌توان نقطه‌ی C را به عنوان نقطه‌ی بهینه پیشنهادی به‌شمار آورد.

۴-۲- نزدیک‌ترین فاصله به نقطه‌ی ایده‌آل

در این روش ابتدا مقادیر مربوط به توابع هدف (تابع اتلافات هیدرولیکی پروانه و تابع هد تئوری در این مقاله) در بازه‌ی صفر تا یک نگاشت می‌شود تا مقادیر این دو تابع از لحاظ مرتبه‌ای یکسان شوند. توابع هدف جدید با \bar{f}_1 و \bar{f}_2 نشان داده می‌شوند. نقطه‌ی ایده‌آل که وجود خارجی ندارد نقطه‌ای است که در آن \bar{f}_1 و \bar{f}_2 هر کدام بهترین مقدار را دارند. این نقطه بصورت شماتیک در شکل ۴ با I نشان داده شده است. فاصله‌ی هر یک از نقاط بهینه که دارای مختصات (a_i, b_i) می‌باشد، مطابق رابطه (۲۷) و با توجه به شکل ۴ از نقطه‌ی ایده‌آل بدست می‌آید. در مرحله‌ی آخر مختصات نقطه‌ای که کوتاه‌ترین فاصله را تا نقطه‌ی ایده‌آل دارد به عنوان نقطه‌ی بهینه پیشنهادی انتخاب می‌شود.



شکل ۳ نمودار پارتو رسم شده و موقعیت نقطه‌ی شکست

X در محدوده مجاز طراحی وجود نداشته باشد که باعث ایجاد کاهش در بعضی از معیارهای هدف داده شود بدون آن که افزایش مشابهی را در سایر معیارهای هدف داشته باشد. جواب‌های پارتو بصورت یک مجموعه جواب هستند که هیچ برتری نسبت به هم ندارند و به آنها مجموعه جواب‌های غیر برتر می‌گویند.

پارتو ست P^* (بردارهای طراحی بهینه متناظر با جبهه‌ی پارتو) مطابق رابطه ۲۵ یک مجموعه‌ای است که شامل همه‌ی بردارهای طراحی بهینه است.

$$P^* = \{X \in \Omega \mid \nexists X' \in \Omega : F(X') < F(X)\} \quad (25)$$

که در آن X' دیگری بعنوان بردار متغیرهای طراحی در Ω وجود نداشته باشد که برتری بر هر $X \in P^*$ داشته باشد. جبهه‌ی پارتو PT^* ، مطابق رابطه (۲۶) برداری شامل توابع هدف است که متناظر با پارتو ست می‌باشد.

$$PT^* = \{F(X) = (f_1(X), f_2(X), \dots, f_k(X)) : X \in P^*\} \quad (26)$$

از الگوریتم ژنتیک به‌طور گسترده‌ای در سال‌های اخیر برای حل بهینه‌ی مسائل پیچیده مهندسی و علوم استفاده شده است. در این روش بر خلاف روش‌های تک مسیری، فضای جواب به‌طور همه جانبه جستجو می‌شود، از این رو احتمال همگرایی در نقاط بهینه محلی به مراتب کاهش می‌یابد. امتیاز دیگر این الگوریتم آن است که برای به دست آوردن نقاط بهینه از مشتق یا گرادیان تابع استفاده نمی‌کند. در نتیجه هیچ محدودیتی برای تابع بهینه شونده، مانند مشتق‌پذیری یا پیوستگی لازم ندارد و در روند جستجو تنها به تعیین مقدار تابع هدف در نقاط مختلف نیاز دارد. از این رو می‌توان از الگوریتم ژنتیک در مسائل مختلف اعم از خطی، پیوسته یا گسسته استفاده کرد [۱۱-۱۳].

الگوریتم ژنتیک در حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفی نیز بسیار خوب عمل می‌کند. در بهینه‌سازی چند هدفی همانگونه که اشاره گردید چند تابع هدف به‌طور هم‌زمان بهینه می‌گردند. در این گونه مسائل بر خلاف مسائل تک هدفی که تنها یک نقطه اکسترمم برای مسأله وجود دارد، مجموعه‌ای از بردارهای طراحی بعنوان جواب بدست می‌آیند که اصطلاحاً نقاط پارتو خوانده می‌شوند و طراح مسأله بر اساس نیاز خود یکی از این نقاط را به عنوان جواب بهینه بر می‌گزیند.

1. Pareto Set
2. Pareto Front

(۳۱) ظاهر خواهد شد.

$$\hat{S} = [\hat{s}_{11}, \hat{s}_{12} : \hat{s}_{21}, \hat{s}_{22} : \dots : \hat{s}_{\tau 1}, \hat{s}_{\tau 2}] \quad (32)$$

در مرحله چهارم مقادیر S^+ و S^- با توجه به روابط (۳۳) و (۳۴) محاسبه خواهند شد.

$$S^+ = (\max(\hat{s}_{11}, \hat{s}_{21}, \dots, \hat{s}_{\tau 1}), \min(\hat{s}_{12}, \hat{s}_{22}, \dots, \hat{s}_{\tau 2})) \quad (33)$$

$$S^- = (\min(\hat{s}_{11}, \hat{s}_{21}, \dots, \hat{s}_{\tau 1}), \max(\hat{s}_{12}, \hat{s}_{22}, \dots, \hat{s}_{\tau 2})) \quad (34)$$

در مرحله پنجم مقادیر جدا شده h_i^+ و h_i^- برای هر یک از نقاط نمودار پارتو مطابق روابط (۳۵) و (۳۶) محاسبه می‌شود.

$$\text{for } i = 1, 2, 3, \dots, \tau \quad h_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^2 (\hat{s}_{ij} - s_j^+)^2} \quad (35)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, \tau \quad \text{for } h_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^2 (\hat{s}_{ij} - s_j^-)^2} \quad (36)$$

در مرحله ششم، پارامتر H_i که بیانگر دقت نسبی می‌باشد برای هر نمودار پارتو مطابق رابطه (۳۷) محاسبه می‌شود.

$$H_i = \frac{h_i^-}{h_i^+ + h_i^-} \quad (37)$$

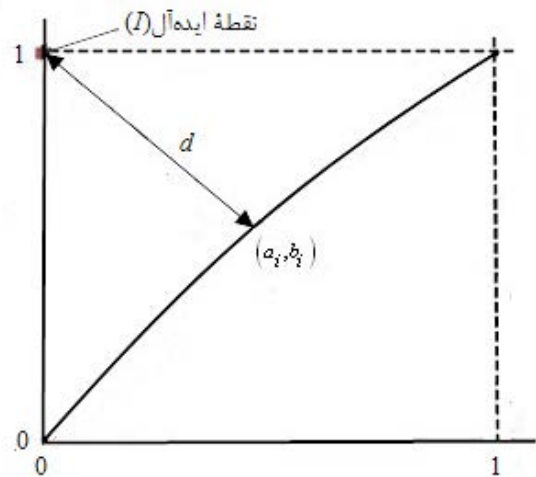
که مقدار آن در بازه صفر و یک قرار می‌گیرد ($0 \leq H_i \leq 1$). در مرحله آخر، مقدار H_i که به عدد یک نزدیکتر است، انتخاب شده و بدین صورت مقادیر توابع هدف و متغیرهای طراحی بهینه پیشنهادی بر اساس مقدار ماکزیمم H_i تعیین خواهند شد.

۵- بهینه‌سازی چند هدفی پمپ روغن گریز از مرکز

روابط تحلیلی استخراج شده در بخش دوم، در این قسمت برای بهینه‌سازی چندهدفی پمپ روغن گریز از مرکز استفاده می‌شوند. در این مقاله مسأله بهینه‌سازی بصورت رابطه (۳۸) در نظر گرفته شده است.

$$\begin{cases} \text{Maximize } f_1 = H_{th} & (\text{هد تئوری}) \\ \text{Minimize } f_2 = Z_{La} & (\text{اتلافات هیدرولیکی پروانه}) \\ \text{Subject to } \begin{cases} 17\text{mm} \leq b_2 \leq 21\text{mm} \\ 25^\circ \leq \beta_{2B} \leq 35^\circ \end{cases} \end{cases} \quad (38)$$

قابل ذکر است که بر اساس طراحی اولیه چرخ پمپ گریز از مرکز مذکور در شرکت پمپیران، پهنای پاساژ ۱۷ میلی‌متر هنگام انتقال آب طراحی شده است. اما با توجه به افزایش



شکل ۴ نمودار پارتو رسم شده بر اساس نقاط نگاشت شده

$$d = \sqrt{a_i^2 + (b_i - 1)^2} \quad (27)$$

۴-۳- روش تاپسیس

روش سوم بکار گرفته شده برای تعیین نقطه بهینه پیشنهادی بر اساس نمودار پارتو رسم شده، روش تاپسیس است. این روش طی چند مرحله انجام می‌شود.

در مرحله اول، ابتدا مقادیر توابع هدف (S) و وزن هر کدام از توابع هدف (W) دریافت می‌شوند. به گونه‌ای که S_{ij} بیانگر نقطه بهینه i ام از j امین تابع هدف می‌باشد. w_j نماینده وزن j امین تابع هدف است که باید معادله زیر را ارضا نماید.

$$\sum_{j=1}^2 w_j = 1 \quad (28)$$

در مرحله دوم مقادیر ماتریس مقادیر S_{ij} بر اساس معادله (۲۹) نرمال‌سازی خواهد شد.

$$i = 1, 2, 3, \dots, \tau \quad j = 1, 2 \quad \text{for } \bar{s} = \frac{S_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{\tau} S_{ij}^2}} \quad (29)$$

و ماتریس \bar{S} بصورت رابطه (۳۰) خواهد شد.

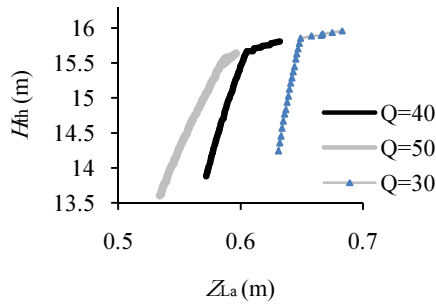
$$\bar{S} = [\bar{s}_{11}, \bar{s}_{12} : \bar{s}_{21}, \bar{s}_{22} : \dots : \bar{s}_{\tau 1}, \bar{s}_{\tau 2}] \quad (30)$$

در مرحله سوم درایه‌های ماتریس نرمال‌سازی شده طبق رابطه (۳۱) در مقدار تابع وزنی ضرب خواهند شد.

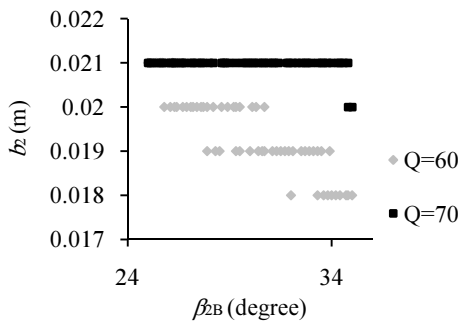
$$\hat{S}_{ij} = w_j \times \bar{s}_{ij} \quad (31)$$

به این صورت ماتریس نرمال‌سازی شده وزنی بصورت معادله

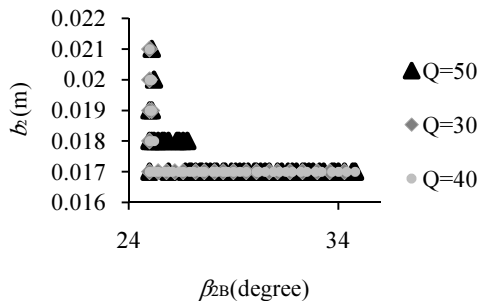
1. Separation Measure



ب- نمودار پارتو



ج- فضای متغیرهای طراحی بهینه متناظر با نمودار الف



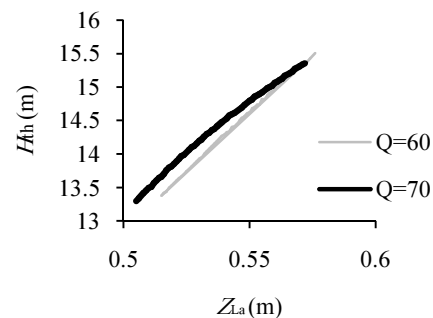
د- فضای متغیرهای طراحی بهینه متناظر با نمودار ب

شکل ۵ نمودار پارتو و فضای متغیرهای طراحی برای ویسکوزیته ۱ سانتی استوکس

با توجه به نمودارهای پارتو رسم شده برای دبی حجمی و ویسکوزیته‌های سینماتیکی مختلف مشاهده می‌شود با حرکت از سمت چپ به سمت راست روی نقاط پارتو مقدار هد تئوری و اتلافات هیدرولیکی پروانه افزایش می‌یابند که اولی مطلوب و دومی گزینه‌ای نامطلوب به شمار می‌رود.

اتلافات هیدرولیکی هنگام پمپاژ روغن به دلیل افزایش لزجت سیال، نیاز به کاهش مقاومت هیدرولیکی به کمک افزایش سطح مقطع عبوری سیال و افزایش پهنای پاساژ وجود دارد. به دلیل محدودیت کیسینگ^۱ پمپ این افزایش باید تا حدی صورت گیرد که منجر به افزایش اتلافات مکانیکی نشود. لذا بر اساس این محدودیت‌ها و استانداردهای موجود مقدار حداکثر پهنای پاساژ ۲۱ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. در مورد زاویه خروجی پره نیز با انجام مطالعات تحلیلی بر روی مثلث سرعت خروجی چرخ متحرک می‌توان به این نتیجه رسید که با افزایش زاویه خروجی پره بیش از ۳۵ درجه، مؤلفه محیطی سرعت مطلق در خروجی پره و در نتیجه هد جنبشی سیال افزایش می‌یابد و در نتیجه هد پتانسیل کاهش یافته و نیز اتلافات جنبشی سیال در خروجی پمپ به شدت افزایش می‌یابد. مشخصات هندسی پروانه مورد نظر در جدول ۱ نشان داده شده است. سرعت دورانی پمپ ۱۴۵۰ دور بر دقیقه در نظر گرفته می‌شود. در این بهینه‌سازی، جمعیت اولیه، احتمال پیوند و احتمال جهش به ترتیب برابر با ۱۳۰، ۰/۷ و ۰/۰۷ در نظر گرفته می‌شود.

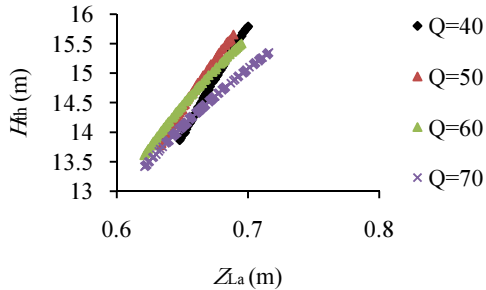
نمودار پارتو و فضای متغیرهای طراحی بهینه حاصل از بهینه‌سازی چند هدفی برای دبی حجمی‌های ۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰ و ۷۰ مترمکعب بر ساعت به ازای سه مقدار ویسکوزیته سینماتیکی ۱، ۴۳ و ۱۰۰ سانتی استوکس به ترتیب در شکل‌های ۵ تا ۷ ارائه شده است. نمودارهای پارتو در قسمت الف و ب و فضای متغیرهای طراحی بهینه در قسمت‌های ج و د نشان داده شده است.



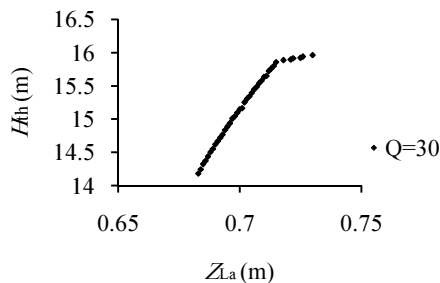
الف- نمودار پارتو

1. Casing

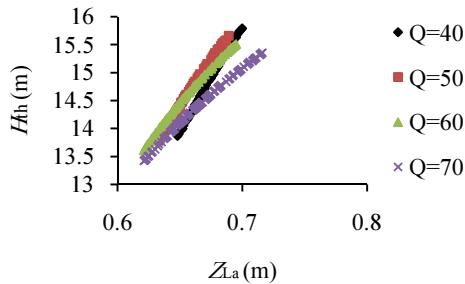
نمی‌باشند و طراح می‌تواند با توجه به نیاز خود از بین این نقاط دست به انتخاب بزند.



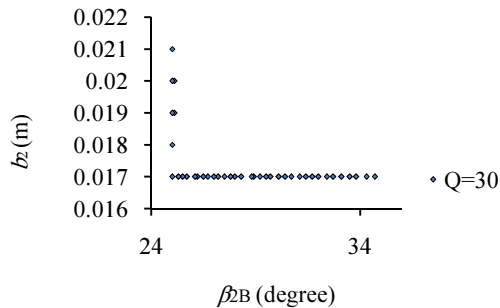
الف- نمودار پارتو



ب- نمودار پارتو

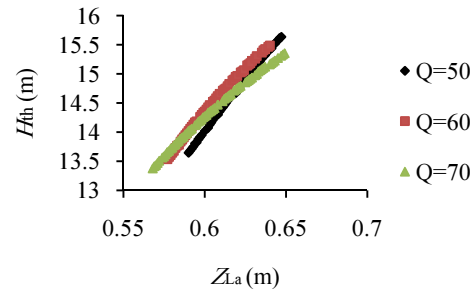


ج- فضای متغیرهای طراحی بهینه متناظر با نمودار الف

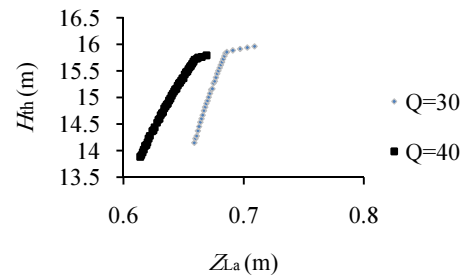


د- فضای متغیرهای طراحی بهینه متناظر با نمودار ب

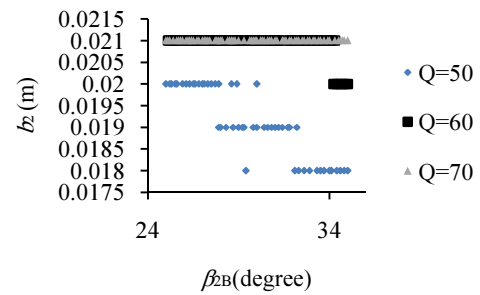
شکل ۷ نمودار پارتو و فضای متغیرهای طراحی برای ویسکوزیته ۱۰۰ سانتی استوکس



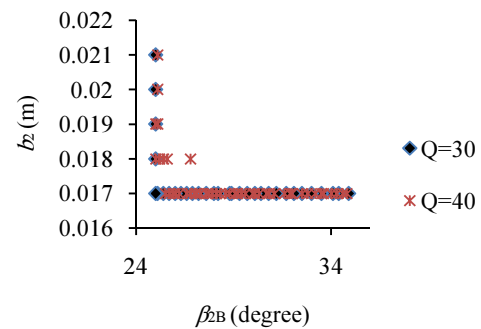
الف- نمودار پارتو



ب- نمودار پارتو



ج- فضای متغیرهای طراحی بهینه متناظر با نمودار الف



د- فضای متغیرهای طراحی بهینه متناظر با نمودار ب

شکل ۶ نمودار پارتو و فضای متغیرهای طراحی برای ویسکوزیته ۴۳ سانتی استوکس

لذا هیچ کدام از نقاط پارتو نسبت به همدیگر دارای برتری

مقادیر متغیرهای طراحی و توابع هدف برای نقاط بهینه پیشنهادی که با استفاده از این دو روش برای نقاط پارتو متناظر با ویسکوزیته‌ها و دبی‌های حجمی مختلف بدست آمده‌اند در جدول ۲ نشان داده شده‌است. همچنین در این جدول برای بررسی بهتر، مقادیر مربوط به بهینه‌سازی تک‌هدفی با در نظر گرفتن هد تئوری و اتلافات هیدرولیکی پروانه به عنوان توابع هدف مجزا ارائه شده است.

در شکل‌های ۵ تا ۷، با توجه به نمودارهای فضای متغیرهای طراحی رسم شده برای دبی حجمی و ویسکوزیته‌های سینماتیکی مختلف، مشاهده می‌شود که جهت گیری فضای متغیرهای طراحی بهینه متناظر با دبی حجمی‌های پایین‌تر از Q_0 که در قسمت (ج) هر شکل نشان داده شده است به سمت چپ و پایین نمودار می‌باشد. این در حالی است که فضای متغیرهای طراحی بهینه متناظر با دبی حجمی‌های بالاتر از Q_0 که در قسمت (د) هر شکل نشان داده شده است به سمت گوشه سمت راست و بالا کشیده شده است. از اینرو با توجه به مقدار دبی پمپ می‌توان حدود متغیرهای بهینه طراحی را به خوبی تشخیص داد.

نتایج جدول ۲ تنها با استفاده از بهینه‌سازی چند هدفی قابل استخراج هستند و به طراح کمک می‌کنند تا از بین نقاط بهینه طراحی با مصالحه بین توابع هدف نقطه بهینه طراحی مورد نظر را انتخاب کند.

همان طور که از این شکل‌ها مشخص است در هر ویسکوزیته، با افزایش دبی حجمی طول قسمت AC پارتو (متناظر با شکل ۳) کاهش می‌یابد تا جایی که با رسیدن دبی به مقدار مشخص Q_0 کل قسمت AC حذف شده و نمودار پارتو از حالت دو خطی به یک نمودار تک خطی تبدیل می‌شود. از مقایسه شکل‌های ۵، ۶ و ۷ با یکدیگر مشخص است که با افزایش ویسکوزیته سیال عبوری مقدار Q_0 کاهش می‌یابد.

در تمام دبی‌های کمتر از Q_0 ، نمودار پارتو، دو خطی بوده و دارای نقطه شکست می‌باشد. همان طور که در بخش ۴-۱ گفته شد نقطه شکست که تنها در بهینه‌سازی چند هدفی بدست می‌آید در مقایسه با نقاط بهینه‌سازی تک هدفی دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشد. مقادیر متغیرهای طراحی و توابع هدف برای نقطه شکست متناظر با نمودارهای پارتو نشان داده شده در شکل‌های ۵ تا ۷ در جدول ۲ ارائه شده‌است. نکته قابل توجه این است که در تمام نقاط شکست مقدار زاویه خروجی پره و مقدار پهنای پره در خروجی برابر با مقادیر حد پایین خود هستند.

در دبی‌های بیشتر از Q_0 ، نمودار پارتو تبدیل به یک نمودار تک خطی می‌شود، با توجه به اینکه در این نمودارها نقطه شکست وجود ندارد از روش‌های دیگری مانند روش نزدیکترین نقطه به نقطه ایده‌آل و روش تاپسیس استفاده شده است.

جدول ۲ الف- متغیرهای طراحی بهینه حاصل از بهینه‌سازی چند هدفی برای دبی حجمی‌های مختلف به ازای لزجت‌های مختلف

نقطه بهینه روش تاپسیس				نقطه بهینه روش نزدیکترین فاصله				نقطه بهینه روش نقطه شکست				دبی حجمی (m ³ /hr)	ویسکوزیته (Cst)
f_2	f_1	b_2	β_{2B}	f_2	f_1	b_2	β_{2B}	f_2	f_1	b_2	β_{2B}		
۰/۶۵	۱۵/۵۵	۰/۰۱۷	۲۶/۶	۰/۶۵	۱۵/۷	۰/۰۱۷	۲۵/۸	۰/۶۵	۱۵/۸۵	۰/۰۱۷	۲۵	۳۰	آب ۱=۱
۰/۵۹	۱۴/۹	۰/۰۱۷	۲۹	۰/۶	۱۵/۲۶	۰/۰۱۷	۲۷/۱	۰/۶۱	۱۵/۶۶	۰/۰۱۷	۲۵	۴۰	
۰/۵۵	۱۴/۳۹	۰/۰۱۷	۳۰/۵	۰/۵۷	۱۴/۸۳	۰/۰۱۷	۲۸/۲	۰/۵۸	۱۵/۴۸	۰/۰۱۷	۲۵	۵۰	
۰/۵۴	۱۴/۲۷	۰/۰۱۹	۳۰/۷	۰/۵۴	۱۴/۴	۰/۰۱۹	۳۰	۶۰	
۰/۵۵	۱۴/۸۶	۰/۰۲۱	۲۷/۴	۰/۵۳	۱۴/۳۵	۰/۰۲۱	۲۹/۹	۷۰	
۰/۶۷	۱۵/۱۵	۰/۰۱۷	۲۸/۹	۰/۶۸	۱۵/۵	۰/۰۱۷	۲۶/۹	۰/۶۹	۱۵/۸۵	۰/۰۱۷	۲۵	۳۰	روغن ۱=۴۳
۰/۶۳	۱۴/۶۶	۰/۰۱۷	۳۰/۳	۰/۶۴	۱۵/۰۳	۰/۰۱۷	۲۸/۳	۰/۶۶	۱۵/۶۶	۰/۰۱۷	۲۵	۴۰	
۰/۶۲	۱۴/۶۵	۰/۰۱۹	۲۹/۸	۰/۶۲	۱۴/۶۵	۰/۰۲	۲۹/۸	۵۰	
۰/۶	۱۴/۳۳	۰/۰۲۱	۳۱	۰/۶۱	۱۴/۶۶	۰/۰۲۱	۲۹/۳	۶۰	
۰/۶	۱۴/۲۶	۰/۰۲۱	۲۹/۳	۰/۶	۱۴/۳۳	۰/۰۲۱	۳۰	۷۰	
۰/۷	۱۵	۰/۰۱۷	۲۹/۷	۰/۷	۱۵/۳	۰/۰۱۷	۲۸	۰/۷۲	۱۵/۸۵	۰/۰۱۷	۲۵	۳۰	روغن ۱=۱۰۰
۰/۶۷	۱۴/۷۷	۰/۰۱۸	۳۰	۰/۶۷	۱۴/۸۴	۰/۰۱۸	۲۹/۶	۴۰	
۰/۶۶	۱۴/۶	۰/۰۲۱	۳۰/۶	۰/۶۶	۱۴/۸	۰/۰۲۱	۲۹/۵	۵۰	
۰/۶۵	۱۴/۳۳	۰/۰۲۱	۳۱	۰/۶۵	۱۴/۶	۰/۰۲۱	۲۹/۶	۶۰	
۰/۶۵	۱۴/۲۳	۰/۰۲۱	۳۰/۶	۰/۶۶	۱۴/۴۱	۰/۰۲۱	۲۹/۶	۷۰	

ب- متغیرهای طراحی بهینه حاصل از بهینه‌سازی تک هدفی برای دبی حجمی‌های مختلف به ازای لزجت‌های مختلف

نقطه بهینه بیشترین هد تئوری				نقطه بهینه کمترین اتلافات				دبی حجمی	ویسکوزیته
f_2	f_1	b_2	β_{2B}	f_2	f_1	b_2	β_{2B}	(m^3/hr)	(CSt)
۰/۶۸	۱۵/۹۶	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۶۵	۱۴/۲۴	۰/۰۱۷	۳۴/۳	۳۰	آب $\nu=1$
۰/۶۳	۱۵/۸۱	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۵۷	۱۳/۸۸	۰/۰۱۷	۳۴/۸	۴۰	
۰/۱۶	۱۵/۶۳	۰/۰۲۱	۲۵/۱	۰/۵۳	۱۳/۶	۰/۰۱۷	۳۴/۸	۵۰	
۰/۵۸	۱۵/۵	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۵۲	۱۳/۳۷	۰/۰۱۸	۳۵	۶۰	
۰/۵۷	۱۵/۳۵	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۵	۱۳/۳	۰/۰۲	۳۵	۷۰	روغن $\nu=43$
۰/۸	۱۵/۹۶	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۶۶	۱۴/۱۵	۰/۰۱۷	۳۴/۹	۳۰	
۰/۶۷	۱۵/۷۹	۰/۰۲۱	۲۵/۱	۰/۶۴	۱۳/۸۸	۰/۰۱۷	۳۴/۸	۴۰	
۰/۶۵	۱۵/۶۴	۰/۰۲۱	۲۵/۱	۰/۵۹	۱۳/۶۴	۰/۰۱۸	۳۵	۵۰	
۰/۶۴	۱۵/۴۹	۰/۰۲۱	۲۵/۱	۰/۵۸	۱۳/۵۴	۰/۰۲	۳۵	۶۰	روغن $\nu=100$
۰/۶۵	۱۵/۳۵	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۵۷	۱۳/۳۸	۰/۰۲۱	۳۵	۷۰	
۰/۷۳	۱۵/۹۶	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۶۸	۱۴/۱۸	۰/۰۱۷	۳۴/۷	۳۰	
۰/۷	۱۵/۷۹	۰/۰۲۱	۲۵/۱	۰/۶۵	۱۳/۸۷	۰/۰۱۷	۳۴/۹	۴۰	
۰/۶۹	۱۵/۶۵	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۶۳	۱۳/۷۸	۰/۰۲	۳۵	۵۰	روغن $\nu=100$
۰/۶۹	۱۵/۵	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۶۲	۱۳/۶	۰/۰۲۱	۳۵	۶۰	
۰/۶۹	۱۵/۵	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۶۲	۱۳/۶	۰/۰۲۱	۳۵	۶۰	
۰/۷۲	۱۵/۳۵	۰/۰۲۱	۲۵	۰/۶۲	۱۳/۴۲	۰/۰۲۱	۳۴/۸	۷۰	

۷- مراجع

- [1] Antonakis N., Dijkers R., "Optimization Method for Centrifugal Pump Impellers: Coupling of Hybrid Genetic Optimization and Potential Flow solver", *Proceeding of the 4th WSEAS International Conference on Fluid Mechanics and Aerodynamics*, Greece, 2006.
- [2] NarimanZadeh N., Amanifard N., Hajiloo A., Ghalandari P., Hoseinpoor B., "Multi Objective of Centrifugal Pump Using Genetic Algorithms", *Proceeding of the 11th WSEAS International Conference on Computers*, Greece, 2007.
- [3] Safikhani H., Khalkhali A., Farajpoor M., "Pareto Based Multi-Objective Optimization of Centrifugal Pumps Using CFD, Neural Networks and Genetic Algorithms", *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, Vol. 5, No. 1, 2011, pp. 37-48
- [4] Coello C.A., "A comprehensive survey of evolutionary based multi-objective optimization techniques", *Knowledge and Information Systems: An Int. Journal*, 1999, pp. 269-308.
- [5] Goldberg D. E., *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, New York, 1989.
- [6] NarimanZadeh N., Khalkhali A., Jamali A., "Optimization of Sandwich Panels Using Genetic Algorithms", *Proceeding of the 13th International Conference on Mechanic Engineering*, Iran, 2005. (In Persian)

۶- نتیجه گیری

یکی از بخش‌های مهم در طراحی پمپ گریز از مرکز، انتخاب پارامترهای هندسی مناسب پروانه است. هنگام انتقال سیال لزج توسط پمپ گریز از مرکز به علت ویسکوزیته بالای روغن نسبت به آب، اتلاف‌های اصطکاکی و در نتیجه اتلافات هیدرولیک‌ر پمپ افزایش می‌یابد. همچنین هد پمپ که یکی از پارامترهای اصلی عملکردی پمپ می‌باشد، در اثر افزایش اتلافات هیدرولیکی، کاهش یافته که نتیجه آن کاهش بازده هیدرولیکی پمپ و در نهایت کاهش بازده کلی پمپ خواهد شد. از این رو افزایش هد تئوری که نقش اساسی در تعیین مقادیر هد واقعی و بازده هیدرولیکی دارد، به عنوان یکی از اهداف بهینه‌سازی چند هدفی و کاهش اتلافات هیدرولیکی پروانه که بخش وسیعی از اتلافات هیدرولیکی پمپ را شامل می‌شود به عنوان هدف دوم در این مقاله گرفته شدند. در این فرایند بهینه‌سازی، زاویه خروجی پره (β_{2B}) و پهنای پاساژ پره در خروجی آن (b_2) به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شدند و از الگوریتم NSGA II استفاده شد. نتایج بیانگر نکات مهمی هستند که تنها با به کار بردن روش بهینه‌سازی چند هدفی قابل استخراج می‌باشند.

- [11] Khalkhali A., Safikhani H., "Pareto Based Multi-Objective Optimization of Cyclone Vortex Finder using CFD GMDH Type Neural Networks and Genetic Algorithms", *Engineering Optimization*, Vol. 44, No. 1, July 2011, pp. 105-118.
- [12] Khalkhali A., Farajpoor M., Safikhani H., "Modeling and Multi-Objective Optimization of Forward-Curved Blades Centrifugal Fans using CFD and Neural Networks", *Transaction of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, Vol. 35, No. 1, January 2011, pp. 63-79.
- [13] Khalkhali A., Mousavi S., "Multi-objective Crashworthiness Optimization of the Aluminum Foam-filled Tubes", *International Journal of Automotive Engineering*, Vol. 2, No. 3, July 2012, pp. 193-206.
- [14] Shojaefard M. H., Tahani M., Ehghaghi M. B., Fallahian M.A., Beglari M., "Numerical study of the effects of some geometric characteristics of a centrifugal pump impeller that pumps a viscous fluid", *Computers & Fluids*, 2012, pp. 61-70.
- [15] Gulich J.F., *Centrifugal pumps*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York, 2008, ISBN 978-3-540-73694-3
- [7] Khalkhali A., NarimanZadeh N., Jamali A., "Multi-Objective Optimization of Sandwich Panels Using Finite Element and Genetic Algorithms", *Proceeding of the 16th International Conference on Mechanic Engineering*, Iran, 2008. (In Persian)
- [8] Hoseinalipour S.M., Mehrpanahi A., Mobini K., "Investigation of Full Repowering Effects on Techno-Economic Properties of a Steam Power Plant", *Scientific Research Monthly Journal of Modares Mechanical Engineering*, Vol. 11, No. 1, 2011, pp. 1-18. (In Persian)
- [9] Deb, K., Agrawal, S., Pratap, A., Meyarivan, T., "A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II", *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, 2002, pp. 182-197.
- [10] Atashkari K., Plilechi A., Jamali A., Yao X., "Thermodynamic Pareto Optimization of Turbojet Engines using Multi-objective Genetic Algorithms", *International Journal of Thermal Sciences*, Elsevier, Vol 44, No. 11, 2005, pp. 1061-1071.

Archive of SID