

طراحی یک قانون هدایت مقاوم و بهینه جدید براساس فیلتر کالمن توسعه یافته

سید سجاد موسی پور^۲

دانشکده مهندسی، گروه مهندسی برق
دانشگاه شهید چمران اهواز

(تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۹/۲۱؛ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱/۲۳)

سید حمزه موسی پور^۱

دانشکده فنی و مهندسی
دانشگاه اصفهان

چکیده

در این مقاله یک قانون هدایت مقاوم و بهینه جدید برای موشک زمین به هوا در حالت سه بعدی ارائه شده است. قانون هدایت جدید، ترکیبی از قوانین هدایت مد لغزشی و بازگشت به عقب می باشد. در قانون هدایت جدید ضرایبی وجود دارند که باید طراح آن‌ها را تنظیم کند. در این مقاله این ضرایب با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه می شوند. همچنین با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته حالت‌های سیستم تخمین زده می شوند. در پایان این قانون هدایت با قانون هدایت ناوبری تناسبی افزوده مقایسه می شود. نتایج شبیه‌سازی نشان می دهد که قانون هدایت جدید عملکرد بسیار بهتری نسبت به قانون هدایت ناوبری تناسبی افزوده دارد.

واژه‌های کلیدی: مد لغزشی، بازگشت به عقب، ژنتیک، هدایت، موشک، قانون هدایت تناسبی

A Novel Optimal Robust Guidance Law Design Based on Extended Kalman Filter

S.H. Moosapour

Faculty of Engineering
University of Isfahan

(Received: 11/December/2012; Accepted: 12/April/2014)

S.S. Moosapour

Department of Electrical Engineering
Shahid Chamran University of Ahvaz

ABSTRACT

In this paper a novel optimal and robust guidance law for three dimensional missile-target system is proposed based on the extended kalman filter. New guidance law consists of sliding mode and backstepping guidance laws. In this guidance law there are some coefficients that must be adjusted. These coefficients are adjusted using Genetic Algorithm (GA). Also system states are estimated by using of Continues Extended Kalman Filter (CEKF). Finally, proposed guidance law is compared with Augmented Proportional Navigation Guidance (APNG) law. Simulation results show that proposed guidance law is better than APNG law.

Keywords: Sliding Mode, Backstepping, Genetic, Guidance, Augmented Proportional Navigation

۱- دانشجوی دکتری: s.h.moosapour@gmail.com

۲- استادیار (نویسنده پاسخگو): s.moosapour@scu.ac.ir

۱- مقدمه

فرض بر آنکه بتوان این پارامترها را تنظیم کرد اما هیچ وقت نمی‌توان گفت این پارامترها دقیقاً به صورت بهینه انتخاب شده‌اند. برای رفع این مشکل از یک الگوریتم عددی که در اینجا الگوریتم ژنتیک^۵ است استفاده شده و پارامترهای کنترل‌کننده پیشنهادی بهینه شده‌اند.

در مقالاتی که بر روی سیستم موشک و هدف کار شده است، غالباً فقط قانون هدایت طراحی شده است و فرض شده است تمامی حالت‌های سیستم در اختیار است. اما در یک سیستم واقعی هیچ‌گاه نمی‌توان برای تمام حالت‌ها از حسگرهای مربوط به آنها استفاده کرد زیرا: الف) قرار دادن سنسور برای هر کدام از حالت‌ها ممکن است بسیار گران تمام شود. ب) ممکن است نتوان تمامی حالت‌ها را اندازه‌گیری کرد، چون امکان دارد همه حالت‌ها از نظر فیزیکی معنی نداشته باشند.

در این مقاله، علاوه بر طراحی قانون هدایت جدید، از یک تخمین‌گر غیرخطی نیز برای تخمین حالت‌ها استفاده شده است. تخمین‌گر مورد استفاده در این مقاله فیلتر کالمن توسعه یافته می‌باشد. با فرض اینکه تنها یکی از حالت‌های سیستم یعنی فاصله بین موشک و هدف اندازه‌گیری می‌شود، بقیه حالت‌های سیستم با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده می‌شوند.

این مقاله به صورت زیر مرتب شده است: در بخش بعدی روش بازگشت به عقب توضیح داده خواهد شد. روش کنترل مد لغزشی در بخش ۳ توضیح داده خواهد شد. در بخش ۴ دو روش بازگشت به عقب و مد لغزشی با هم ترکیب می‌شوند و قانون هدایت جدید پیشنهاد خواهد شد. الگوریتم ژنتیک برای بهبود ضرایب قانون هدایت جدید در بخش ۵ توضیح داده خواهد شد. در بخش ۶ قانون هدایت پیشنهادی بهینه شده برای موشک سه بعدی طراحی می‌شود. در بخش ۷ فیلتر کالمن توسعه یافته توضیح داده خواهد شد. و سرانجام در بخش آخر نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌شوند.

۲- روش بازگشت به عقب

در این روش معادلات سیستم را به دو یا چند دسته تقسیم می‌کنند، سپس از دسته معادلاتی که شامل ورودی کنترلی نمی‌باشد طراحی آغاز می‌شود و این دسته معادلات پایدار می‌شوند، پس از آن دسته معادلاتی که شامل ورودی هستند پایدار می‌شوند.

سیستم زیر را در نظر بگیرید [۱۴]:

تحقیقات بسیار زیادی برای کنترل سیستم موشک و هدف با مشخصات غیرخطی بالا و با استفاده از روش‌های کنترل غیرخطی انجام شده است [۵-۱]. یکی از روش‌های فیدبک غیرخطی برای کنترل سیستم‌های غیرخطی، روش طراحی بازگشت به عقب^۱ می‌باشد. این روش بر اساس تئوری لیاپانوف و توانایی حل سیستم‌های غیرخطی پیچیده می‌باشد. روش بازگشت به عقب یک روش قاعده‌مند می‌باشد به این ترتیب که: این روش شامل تعیین سیگنال کنترل بر اساس تابع لیاپانوف^۲ مجازی و به دست آوردن قانون کنترل واقعی در گام آخر می‌باشد. با این مشخصه، روش بازگشت به عقب در طراحی سیستم‌های بسیار غیرخطی دارای انعطاف بالا خواهد بود. در دهه اخیر، تئوری بازگشت به عقب به طور گسترده برای حل مسائل پایدارسازی گذرا در سیستم‌های موشک و پرواز استفاده شده است [۸-۶].

روش مد لغزشی^۳ یک روش مقاوم دیگر برای کنترل سیستم‌های نامعین و غیرخطی است که سیستم را نسبت به نامعینی‌ها در سطح سوئیچینگ غیرحساس می‌کند [۳-۹]. اساس مد لغزشی شامل دو مرحله است: ابتدا، یک سطح سوئیچینگ^۴ طوری طراحی می‌شود که مشخصه‌های مطلوب سیستم را برآورده سازد. سپس، یک جزء ناپیوسته طوری طراحی می‌شود که مسیرهای سیستم در یک زمان محدود به سطح سوئیچینگ برسند. روش مد لغزشی دارای چندین ویژگی می‌باشد: اولین ویژگی پاسخ سریع و کارایی گذاری خوب می‌باشد. دومین ویژگی مقاوم بودن در برابر نامعینی‌های سیستم است و سومین ویژگی امکان پایدارسازی سیستم‌های غیرخطی پیچیده‌ای می‌باشد که به راحتی نمی‌توان با قوانین فیدبک حالت پیوسته آنها را پایدار نمود.

در این مقاله سعی بر آن شده است تا با استفاده از دو روش کنترل بازگشت به عقب و کنترل مد لغزشی، کنترل‌کننده مقاوم جدیدی طراحی شود. با این کار ویژگی‌های مطلوب هر دو روش را می‌توان در کنترل‌کننده پیشنهادی گرد هم آورد. همچنین همان‌طور که می‌دانیم در همه کنترل‌کننده‌های تحلیلی همانند کنترل‌کننده‌های بازگشت به عقب، مد لغزشی، بازطراحی لیاپانوف، خطی‌سازی با فیدبک و... ضرایبی ثابت وجود دارند که در تنظیم آنها دو مشکل بزرگ وجود دارد: اول آنکه تنظیم آنها کاری طاقت‌فرسا و وقت‌گیر است دوم آنکه

1- Backstepping Guidance (BSG)
2- Lyapunov Function
3- Sliding Mode Control (SMC)
4- Switching Surface

5- Genetic Algorithm

$$u = \frac{1}{g_a} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \eta} (f + g\zeta) - \frac{\partial V}{\partial \eta} g - f_a - k(\zeta - \phi)^2 \right] \quad (9)$$

که در آن، $k > 0$ است و استفاده از (۵) نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}_a \leq -c \|\eta\|_2^2 + 2\alpha_6 \|\eta\|_2 |\zeta - \phi| - (k - \alpha_3)(\zeta - \phi)^2$$

$$= \begin{bmatrix} \|\eta\|_2 \\ |\zeta - \phi| \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} c & -\alpha_6 \\ -\alpha_6 & (k - \alpha_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\eta\|_2 \\ |\zeta - \phi| \end{bmatrix}$$

که α_6 مقداری غیر منفی است. با انتخاب:

$$k > \alpha_3 + \frac{\alpha_6^2}{c} \quad (10)$$

نتیجه می‌شود:

$$\dot{V}_a \leq -\sigma [\|\eta\|_2^2 + |\zeta - \phi|^2]$$

که σ مقداری مثبت می‌باشد، بدین ترتیب برهان لم ذیل کامل شده است:

لم: سیستم (۱) و (۲) را در نظر بگیرید و فرض کنید عدم قطعیت در نامساوی‌های (۳) و (۴) صدق می‌کند؛ ضمناً فرض نمایم کنترل فیدبک حالت پایدار ساز $\phi(\eta)$ و $V(\eta)$ نیز تابع لیاپانوفی باشد که به ترتیب در روابط (۷) و (۵) صدق می‌کنند، در این صورت کنترل فیدبک حالت (۹) با این شرط که k به اندازه کافی بزرگ است، مبدا سیستم (۱) و (۲) را پایدار می‌سازد؛ علاوه بر این اگر همه فرضیات به‌طور جامع برآورده شوند و تابع لیاپانوف $V(\eta)$ نیز بی کران شعاعی باشد آنگاه مبدا پایدار مجانبی خواهد بود.

۳- کنترل کننده مد لغزشی

قانون هدایت مد لغزشی در برابر اغتشاشات، تغییر پارامترها و همچنین نویز مقاوم می‌باشد. اساس این روش به این صورت است که ابتدا یک سطح لغزش تعریف می‌شود که این سطح لغزش از مبدا می‌گذرد. سپس حالت‌ها از نقطه‌ای در فضا شروع به حرکت به سمت سطح لغزش می‌کنند (فاز رسیدن یا فاز رسش) سپس این حالت‌ها بر روی سطح لغزش به سمت مبدا می‌لغزند (فاز لغزش). حال اگر نخواهیم به مبدا حرکت کنیم به نقطه مطلوب که بر روی سطح لغزش است حرکت می‌کنیم [۱۵].

سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} = f(x) + bu + \delta(x) \quad (11)$$

که در آن، $\delta(x)$ اغتشاش می‌باشد؛ و همان‌طور که ملاحظه می‌شود، می‌تواند تابعی از حالت‌های سیستم باشد. فرض می‌شود که:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\zeta + \delta_\eta(\eta, \zeta) \quad (1)$$

$$\dot{\zeta} = f_a(\eta, \zeta) + g_a(\eta, \zeta)u + \delta_\zeta(\eta, \zeta) \quad (2)$$

که در ناحیه $D \subset R^{n+1}$ ، که شامل مبدا ($\eta = 0, \zeta = 0$) می‌باشد، تعریف شده است. فرض کنید $g_a(\eta, \zeta)$ مخالف صفر و سایر توابع نیز به ازای جمیع مقادیر $(\eta, \zeta) \in D$ هموار باشند. ضمناً فرض می‌شود f, g, f_a, g_a معلوم و δ_η و δ_ζ نیز جملات عدم قطعیت باشند؛ همچنین فرض می‌شود f و f_a در مبدا صفر شوند و جملات عدم قطعیت نیز به ازای جمیع مقادیر $(\eta, \zeta) \in D$ در نامساوی‌های ذیل صدق نمایند:

$$\|\delta_\eta(\eta, \zeta)\|_2 \leq \alpha_1 \|\eta\|_2 \quad (3)$$

$$\|\delta_\zeta(\eta, \zeta)\|_2 \leq \alpha_2 \|\eta\|_2 + \alpha_3 \quad (4)$$

نامساوی (۳) عدم قطعیت مربوطه را محدود می‌کند، زیرا طبق آن باید کران بالای $\delta_\eta(\eta, \zeta)$ فقط به η وابسته باشد. صرف نظر از این نکته، شرط فوق کمتر از شرط توافق، که طبق آن باید δ_η برابر با صفر باشد، محدودکننده است. اکنون با آغاز از سیستم (۱)، به دنبال یافتن قانون کنترل فیدبک حالت پایدار ساز به شکل $\zeta = \phi(\eta)$ و با شرط $\phi(0) = 0$ و نیز تابع لیاپانوف $V(\eta)$ هستیم به طوری که به ازای $\forall (\eta, \zeta) \in D$ و ثابت مثبت c ، رابطه زیر برقرار باشد:

$$\frac{\partial V}{\partial \eta} [f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_\eta(\eta, \zeta)] \leq -c \|\eta\|_2^2 \quad (5)$$

نامساوی (۵) نشان می‌دهد $\eta = 0$ نقطه تعادل پایدار مجانبی سیستم زیر است:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_\eta(\eta, \zeta) \quad (6)$$

حال فرض کنید $\phi(\eta)$ روی D در نامعادلات ذیل صدق کند:

$$|\phi(\eta)| \leq \alpha_4 \|\eta\|_2, \quad \left\| \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right\| \leq \alpha_5 \quad (7)$$

نامزد تابع لیاپانوف به صورت زیر فرض می‌شود:

$$V_a(\eta, \zeta) = V(\eta) + \frac{1}{2} [\zeta - \phi(\eta)]^2 \quad (8)$$

در این صورت مشتق V_a در امتداد مسیره‌های حالت (۱) و (۲) عبارت است از:

$$\dot{V}_a = \frac{\partial V}{\partial \eta} (f + g\phi + \delta_\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta} g (\zeta - \phi) + (\zeta - \phi) [f_a + g_a u + \delta_\zeta - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} (f + g\zeta + \delta_\eta)]$$

با انتخاب:

مبدأ صفر شوند و جملات عدم قطعیت نیز به ازای جمیع مقادیر $(\eta, \zeta) \in D$ در نامساوی‌های ذیل صدق نمایند:

$$\|\delta_\zeta(\eta, \zeta)\|_2 \leq d_\zeta \quad (15)$$

$$|\delta_\eta(\eta, \zeta)| \leq d_\eta \quad (16)$$

نامساوی (۱۵) دسته عدم قطعیت‌ها را محدود می‌کند زیرا طبق آن باید $\delta_\eta(\eta, \zeta)$ کران بالایی داشته باشد. صرف نظر از این نکته، شرط فوق کمتر از شرط توافق، که طبق آن باید δ_η برابر با صفر باشد، محدودکننده است. اکنون با آغاز از سیستم (۱۳)، به دنبال یافتن قانون کنترل فیدبک حالت پایدار ساز به شکل $\zeta = \phi(\eta)$ و با شرط $\phi(0) = 0$ و نیز تابع لیاپانوف $V(\eta)$ هستیم به طوری که به ازای $\forall(\eta, \zeta) \in D$ و ثابت مثبت c داشته باشیم:

$$\dot{V} \leq -c \|\eta\|_2^2 \quad (17)$$

نامساوی فوق نشان می‌دهد $\eta = 0$ نقطه تعادل پایدار مجانبی سیستم زیر است:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_\eta(\eta, \zeta) \quad (18)$$

حال فرض کنید $\phi(\eta)$ روی D در نامعادلات ذیل صدق کند:

$$|\phi(\eta)| \leq \alpha_4 \|\eta\|_2, \quad \left\| \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right\| \leq \alpha_5$$

سطح سوئیچینگ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s = \zeta - \phi(\eta) \quad (19)$$

نامزد تابع لیاپانوف به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V_a(\eta, \zeta) = V(\eta) + \frac{1}{2} \|\zeta - \phi(\eta)\|_2^2 \quad (20)$$

در این صورت، مشتق V_a در امتداد مسیره‌های حالت (۱۳) و (۱۴) عبارت است از:

$$\dot{V}_a = \dot{V} + (\zeta - \phi)^T [f_a + g_a u + \delta_\zeta - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} (f + g\zeta + \delta_\eta)]$$

با انتخاب:

$$u = \frac{1}{g_a} \left[\frac{\partial \phi}{\partial \eta} (f + g\zeta) - \frac{\partial V}{\partial \eta} g - f_a - k \operatorname{sgn}(\zeta - \phi) \right], \quad k > 0 \quad (21)$$

و استفاده از (۱۷) نتیجه می‌شود:

$$|\delta(x)| \leq k_s$$

که در آن، k_s بیشینه اغتشاش می‌باشد؛ و یک عدد مثبت می‌باشد. سطح سوئیچینگ به صورت زیر انتخاب می‌شود:

$$s = x$$

برای آنکه تغییرات در سطح سوئیچینگ به صفر برسد باید $\dot{s} = 0$ باشد. بنابراین:

$$\dot{s} = 0$$

$$\dot{x} = 0$$

$$f(x) + bu = 0$$

$$u_{eq} = \frac{-f(x)}{b}$$

حال برای آنکه کنترل کننده بتواند در برابر اغتشاشات مقاوم باشد یک جزء ناپیوسته به آن اضافه می‌شود و کنترل کننده جدید به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$u = u_{eq} - d \operatorname{sign}(s)$$

برای اثبات پایداری، تابع لیاپانوف به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V_s(x) = |s| + \eta_s t \quad (12)$$

که در آن، η_s یک عدد مثبت و t نیز زمان می‌باشد. بنابراین تابع فوق شرایط یک تابع لیاپانوف را دارد. برای آنکه سیستم فوق پایدار باشد باید مشتق تابع لیاپانوف مربوطه منفی باشد:

$$\dot{V}_s(x) = \frac{s\dot{s}}{|s|} + \eta_s \leq 0$$

$$s\dot{s} \leq -\eta_s |s|$$

$$s(f(x) + bu + \delta(x)) = s(-db \operatorname{sign}(s) + \delta(x))$$

$$\leq -db |s| + |s\delta(x)|$$

$$= -db |s| + |s| |\delta(x)| = |s| (-db + |\delta(x)|) \leq -\eta_s |s|$$

$$-db + k_s \leq -\eta_s \rightarrow d \geq \frac{\eta_s + k_s}{b}$$

۴- قانون هدایت ترکیبی بازگشت به عقب و مد لغزشی

در این پژوهش سعی بر آن شده است تا دو روش بازگشت به عقب و مد لغزشی با هم ترکیب شوند. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\zeta + \delta_\eta(\eta, \zeta) \quad (13)$$

$$\dot{\zeta} = f_a(\eta, \zeta) + g_a(\eta, \zeta)u + \delta_\zeta(\eta, \zeta) \quad (14)$$

که در ناحیه $D \subset R^{n+1}$ ، که شامل مبدأ ($\eta = 0, \zeta = 0$) می‌باشد، تعریف شده است. فرض کنید $g_a(\eta, \zeta)$ مخالف صفر و سایر توابع نیز به ازای جمیع مقادیر $(\eta, \zeta) \in D$ هموار باشند. ضمناً فرض می‌شود f, g, f_a, g_a معلوم و δ_η و δ_ζ نیز جملات عدم قطعیت باشند؛ همچنین فرض می‌شود f و f_a در

هدف) افزایش می‌یابد. روش دوم برای تعیین بهینه این پارامترها استفاده از روش‌های عددی می‌باشد. در این مقاله از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی این پارامترها استفاده شده است.

با تعریف یک تابع هزینه، پارامترهای قابل تنظیم، با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی خواهند شد. تابع هزینه انتخابی به صورت زیر می‌باشد:

$$J(x) = \sum s^T R s + u^T Q u \quad (22)$$

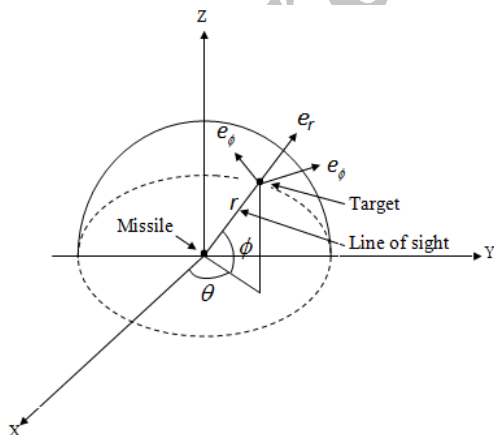
که در آن، s سطح سوئیچینگ می‌باشد. با انتخاب مناسب R و Q می‌توان ضرایب دلخواه را با استفاده از الگوریتم ژنتیک به دست آورد.

۶- طراحی قانون هدایت پیشنهادی برای موشک

الف) مدل موشک و هدف: سیستم موشک و هدف یکی از پیچیده ترین سیستم‌های موجود می‌باشد. شکل ۱ هندسه درگیری موشک و هدف را در مختصات استوانه‌ای (r, θ, ϕ) نشان می‌دهد، که ϕ و θ زوایای نسبی و r فاصله نسبی موشک و هدف می‌باشند. برای سادگی تحلیل مدل موشک و هدف به صورت جرم نقطه ای در نظر گرفته شده‌اند معادلات نسبی موشک و هدف به صورت زیر می‌باشند [۸]:

$$\begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 - r\dot{\theta}^2 \cos^2 \phi &= w_r - u_r \\ r\ddot{\theta} \cos \phi + 2\dot{r}\dot{\theta} \cos \phi - 2r\dot{\phi}\dot{\theta} \sin \phi &= w_\theta - u_\theta \\ r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} + r\dot{\theta}^2 \cos \phi \sin \phi &= w_\phi - u_\phi \end{aligned} \quad (23)$$

که در آن، w_r ، w_θ و w_ϕ شتاب‌های هدف و u_r ، u_θ و u_ϕ شتاب‌های موشک می‌باشند.



شکل (۱): هندسه سه بعدی تعقیب و گریز موشک و هدف.

معادلات دیفرانسیل (۲۳) را می‌توان به صورت معادلات فضای حالت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_a &= \dot{V} + s^T \dot{s} \leq -c \|\eta\|_2^2 + s^T \left(\zeta - \dot{\eta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \\ &\leq -c \|\eta\|_2^2 + s^T (f_a + g_a u + \delta_\zeta - (f + g \zeta + \delta_\eta) \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta}) \\ &\leq -c \|\eta\|_2^2 + s^T (\delta_\zeta - \delta_\eta \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} - k \operatorname{sgn}(s)) \\ &\leq -c \|\eta\|_2^2 + (\|\delta_\zeta s\| + \left\| \delta_\eta \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} s \right\| - k \|s\|) \\ &\leq -c \|\eta\|_2^2 + (\|\delta_\zeta\| + \left\| \delta_\eta \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta} \right\| - k) \|s\|^2 \\ &\leq -c \|\eta\|_2^2 + (d_\zeta + d_\eta - k) \|s\|^2 \end{aligned}$$

با انتخاب:

$$k \geq d_\zeta + d_\eta$$

داریم:

$$\dot{V}_a \leq -\sigma [\|\eta\|_2^2 + \|s\|^2]$$

که در آن، σ مقداری مثبت می‌باشد. بنابراین سیستم همواره پایدار می‌باشد.

برای اثبات این مطلب که سطح سوئیچینگ به صفر می‌رسد نیز کفایت تابع لیاپانوف را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$V_s = \frac{1}{2} \|s\|^2$$

که با این فرض و با طی کردن روند قبل به این نتیجه خواهیم رسید که مشتق این تابع همواره منفی خواهد بود که این تضمین می‌کند سطح سوئیچینگ به سمت صفر میل می‌کند.

۵- بهینه‌سازی قانون هدایت پیشنهادی

ضرایبی در قانون هدایت پیشنهادی وجود دارند که در تابع تانژانت هایپربولیک ضرب شده اند. روش‌هایی برای تعیین این ضرایب وجود دارد از جمله اینکه با استفاده از شرط منفی بودن تابع لیاپانوف، کران این ضرایب را به دست آورد. اما مشکلی که در این روش وجود دارد این است که با وجود اینکه کران‌های به دست آمده کران‌های کاملاً مطمئن هستند اما ممکن است برای مقادیر کمتر از این کران‌ها نیز قانون هدایت به درستی کار کند. بنابراین روش تحلیلی مقادیر بهینه ضرایب را تولید نمی‌کند. همچنین سه ثابت در تابع تانژانت هایپربولیک وجود دارند که ضخامت لایه مرزی را تعیین می‌کنند و با زیاد کردن ضخامت لایه مرزی اثر پدیده چترینگ کمتر می‌شود البته ضخامت لایه‌ها را نمی‌توان بیش از حد کم نمود زیرا با افزایش لایه مرزی خطای ماندگار (در اینجا زمان رسیدن موشک به

$$f_{\zeta}(\eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \frac{v_{\theta}^2 + v_{\phi}^2}{r} \\ -v_r v_{\theta} + v_{\theta} v_{\phi} \tan \phi \\ \frac{-v_r v_{\phi} - v_{\theta}^2 \tan \phi}{r} \end{bmatrix}, g_{\zeta}(\eta, \zeta) = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\delta_{\zeta} = \begin{bmatrix} w_r \\ w_{\theta} \\ w_{\phi} \end{bmatrix}, \quad \delta_{\eta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

همچنین سطح سوئیچینگ به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$s = \begin{bmatrix} v_r + k_1 \\ v_{\theta} \\ v_{\phi} \end{bmatrix}, \quad k_1 > 0 \quad (27)$$

که در آن، k_1 یک عدد ثابت و مثبت می باشد. اگر تابع لیاپانوف مجازی $V(\eta)$ به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$V(\eta) = \frac{1}{2} \left((r/r_0)^2 + \theta^2 + \phi^2 \right) \quad (28)$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\eta) &= \left(\frac{r}{r_0} \times \dot{r} + \dot{\theta} + \dot{\phi} \right) \\ &= \frac{r}{r_0} (V_r) + \dot{\theta} \times \frac{v_{\theta}}{r \cos(\phi)} + \dot{\phi} \times \frac{v_{\phi}}{r} \\ &= \frac{r}{r_0} (-k) + \dot{\theta} \times \frac{0}{r \cos(\phi)} + \dot{\phi} \times \frac{0}{r} \\ &= -\frac{rk}{r_0} \leq -c \|\eta\|_2^2 \end{aligned}$$

بنابراین با این تابع لیاپانوف سطح سوئیچینگ s به سمت صفر میل می کند. در نتیجه تابع لیاپانوف برای کل سیستم (۲۴) به صورت زیر خواهد بود:

$$V_a(\eta) = \frac{1}{2} \left((r/r_0)^2 + \theta^2 + \phi^2 \right) + \frac{1}{2} [(v_r + k)^2 + v_{\theta}^2 + v_{\phi}^2] \quad (29)$$

و در نهایت قانون هدایت ترکیبی بازگشت به عقب و مد لغزشی به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{cases} \dot{x} = F(x) + Bu + Dw \\ y = H(x) + Eu + LV \end{cases} \quad (24)$$

که در معادله بالا بردار حالت x ، بردار میدان F و H ، بردار شتاب موشک u ، بردار شتاب هدف w و ضرایب D, B, E, L به صورت زیر تعریف می شوند:

$$x(t) = \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ \phi \\ v_r \\ v_{\theta} \\ v_{\phi} \end{pmatrix}, \quad H(x(t)) = r, \quad E = 0, \quad L = 0,$$

$$F(x(t)) = \begin{pmatrix} v_r \\ \frac{v_{\theta}}{r \cos \phi} \\ \frac{v_{\phi}}{r} \\ \frac{v_{\theta}^2 + v_{\phi}^2}{r} \\ -v_r v_{\theta} + v_{\theta} v_{\phi} \tan \phi \\ \frac{-v_r v_{\phi} - v_{\theta}^2 \tan \phi}{r} \end{pmatrix}, \quad u(t) = \begin{pmatrix} u_r \\ u_{\theta} \\ u_{\phi} \end{pmatrix},$$

$$w(t) = \begin{pmatrix} w_r \\ w_{\theta} \\ w_{\phi} \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (25)$$

که در آن، v_r ، v_{θ} و v_{ϕ} به ترتیب مولفه های سرعت نسبی در جهت های r ، θ و ϕ می باشند. هدف از طراحی قانون هدایت این است که شتاب های موشک در معادله (۲۴) طوری محاسبه شوند که فاصله نسبی موشک و هدف در کمترین زمان ممکن به نزدیکی های صفر برسد.

ب) طراحی قانون هدایت پیشنهادی برای موشک-هدف: در این قسمت قانون هدایت ترکیبی بازگشت به عقب و مد لغزشی برای سیستم موشک و هدف طراحی می شود. متغیرهای معادلات (۱۳) و (۱۴) برای سیستم موشک و هدف به صورت زیر می باشند:

$$\eta = [r \quad \theta \quad \phi]^T, \quad \zeta = [v_r \quad v_{\theta} \quad v_{\phi}]^T,$$

میانگین صفر و غیروابسته باشند. شرایط اولیه به صورت زیر می باشد:

$$\hat{x}(t) = E[x(t_0)], \quad P(t_0) = \text{var}[x(t_0)]$$

که در آن، \hat{x} ، E و P به ترتیب تخمین \hat{x} و میانگین و ماتریس کوواریانس اولیه می باشند. ماتریس کوواریانس از رابطه زیر به دست می آید:

$$\dot{P}(t) = F(t)P(t) + P(t)F(t)^T - K(t)H(t)P(t) + Q(t)$$

که در آن، $K(t)$ بهره کالمن است و از رابطه زیر به دست می آید:

$$K(t) = P(t)H(t)R(t)^{-1}$$

همین طور در معادلات بالا ماتریس های $F(t)$ و $H(t)$ به ترتیب ژاکوبین بردارهای f و h در معادله (۳۱) هستند و از روابط زیر به دست می آیند:

$$F(t) = \left. \frac{\partial f(x(t), u(t), t)}{\partial x} \right|_{\hat{x}(t), u(t)}$$

$$H(t) = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\hat{x}(t)}$$

و سرانجام حالت های تخمین زده شده از معادله زیر به دست می آیند:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}(t), u(t)) + K(t)(y(t) - h(\hat{x}(t)))$$

در سیستم موشک و هدف فرض شده است که تنها فاصله نسی موشک و هدف اندازه گیری شود.

۸- شبیه سازی و نتایج

در این قسمت قانون هدایت پیشنهادی که بر اساس تخمین گر توسعه یافته پیوسته طراحی شده است، با استفاده از نرم افزار Matlab بر روی سیستم موشک و هدف شبیه سازی شده است. فرض می شود شتاب هدف به صورت سینوسی تغییر می کند. بنابراین شتاب هدف به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$\begin{aligned} w_r &= \lambda_r \sin(\Omega t) \bar{e}_r \\ w_\theta &= \lambda_r \sin(\Omega t) \frac{-\dot{\phi}}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta} \cos^2 \phi}} \bar{e}_\theta \\ w_\phi &= \lambda_r \sin(\Omega t) \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta} \cos^2 \phi}} \bar{e}_\phi \end{aligned} \quad (32)$$

که در آن، λ_r بهره ناوبری هدف است که به صورت تصادفی بین $0-4g$ تغییر می کند. Ω نیز برابر با 20 (rad/sec) در

$$u = -[0 - ([0 \quad \theta \quad \phi] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r \cos(\phi)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} \end{bmatrix})^T - \begin{bmatrix} \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} \\ \frac{-v_r v_\theta + v_\theta v_\phi \tan \phi}{r} \\ \frac{-v_r v_\phi - v_\theta^2 \tan \phi}{r} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tanh(\frac{v_r + k}{\varepsilon_1}) \\ \tanh(\frac{v_\theta}{\varepsilon_2}) \\ \tanh(\frac{v_\phi}{\varepsilon_3}) \end{bmatrix}],$$

$$u = \begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} + b_1 \tanh((v_r + k) / \varepsilon_1) \\ \frac{-v_r v_\theta + v_\theta v_\phi \tan \phi}{r} + b_2 \tanh(v_\theta / \varepsilon_2) + \frac{\theta}{r \cos(\phi)} \\ \frac{-v_r v_\phi - v_\theta^2 \tan \phi}{r} + b_3 \tanh(v_\phi / \varepsilon_3) + \frac{\phi}{r} \end{bmatrix} \quad (30)$$

برای کاهش پدیده چترینگ بجای تابع علامت از تابع تانژانت هایپربولیک استفاده می کنیم.

۷- فیلتر کالمن توسعه یافته

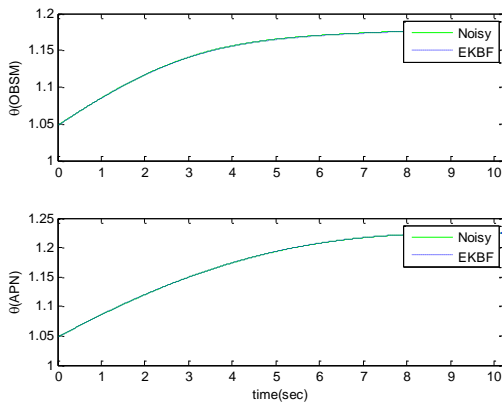
تخمین دقیق و مقاوم متغیرهای حالت سیستم موشک و هدف که اندازه گیری نمی شوند برای کارایی بالای این سیستم بسیار مهم می باشد. یکی از دلایل حساسیت بالای تخمین گره ها، دینامیک های غیرخطی مدل نشده، اغتشاش و نامعینی در پارامترها می باشد.

فیلتر کالمن یک راه می باشد که در برابر تاثیر نویزهای اغتشاش و نویزهای اندازه گیری تا حدی مقاوم می باشد. خطاهای موجود در پارامترها را نیز تا حدی می توان به عنوان نویز در نظر گرفت.

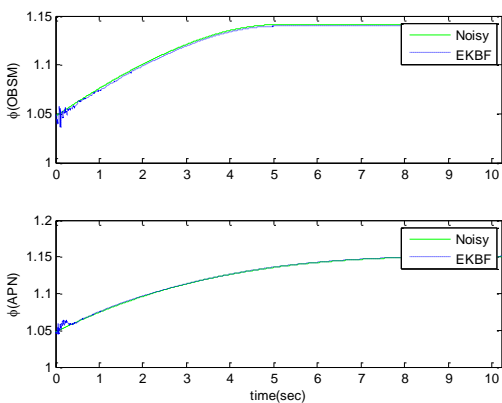
مدل حالت دینامیکی برای سیستم اتفاقی غیرخطی به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x(t), u(t), t) + w(t), \quad w(t) \sim N(0, Q(t)) \\ y(t) &= h(x(t), t) + v(t), \quad v(t) \sim N(0, R(t)) \end{aligned} \quad (31)$$

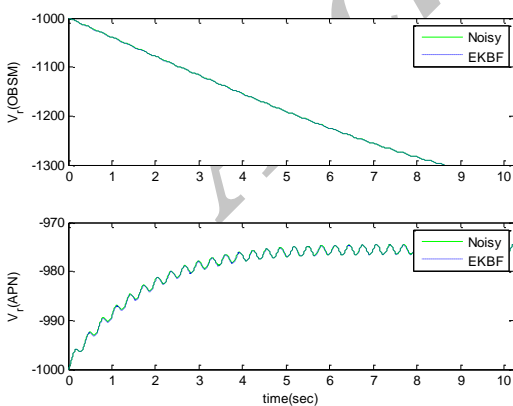
که در آن، $w(t)$ و $v(t)$ به ترتیب بردار نویز حالت و بردار نویز اندازه گیری می باشند و فرض می شود متغیرهای تصادفی با



شکل (۳): زاویه نسبی جانبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت OBSM و APN.



شکل (۴): زاویه خط دید نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت OBSM و APN.



شکل (۵): سرعت نسبی خطی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت OBSM و APN.

نظر گرفته شده است. ثابت‌های k, b_1, b_2, b_3 نیز با استفاده از الگوریتم ژنتیک به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} b_1 = 40 \\ b_2 = 28 \\ b_3 = 35 \\ k = 504 \end{cases} \quad (۳۳)$$

شرایط اولیه سیستم موشک و هدف به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

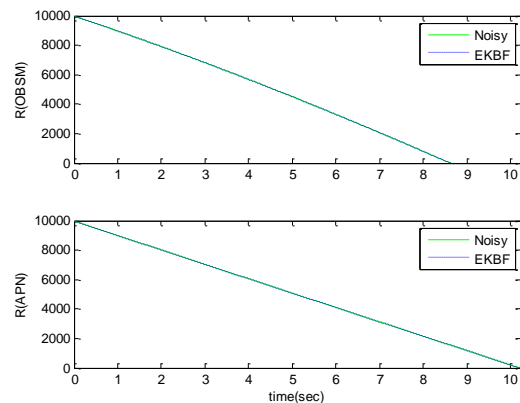
$$r = 10 \text{ km}, \quad \theta = \frac{\pi}{3}, \quad \phi = \frac{\pi}{3}$$

$$v_r = -1000 \text{ (m/s)}, \quad v_\theta = 200 \text{ (m/s)}, \quad v_\phi = 300 \text{ (m/s)}$$

ماتریس‌های R و Q به صورت زیر تعریف می‌شوند:

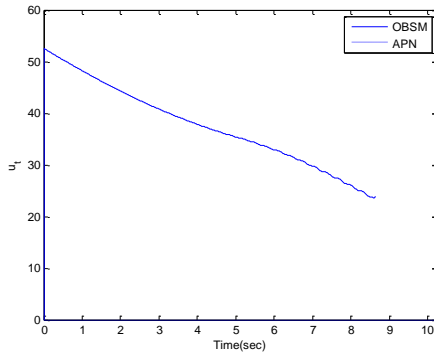
$$R = 1, \quad Q = \text{diag}([0, 0, 0, 0.01, 0.01, 0.01])$$

برای نشان دادن کارایی قانون هدایت پیشنهادی، این قانون با قانون هدایت تناسبی افزودنی مقایسه می‌شود. از شکل ۲ تا شکل ۷ حالت‌های سیستم موشک و هدف نشان داده شده اند. در تمامی شکل‌ها، زاویه بر حسب رادیان است. همه این شکل‌ها به صورت دوتایی نمایش داده شده اند که شکل‌های اول مربوط به قانون هدایت پیشنهادی می‌باشند و شکل‌های پایین آنها مربوط به قانون هدایت تناسبی افزودنی می‌باشند. همچنین در هر کدام از این شکل‌های دوتایی، حالت‌های سیستم، به صورت نویزی و تخمین زده شده با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته نمایش داده شده‌اند.

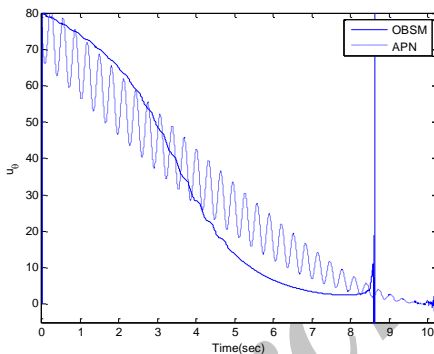


شکل (۲): فاصله نسبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت OBSM و APN.

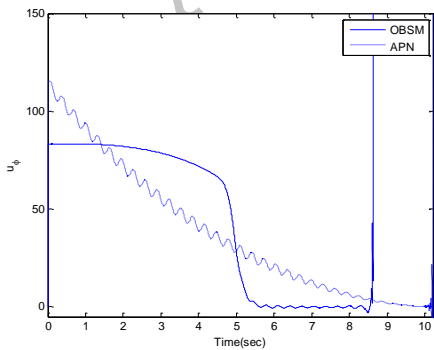
متری هدف برساند. این بدان معنی است که قانون هدایت پیشنهادی ۱/۷ ثانیه موشک را سریعتر به هدف می‌رساند. نکته سوم این است که همان طور که از شکل ۵ دیده می‌شود، سرعت خطی نسبی بین موشک و هدف با استفاده از قانون هدایت تناسبی افزودنی دارای نوسانات زیادی می‌باشد، در حالی که همین سرعت توسط قانون هدایت پیشنهادی هیچ گونه نوسانی ندارد.



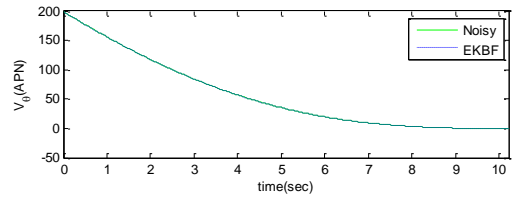
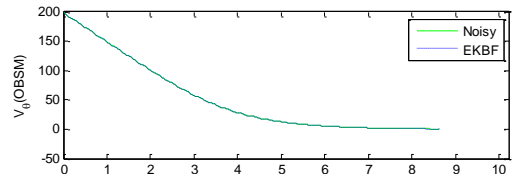
شکل (۵): قانون هدایت u_r با استفاده از قوانین هدایت OBSM و APN.



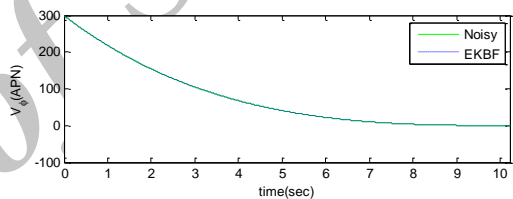
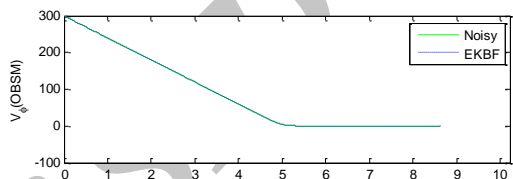
شکل (۶): قانون هدایت u_0 با استفاده از قوانین هدایت OBSM و APN.



شکل (۷): قانون هدایت u_0 با استفاده از قوانین هدایت OBSM و APN.



شکل (۸): سرعت نسبی جانبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت OBSM و APN.



شکل (۹): سرعت نسبی جانبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت OBSM و APN.

از شکل ۲ تا شکل ۷ چند نکته برداشت می‌شود. اولین نکته این است که تخمین گر فیلتر کالمن توسعه یافته به خوبی توانسته است عمل تخمین را هم در ارتباط با قانون هدایت پیشنهادی و هم در رابطه با قانون هدایت تناسبی افزودنی به صورت بسیار عالی انجام دهد. این در حالی است که تنها از یکی از حالت‌های سیستم برای اندازه‌گیری استفاده نموده ایم. واضح است که اگر تعداد حالت‌های بیشتری اندازه‌گیری شوند این تخمین به مراتب بهتر از این خواهد بود و خطای تخمین بسیار کمتر خواهد شد.

نکته دوم این است که همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است قانون هدایت پیشنهادی توانسته است در مدت زمان کمتری موشک را به هدف برساند. به طوری که قانون هدایت پیشنهادی بعد از مدت زمان ۸/۶ ثانیه به فاصله ۰/۵ متری هدف رسیده است در حالیکه قانون هدایت تناسبی افزودنی بعد از مدت زمان ۱۰/۳ ثانیه توانسته است موشک را به فاصله ۰/۴

5. Babaii, A.R and Mortazavi, M. "New Lyapunov Stability Theory Based Guidance Law for Missiles against Maneuvering Targets", Aerospace Mechanics Journal, Vol. 2, No. 1, 2006.
6. Ju, H.S. and Tsai, C.C. "Longitudinal Axis Flight Control Law Design by Adaptive Backstepping", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 43, No. 1, pp. 311-329, 2007.
7. Farrell, J., Sharma, M. and Polycarpou, M. "Backstepping-Based Flight Control with Adaptive Function Approximation", Journal of Guidance Control and Dynamics, Vol. 28, No. 6, pp. 1089-1102, 2005.
8. Sonneveldt, L., Chu, Q.P. and Mulder, J.A. "Nonlinear Flight Control Design Using Constrained Adaptive Backstepping", Journal of Guidance Control and Dynamics, Vol. 30, No. 2, pp. 322-326, 2007.
9. Moosapour, S.S., Alizadeh, G., Khanmohammadi, S. and Moosapour, S.H. "A Novel Robust Proportional Navigation Guidance Law Design for Missile Considering Autopilot Dynamic", Transactions of the Institute of Measurement and Control, Vol. 35, No. 5, pp. 703-710, 2013.
10. Moosapour, S.S., Alizadeh, G., Khanmohammadi, S. and Moosapour, S.H. "A Novel Nonlinear Robust Guidance Law Design Based on SDRE Technique", Int. J. of Aeronautical & Space Sci., Vol. 13, No. 3, pp. 369-376, 2012.
11. Moosapour, S.S., Alizadeh, G. and Khanmohammadi, S. "Three-Dimensional Optimal Robust Guidance Law Design for Missile Using Genetic Algorithm and Considering Autopilot Dynamic", J. of Control, Vol. 6, No. 2, pp. 55-64, 2012, (In Persian).
12. Xia, Y., Liu, G.P., Shi, P., Chen, J. and Rees, D. "Robust Delay-Dependent Sliding Mode Control for Uncertain Time-Delay Systems", International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 18, No. 11, pp. 1142-1161, 2008.
13. Mahmoud, M.S., Boukas, E. and Ismail, A. "Robust Adaptive Control of Uncertain Discrete-Time State-Delay Systems," Computers & Mathematics with Applications, Vol. 55, No. 12, pp. 2887-2908, 2008.
14. Alizadeh, G. and Moosapour, S.H. "Backstepping Guidance Law Design for Missile Against Maneuvering Targets", the 2nd International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCA), 2012, (In Persian).
15. Moosapour, S.H. "Tree-Dimensional Air to Surface Missile Guidance Based on Nonlinear Model", M.S, Thesis, pp. 34-37, 2012.

شکل ۸ و شکل ۹ و شکل ۱۰ قوانین هدایت را با استفاده از روش‌های هدایت تناسبی افزودنی و هدایت پیشنهادی نشان می‌دهند.

قانون هدایتی مطلوب دارای چند ویژگی می‌باشد. الف) دامنه قانون هدایت مطلوب نباید از یک مقدار معقول بیشتر تجاوز کند. ب) قانون هدایت مطلوب باید به صورتی باشد که در یک موشک قابل اعمال باشد. به عنوان مثال نوسانات زیاد و تغییرات سریع قانون هدایتی مطلوب نمی‌باشند.

بر این اساس همان طور که در شکل ۹ و شکل ۱۰ نشان داده شده است قانون هدایت تناسبی افزودنی دارای نوسانات بسیار زیاد می‌باشد در صورتی که قوانین هدایت پیشنهادی نوسانات اندکی دارند. از طرفی مقدار بیشینه قوانین هدایت هم در شکل ۹ و هم در شکل ۱۰ بیشتر از قانون هدایت تناسبی می‌باشد. این مطلب در شکل ۱۰ به وضوح دیده می‌شود.

۹- نتیجه‌گیری

در این مقاله قوانین هدایت مد لغزشی و بازگشت به عقب با هم ترکیب شده و قانون هدایت جدیدی پیشنهاد شده است. همچنین ضرایب ثابت در این قانون هدایت با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه شده است. حالت‌های سیستم با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده شده اند. در این مقاله حالت اندازه‌گیری شده توسط سنسور، فاصله نسبی موشک و هدف می‌باشد. برای سنجش کارایی قانون هدایت پیشنهادی، این قانون با قانون هدایت تناسبی افزودنی مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که قانون هدایت پیشنهادی قادر است موشک را در یک زمان کمتر و با قوانین هدایت دارای نوسان و ماکزیمم کمتری به هدف برساند.

۱۰-مراجع

1. Yao, Y., Yang, B., He, F., Qiao, Y. and Cheng, D. "Attitude Control of Missile Via Fliess Expansion", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 16, No. 5, pp. 959-970, 2008.
2. Bodson, M. and Groszkiewicz, J.E. "Multivariable Adaptive Algorithms for Reconfigurable Fight Control", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 5, No. 2, pp. 217-229, 1997.
3. Lane, S.H. and Stengel, R. F. "Flight Control Design Using Non-linear Inverse Dynamics", Automatica, Vol. 24, No. 4, pp. 471-484, 1998.
4. Behnam Gol, V. and Ghahramani, N. "Design of a New Proportional Guidance Algorithm Using Sliding Mode Control", Aerospace Mechanics Journal, Vol. 10, No. 1, pp. 77-86, 2014.