

پیش‌بینی عددی ناپایداری الاستیک - سیال در دسته سیلندرهای

استوانه‌ای در معرض جریان‌های عرضی

حامد حوری جعفری^۱ بهزاد قدیری دهکردی^۲ و عمید خسروداد^۳

دانشکده مهندسی مکانیک

دانشگاه تربیت مدرس

مؤسسه مطالعات بین‌المللی انرژی

وزارت نفت

(تاریخ دریافت: ۹۰/۰۳/۰۷؛ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۴/۱۱)

چکیده

ناپایداری الاستیک-سیال از جمله مکانیزم‌های مهم تحریک در دسته سیلندر مبدل‌های حرارتی در معرض جریان عرضی می‌باشد که می‌تواند منجر به ارتعاش با دامنه بالای سیلندرها و در نهایت ویرانی سازه شود. در مقاله حاضر، مرز شروع ناپایداری مذکور با حل جریان دوبعدی، غیردائمی، لزج و آشفته در اطراف دسته سیلندرهای استوانه‌ای در چیدمان مثلثی نرمال (۳۰ درجه در هفت حالت مختلف) به طور عددی پیش‌بینی شده است. شرایط دینامیکی شبیه‌سازی سیلندرها بر اساس آزمایش‌های انجام گرفته قبلی تنظیم شده است. به منظور حل میدان جریان از روش حجم محدود در شبکه کارترین استفاده شده و برهم‌کنش بین سازه و سیال به صورت کاملاً کوپل و به واسطه حل همزمان معادلات حاکم بر سیال و معادلات حرکت سازه در هر گام زمانی صورت پذیرفته است. مجموعه روش‌های به کار گرفته شده، متفاوت با معدود مطالعات عددی گذشته می‌باشد. در نهایت، جریان اطراف این دسته سیلندر استوانه‌ای به صورت عددی شبیه‌سازی و ضرایب برا و پسا، حداکثر سرعت شکاف، توزیع فشار، توزیع چرخش، خطوط جریان، مود ارتعاشی، خط سیر سیلندر مرتعش و سرعت کاهش یافته در مرز ناپایداری محاسبه و آنالیز شده‌اند.

واژه‌های کلیدی: ناپایداری الاستیک، دسته سیلندرهای استوانه‌ای، حجم محدود، شبکه کارترین جابه‌جا شده

Numerical Prediction of Fluid-Elastic Instability in Tube Bundles under Cross Flows

H. Houri-Jafari

B. Ghadiri-Dehkord and A. Khosrowdad

Institute for Int. Energy Studies
Ministry of Petroleum

Mech. Eng. Dep't.
Tarbiat Modares Univ.

(Received: 28 May, 2011; Accepted: 2 July, 2013)

ABSTRACT

Prediction of fluid-elastic instability is a great matter of importance in designing cross-flow tube bundles from the perspective of vibration. In the present paper, the threshold of fluid-elastic instability has been numerically predicted via simulation of incompressible, unsteady, and turbulent cross-flow through a tube bundle in a normal triangular arrangement. The conditions of simulation is the same as a previous experiment. A finite volume solver, based on Cartesian-staggered grid, has been implemented and the interactions between fluid and structure are solved fully coupled method of solving flow and structure equations in each time step. The fluid-elastic instability was predicted and analyzed by presenting the structural responses, trajectory of flexible cylinders, and critical reduced velocities.

Keywords: Fluid-Elastic Instability, Tube Bundles, Finite Volume Method, Cartesian-Staggered Grid

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): h_jafari@iies.net

۲- استادیار: ghadirib@modares.ac.ir

۳- دانشجوی دکتری: khosrowdad@modares.ac.ir

۱- مقدمه

ارتعاش ناشی از جریان، به طور عمده در مبدل‌های حرارتی که دسته لوله‌های آن در معرض جریان عرضی قرار دارند، اتفاق می‌افتد. مکانیزم‌های تحریک متعددی در مبدل‌های حرارتی با جریان‌های عرضی می‌تواند وجود داشته باشد که از میان آنها مکانیزم ناپایداری الاستیک-سیال^۱ مهم‌ترین و در عین حال پیچیده‌ترین مکانیزم تحریک بوده و در هر شرایطی باید از آن جلوگیری نمود [۱-۲]. این ناپایداری می‌تواند در صورت وقوع، در کوتاه مدت باعث ویرانی لوله‌های مبدل حرارتی شود. بنابراین پیش‌بینی مرز شروع ناپایداری از اهمیت ویژه‌ای در طراحی مبدل‌های حرارتی برخوردار است.

مطالعات آزمایشگاهی متعددی در خصوص تجزیه و تحلیل ناپایداری الاستیک-سیال و مرز شروع آن در مبدل‌های حرارتی صورت گرفته به گونه‌ای که پایگاه اطلاعاتی وسیعی را در این زمینه به وجود آورده است. محققینی همچون پایدوسیس^۲ [۲] پتیگرو^۳ و تایلور^۴ [۳-۴]، اسکرودر^۵ و گلبه^۵ [۵] و خشنود و همکاران [۶] نتایج آزمایش‌های مذکور را برای جریان‌های عرضی سیال هوا، آب و جریان دوفازی جمع‌بندی و در قالب خطوط راهنما جهت طراحی مبدل‌های حرارتی ارائه نموده‌اند. این در حالی است که بررسی و پیش‌بینی ناپایداری الاستیک-سیال به دلیل پیچیدگی میدان جریان و همچنین برهم‌کنش بین سازه و سیال، با استفاده از روش‌های تحلیلی بسیار مشکل است. چن^۷ [۷] بررسی خلاصه‌ای بر انواع مدل‌های ناپایداری داشته و نقشه‌های پایداری را بر اساس روش‌های نیمه‌تحلیلی و نیمه‌آزمایشگاهی ارائه داده است. همچنین پریک^۸ [۸] انواع مدل‌های تحلیلی ناپایداری الاستیک-سیال را جمع‌آوری و مورد بررسی قرار داده است. لازم به توضیح است که اکثر مدل‌های تحلیلی، مبتنی بر پارامترهایی هستند که تعیین آنها احتیاج به داده‌های آزمایشگاهی بسیاری دارد. در ضمن چنین مدل‌هایی تنها قابلیت کاربرد برای چیدمان خاصی از دسته لوله را دارا می‌باشند.

اما در خصوص روش‌های مبتنی بر دینامیک سیالات محاسباتی^۹ باید توجه داشت که مطالعات عددی ناپایداری

الاستیک-سیال به اندازه مطالعات آزمایشگاهی آن صورت نگرفته و این در حالی است که مزایایی همچون هزینه کمتر، امکان استفاده برای انواع چیدمان‌های مختلف دسته لوله، امکان بررسی رفتار جریان با استفاده از حصول مشخصه‌هایی همچون خطوط جریان، توزیع چرخش میدان جریان، نیروهای نوسانی سیال بر سازه و همچنین مسیر حرکت سیلندر در هر گام زمانی، جزء خصوصیات ذاتی این روش‌ها می‌باشند.

کاسرا^{۱۰} و استرومیر^{۱۱} [۹] ارتعاشات ناشی از جریان را در شش نوع دسته لوله کاملاً متحرک به روش حجم محدود، شبکه کارتزین و با استفاده از مدل‌های مختلف آشفتگی ($k-w$, LES و RSM) محاسبه نموده‌اند. همچنین دامنه نواسانات را بر اساس سرعت‌های کاهش یافته^{۱۲} مختلف ارائه داده‌اند. نکته مهمی که در خصوص مطالعه آنها وجود دارد این است که به دلیل استفاده از شبکه کارتزین، لبه‌های سیلندرها جاسازی شده در میدان، به صورت سطوح پله‌دار در نظر گرفته شده و همین امر در دقت محاسبات آنها تأثیر داشته است.

اسکرودر و گلبه [۱۰] با شبیه‌سازی برهم‌کنش سازه و سیال به صورت کاملاً کوپل و استفاده از شبکه با نوع منطبق بر مرزها و همچنین مدل‌های مختلف آشفتگی (مدل‌های $k-w$, $k-\epsilon$ استاندارد، $k-\epsilon$ غیرخطی و $k-\epsilon$ دولایه‌ای) مرز ناپایداری الاستیک-سیال را برای یک ردیف لوله و یک دسته لوله کاملاً متحرک در چیدمان مثلثی نرمال به دست آورده و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کرده‌اند. لازم به توضیح است که آنها از نرم‌افزار STAR-CD با روش حجم محدود و گسسته‌سازی معادلات با طرح QUICK جهت حل میدان جریان استفاده نموده‌اند.

لنگیت^{۱۳} و همکاران [۱۱] ارتعاشات تک لوله مرتعش در دسته لوله صلب را برای چیدمان درخط به روش حجم محدود، شبکه منطبق بر مرزها و مدل آشفتگی $R_{ij}-\epsilon$ محاسبه نموده‌اند. همچنین جهت در نظر گرفتن همزمان هیدرودینامیک سیال و دینامیک سازه از فرمولاسیون لاگرانژ-اولر اختیاری^{۱۴} برای حل مسئله استفاده نموده‌اند. لازم به یادآوری است که محاسبات آنها محدود به سرعت‌های پایین سیال است.

10- Kassera

11- Strohmeier

12- Reduced Velocities

13- Longatte

14- Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE)

1- Fluid-Elastic Instability

2- Paidossis

3- Pettigrew

4- Taylor

5- Schroder

6- Gelbe

7- Chen

8- Price

9- Computational Fluid Dynamics (CFD)

به این واقعیت که دسته لوله جزء هندسه‌های پیچیده بوده و ارتعاش سازه به پیچیدگی آن می‌افزاید، روش‌های عددی خاصی را باید جهت مدل‌سازی ناپایداری الاستیک-سیال مورد استفاده قرار داد. از طرفی با توجه به اینکه مطالعات عددی این پدیده به طور گسترده صورت نگرفته، توسعه و استفاده از روش‌های متنوع‌تر با هزینه‌های محاسباتی کمتر و با هدف تحلیل میدان جریان و پیش‌بینی مرز شروع ناپایداری الاستیک-سیال، ضروری است.

در مقاله حاضر ناپایداری الاستیک-سیال با حل جریان دوبعدی، غیر دائمی، لزج و آشفته در اطراف دسته سیلندرهای استوانه‌ای غیرصلب در چیدمان مثلثی نرمال با نسبت گام $1/32$ که در آنها تعداد یک تا هفت سیلندر متحرک قرار دارد، شبیه‌سازی شده است. شرایط دینامیکی شبیه‌سازی سیلندرها بر اساس آزمایش‌های صورت گرفته توسط مسکل و فیتپاتریک [۱] تنظیم شده است. لازم به ذکر است که جهت حل میدان جریان، از روش حجم محدود استفاده شده و گسسته‌سازی مکانی معادلات طبق طرح پیوندی^{۱۱} و از نظر زمانی به صورت کاملاً ضمنی^{۱۲} در شبکه کارترین-جابه‌جاشده صورت پذیرفته است. تکنیک سلول شبح^{۱۳} برای اعمال شرط عدم لغزش بر روی مرزهای انحنادار جاسازی شده در مختصات کارترین (سیلندرهای استوانه‌ای) به کار برده شده است. همچنین تکنیک مقدار بزرگ برای جمله چشمه^{۱۴} را به جای اضافه کردن نیروی برگشتی به معادلات نویر استوکس^{۱۵} جهت اعمال مقادیر مورد نظر جریان (مثل مقادیر صفر برای مؤلفه‌های سرعت) در ناحیه‌ای که اجسام جامد جاسازی شده‌اند، به کار برده شده است. الگوریتم حل عددی بر مبنای روش سیمپل^{۱۶} می‌باشد. برهم‌کنش بین سازه و سیال به صورت کاملاً کوپل به واسطه حل همزمان معادلات حاکم بر سیال و معادلات حرکت سازه در هر گام زمانی صورت پذیرفته است. در روش به کار برده شده، علاوه بر وجود دقت مناسب در محاسبات، دیگر احتیاجی به تولید مجدد شبکه بعد از حل معادلات حرکت سیلندر نیست و همین امر، هزینه محاسبات برهم‌کنش سیال و سازه را به میزان قابل ملاحظه‌ای کم نموده است.

در ادامه، معادلات حاکم، شرایط مرزی و فرمولاسیون عددی میدان محاسباتی در بخش دوم توضیح داده شده است.

لم^۱ و همکاران [۱۲] با استفاده از روش چرخش سطح^۲ که از جمله روش‌های مستقل از شبکه می‌باشد، ارتعاشات ناشی از جریان را در ردیف لوله و دسته لوله کاملاً متحرک با چیدمان جابه‌جاشده، مورد تجزیه و تحلیل عددی قرار داده و مرز شروع ناپایداری الاستیک-سیال را برای ردیف لوله با نسبت گام $1/5$ را محاسبه نموده‌اند. لازم به ذکر است که مطالعه صورت گرفته توسط ایشان برای سه مشخصه دینامیکی مختلف برای ارتعاش لوله‌ها محاسبه شده است. آنها نشان داده‌اند که روش به کار برده شده با توجه به عدم نیاز به تولید شبکه، دارای مزایای محاسباتی نسبت به روش‌های وابسته به تولید مجدد شبکه در هر گام زمانی هستند ولی نباید فراموش کرد که این روش فقط در جریان‌های دوبعدی قابل استفاده می‌باشد و توسعه آن به مسائل سه‌بعدی تقریباً امکان‌پذیر نیست.

علاوه بر مطالعات ذکر شده، مطالعاتی نیز در خصوص حل میدان جریان در دسته سیلندرهای استوانه‌ای صورت گرفته [۱۶-۱۳] که هدف آنها بیشتر تحلیل رفتار غیردائمی جریان در دسته لوله بوده و به ناپایداری الاستیک-سیال و پیش‌بینی مرز شروع آن کمتر پرداخته شده است. سوئینی^۳ و مسکل^۴ [۱۳] از روش گردابه گسسته^۵ برای حل میدان جریان در دسته لوله صلب با چیدمان مثلثی نرمال و نسبت گام $1/6$ جهت نمایش فرکانس تولید گردابه و بررسی ساختار گذرای جریان در رینولدز $2,200$ استفاده نموده‌اند. اشنایدر^۶ و فارگ^۷ [۱۴] با استفاده از روش جریمه حجمی^۸، میدان غیردائمی جریان را در دسته لوله متحرک با چیدمان مربعی و لوله‌های با مقاطع استوانه‌ای، مربعی و صلیبی شکل در رینولدز 200 حل نموده و ضرایب برا و پسا را بر حسب زمان ارائه داده‌اند. کولاهان^۹ و وادزلی^{۱۰} [۱۵] نیز با استفاده از روش جریمه حجمی، تولید سه بعدی گردابه در دسته لوله صلب و متحرک با نسبت گام $1/5$ را در $1,000 \leq Re \leq 180$ مورد مطالعه قرار داده‌اند. به تازگی حوری جعفری و غدیری دهکردی [۱۶] با استفاده از روش حجم محدود و شبکه کارترین، میدان جریان را در دو دسته سیلندر استوانه‌ای ساکن با چیدمان‌های مربعی نرمال و جابه‌جاشده حل نموده و مورد تجزیه و تحلیل قرار داده‌اند. همان‌گونه که از مطالعات ذکر شده مشخص است، با توجه

- 1- Lam
- 2- Surface Vorticity Method (SVM)
- 3- Sweeny
- 4- Meskell
- 5- Discrete Vortex Method
- 6- Schneider
- 7- Fargehs
- 8- Volume Penalization
- 9- Kevlahan
- 10- Wadsley

- 11- Hybrid Scheme
- 12- Fully Implicit
- 13- Ghost-Cell
- 14- Great Source Term Technique
- 15- Navier-Stokes
- 16- Simple

ضرایب پخش برای k و \mathcal{E} بوده، G نرخ تولید انرژی توسط تنش‌های برشی آشفتگی، μ دانسیته مولکولی و μ_t دانسیته آشفتگی می‌باشند. عبارات C_1 ، C_2 ، σ_k و σ_ε ثابت مدلی بوده که برای مدل $k-\mathcal{E}$ استاندارد مورد استفاده در کار حاضر به ترتیب برابر با $1/44$ ، $1/92$ ، 1 و 1 می‌باشند. مقدار ضریب ثابت C_μ به صورت آزمایشگاهی تعیین شده و معمولاً از مقدار $0/09$ استفاده می‌شود.

لازم به ذکر است که در تحقیق حاضر، سیال تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته شده و بنابراین به طور خودکار مقدار دانسیته سیال در طول محاسبات ثابت در نظر گرفته می‌شود. همچنین در کلیه شبیه‌سازی‌ها، جریان به صورت غیرقابل تراکم و با مشخصات $\rho = 1,000 \text{ kg/m}^3$ و $\mu = 0/001002 \text{ kg/m.s}$ در نظر گرفته شده است. همچنین، به دلیل اینکه در مسئله مورد نظر سطح آزاد وجود ندارد، لذا مقدار نیروهای حجمی نیز قابل صرف‌نظر می‌باشند ($\beta_x \approx 0$ ، $\beta_y \approx 0$). معادله‌های (۵-۱)، معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان سیال لزج، غیردائمی، دوبعدی و آشفته هستند که جهت شبیه‌سازی جریان سیال حل خواهند شد.

۲-۲- معادلات حرکت سیلندر متحرک

حرکت سیلندرهایی مرتعش با استفاده از مدل جرم، فنر و دمپر در هر دو جهت جریان و عمود بر جهت جریان شبیه‌سازی شده است (شکل ۱). بر این اساس، معادلات حرکت هر سیلندر در جهت جریان (x) و عمود بر جهت جریان (y) به صورت زیر خواهند بود:

$$m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_D, \quad (10)$$

$$m\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = F_L, \quad (11)$$

که در آنها، m جرم سیلندر در واحد طول، C ضریب میرایی، K ضریب سختی فنر، F_D و F_L به ترتیب نیروی پسا و برای وارده بر سیلندر می‌باشند. ضریب میرایی و سختی فنر با استفاده از روابط زیر به فاکتور میرایی (ξ) و فرکانس طبیعی ارتعاش سیلندر (f_n) مرتبط می‌باشند:

$$K = 4\pi^2 m f_n^2, \quad (10)$$

$$C = 4\pi m \xi f_n. \quad (11)$$

جهت حل معادلات حرکت سازه در هر گام زمانی و محاسبه سرعت و محل سیلندر ابتدا با استفاده از روابط حاکم معادلات (۸ و ۹) شتاب سیلندر در گام زمانی جدید ($n+1$) به دست آمده و سپس سرعت آن به روش ضمنی اولر^۳ و محل آن آن به روش لکس و ندروف^۴ به صورت گام به گام محاسبه شده

در بخش سوم، جهت اطمینان از عملکرد و صحت کد، معتبرسازی و تحلیل نتایج حاصل از حل میدان جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای صلب و مرتعش، در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی و دیگر روشهای عددی ارائه شده است. پیش‌بینی عددی ناپایداری الاستیک-سیال و تحلیل نتایج حاصل از آن در بخش چهارم و در نهایت نتیجه‌گیری در بخش پنجم صورت گرفته است.

۲- معادلات حاکم و فرمولاسیون عددی

در ادامه معادلات حاکم برای جریان سیال، جسم جامد و سیستم کوپل جامد-سیال ارائه شده است.

۲-۱- معادلات حاکم بر جریان سیال

معادلات دیفرانسیل حاکم بر میدان جریان لزج، غیرقابل تراکم، غیردائمی و آشفته، بر اساس معادلات متوسط زمانی گرفته شده نویراستوکس و استفاده از تقریب بوزینسک^۱ برای تنش‌های رینولدزی، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\text{div}(\vec{u}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(u) + \text{div}(\vec{u}u) = \frac{1}{\rho} \text{div}(\mu_{eff} \text{grad } u) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\beta_x}{\rho}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(v) + \text{div}(\vec{u}v) = \frac{1}{\rho} \text{div}(\mu_{eff} \text{grad } v) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\beta_y}{\rho}, \quad (3)$$

که در آن، ρ دانسیته سیال، μ_{eff} لزجت موثر، u میدان سرعت متوسط جریان، P فشار و u و v مؤلفه‌های متوسط میدان سرعت در جهت x و y می‌باشند. همچنین، β_x و β_y نیروهای حجمی^۲ به ازای واحد حجم سیال می‌باشند. به منظور منظور مدل‌سازی آشفتگی جریان از مدل دو معادله‌ای $k-\mathcal{E}$ استفاده شده است، که در آن معادلات انرژی آشفتگی (k) و نرخ اتلاف انرژی آشفتگی (\mathcal{E}) به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathcal{E}) + \text{div}(\vec{u}\mathcal{E}) = \frac{1}{\rho} \text{div}(\Gamma_\varepsilon \text{grad } \mathcal{E}) \quad (4)$$

$$+ C_1 \frac{\mathcal{E}}{\rho k} G - C_2 \frac{\mathcal{E}^2}{\kappa},$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(k) + \text{div}(\vec{u}k) = \frac{1}{\rho} \text{div}(\Gamma_k \text{grad } k) + \frac{1}{\rho} G - \mathcal{E}, \quad (5)$$

و همچنین:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t, \quad (6)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^\tau}{\mathcal{E}}, \quad (7)$$

که در آنها، $\Gamma_\varepsilon = \mu_t / \sigma_\varepsilon$ و $\Gamma_k = \mu_t / \sigma_k$ به ترتیب

3- Euler Implicit Method
4- Lax-Wendroff Method

1- Boussinesq Approximation
2- Body Forces

است: $(u = 0 \text{ و } v = 0)$ و برای سیلندر مرتعش برابر با سرعت حرکت آن $(v = \dot{y} \text{ و } u = \dot{x})$ قرار داده شده است. همچنین بر روی جدارهای جامد از روش توابع دیواره^۳ نیز استفاده شده است. اما روش اعمال شرط عدم لغزش بر روی مرز واقعی سیلندرها که از مشکلات روش حاضر است، در بخش‌های ۲-۷ و ۲-۸ به طور کامل توضیح داده شده است. لازم به ذکر است که به دلیل استفاده از شبکه کارترین، مرز انحنادار سیلندر به طور کامل بر نقاط شبکه منطبق نمی‌باشد و می‌بایست از تکنیک سلول شبح استفاده شود.

به منظور اعمال مقادیر مشخص شده متغیرهای جریان برای اجسام جاسازی شده در میدان (سیلندره‌های استوانه‌ای)، از تکنیک مقدار بزرگ برای جمله چشمه که در زیر بخش ۲-۶ تشریح شده استفاده شده است. بدین ترتیب، مقادیر مورد نظر بطور کاملاً مستقیم و بدون استفاده از نیروی بازخورد به عنوان جواب میدان، در نقاط مورد نظر اعمال می‌شوند.

۲-۴- تولید شبکه

در تحقیق حاضر، از شبکه کارترین - جابه‌جاشده^۴ غیر یکنواخت استفاده شده و شبکه، در ناحیه‌ای که اجسام جامد قرار گرفته‌اند، ریزتر شده است. در این نوع شبکه، محاسبه مؤلفه‌های سرعت $(u \text{ و } v)$ برای نقاطی صورت می‌گیرد که بر روی وجوه حجم کنترل اصلی و به عبارتی نقاط جابه‌جا شده قرار دارند. در حالی که فشار، انرژی و نرخ اتلاف انرژی آشفتگی $(P, k \text{ و } \mathcal{E})$ برای نقاطی محاسبه می‌شوند که بر روی شبکه اصلی واقع شده‌اند. مهم‌ترین نتیجه استفاده از شبکه جابه‌جاشده این است که نرخ جریان جرم از وجوه حجم کنترل بدون هیچ گونه میان‌یابی برای مؤلفه‌های سرعت قابل محاسبه می‌باشند.

۲-۵- گسسته‌سازی معادلات حاکم بر جریان سیال

در گسسته‌سازی معادلات، از روش حجم محدود استفاده شده و انتگرال‌گیری معادلات حاکم بر روی شبکه کارترین اشاره شده در بخش قبل، انجام شده است. گسسته‌سازی معادلات از نظر مکانی بر طبق روش ترکیبی (پیوندی) و از نظر زمانی به صورت کاملاً ضمنی است. معادلات گسسته شده شامل معادلات ممنتوم، معادلات اصلاح فشار و اصلاح سرعت بوده که با جزئیات کامل در پاتانکار [۱۷] توضیح داده شده است و از ذکر دوباره آنها خودداری می‌شود. معادلات گسسته شده k و \mathcal{E} نیز از الگوی مشابهی نسبت به معادلات ممنتوم تبعیت

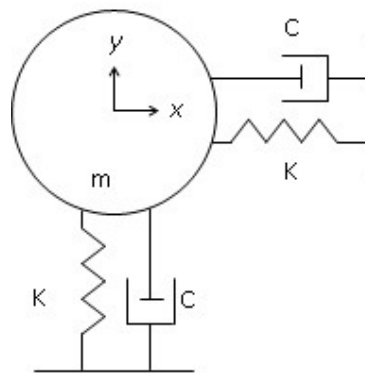
است:

$$\ddot{x}^{n+1} = \frac{(F_D - Kx^n - C\dot{x}^n)}{m}, \quad (12)$$

$$\dot{x}^{n+1} = \dot{x}^n + \ddot{x}^{n+1}\Delta t, \quad (13)$$

$$x^{n+1} = x^n + \dot{x}^{n+1}\Delta t + \ddot{x}^{n+1}\frac{\Delta t^2}{2}, \quad (14)$$

که در آنها، n بیانگر محاسبه مقادیر در گام زمانی پیشین می‌باشد. همچنین روابط بالا به طور مشابه برای حرکت سیلندر در جهت y تکرار می‌شود. بر اساس موقعیت جدید سیلندر و سرعت آن می‌توان شرط مرزی عدم لغزش را بر روی سیلندر مرتعش اعمال نمود و پس از حل میدان جریان دومرتبه نیروهای پسا و برا جدید را به دست آورد. حل معادلات حرکت سیلندر در هر گام زمانی، مسیر حرکت و موقعیت بر حسب زمان را به دست می‌دهد.



شکل (۱): مدل دوبعدی سیلندر مرتعش.

۲-۳- شرایط مرزی

شرایط مرزی مهم، شامل شرط مرزی در ورودی و خروجی حوزه محاسباتی و شرط مرزی نقاط داخلی و نقاط مرزی اجسام جامد جاسازی شده در میدان می‌باشند. در ورودی میدان از شرط مرزی دریشلت^۱ $(u = U, v = 0)$ ، $k = 0.3 U^2$ و $\mathcal{E} = k^2 / 0.05 l$ که در آن U سرعت جریان آزاد و l شعاع میدان محاسباتی جریان می‌باشند) و در خروجی از شرط مرزی نیومان^۲ $(\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \frac{\partial v}{\partial x} = 0)$ ، $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial x} = 0$ ، $\frac{\partial K}{\partial x} = 0$ ، $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ استفاده شده است.

جهت اعمال شرط عدم لغزش بر روی مرز سیلندره‌های ساکن، مقادیر مؤلفه‌های سرعت برای نقاطی از شبکه که بر روی مرز یا در داخل آن واقع هستند، برابر صفر

3- Wall Functions
4- Staggered Grid

1- Dirichlet
2- Neumann

می‌کنند.

۷-۲- انتخاب سلول‌های قطع شده و سلول‌های شبح برای سیلندر

در این قسمت سعی بر این است که مشکل اعمال شرط عدم لغزش بر مرز منحنی شکل سیلندرها که بر نقاط شبکه کارترین منطبق نیستند، حل شود. یکی از راه‌حل‌ها، به کارگیری تکنیک سلول قطع شده^۱ است که منجر به استفاده از گسسته‌سازی متفاوت برای آن دسته از نقاط شبکه که به مرز نزدیک هستند، می‌شود. بنابراین هزینه محاسبات بالا رفته و اجرای آن نیز پیچیده می‌گردد [۱۸]. تکنیک دیگر که در روش حجم محدود استفاده می‌شود، روش سلول شبح است که در این تکنیک، سلول شبح به سلولی گفته می‌شود که توسط مرز فیزیکی قطع شده و نقاط محاسبه مقادیر جریان در آن، در داخل مرز واقع شود. در این روش پس از شناسایی سلول‌های شبح، با استفاده از میان‌یابی (در زیربخش ۲-۸ توضیح داده می‌شود) از روی نقاطی که خارج مرز در میدان جریان واقع شده‌اند، مقادیر جریان به گونه‌ای برای نقاط سلول شبح محاسبه می‌شوند که شرط عدم لغزش بر روی مرز اصلی جسم ارضاء شود [۱۹]. در مقاله حاضر نیز از این روش جهت اعمال شرایط مرزی روی سیلندره‌های جاسازی شده در میدان استفاده شده است.

قبل از انجام میان‌یابی می‌بایست که سلول‌های شبح انتخاب شوند. با توجه به اینکه در این مقاله از شبکه جابه‌جا شده استفاده می‌شود، برای هر سلول، محل محاسبه فشار و مؤلفه‌های سرعت متفاوت است که این نکته باید به طور جدی مدنظر قرار گیرد. همان‌گونه که در شکل ۲ نشان داده شده برای انتخاب سلول‌های قطع شده ابتدا فاصله چهار گوشه تمام سلول‌های شبکه تا مرکز قرارگیری هر سیلندر محاسبه شده است [۲۰]. اگر فاصله تمام این چهار گوشه بزرگ‌تر از شعاع سیلندر باشد، سلول خارجی، اگر تمام چهار فاصله کوچکتر از شعاع باشند، سلول داخلی، و اگر برخی بزرگ‌تر و برخی کوچک‌تر از شعاع سیلندر باشند، آنگاه سلول از نوع قطع شده می‌باشد. در شکل ۲ سلول‌های قطع شده برای شبکه اصلی به رنگ خاکستری و سلول‌های قطع نشده داخلی، به صورت هاشور خورده مشخص شده‌اند [۲۰]. اگر محل محاسبه مقادیر جریان (مثل فشار برای شبکه اصلی) داخل مرز سیلندر واقع شوند (نقاط G1، G2 و G3) به سلول قطع شده، سلول شبح گفته می‌شود و مقادیر جریان به کمک میان‌یابی در این نقاط به عنوان شرط مرزی تعیین می‌شوند و اگر خارج مرز سیلندر

لازم به ذکر است که در طول روند گسسته‌سازی، تابع $A(P)$ در ضرایب نقاط همسایه معادلات جبری ظاهر می‌شود که در آن پارامتر P عدد پکلت و تابع A نیز بسته به نوع گسسته‌سازی مکانی مسئله انتخاب می‌شود. با توجه به انتخاب روش ترکیبی در این مقاله، تابع مذکور به صورت زیر تعریف شده است:

$$A(P) = \llbracket 0, 1 - 0.5|P| \rrbracket, \quad (15)$$

که عبارت $\llbracket \]$ بزرگ‌ترین آرگمان را انتخاب می‌کند. لازم به یادآوری است که در معادلات گسسته شده، عبارات S_c و S_p نیز ظاهر می‌شوند که اجزای جمله چشمه خطی شده $(\bar{S} = S_c + S_p \phi_p)$ می‌باشند. گرادیان فشار نیز در جمله چشمه خطی شده معادله ممنوم، نهفته است. پارامتر ϕ_p متغیر وابسته در نقطه قطب می‌باشد که در معادلات ممنوم، مؤلفه‌های سرعت، در معادله پیوستگی گسسته شده، مقدار اصلاح فشار و در معادلات گسسته شده مدل آشفتگی، انرژی و نرخ اتلاف انرژی آشفتگی را شامل می‌شود.

۶-۲- شناسایی اجسام جامد جاسازی شده در میدان

حل میدان جریانی که اجسام جامد جاسازی شده (یا موانع) در آن وجود دارد، با غیر فعال کردن حجم‌های کنترلی که بر روی این موانع قرار می‌گیرند و فعال نگه داشتن آنها می‌شود که در میدان جریان واقع می‌شوند، صورت می‌پذیرد. این عملیات با قراردادن مقادیر مناسب برای متغیر وابسته ϕ در نواحی غیرفعال انجام می‌شود که در مقاله حاضر با استفاده از تکنیک مقدار بزرگ برای جمله چشمه، صورت گرفته است. در این روش هر مقدار دلخواه ϕ (مثل مقادیر میان‌یابی شده برای u و v بر روی نقاط مرزی سیلندر) می‌تواند به عنوان حل میدان جریان قرار گیرد که این کار با تنظیم S_c و S_p در جمله چشمه خطی شده، به صورت زیر امکان‌پذیر می‌باشد:

$$S_c = 10^{30} \phi_{P, \text{Desired}}, \quad (16)$$

$$S_p = -10^{30}, \quad (17)$$

که در آن، 10^{30} بیانگر مقدار بزرگی است که دیگر ترم‌های معادله گسسته شده ممنوم در مقابل آن قابل صرف‌نظر کردن می‌باشند. بنابراین خواهیم داشت:

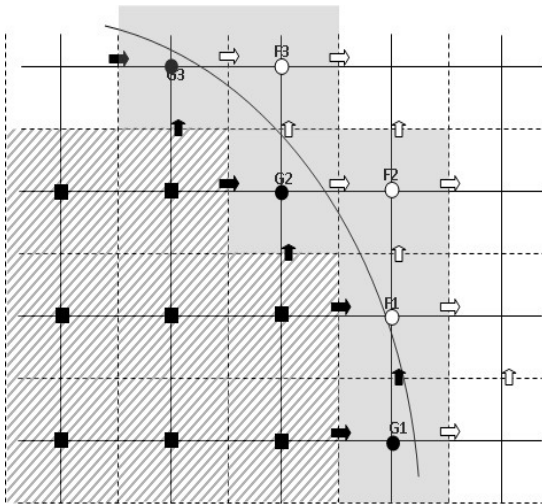
$$S_c + S_p \phi_p \approx 0.0 \Rightarrow \phi_p = -\frac{S_c}{S_p} = \frac{10^{30} \phi_{P, \text{Desired}}}{-10^{30}} = \phi_{P, \text{Desired}}. \quad (18)$$

1- Cut-cell

از هر نقطه شبح (G) و مرکز سیلندر، با محیط سیلندر به دست می‌آید و مقدار ϕ در آن همان شرط مرزی است. مثلاً اگر $\phi = u$ باشد و سیلندر ساکن، مقدار ϕ صفر اختیار خواهد شد و

- دو تا از نقاط خارجی (F) که نزدیکترین نقاط به نقطه روی مرز اصلی سیلندر می‌باشند. مقدار ϕ در این دو نقطه از روی حل میدان جریان در تکرار قبلی، مشخص می‌باشد.

باید توجه داشت که اگر از شبکه مرتب‌شده^۱ به جای شبکه جابه‌جاشده استفاده می‌شد ضرایب ثابت معادله (۱۹) برای متغیرهای فشار و مؤلفه‌های سرعت، یکسان می‌بود، ولی به دلیل استفاده از شبکه جابه‌جاشده، محل محاسبه فشار و سرعت متفاوت بوده و بدین ترتیب ضرایب متفاوتی برای هر یک محاسبه خواهد شد. لازم به یادآوری است که در مقاله حاضر به جای استفاده از نیروی بازخورد برای تنظیم مقادیر میان‌یابی در نقاط شبح، از روش مقدار بزرگ جمله چشمه (بخش ۲-۶) استفاده شده است.



شکل (۲): سلول‌های قطع شده توسط مرز سیلندر و نمایش محل مؤلفه‌های سرعت در شبکه‌های جابه‌جا شده.

در شکل ۲ سلول‌های هاشور خورده، سلول‌های اصلی غیرفعال و سلول‌های خاکستری، سلول‌های اصلی قطع شده می‌باشند. \blacktriangleright محل مؤلفه سرعت u برای سلول شبح شبکه جابه‌جا شده u ، \blacktriangleup محل مؤلفه سرعت v برای سلول شبح شبکه جابجا شده v ، \bullet محل محاسبه فشار در سلول شبح شبکه اصلی، \blacktriangleleft محل مؤلفه سرعت u در میدان جریان، \blacktriangleup محل مؤلفه سرعت v در میدان جریان و \circ محل محاسبه فشار در سلول واقع در میدان جریان برای شبکه اصلی باشد.

واقع شوند (نقاط $F1, F2, F3$) هیچ میان‌یابی یا تأثیری روی مقادیر آنها صورت نپذیرفته و مقادیر آنها در میدان حل محاسبه خواهد شد.

مطالب ذکر شده برای شبکه‌های جابه‌جا شده u و v نیز صادق بوده و عیناً تکرار می‌شود. در نهایت در شکل ۲ محلهایی از شبکه‌های جابه‌جا شده که در آنها مقادیر سرعت u و v به عنوان شرط مرزی (به کمک میان‌یابی) تعیین می‌شوند با فلش‌های توپر مشکی و محلهایی که مقادیر این سرعت‌ها توسط خود میدان به دست خواهد آمد، با فلش‌های توخالی نمایش داده شده است. در ادامه، رویه میان‌یابی برای مقادیر جریان، در سلول‌های شبح توضیح داده می‌شود.

۲-۸- اعمال شرط عدم لغزش برای سیلندر

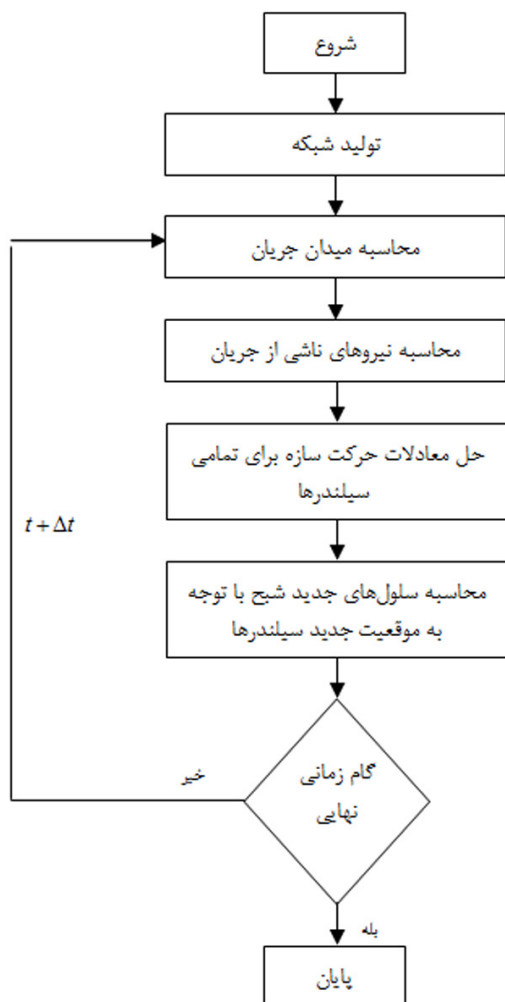
یکی از راه‌حل‌های ساده جهت اعمال شرط عدم لغزش، برابر صفر قرار دادن مؤلفه‌های سرعت در نقاط مرزی انتخاب شده در بخش قبل است (هم نقاط شبح و هم نقاط جریان نزدیک مرز فیزیکی). انجام این کار وقتی منجر به جواب صحیح می‌شود که ابعاد شبکه تا بی‌نهایت ریز شود. واضح است که این امر از نظر محاسباتی امکان‌پذیر نیست. اگر با ابعاد متداول شبکه چنین کاری صورت پذیرد، توزیع فشار نوسانی در اطراف سیلندر به دست می‌آید. هدف از اجرای تکنیک سلول شبح، جلوگیری از به وجود آمدن همین توزیع فشار نوسانی است.

به منظور اجرای روش سلول شبح، از میان‌یابی خطی پیشنهاد شده توسط مرجع [۲۱] استفاده شده است. در این مرجع نشان داده شده است که فرض تغییرات خطی مقادیر جریان در نزدیک مرز فیزیکی، دقت مرتبه دوم گسسته‌سازی معادلات را و همچنین بقاپذیری پارامترهای بقایی را حفظ می‌نماید. بنابراین در این مقاله نیز از میان‌یابی خطی استفاده شده است. فرض شود که ϕ متغیر وابسته برای مقادیر جریان (مثل فشار یا مؤلفه‌های سرعت) باشد، آنگاه تغییرات مقادیر جریان در نزدیکی مرز طبق رابطه زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\Phi = a + bx + cy, \quad (19)$$

که در آن، a, b, c و ضرایب ثابت، x و y مختصات محل محاسبه ϕ می‌باشند. برای اینکه مقدار ϕ در نقطه شبح (ϕ_G) تعیین شود، احتیاج به سه نقطه با مقدار معلوم است تا در ابتدا بتوان مقدار ضرایب ثابت را تعیین نمود. سپس به راحتی می‌توان با استفاده از رابطه (۱۹) مقدار ϕ_G را مشخص و به عنوان شرط مرزی تنظیم کرد. سه نقطه‌ای که جهت تعیین ضرایب ثابت معادله ۱۹ در این مقاله استفاده شده‌اند عبارتند از:

- نقطه روی مرز اصلی سیلندر که از محل برخورد خط گذرنده



شکل (۳): الگوریتم مدل‌سازی برهم‌کنش سازه و سیال.

۳- جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای ساکن و مرتعش

در این بخش میدان جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای جهت بررسی صحت و دقت رویه عددی مورد استفاده، حل شده است. در ابتدا، استقلال نتایج از ابعاد شبکه با حل جریان در اطراف سیلندر استوانه‌ای ساکن در رینولدز ۱۰,۰۰۰ و سپس معتبرسازی روش برای سیلندر استوانه‌ای مرتعش در رینولدز ۱۰,۰۰۰ تا ۱۵,۰۰۰ ارائه شده است. به منظور مقایسه نتایج شبیه‌سازی در این بخش با دیگر نتایج عددی و آزمایشگاهی، پارامترهای بدون بعد مختلفی استفاده شده که به صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\text{Re} = \frac{\rho U D}{\mu}, \quad (20)$$

عدد رینولدز:

$$C_D = \frac{F_D}{0.5 \rho U^2 D}, \quad (21)$$

ضریب پسا:

۹-۲- الگوریتم حل عددی

در ادامه الگوریتم حل عددی مسئله به طور کامل ارائه شده است.

- رویه حل عددی میدان جریان: در تحقیق حاضر، حل عددی میدان جریان بر اساس روش سیمپل انتخاب شده است. نام سیمپل برگرفته از روش شبه-ضمنی برای معادلات پیوند خورده با ترم فشار است. مهم‌ترین مراحل الگوریتم سیمپل شامل حدس میدان فشار، حل معادلات ممنتوم، محاسبه باقیمانده کل (b)، اصلاح فشار و سرعت، حل دیگر معادلات دیفرانسیل برای ϕ (معادلات k و ϵ) و تکرار تمام مراحل تا همگرایی کامل ($b \approx 0$) است [۱۷].

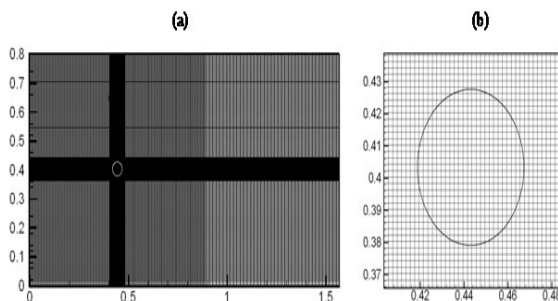
- معیار همگرایی: مقادیر باقیمانده‌ها بهترین فاکتور جهت تنظیم معیار همگرایی در الگوریتم حل عددی هستند. این باقیمانده‌ها شامل باقیمانده‌های معادلات ممنتوم در جهت x و y و همچنین باقیمانده معادله اصلاح فشار که از معادله پیوستگی به دست آمده است، می‌باشند. مقدار بسیار کوچک برای باقیمانده معادله اصلاح فشار (b) به معنی ارضاء معادله پیوستگی و حصول اطمینان برای متوقف نمودن تکرارهای الگوریتم سیمپل است. در مقاله حاضر، شرط همگرایی، رسیدن مقدار باقیمانده کل در معادله اصلاح فشار (پیوستگی) به کمتر از مقدار 10^{-6} تنظیم شده است.

- برهم‌کنش سازه و سیال: رویه مدل‌سازی برهم‌کنش سازه و سیال به منظور محاسبه ارتعاشات ناشی از جریان، با حل همزمان معادلات حرکت سیال و سازه در هر گام زمانی به صورت کاملاً کوپل صورت گرفته است (شکل ۳) [۲۱].

با توجه به شکل ۳ ملاحظه می‌شود که در ابتدا میدان جریان حل شده و نیروهای وارده از طرف سیال به سازه محاسبه و سپس با حل معادلات حرکت سازه، می‌توان موقعیت و سرعت جدید آن را جهت اعمال شرط مرزی جسم به دست آورد. مراحل بالا در هر گام زمانی تا مدت مورد نظر برای اجرای برنامه تکرار خواهند شد. لازم به یادآوری است که با توجه به استفاده از شبکه کارتزین و نوع روش مورد استفاده دیگر احتیاجی به تولید مجدد شبکه با توجه به محل جدید سیلندر نبوده و فقط احتمال تغییر سلول‌های شبح با توجه به محل جدید سیلندر وجود دارد. از این رو هزینه محاسبات در این روش نسبت به روش‌های مبتنی بر شبکه‌های منطبق بر مرز جسم، بسیار پایین‌تر می‌باشد.

۳-۱- سیلندر استوانه‌ای ساکن: مطالعه شبکه عددی و گام زمانی بهینه

در ابتدا بررسی استقلال جواب‌ها از ابعاد شبکه به منظور انتخاب شبکه عددی بهینه، مورد مطالعه قرار گرفته است. در جدول ۱ ضریب پسا و عدد استروهمال برای جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای ساکن در رینولدز ۱۰,۰۰۰ برای چهار شبکه با ابعاد مختلف در مقایسه با دیگر مطالعات عددی و آزمایشگاهی ارائه شده است. چهار نوع شبکه مذکور شامل A شبکه خیلی درشت، B شبکه درشت، C شبکه استاندارد و D شبکه ریز می‌باشد. در همه موارد بالا، شبکه در اطراف سیلندر به گونه‌ای ریزتر انتخاب شده که برای شبکه ریز تعداد ۲۰ سلول در امتداد قطر و برای شبکه خیلی درشت تعداد ۱۰ سلول در امتداد قطر سیلندر قرار می‌گیرند. شکل ۴ شبکه نوع D را به همراه محل سیلندر جاسازی شده در میدان، نشان می‌دهد. همان‌طور که از جدول ۱ مشاهده می‌شود، نتایج به طور کامل از ابعاد شبکه مستقل است. ضریب پسای کل در شبیه‌سازی با شبکه نوع A برابر ۱/۳۷ و در شبیه‌سازی با شبکه نوع D برابر ۱/۰۲ به دست آمده و هر چه شبکه از نوع D ریزتر شود، دیگر تغییر قابل توجهی در نتایج مشاهده نخواهد شد. همچنین ملاحظه می‌شود که مقدار ضریب پسا و عدد استروهمال در مقایسه با دیگر مطالعات آزمایشگاهی و عددی صورت گرفته از دقت به نسبت قابل قبولی برخوردار هستند. لازم به ذکر است که بعد این موارد کلیه شبیه‌سازی‌های تحقیق حاضر با شبکه نوع D به عنوان شبکه عددی بهینه صورت گرفته است. برای مقایسه بیشتر در شکل ۵ توزیع لزوجت موثر و چرخش به دست آمده برای سیلندر استوانه‌ای ساکن در رینولدز ۱۰,۰۰۰ ترسیم شده است.



شکل (۴): (a) نمای کلی شبکه در میدان محاسباتی برای جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای و (b) ناحیه بزرگنمایی شده از منطقه‌ای که سیلندر قرار دارد.

$$\text{ضریب برا: } C_L = \frac{F_L}{0.5 \rho U^2 D}, \quad (22)$$

$$\text{ضریب فشار: } C_p = \frac{p}{0.5 \rho U^2}, \quad (23)$$

$$\text{عدد استروهمال: } St = \frac{fD}{U}, \quad (24)$$

$$\text{زمان بدون بعد: } T = \frac{tU}{D}. \quad (25)$$

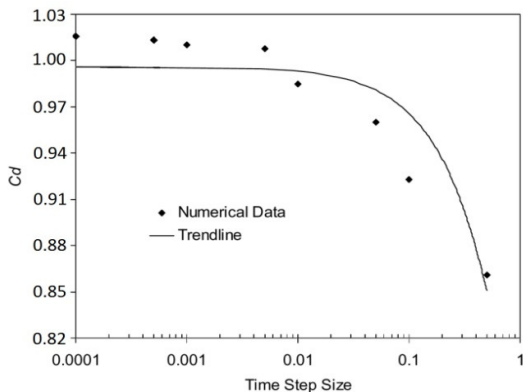
در روابط فوق، D قطر سیلندر، F_L و F_D به ترتیب نیروی پسا و برا (شامل پسا و برا فشاری و اصطکاکی)، f فرکانس تولید گردابه (در رینولدزهایی که تولید گردابه وجود دارد) و t زمان می‌باشد. نیروهای برا و پسای اصطکاکی با محاسبه تانسور تنش و بردار نرمال سطح در هر نقطه مرزی روی سیلندر و انتگرال‌گیری از حاصل ضرب داخلی آنها روی سطح سیلندر به دست می‌آیند. همچنین برا و پسای فشاری با داشتن توزیع فشار در میدان، قابل محاسبه می‌باشند. عدد استروهمال، فرکانس بدون بعدی است که در آن گردابه‌ها از انتهای سیلندر جدا می‌شوند. فرکانس تولید گردابه (f) که در عدد استروهمال وجود دارد، از روی فرکانس نوسان ضریب برا (فقط برای رینولدزهایی که تولید گردابه وجود دارد) به دست می‌آید.

در شبیه‌سازی حاضر از یک حوزه محاسباتی مستطیلی جهت حل میدان جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای استفاده شده است (شکل ۴). طول و عرض حوزه محاسباتی به ترتیب $40D$ و $20D$ می‌باشد که در آن قطر سیلندر استوانه‌ای است. ابعاد مذکور به اندازه کافی بزرگ هستند که تأثیر مرزها به مقدار حداقل خود برسد. سیلندر استوانه‌ای به گونه‌ای در حوزه محاسباتی واقع گشته است که مرکز آن در مختصات $x=10D$ و $y=10D$ قرار می‌گیرد. جهت جریان از سمت چپ به سمت راست می‌باشد و سرعت جریان آزاد در ورودی میدان، U اختیار شده است. همچنین در تمامی شبیه‌سازی‌های صورت گرفته، قطر سیلندر برابر با $D = 0.04 \text{ m}$ و برای دستیابی به اعداد رینولدز ۱۰,۰۰۰ تا ۱۵,۰۰۰ سرعت جریان آزاد به ترتیب برابر با ۰/۲۵۰۵ و ۰/۳۷۵۷۵ متر بر ثانیه انتخاب شده‌اند. لازم به توضیح است که اجرای برنامه با گام زمانی $s \Delta t = 10^{-3}$ صورت گرفته که این مقدار حدود 10^{-1} Vortex Shedding بوده و به اندازه کافی برای نمایان ساختن تحریک ناشی از ریزش گردابه کوچک می‌باشد. نحوه انتخاب گام زمانی بهینه در ادامه توضیح داده شده است.

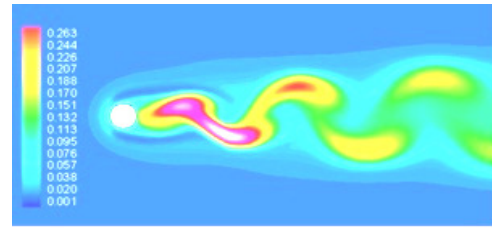
این مدل را به یکی از رایج‌ترین مدل‌های آشفتگی تبدیل نموده است [۲۵-۲۶]. همچنین با توجه به اینکه در دسته سیلندر، منطقه جدایش سیلندر اصلی توسط دیگر لوله‌ها محدود است، میزان خطای این مدل در محاسبه نیروها به حداقل مقدار خود کاهش می‌یابد. علاوه بر آن بر اساس مطالعات صورت گرفته در مرجع [۱۵]، در رینولدزهای بالای ۱۰,۰۰۰ اثرات سه بعدی جریان در یک دسته سیلندر به حداقل مقدار خود خواهد رسید و الگوی گردابه‌ها در راستای بعد سوم تغییرات خیلی زیادی ندارند. این امر نتایج شبیه‌سازی‌های دوبعدی (2D) را به شرایط واقعی (3D) نزدیکتر خواهد نمود (نتایج زیربخش ۴-۳). کاربرد این مدل برای حل میدان جریان در دسته سیلندرهاست استوانه‌ای توسط مطالعات مرجع [۱۰] نیز به طور کامل تجزیه و تحلیل و به اثبات رسیده است.

به منظور انتخاب گام زمانی بهینه، تحلیل حساسیت نسبت به اندازه گام زمانی برای جریان در اطراف تک سیلندر در رینولدز ۱۰,۰۰۰ نیز صورت گرفته است (شکل ۶). مهم‌ترین ملاحظات لازم در انتخاب گام زمانی بهینه به شرح زیر می‌باشند:

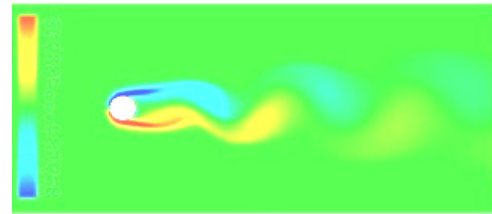
الف- گام زمانی باید به اندازه‌ای کوچک باشد که بتواند تغییرات پارامترهای جریان با زمان را ببیند،
ب- گام زمانی کوچک، با مسلط قطری نمودن ماتریس ضرایب باعث پایداری سیستم می‌شود (تأثیر مثبت) و
ج- گام زمانی کوچک باعث افزایش تکرارهای سیستم و در نهایت افزایش زمان اجرای برنامه می‌شود (تأثیر منفی).
اندازه گام زمانی را باید به گونه‌ای انتخاب نمود که هر سه شرط فوق را ارضاء نماید. بنابراین، بر اساس شکل ۶ بهترین گام زمانی $s = 10^{-3} \Delta t$ می‌باشد. در کلیه مراحل تحقیق حاضر از گام زمانی مذکور استفاده شده است.



شکل (۶): ضریب پسای متوسط برحسب اندازه گام زمانی در جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای در $Re = 10000$.



(a)



(b)

شکل (۵): توزیع لزجت مؤثر و چرخش به دست آمده از حل جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای ساکن در رینولدز ۱۰,۰۰۰ (a) لزجت مؤثر و (b) چرخش.

جدول (۱): ضرایب پسا برای جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای ساکن در رینولدز ۱۰,۰۰۰ و برای شبیه‌سازی‌های A تا D. N_D : تعداد سلول‌های شبکه در طول قطر سیلندر) در مقایسه با دیگر مطالعات عددی و آزمایشگاهی.

$Re=10,000$		
مرجع	C_D	St
A: Coarser Grid کار حاضر ($N_{cells} = 100 \times 100$, $N_D=10$)	۱/۳۷	۰/۱۷۶
B: Coarse Grid کار حاضر ($N_{cells} = 120 \times 120$, $N_D=12$)	۱/۲۶	۰/۱۸۵
C: Standard کار حاضر ($N_{cells} = 160 \times 160$, $N_D=16$)	۱/۰۸	۰/۱۹۲
D: Fine Grid کار حاضر ($N_{cells} = 200 \times 200$, $N_D=20$)	۱/۰۲	۰/۱۹۵
آزمایشگاهی [۲۲]	۱/۱۸۶	۰/۱۹۳
آزمایشگاهی [۲۳]	۱/۱	
روش DNS [۲۴]	۱/۴۳	۰/۲۰۳

لازم به توضیح است که مطالعات برخی محققین نشان می‌دهد که مدل‌های آشفتگی دیگر همچون LES و روش DNS دقت بالاتری نسبت به مدل $k-\epsilon$ در شبیه‌سازی جریان در اطراف تک سیلندر (به خصوص پیش‌بینی نقطه جدایش و توزیع فشار) دارند ولی مزایایی همچون پایداری فرمولاسیون، سادگی و هزینه‌های محاسباتی کمتر از جمله عواملی است که

۲-۳- سیلندر استوانه‌ای مرتعش: اعتبارسنجی نتایج

مشخصات دینامیکی سیلندر متحرک بر اساس آزمایش‌های صورت گرفته توسط خالاک^۱ و ویلیامسون^۲ [۲۷] انتخاب شده است. بدین ترتیب نسبت جرم سیلندر $m / (\rho D^2) = 1/88$ ، فاکتور میرایی $\xi = 5/42 \times 10^{-3}$ و سرعت کاهش یافته $U / (f_n D) = 10-15$ در نظر گرفته شده که متناسب با تغییر عدد رینولدز از ۱۰,۰۰۰ تا ۱۵,۰۰۰ می‌باشد. بر این اساس با توجه به قطر سیلندر ($D = 0.04 m$) و سرعت جریان آزاد در رینولدز ۱۰,۰۰۰ ($U = 0.2505 m/s$) مقدار فرکانس طبیعی سیلندر باید برابر با $f_n = 0.62625 Hz$ در نظر گرفته شود. به همین ترتیب مقدار فرکانس طبیعی برای دیگر رینولدزها نیز تنظیم شده است.

در این بخش ارتعاش سیلندر تنها در جهت عمود بر جریان (جهت y) در نظر گرفته شده است. در شکل ۷ حداکثر دامنه بدون بعد ارتعاش در جهت عمود بر جریان بر حسب سرعت کاهش یافته در مقایسه با دیگر کارهای آزمایشگاهی [۲۴] و عددی [۲۸-۲۹] نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نتایج عددی به دست آمده در تحقیق حاضر سازگاری بسیار مناسبی با نتایج دیگر محققین داشته و در رینولدزهای بالاتر از ۱۰,۰۰۰ نیز به نتایج آزمایشگاهی بسیار نزدیک است. همچنین در این شکل نیز دامنه نوسان سیلندر بر حسب مدل هارمونیک که در ادامه شرح داده می‌شود، محاسبه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مدل تحلیلی مذکور توانایی زیادی در محاسبه دامنه نوسان ندارد زیرا در این مدل پارامترهای مربوط به جریان که در محاسبه نیروی برا دخالت دارند به طور ثابت قرار می‌گیرند و سپس جابه‌جایی سیلندر در طول زمان محاسبه می‌شود و این به معنی عدم در نظر گرفتن برهم‌کنش بین سیال و سازه می‌باشد. این در حالی است که در مدل‌های عددی مثل مدل ارائه شده در کار حاضر، معادلات حرکت سازه در هر گام زمانی با میدان جریان حل می‌شوند و تأثیر این حرکت بر نیروهای هیدرودینامیکی در گام بعدی دیده می‌شود. مقایسه ضریب برا سیلندر ساکن با سیلندر مرتعش نشان می‌دهد که دامنه نوسان ضریب برا حدود سه برابر افزایش یافته است. در شکل ۸ جابه‌جایی سیلندر مرتعش بر حسب زمان بدون بعد در سرعت کاهش یافته $U/fD=10$ (رینولدز ۱۰,۰۰۰) با استفاده از مدل هارمونیک و همچنین مدل‌سازی عددی حاضر ارائه شده است. بر اساس مطالعات

آزمایشگاهی [۲۴] دامنه نوسان در این رینولدز به صورت نوسانی و با فرکانس واحد صورت می‌پذیرد که این امر در شکل ۸ به طور دقیق توسط مدل عددی کار حاضر نمایان شده است. مدل هارمونیک مورد استفاده در اشکال ۸-۷ به طور خلاصه به شرح زیر می‌باشد [۳۰]:

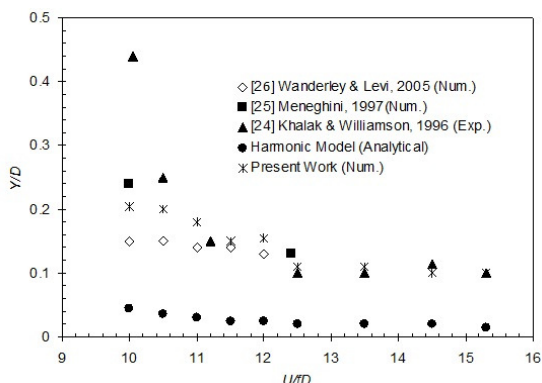
$$m\ddot{y} + 2m\xi w_y \dot{y} + Ky = F_L, \quad (26)$$

$$y/D = F_L / (K \sqrt{[1 - (w_s/w_y)^2]^2 + (2\xi w_s/w_y)^2}), \quad (27)$$

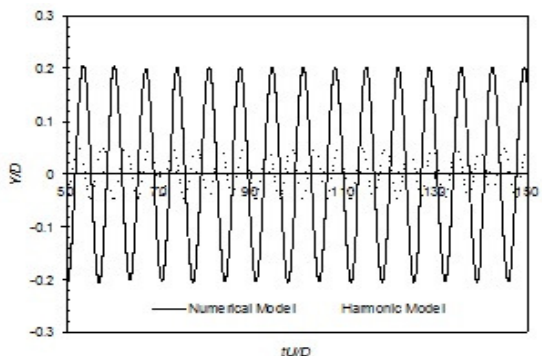
$$F_L = 0.5\rho U^2 DC_L \sin(w_s + \varphi), \quad (28)$$

$$\tan(\varphi) = (2\xi w_s w_y) / (w_s^2 - w_y^2). \quad (29)$$

در روابط فوق، $w_y = 2\pi f_n$ فرکانس طبیعی سازه، $w_s = 2\pi St U/D$ فرکانس طبیعی تولید گردابه که از عدد استروهال به دست می‌آید و ϕ اختلاف فاز می‌باشند. در محاسبه جابه‌جایی سیلندر (y) با استفاده از مدل هارمونیک مقادیر مربوط به محاسبه نیروی برا مثل ضریب برا و فرکانس طبیعی تولید گردابه از حل میدان جریان در اطراف سیلندر مرتعش قرار داده شده تا نتایج به واقعیت نزدیک‌تر باشد.



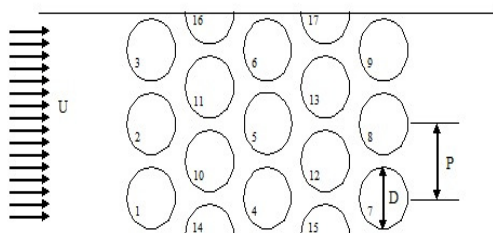
شکل ۷): دامنه بدون بعد ارتعاش در جهت عمود بر جریان بر حسب سرعت کاهش یافته (سیلندر استوانه‌ای متحرک).



شکل ۸): جابه‌جایی سیلندر مرتعش بر حسب زمان بدون بعد در سرعت کاهش یافته $U/fD = 10$ (رینولدز ۱۰,۰۰۰).

1- Khalak
2- Williamson

دقیق مانند شرایط مربوط به حل میدان جریان در اطراف تک سیلندر استوانه‌ای تنظیم شده‌اند. لازم به یادآوری است که در شکل ۱۰ سیلندرها مرتعش برای شبیه‌سازی حالات مختلف، به رنگ خاکستری می‌باشند. مشخصات سیال، دینامیک سازه و شرایط شبیه‌سازی بطور کامل در جدول ۲ خلاصه شده است.



شکل ۹. شماتیک جریان آزاد و چیدمان دسته لوله از نوع مثلثی نرمال، P گام چیدمان، D قطر سیلندرها و نسبت گام به قطر P/D.

جدول (۲): مشخصات سیال، دینامیک سازه و شرایط شبیه‌سازی جریان در دسته لوله.

مشخصات سیال	واحد
ρ	1000 Kg/m^3
μ	0.001002 Kg/m.s
هندسه دسته سیلندر	واحد
D	0.04 M
P/D	۱/۳۲
مشخصات دینامیکی سیلندرها	واحد
m	$3/695 \text{ Kg}$
ξ	۱/۴۸ %
f_n	۶/۶ Hz
δ	۰/۰۹۳
پارامترهای برهم کنش سازه- سیال	واحد
$\frac{m}{\rho D^2}$	۲/۳۱
$\frac{2\pi m \xi}{\rho D^2}$	۰/۲۱۵

۴-۱- موارد مهم در مطالعه ناپایداری الاستیک- سیال
آزمایش‌ها نشان داده که مکانیزم‌های تحریک ارتعاشی متعددی

۴- پیش‌بینی ناپایداری الاستیک - سیال

در این بخش میدان جریان در دسته سیلندرها استوانه‌ای در هفت حالت که در آنها به ترتیب از یک تا هفت سیلندر متحرک وجود دارد، حل گشته و مرز شروع ناپایداری الاستیک- سیال محاسبه شده است. همچنین هر سیلندر متحرک قابلیت ارتعاش در دو جهت عمود بر جریان و در راستای جریان را خواهد داشت. هندسه مسئله و شرایط دینامیکی شبیه‌سازی سازه بر اساس آزمایش‌های صورت گرفته توسط مسکل^۱ و فیتزپاتریک^۲ [۱] تنظیم شده است. البته نتایج ارائه شده توسط آنها فقط مربوط به حالت تک سیلندر متحرک (قابل ارتعاش فقط در جهت عمود بر جریان) می‌باشد و برای سیال هوا انجام شده است. اما در تحقیق حاضر به دلیل اینکه نیروهای وارده از طرف سیال به سازه در آب بسیار بیشتر از هوا بوده، ناپایداری در سرعت‌های کمتری اتفاق می‌افتد، مطالعه جریان آب از اهمیت بالاتری در ناپایداری برخوردار است و سیال عامل در اکثر مبدل‌های حرارتی نیز آب می‌باشد، بنابراین پیش‌بینی ناپایداری الاستیک- سیال برای جریان غیرقابل تراکم آب انجام داده شده است.

شکل ۹ شماتیک دسته لوله مورد مطالعه در چیدمان مثلثی نرمال (۳۰°) را به همراه پارامترهای مربوطه نشان می‌دهد. در شکل ۱۰ نیز هفت حالت مختلف مورد مطالعه از نظر تعداد سیلندرها متحرک نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نوع هندسه با نسبت گام به قطر P/D، مشخص می‌شود که در آن D قطر سیلندرها و P طول گام در دسته لوله می‌باشد. نسبت گام به قطر برای مبدل‌های حرارتی بین ۱/۳ و ۲ است. لازم به توضیح است که دسته لوله با صفحات جانبی نیز محدود شده و این حالت به شرایط واقعی مبدل‌های حرارتی بسیار نزدیک است. در شبیه‌سازی حاضر عدد رینولدز بر حسب قطر سیلندرها و سرعت جریان برابر با ۱۰۰۰ الی ۲۲۰۰۰، قطر سیلندر برابر با $D = 0.04 \text{ m}$ و همچنین نسبت گام به قطر برابر $P/D = 1/32$ انتخاب شده است. تعداد سیلندرها داخل دسته لوله ۱۳ لوله کامل و ۴ عدد نیم‌سیلندر می‌باشند که در معرض جریان عرضی غیردائمی، غیرقابل تراکم، آشفته و لزج قرار دارند. ابعاد شبکه برابر با 80×310 بوده و در ناحیه‌ای که دسته لوله قرار دارد، شبکه به گونه‌ای ریز شده که به طور مساوی تعداد ۲۰ سلول درامتداد قطر هر یک از لوله‌ها قرار می‌گیرد. مشخصات سیال، گام زمانی، شرط همگرایی و سایر شرایط در این بخش به طور

1- Meskell
2- Fitzpatrick

متحرک وجود دارد، از هزینه‌های آزمایشگاهی به شدت می‌کاهد.

نکته بسیار مهم این است که پدیده ناپایداری الاستیک-سیال از جمله مسائلی است که در آن برهم‌کنش بین سازه و سیال به طور ذاتی از نوع غیرخطی است. به عبارت دیگر، ارتباط بین نیروهای دینامیکی سیال و حرکت لوله به طور کامل غیرخطی است، همان‌طور که در بسیاری از مسائل مشابه در شرایط فوق بحرانی، ارتعاش سیکل محدود^۵ نیز وجود دارد [۱].

بر این اساس، به منظور تحلیل دقیق این پدیده می‌بایست که رفتار سازه و سیال به صورت غیرخطی مدل شوند. حل معادلات نیراستوکس به منظور محاسبه نیروهای ناشی از جریان، رفتار غیرخطی سیال را به طور کامل در نظر می‌گیرد. اما به منظور شبیه‌سازی حرکت سازه به طور عمده از معادلات خطی اشاره شده، استفاده می‌شود مگر در مواردی که این اثرات در شرایط خاص از اهمیت بیشتری برخوردار باشد. مهم‌ترین اثرات غیرخطی سازه در پدیده ناپایداری الاستیک-سیال در مبدل‌های حرارتی عبارتند از:

الف- اثرات غیرخطی ناشی از برخورد سیلندرها با بافل‌ها^۶ در مبدل حرارتی و

ب- اثرات غیرخطی ناشی از ارتعاش با دامنه بزرگ.

مطالعات آزمایشگاهی نشان داده که موارد بالا تنها در شرایط خاصی دارای اهمیت بوده و به طور عمده استفاده از مدل خطی برای سازه با نتایج آزمایشگاهی که هدف آن مدل‌سازی ساپورت‌ها نبوده و همچنین تنها آستانه شروع ناپایداری را پیش‌بینی می‌کند، همخوانی بسیار خوب و قابل قبولی دارد. بنابراین الگو و روش انتخابی در تحقیق حاضر دارای منطق مناسبی بوده و به نظر می‌رسد که نتایج مناسبی نیز در بر داشته باشد که در ادامه به آن پرداخته می‌شود. لازم به توضیح است که در روش‌های تحلیلی-آزمایشگاهی، به منظور تحلیل ناپایداری الاستیک-سیال و محاسبه پارامترهای غیرخطی الاستیک-سیال، نیروهای وارده از طرف سیال بر سازه به صورت تابعی غیرخطی از جابه‌جایی و سرعت سازه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$m_s \ddot{y} + C_s \dot{y} + K_s y = -m_a \ddot{y} - ((C_v + C_f) \dot{y} + \beta z^3) - (K_f y + \alpha y^3), \quad (30)$$

که در آن، m_s ، C_s و K_s جرم در واحد طول و ضرایب میرایی و سختی سازه در هوا، m_a جرم افزوده^۷ (برای سیال

در مبدل‌های حرارتی در معرض جریان عرضی وجود دارد که عبارتند از [۳]:

الف- ناپایداری الاستیک-سیال،

ب- ریزش تناوبی گردابه^۱،

ج- تحریک اتفاقی^۲ (ضربه ناشی از آشفتگی^۳) و

د- رزونانس آکوستیک^۴.

همان‌طور که در قبل نیز اشاره شد، ناپایداری الاستیک-سیال از جمله مکانیزم‌های مهم تحریک در دسته سیلندر مبدل‌های حرارتی در معرض جریان عرضی می‌باشد که منجر به ارتعاش با دامنه بالای سیلندرها و در نهایت ویرانی سازه می‌شود. در یک دسته سیلندر استوانه‌ای که در آن یکی از سیلندرها و یا تعدادی از آنها متحرک هستند، افزایش ناگهانی دامنه نوسان سیلندر متحرک در سرعت خاصی از جریان آزاد که سرعت بحرانی نامیده می‌شود، به عنوان ناپایداری الاستیک-سیال تعریف شده است. این پدیده در مبدل‌های حرارتی می‌تواند در مدت زمان کوتاهی باعث آسیب‌های سنگین شود [۳۱].

دو مکانیزم مهم شامل مکانیزم جابه‌جایی و مکانیزم اختلاف فاز در ناپایداری الاستیک-سیال موثر هستند که به ترتیب بیانگر وابستگی نیروهای سیال به جابه‌جایی سیلندر و اختلاف فاز بین نیروهای سیال و جابه‌جایی سیلندر می‌باشند [۳۲]. این دو مکانیزم همواره به طور همزمان وجود دارند ولی مکانیزم اختلاف فاز در دسته سیلندر با یک سیلندر متحرک و مکانیزم جابه‌جایی در دسته سیلندر با چند سیلندر متحرک غالب‌تر هستند. بر اساس مکانیزم جابه‌جایی، اگر یک سیلندر مقداری جابه‌جا شود الگوی جریان تغییر کرده و نیروهای دائمی وارد بر سیلندر تغییر می‌کنند. بنابراین، الگوی جریان در داخل یک دسته سیلندر تابعی از موقعیت سیلندرها^۳ آن نسبت به یکدیگر است و همچنین تغییر در نیروهای وارده از طرف سیال بر سیلندرها، تابعی از جابه‌جایی آنها نسبت به سیلندرها^۴ مجاور است. از آنجایی که جهت تحلیل ناپایداری الاستیک-سیال احتیاج به محاسبه نیروهای جریان در هر گام زمانی است و اگر این تحقیق به روش آزمایشگاهی انجام داده می‌شد احتیاج به تعداد بسیار زیادی داده‌های آزمایشگاهی در هر گام زمانی بود که میزان نیروهای برا و پسا را برای تمام لوله‌ها به دست آورد. بنابراین استفاده از روش‌های مبتنی بر مدل‌سازی عددی به خصوص برای حالتی که چندین سیلندر

1- Periodic Vortex Shedding

2- Random Excitation

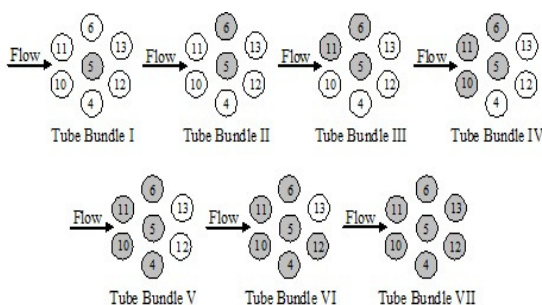
3- Turbulance Buffeting

4- Acoustic Resonance

5- Limit-cycle Oscillation

6- Baffles

7- Added Mass



شکل (۱۰): دسته سیلندرهای مورد مطالعه از نظر متحرک بودن (سیلندرهای خاکستری متحرک و سیلندرهای سفید، صلب می‌باشند).

۴-۲- اعتبارسنجی جریان در دسته سیلندر

در ادامه نتایج حاصل از حل عددی میدان جریان و معادله حرکت سازه در دسته سیلندر استوانه‌ای مورد بررسی (شکل ۹) با یک سیلندر متحرک (شماره ۵) ارائه شده است. لازم به توضیح است که در دسته سیلندر مذکور تنها سیلندر شماره ۵ متحرک بوده و قابلیت ارتعاش در راستای عمود بر جریان (محور y) را دارد و در جهت جریان (محور x) معادلات حرکت برای آن حل نشده است. این شرایط به طور دقیق همان شرایط آزمایش‌های صورت گرفته توسط مسکل و فیتزپاتریک [۱] می‌باشد.

در این بخش، حل مسئله را در سرعت‌های مختلف جریان انجام و دامنه نوسان سیلندر مرتعش به ازای هر کدام از سرعت‌های جریان آزاد محاسبه شده تا بدین ترتیب بتوان مرز شروع ناپایداری یعنی سرعتی از جریان را که در آن دامنه نوسان سازه با شیب زیاد شروع به افزایش می‌کند محاسبه شود، که به آن سرعت بحرانی گفته می‌شود. در هر مرتبه، اجرای برنامه حل تا جایی ادامه داده می‌شود تا حرکت دائمی سیلندر شکل بگیرد.

در شکل ۱۱ مجذور متوسط مربعات^۵ جابه‌جایی سیلندر متحرک بر حسب سرعت جریان آزاد در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی رسم شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در سرعت مشخصی از جریان، جابه‌جایی سیلندر دارای افزایش با شیب سریع بوده که این امر نشان دهنده شروع ناپایداری الاستیک-سیال است. نکته قابل توجه این است که مقایسه تحقیق حاضر با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد که مقداری تفاوت در پیش‌بینی مرز شروع ناپایداری وجود دارد، به طوری که بر اساس نتایج آزمایشگاهی مذکور سرعت بحرانی ۴/۱ متر بر ثانیه و بر اساس کار عددی حاضر ۳/۲ متر بر ثانیه

هوا ناچیز و برای آب قابل توجه است)، $(C_v + C_f)$ ضریب خطی میرایی افزوده^۱، β ضریب غیرخطی میرایی افزوده^۲، K_f ضریب خطی سختی افزوده^۳ و α ضریب غیرخطی سختی افزوده^۴ می‌باشند. ضرایب مذکور به عنوان پارامترهای الاستیک-سیال شناخته شده و به صورت آزمایشگاهی تعیین می‌شوند. اما هنگامی که از روش‌های عددی استفاده می‌شود (مانند تحقیق حاضر) کل ترم‌های سمت راست رابطه (۳۰) با نیروی برا (و یا پسا برای راستای x) جایگزین می‌شود (روابط ۸ و ۹).

از دیگر موارد مهم، تعداد سیلندرهای متحرک موجود در دسته سیلندر است. آزمایش‌ها نشان داده که تعداد سیلندرهای متحرک تأثیر قابل توجهی در مرز شروع ناپایداری دارد. به طور کلی، پایداری تک سیلندر متحرک که توسط سایر سیلندرهای صلب محیط شده است، نسبت به سیلندر متحرکی که سیلندرهای مجاور آن نیز متحرک هستند، بیشتر است [۳۳]. هدف از مدل‌سازی‌های صورت گرفته در این بخش، بررسی همین موضوع و محاسبه سرعت بحرانی جریان در مرز شروع ناپایداری برای هفت حالت اشاره شده در دسته سیلندر مورد بررسی است. لازم به توضیح است که تاکنون چنین مطالعه‌ای چه به صورت آزمایشگاهی و چه به صورت عددی، در دسته سیلندر مورد نظر صورت نگرفته است.

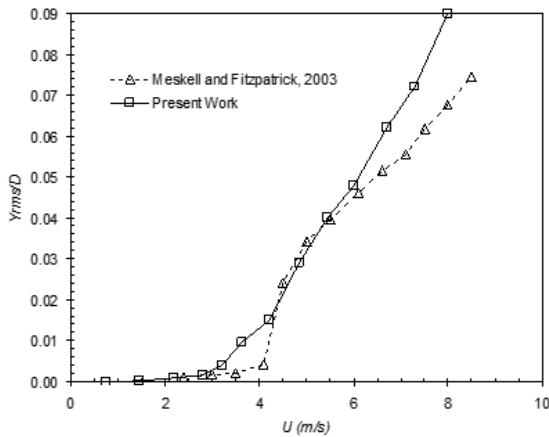
آزمایش‌ها نشان می‌دهد در هنگامی که لوله‌های دسته سیلندر همگی متحرک هستند مکانیزم کنترل ناپایداری الاستیک-سیال، مکانیزم کنترل سختی است. یعنی افزایش سختی می‌تواند باعث تأخیر در وقوع ناپایداری شود (مکانیزم غالب، مکانیزم جابه‌جایی است). در صورتی که تنها یک سیلندر متحرک وجود داشته باشد آنگاه مکانیزم کنترل ناپایداری، مکانیزم میرایی است و افزایش میرایی می‌تواند ناپایداری را به تأخیر اندازد (مکانیزم غالب، مکانیزم اختلاف فاز است) [۱]. لازم به ذکر است که تأثیر افزایش میرایی بر ناپایداری در این تحقیق بررسی نشده اما می‌توان آن را در تحقیقی جداگانه با تغییر میرایی و سختی سازه در حالت‌های مختلف، مورد بررسی و تحلیل قرار داد.

در ادامه نتایج حاصل از حل عددی میدان جریان و معادله حرکت سازه در دسته سیلندر استوانه‌ای مورد بررسی (شکل ۹) برای حالت‌های مختلف (شکل ۱۰) ارائه شده است.

- 1- Linear Added Damping
- 2- Cubic Non-linear Added Damping
- 3- Linear Added Stiffness
- 4- Cubic Non-linear Added Stiffness

5- Root Mean Square (R.M.S.)

داده و دامنه نوسان سیلندر مرتعش به ازای هر کدام از سرعت‌های جریان آزاد محاسبه نموده تا بدین ترتیب بتوان مرز شروع ناپایداری یعنی سرعتی از جریان را که در آن، دامنه نوسان سازه با شیب زیاد شروع به افزایش می‌کند محاسبه شود. این سرعت در ادبیات سرعت بحرانی نامیده می‌شود. همچنین در هر بار اجرای برنامه، حل تا جایی ادامه داده شده که حرکت دائمی سیلندر شکل بگیرد.



شکل (۱۱): مجذور متوسط مربعات جابه‌جایی سیلندر انعطاف‌پذیر برحسب سرعت جریان آزاد برای دسته لوله در چیدمان مثلثی نرمال ($P/D=1/32$).

در شکل‌های ۱۲-۱۸ دامنه نوسان در جهت x و y برای سیلندره‌های متحرک (حالات I تا ۷ در شکل ۱۰ از دسته سیلندر شکل ۹) به ازای مقادیر مختلف سرعت جریان آزاد نشان داده شده‌اند. بررسی الگوی به دست آمده برای تک سیلندر استوانه‌ای در شکل ۱۲ نشان می‌دهد که مطابقت بسیار مناسب و قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی مرجع [۱] دارد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، دامنه نوسان در جهت عمود بر جریان، بزرگ‌تر از دامنه نوسان در راستای جریان می‌باشد.

در شکل ۱۳ نیز ملاحظه می‌شود که دامنه نوسان در جهت برآ، برای هر دو سیلندر متحرک بزرگ‌تر از دامنه نوسان در جهت پسا بوده و دامنه‌های نوسان برای سیلندر شماره پنج از سیلندر شماره شش بزرگ‌تر است. دامنه‌های نشان داده شده در این شکل دارای الگوی افزایشی یکسانی نسبت به سرعت جریان آزاد می‌باشند. بر اساس دیاگرام‌های به دست آمده می‌توان سه رژیم جریان را تعریف نمود. در محدوده ابتدایی دامنه نوسان با شیب ملایم نسبت به سرعت جریان آزاد افزایش

برآورد شده است. همچنین در سرعت‌های فوق بحرانی، میزان دامنه نوسان بیش از مقدار آزمایشگاهی به دست آمده که می‌توان آن را مربوط به آشکار شدن تأثیرات غیرخطی سازه در دامنه‌های بزرگ ارتعاش دانست. با این وجود، به طور کلی نتایج کار حاضر تطابق مناسب و قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی نشان داده است.

همان‌طور که ملاحظه شد، سرعت بحرانی تحقیق حاضر کمتر از مقدار واقعی برآورد شده که البته در راستای افزایش ضریب اطمینان در برآورد این سرعت و طراحی مبدل‌های حرارتی است. نکته دیگر اینکه این موضوع برای دیگر روش‌های عددی (مبتنی بر سایر مدل‌های آشفتگی) نیز صادق بوده و اکثر روش‌های عددی، وقوع ناپایداری را زودتر از شرایط واقعی پیش‌بینی می‌نمایند [۱۰].

به منظور تحقیق بیشتر در دقت نتایج، لازم است تا سرعت کاهش یافته شکاف^۱ در آستانه شروع ناپایداری محاسبه شود. بر اساس پیشنهاد چن [۷] می‌توان سرعت کاهش یافته شکاف را برای انواع هندسه با نسبت گام به قطر مختلف به صورت زیر محاسبه نمود:

$$V_r = \left(\frac{P}{P-D}\right)\left(\frac{U}{f_n D}\right)\left(\frac{1}{2.105(P/D-0.9)}\right). \quad (31)$$

محاسبه سرعت بحرانی کاهش یافته شکاف برای مطالعه آزمایشگاهی مرجع [۱] با استفاده از رابطه (۳۱) مقدار $74/4$ را به دست آورد است و این در حالی است که در تحقیق حاضر با استفاده از نتایج به دست آمده شده، میزان سرعت شکاف معادل $5/91$ برابر سرعت جریان آزاد بوده که در این صورت با استفاده از رابطه $(V_r = U_{gap} / f_n D)$ ، سرعت بحرانی کاهش یافته شکاف معادل $6/71$ محاسبه شده که بیانگر خطای قابل قبول $3/9\%$ نسبت به شرایط آزمایشگاهی است.

از دیگر موارد قابل تأمل در شکل ۱۱، رفتار انحنادار دامنه نوسان سازه بر حسب سرعت جریان آزاد است که خود می‌تواند بیانگر غیرخطی بوده اثرات الاستیک-سیال باشد. این بدین معنی است که بین حرکت سیلندر و نیروهای ناشی از جریان رابطه‌ای غیرخطی وجود دارد. این اثرات در دامنه‌های پایین ارتعاش چندان قابل توجه نبوده ولیکن در دامنه‌های بالای ارتعاش خود را به وضوح نشان داده است.

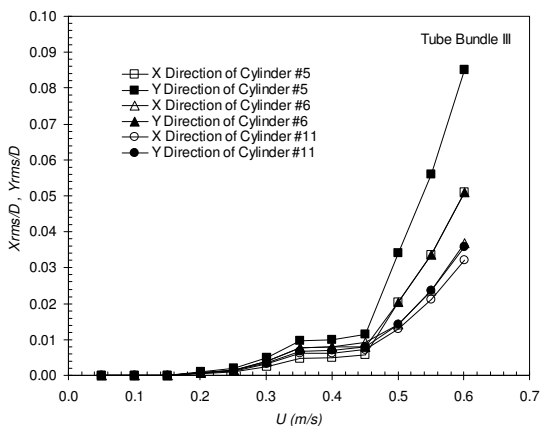
۴-۳- دامنه ارتعاش سیلندرها

در این بخش، حل مسئله را در سرعت‌های مختلف جریان انجام

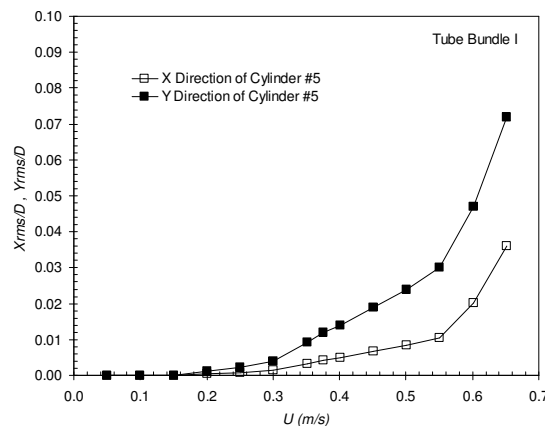
نسبت به محور گذرنده از مرکز سیلندره‌های شماره دو، پنج و هشت است. در این چیدمان، سیلندر شماره پنج در دنباله سیلندره‌های ده و یازده قرار گرفته و نسبت به آنها دارای دامنه نوسان بالاتری است.

نکته قابل توجه، بالا بودن دامنه نوسان در جهت پسا به خصوص برای سیلندره‌های شماره ده و یازده می‌باشد.

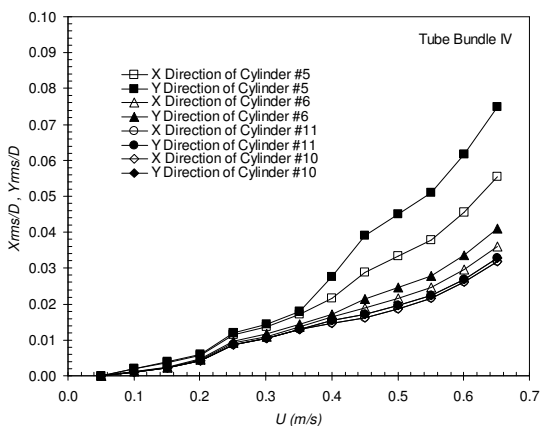
می‌یابد. پس از آن ناحیه‌ای ملاحظه می‌شود که دامنه نوسان افزایش چندانی با سرعت نشان نمی‌دهد. در نهایت ناحیه‌ای وجود دارد ($U \geq 1.50 \text{ m/s}$) که پس از آن دامنه نوسان به سرعت و همگام با افزایش سرعت، افزایش می‌یابد. این شیب ناگهانی در افزایش دامنه نوسان سیلندر نشان دهنده شروع ناپایداری الاستیک- سیال می‌باشد.



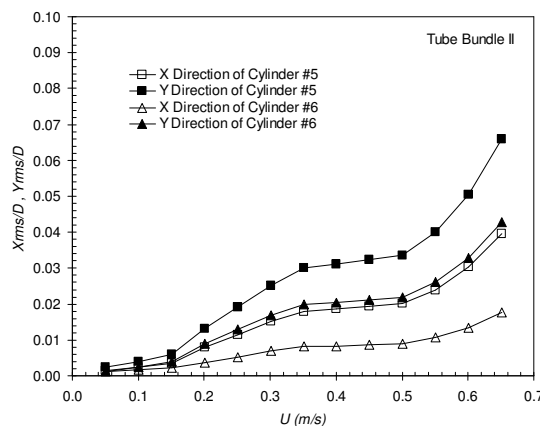
شکل (۱۴): دامنه نوسان در جهت x و y برای حالت سه سیلندر متحرک (دسته سیلندر ۳).



شکل (۱۲): دامنه نوسان در جهت x و y برای حالت تک سیلندر متحرک (دسته سیلندر ۱).



شکل (۱۵): دامنه نوسان در جهت x و y برای حالت چهار سیلندر متحرک (دسته سیلندر ۴).



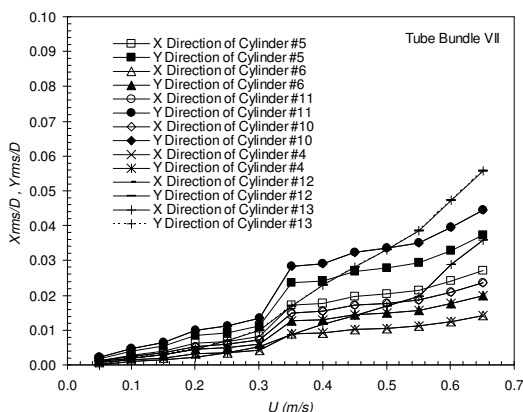
شکل (۱۳): دامنه نوسان در جهت x و y برای حالت دو سیلندر متحرک (دسته سیلندر ۲).

هنگامی که سرعت جریان آزاد از مقدار 0.38 افزایش می‌یابد، سیلندر شماره پنج افزایش قابل توجهی در دامنه نوسان خود در هر دو جهت برا و پسا نشان می‌دهد. بررسی و مطالعه شکل ۱۶ برای دسته سیلندر شماره ۵ نشان می‌دهد که الگوی تغییر دامنه نوسان در این حالت با الگوی دسته سیلندر شماره ۳ مشابه است. بیشترین دامنه نوسان همچنان مربوط به سیلندر شماره پنج بوده و پاسخ ارتعاشی سیلندر چهار با شش و سیلندر ده با یازده به دلیل تقارن، یکسان به دست آمده‌اند.

در شکل ۱۴ ملاحظه می‌شود که الگوی به نسبت یکسانی با حالت قبل اتفاق افتاده با این تفاوت که پس از شروع ناپایداری، شیب شدیدتری در دامنه نوسان مشاهده می‌شود. همچنین در این حالت نیز همچنان سیلندر شماره پنج دارای حداکثر دامنه نوسان در راستای نیروی برا می‌باشد.

برای دسته سیلندر با چهار سیلندر متحرک، در شکل ۱۵ ملاحظه می‌شود که پاسخ ارتعاشی برای سیلندره‌های شماره ده و یازده تقریباً یکسان است. این امر به دلیل تقارن جریان

بیشتر این موضوع، یافته‌های پایدوسیس^۳ [۳۱] می‌باشد. وی نشان داده که در رآکتورهای هسته‌ای، ناپایداری الاستیک-سیال در ردیف‌های جلویی به جز ردیف اول بحرانی‌تر است. لازم به یادآوری است که به صورت عددی نشان داده شده که چند سیلندر متحرک می‌توانند ناپایداری الاستیک-سیال را با دامنه بالای نوسان تجربه نمایند، در حالی که یک تک سیلندر استوانه‌ای، تنها ارتعاش ناشی از ریزش گردابه را در محدوده خاصی از سرعت‌های جریان تجربه می‌نماید.



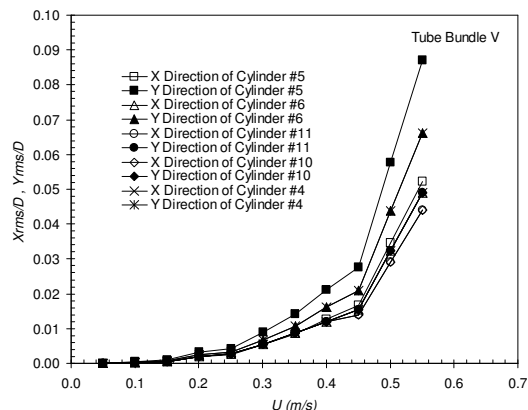
شکل (۱۸): دامنه نوسان در جهت x و y برای حالت هفت سیلندر متحرک (دسته سیلندر ۷).

۴-۴- سرعت بحرانی جریان برای شروع ناپایداری الاستیک-سیال

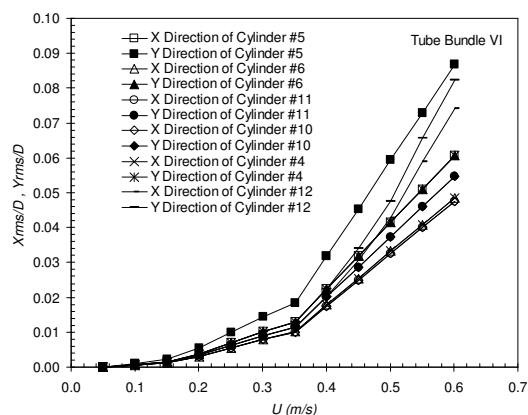
سرعت بحرانی برای شروع ناپایداری الاستیک-سیال در دسته سیلندره‌های استوانه‌ای را می‌توان با استفاده از پاسخ ارتعاشی سیلندرها محاسبه نمود. دامنه ارتعاش A_{rms} ، به صورت مجذور متوسط مربعات جابه‌جایی سیلندر در هر دو جهت x و y به صورت $A_{rms} = \sqrt{X_{rms}^2 + Y_{rms}^2}$ تعریف می‌شود. در این بخش، دامنه بدون بعد نوسان A_{rms}/D را برحسب سرعت کاهش یافته $U/f_n D$ رسم نموده و سرعت بحرانی را، مرز افزایش ناگهانی دامنه نوسان سیلندر و یا به عبارتی تغییر شدید شیب منحنی دامنه بدون بعد نوسان، بر حسب سرعت کاهش یافته تعریف شده است.

به منظور تحقیق میزان تأثیر متحرک بودن سیلندره‌های مجاور در سرعت بحرانی سیلندر مرکزی (سیلندر شماره پنج)، کلیه پاسخ‌های ارتعاشی این سیلندر در هفت دسته سیلندر مورد مطالعه در شکل ۱۹ رسم شده است. از موارد قابل تأمل

موارد اشاره شده برای سیلندر شماره ۶ در شکل ۱۷ به طور مشابه قابل مشاهده می‌باشد، با این تفاوت که در این حالت دامنه نوسان سیلندر شماره دوازده که در پایین دست میدان واقع شده است بسیار قابل توجه می‌باشد. علت این امر به نوعی به دلیل واقع شدن این سیلندر در دنباله سیلندره‌های بالادستی است.



شکل (۱۶): دامنه نوسان در جهت x و y برای حالت پنج سیلندر متحرک (دسته سیلندر ۵).



شکل (۱۷): دامنه نوسان در جهت x و y برای حالت شش سیلندر متحرک (دسته سیلندر ۶).

برای دسته سیلندر شماره ۷ در ردیف پایانی (شکل ۱۸)، سیلندره‌های شماره دوازده و سیزده در سرعت‌های بالای جریان دارای دامنه نوسان قابل توجهی نسبت به سایر سیلندرها دارا می‌باشند. این پدیده توسط ویور^۱ و الکشلان^۲ [۳۲] نیز مشاهده شده است. آنها به این نتیجه رسیده‌اند که ردیف پایانی (ردیف سوم) از نظر ناپایداری الاستیک-سیال بحرانی است. تأیید

3- Paidoussis

1- Weaver
2- El-Kashlan

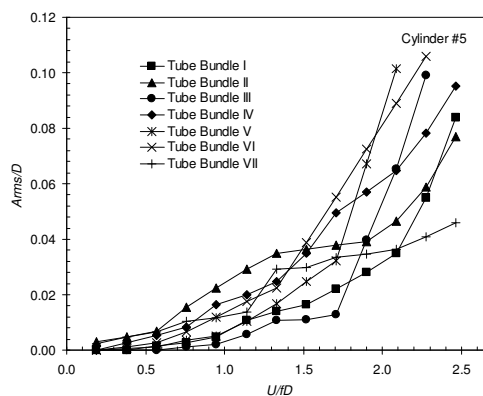
برای سیلندر مرکزی، با متحرک شدن سیلندرهاى بالادستی کاهش می‌یابد. این امر بدین معنی است که متحرک بودن سیلندرهاى بالادستی، باعث ایجاد کوپلینگ بهتر و افزایش دامنه نوسان سیلندر مرکزی شده است. مقایسه نتایج دسته سیلندرهاى ۴-۷ نیز نشان می‌دهد که متحرک بودن سیلندرهاى پایین دستی، تأثیر کمتری در سرعت بحرانی کاهش یافته برای سیلندر مرکزی دارند. نتایج عددی به دست آمده در این تحقیق، سازگاری کاملی با نتایج آزمایش‌های صورت گرفته توسط ویور و الکشلان [۳۲] و لین^۱ و یو^۲ [۳۳] دارد. آنها نشان داده‌اند در هنگامی که تعداد سیلندرهاى متحرک افزایش می‌یابد سرعت بحرانی کاهش یافته، کمتر شده و این مقدار برای حالتی که تمامی سیلندرهاى جانبی متحرک هستند، از همه حالات کمتر است. همچنین ایشان نشان داده‌اند که دامنه ارتعاش سیلندر مرکزی در دسته سیلندر ۷ به بزرگی دامنه ارتعاش آن در سایر دسته سیلندرها نیست. در این حالت به دلیل حضور سیلندرهاى پایین دستی، ارتعاش با دامنه بزرگ در این سیلندرها (شماره دوازده و سیزده) اتفاق می‌افتد (شکل ۱۸) نه در سیلندری که احاطه شده است (سیلندر مرکزی- شماره پنج).

۴-۵- مدار ارتعاش سیلندرهاى متحرک

به منظور بررسی بیشتر، مدار ارتعاشی سیلندرهاى متحرک در این بخش مورد ارزیابی قرار گرفته است. مدار حرکتی هر سیلندر را می‌توان با دانستن موقعیت آن در صفحه و در هر گام زمانی به دست آورد. شکل ۲۰ مدار ارتعاشی سیلندر مرکزی (سیلندر شماره پنج) را در دسته سیلندرهاى ۱، ۴ و ۷ در سرعت فوق بحرانی $U/f_n D = 2/3$ و در یک دوره زمانی نمونه نشان می‌دهد. گراف‌های رسم شده، نمایش جابه‌جایی سیلندر در راستای نیروهاى برا و پسا برای بیست سیکل پایانی در مراحل نهایی اجرای گام‌های زمانی برنامه می‌باشند. به طور کلی، مسیر حرکتی نشان داده شده با نتایج آزمایشگاهی تطابق مناسبی دارد.

در شکل ۲۱، مدار ارتعاشی تمام سیلندرهاى متحرک در دسته سیلندر ۷ در سرعت فوق بحرانی $U/f_n D = 2/3$ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تمامی مسیرها به صورت بیضوی می‌باشند. به خصوص برای سیلندرهاى شماره پنج، دوازده و سیزده که دامنه نوسان آنها در راستای نیروی برا غالب است. مطلب بالا سازگاری کاملی با آزمایش‌های صورت

در شکل ۱۹، رفتار انحنادار دامنه نوسان سازه بر حسب سرعت جریان آزاد است که خود می‌تواند بیانگر غیرخطی بودن اثرات الاستیک- سیال باشد. این بدین معنی است که بین حرکت سازه و نیروهای ناشی از جریان، رابطه‌ای غیرخطی وجود دارد. این اثرات در دامنه‌های پایین ارتعاش چندان قابل توجه نبوده ولیکن در دامنه‌های بالای ارتعاش خود را به وضوح نشان داده است. بر اساس پاسخ ارتعاشی سیلندرها، سرعت کاهش یافته بحرانی برای هفت دسته سیلندر مورد مطالعه در جدول ۳ خلاصه شده است.



شکل (۱۹): دامنه بدون بعد نوسان برای سیلندر مرکزی در دسته سیلندرهاى مختلف.

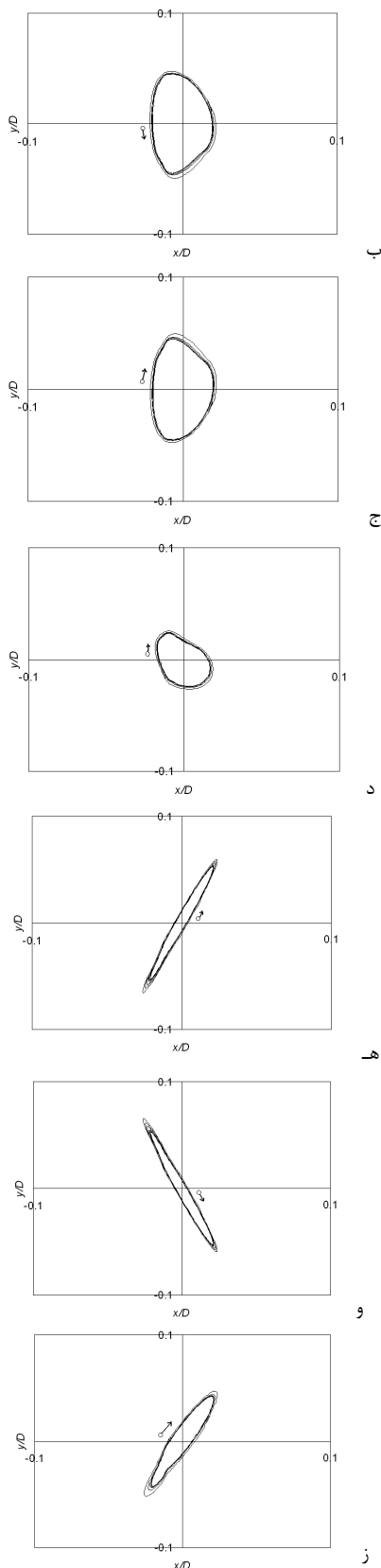
جدول (۳): سرعت بحرانی کاهش یافته برای سیلندر مرکزی در دسته سیلندرهاى مختلف.

چیدمان دسته سیلندر	$V_{r,cr} = \frac{U_{cr}}{fD}$
دسته سیلندر ۱	۲/۰۹
دسته سیلندر ۲	۱/۸۹
دسته سیلندر ۳	۱/۷۱
دسته سیلندر ۴	۱/۳۳
دسته سیلندر ۵	۱/۷۱
دسته سیلندر ۶	۱/۳۳
دسته سیلندر ۷	۱/۱۴

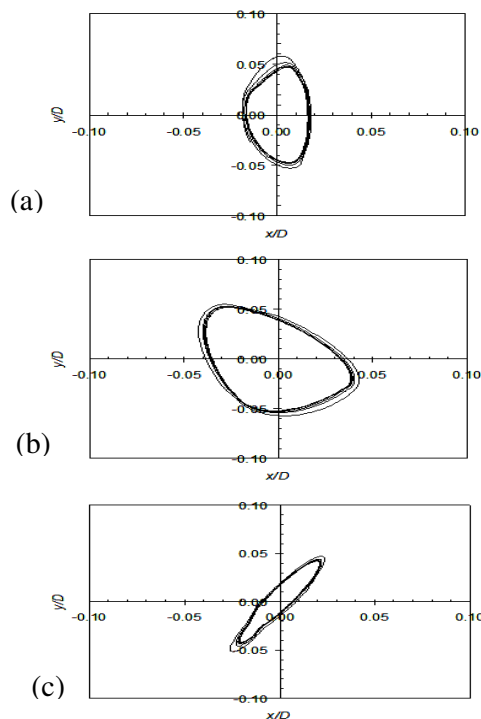
همان‌طور که در جدول ۳ نیز مشهود است، دسته سیلندر کاملاً انطاف‌پذیر شماره ۷، بحرانی‌ترین و دسته سیلندر با یک سیلندر متحرک شماره ۱ مطمئن‌ترین دسته سیلندر از دیدگاه ناپایداری الاستیک- سیال می‌باشند. مقایسه نتایج برای دسته سیلندرهاى ۴-۲ نشان می‌دهد که سرعت بحرانی کاهش یافته

1- Lin
2- Yu

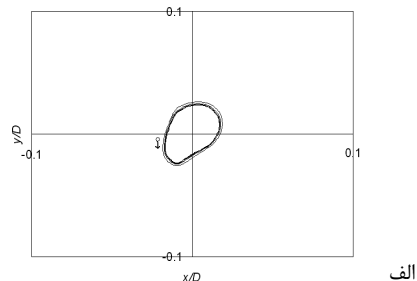
گرفته توسط ویور و گروور^۱ [۳۴] و همچنین تاناکا^۲ و شیمیزو^۳ شیمیزو^۳ دارد. آنها دسته سیلندرهاى استوانه‌ای را در معرض جریان عرضی تست نموده و نشان داده‌اند که در سرعت بحرانی و بالاتر از آن، مدار حرکتی سیلندرها به صورت بیضوی بوده و دامنه حرکت غالب در آنها در راستای عمود بر جهت جریان یعنی در جهت نیروی برا می‌باشد. در شکل ۲۱ جهت ارتعاش سیلندرها (ساعت‌گرد و پادساعت‌گرد) نیز نمایش داده شده است. بدین ترتیب این شکل بیانگر فاز ارتعاشی سیلندرها نیز می‌باشد.



شکل (۲۱): ادامه.



شکل (۲۰): مدار ارتعاشی سیلندر مرکزی در $U/f_n D = 2/3$ (a) دسته سیلندر ۱، (b) دسته سیلندر ۴ و (c) دسته سیلندر ۷.



شکل (۲۱): شکل‌های الف تا ی مدار ارتعاشی سیلندرهاى متحرک به ترتیب شماره ۶، ۱۱، ۱۰، ۴، ۱۲، ۱۳ و ۵ در $U/f_n D = 2/3$ برای دسته سیلندر ۷ می‌باشد.

- 1- Grover
- 2- Tanaka
- 3- Shimizu

- Overview—Part 1: Flow, Damping, Fluidelastic Instability”, J. Fluids and Structures, Vol. 18, No. 5, pp. 469-483, 2003.
4. Pettigrew, M.J. and Taylor, C.E. “Vibration Analysis of Shell-And-Tube Heat Exchangers: An Overview—Part 2: Vibration Response, Fretting-Wear, Guidelines”, J. Fluids and Structures Vol. 18, No. 5, pp. 485–500, 2003.
 5. Schroder, K. and Gelbe, H. “New Design Recommendations for Fluid-Elastic Instability in Heat Exchanger Tube Bundles”, J. Fluids and Structures, Vol. 13, No. 3, pp. 361-379, 1999.
 6. Khushnood, S., Khan, Z.M., Malik, M.A., Koreshi, Z.U., and Anwar Khan, M. “A Review of Heat Exchanger Tube Bundle Vibrations in Two-Phase Cross-Flow”, Nuclear Eng. and Design, Vol. 230, No. 1, pp. 233–251, 2004.
 7. Chen, S.S. “Guidelines for the Instability Flow Velocity of Tube Arrays in Cross-Flow”, J. Sound and Vibration, Vol. 93, No. 3, pp. 439-455, 1984.
 8. Price, S.J. “A Review of Theoretical Models for Fluid-Elastic Instability of Tubes in Cross-Flow”, J. Fluids and Structures, Vol. 9, No.5, pp. 463–518, 1995.
 9. Kassera, V. and Strohmeier, K. “Simulation of Tube Bundle Vibrations Induced by Cross-Flow”, J. Fluids and Structures, Vol. 11, No. 8, pp. 909–928, 1997.
 10. Schroder, K. and Gelbe, H. “Two- and three-dimensional CFD-Simulation of Flow-Induced Vibration Excitation in Tube Bundles”, Chemical Eng. and Proc., Vol. 38, No. 4, pp. 621–629, 1999.
 11. Longatte, E, Bendjeddou, Z., and Souli, M., “Methods for Numerical Study of Tube Bundle Vibrations in Cross-Flows”, J. Fluids and Structures, Vol. 18, No. 5, pp. 513–528, 2003.
 12. Lam, K., Jiang, G.D., Liu, Y., and So, R.M.C. “Simulation of Cross-Flow-Induced Vibration of Cylinder Arrays by Surface Vorticity Method”, J. Fluids and Structures, Vol. 22, No. 8, pp. 1113–1131, 2006.
 13. Sweeney, C. and Meskell, C. “Fast Numerical Simulation of Vortex Shedding in Tube Arrays, Using a Discrete Vortex Method”, J. Fluids and Structures, Vol. 18, No. 5, pp. 501–512, 2003.
 14. Schneider, K. and Farge, M. “Numerical Simulation of the Transient Flow Behavior in Tube Bundles, Using a Volume Penalization Method”, J. Fluids and Structures, Vol. 20, No. 4, pp. 555–566, 2005.
 15. Kevlahan, N.K. and Wadsley, J. “Suppression of Three-dimensional Flow Instabilities in Tube Bundles”, J. Fluids and Structures, Vol. 20, No. 4, pp. 611–620, 2005.
 16. Ghadiri-Dehkordi, B. and Hourri-Jafari, H. “Numerical Simulation of Flow through Tube Bundles in In-Line Square and General Staggered Arrangements”, Int. J. Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, Vol. 19, No. 8, pp.1038–1062, 2009.
 17. Patankar, S.V. “Numerical Heat Transfer and Fluid Flow”, Hemisphere, New York, 1980.

۵- نتیجه گیری

مهم ترین نتایج به دست آمده در این تحقیق، از حل عددی میدان جریان در دسته سیلندر، به شرح ذیل می باشد:

- ۱- اثرات الاستیک- سیال دارای ماهیت کاملاً غیرخطی است. بدین معنی که افزایش دامنه نوسان سیلندر دارای رابطه ای غیرخطی با افزایش سرعت جریان می باشد به گونه ای که این مسئله در دامنه های بالای نوسان بیشتر مشهود است.
- ۲- ارتعاش یک یا چند سیلندر در دسته لوله باعث ایجاد میدان جریان کاملاً نوسانی شده و حتی نیروهای برا و پسا سیلندرها صلب را نیز به صورت نوسانی درمی آورد.
- ۳- به دلیل وجود برهم کنش سازه و سیال در تحریک الاستیک-سیال، نیروهای ناشی از جریان به شدت به جابه جایی و سرعت سازه بستگی دارند.
- ۴- به صورت عددی نشان دادیم که چند سیلندر متحرک می توانند ناپایداری الاستیک- سیال را با دامنه بالای نوسان تجربه نمایند، در حالی که یک تک سیلندر استوانه ای (بدون هیچ سیلندر مجاور) تنها ارتعاش ناشی از ریزش گردابه را در محدوده خاصی از سرعت های جریان تجربه می نماید.
- ۵- به طور کلی دسته سیلندری که دارای یک سیلندر متحرک است نسبت به دسته سیلندری که چندین سیلندر متحرک دارد، از دیدگاه الاستیک-سیال پایدارتر است و ناپایداری در آن در سرعت های بالاتری اتفاق می افتد.
- ۶- هنگامی که سیلندرها باالادستی متحرک باشند، سرعت بحرانی برای سیلندر مرکزی کاهش می یابد و مسئله از دیدگاه الاستیک- سیال ناپایدارتر است. اما هنگامی که سیلندرها پایین دست متحرک می شوند، خیلی در سرعت بحرانی تغییر حاصل نمی شود.
- ۷- عمدتاً دامنه نوسان سیلندرها متحرک در جهت عمود بزرگ تر از دامنه نوسان آنها در راستای جریان است و در سرعت های فوق بحرانی، سیلندرها در مسیر بیضوی ارتعاش می نمایند.

۶- مراجع

1. Meskell, C. and Fitzpatrick, J.A. “Investigation of the Non-linear Behaviour of Damping Controlled Fluid-elastic Instability in a Normal Triangular Tube Array”, J. Fluids and Structures, Vol. 18, No. 5, pp. 573–593, 2003.
2. Paidoussis, M.P. “A Review of Flow-Induced Vibrations in Reactor and Reactor Components”, Nuclear Eng. and Design, Vol. 74, No. 1, pp. 31–60, 1983.
3. Pettigrew, M.J. and Taylor, C.E. “Vibration Analysis of shell-And-Tube Heat Exchangers: An

18. Ye, T., Mittal, R., Udaykumar, H.S., and Shyy, W. "An Accurate Cartesian Grid Method for Viscous Incompressible Flows with Complex Immersed Boundaries", *J. Computational Physics*, Vol. 156, No. 2, pp. 209-240, 1999.
19. Tseng, Y.H. and Ferziger, J.H. "A Ghost-Cell Immersed Boundary Method for Flow in Complex Geometry", *J. Computational Physics*, Vol. 192, No. 2, pp. 593-623, 2003.
20. Houri-Jafari, H. and Ghadiri-Dehkordi, B. "Numerical Prediction of Fluid-Elastic Instability in a Normal Triangular Tube Bundle", *J. Material Eng.*, Vol. 1, No. 2, pp. 9-35, 2012.
21. Houri Jafari, H. and Ghadiri Dehkordi, B. "Numerical Prediction of Fluid-Elastic Instability in Normal Triangular Tube Bundles with Multiple Flexible Circular Cylinders", *Int. J. Fluids Eng.*, Vol. 135, No. 3, pp. 102-116, 2013.
22. Gopalkrishnan, R. "Vortex-Induced Forces on Oscillating Bluff Cylinders", Ph.D. Dissertation, Dep't. of Ocean Eng., MIT, MA, USA, 1993.
23. Zdravkovich, M. "Flow around Circular Cylinders", Vol. 1, Oxford Univ. Press, Oxford, England, 1997.
24. Dong, S.G. and Karniadakis, E. "DNS of Flow Past a Stationary and Oscillating Cylinder at $Re=10,000$ ", *J. Fluids and Structures*, Vol. 20, No. 4, pp. 519-531, 2005.
25. Liaw, K.F. "Simulation of Flow around Bluff Bodies and Bridge Deck Sections Using CFD", Ph.D. Dissertation, School of Civil Eng., Univ. of Nottingham, England, 2005.
26. Ghadiri-Dehkordi, B., Sarvghad-Moghadam, H., and Houri-Jafari, H., "Numerical Simulation of Flow over Two Circular Cylinders in Tandem Arrangement", *Int. J. Hydrodynamics*, Vol. 23, No. 1, pp. 1-12, 2011.
27. Khalak, A. and Williamson, C.H.K. "Dynamics of a Hydroelastic Cylinder with Very Low Mass and Damping", *J. Fluids and Structures*, Vol. 10, No. 5, pp. 455-472, 1996.
28. Meneghini, J.R., Saltara, F., and Bearman, P.W. "Numerical Simulation of Vortex Shedding From an Oscillating Circular Cylinder", In: Anagnostopoulos, P., Carlomagno, G.M., and Brebbia, C.A. (Ed's.), *Computational Methods and Experimental Measurements*. Computational Mech. Publications, Southampton, UK, pp. 409-418, 1997.
29. Wanderley, J.B.V. and Levi, C.A. "Vortex Induced Loads on Marine Risers", *Ocean Eng.*, Vol. 32, No. 11, pp. 1281-1295, 2005.
30. Blevines, R.D. "Flow-Induced Vibration", 2nd Ed., Van Nostrand Reinhold, New York, 1990.
31. Paidoussis, M. "Flow-Induced Vibrations in Nuclear Reactors and Heat Exchangers (Practical Experiences and State of Knowledge)", In: Naudascher, E. and Rockwell, D. (Eds.), *Practical Experiences with Flow-Induced Vibration*. Springer, Berlin, pp. 1-81, 1979.
32. Weaver, D.S. and El-Kashlan, M. "On the Number of Tube Rows Required to Study Cross-Flow Induced Vibrations in Tube Banks", *J. Sound and Vibration*, Vol. 75, No. 2, pp. 265-273, 1981.
33. Lin, T.K. and Yu, M.h. "An Experimental Study on the Cross-Flow Vibration of a Flexible Cylinder in Cylinder Arrays", *Experimental Thermal and Fluid Sci.*, Vol. 29, No. 4, pp. 523-536, 2005.
34. Weaver, D.S. and Grover, L.K. "Cross-Flow Induced Vibrations in a Tube Bank-Turbulent Buffeting and Fluid Lastic Instability", *J. Sound and Vibration*, Vol. 59, No. 2, pp. 277-294, 1978.
35. Tanaka, H., Tanaka, K., and Shimizu, F., "Fluid-Elastic Analysis of Tube Bundle Vibration in Cross-Flow", *J. Fluids and Structures* Vol. 16, No. 1, 93-112, 2002.