

# بررسی رفتار برشی و مدل کردن تیرهای عمیق بتن مسلح به روش اجزاء محدود

قادر صدقی منتق (دانشجوی کارشناسی ارشد)

مجید برفیان\* (دانشیار)

مسعود فرزاد (استادیار)

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز

مهندسی عمران شریف، (پاییز ۱۳۹۴)  
دوره ۲ - ۳۱، شماره ۳/۲، ص. ۱۱۲-۱۰۳، (پادداشت نشی)

در این نوشتار رفتار چند تیر عمیق بتنی مسلح به روش اجزاء محدود مطالعه و با نتایج مدل‌های آزمایشگاهی گزارش شده‌ی عربزاده و لئونارد - والتر مقایسه شده است. تیرهای عمیق بتنی در سدها، اسکله‌های دریایی، بدنه‌ی مخازن مستطیلی، پل‌ها و ساختمان‌های بلند کاربرد دارند. این تیرها توسط آیین‌نامه‌های مختلف، براساس نسبت دهانه (یا دهانه‌ی برشی) به عمق تیر (به طور متداول ۲/۵) تعریف می‌شوند. در این نوشتار، نتایج تحلیل این تیرها با استفاده از برنامه‌ی NAOC (نوشته شده به زبان بیسیک) که قادر به در نظر گرفتن عواملی مانند حالت خمیری بتن در فشار، ترک‌خوردگی بتن در کشش، خرد شدن بتن در فشار و حالت خمیری میلگردهاست، ارائه شده‌اند. در قسمت تحلیل غیرخطی، نتایج شامل منحنی بار- تغییر مکان قائم، الگوی ترک‌خوردگی و بار نهایی برای تیرهای عمیق ارائه شده‌اند. مقایسه‌ی نتایج برنامه با نتایج آزمایشگاهی موجود، دقت، کارایی و قدرت برنامه را در ارزیابی مقاومت برشی تیرهای عمیق آشکار ساخته است.

واژگان کلیدی: تیر عمیق بتن مسلح، مقاومت برشی، عناصر محدود، حالت خمیری، تحلیل غیرخطی.

## ۱. مقدمه

تیر، بارهای متمرکزی در محدوده‌ی دو برابر عمق تیر از وجه تکیه‌گاه وارد شده باشد.<sup>[۱]</sup> این تذکر لازم است که تعریف ACI ۳۱۸-۰۲ از تیر عمیق، نسبت به نسخه‌های قبلی آئین‌نامه متفاوت است. در نسخه‌های قبلی آئین‌نامه به جای ارضاء شروط ذکر شده، شرط نسبت دهانه به ارتفاع مقطع کوچک‌تر یا مساوی ۵ قید شده بود.

آئین‌نامه‌ی بتن ایران (آبا) از تیر عمیق با عنوان «قطعات خمشی با ارتفاع زیاد یا تیر تیغه‌ها» نام برده است. آبا برای این تیرها شرط نسبت ارتفاع مقطع به دهانه‌ی آزاد بزرگ‌تر از دو پنجم برای دهانه‌های یک‌سره و یا بزرگ‌تر از چهار پنجم را برای دهانه‌های ساده ذکر کرده است.<sup>[۲]</sup>

در پژوهشی در سال ۲۰۱۲،<sup>[۳]</sup> لنگر ترک‌خوردگی و مدول گسیختگی در تیرهای عمیق و غیرعمیق بررسی و مقایسه شده است، که در آن ۸ تیر عمیق بتنی خودتراکم با مقاومت بالا (HSSCC) و ۹ تیر بتنی غیرعمیق با مقاومت بالا (HSC) مورد آزمایش قرار گرفته و از طریق نتایج آیین‌نامه‌های ACI ۳۱۸-۹۵ و CSA-۹۴ نشان داده شده است که مدول گسیختگی برای تیرهای عمیق HSSCC و تیرهای غیرعمیق HSC تفاوت عمده‌ی دارند. این تفاوت به علت مکانیسم‌های مختلف انتقال بار و مقاومت بالای بتن در تیرهای عمیق است. بر این اساس، برای محاسبه‌ی مدول گسیختگی در تیرهای عمیق آئین‌نامه‌ی ACI ۳۱۸-۹۵ و برای تیرهای غیرعمیق آئین‌نامه‌ی CSA-۹۴ را توصیه کرده‌اند.

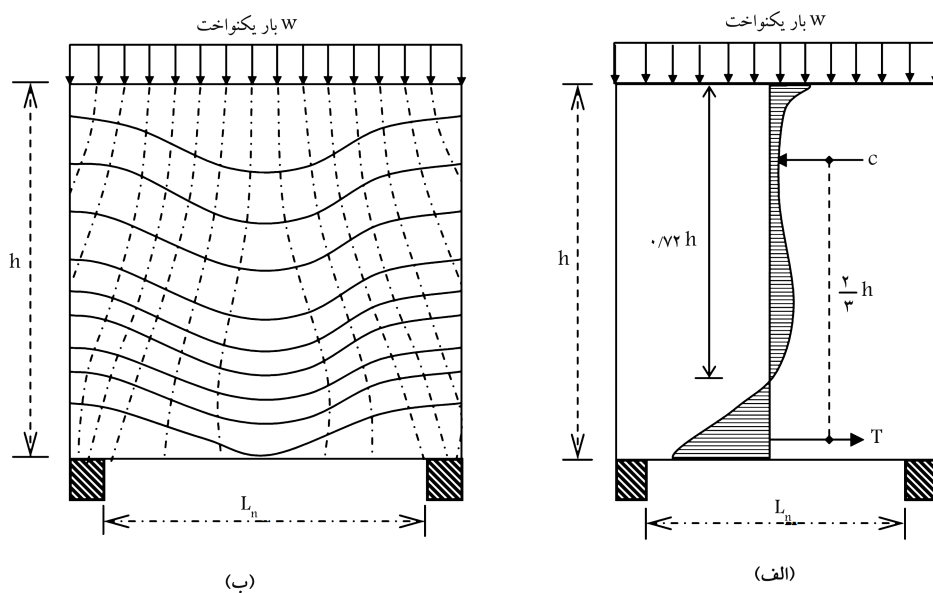
تیرهای عمیق به دلیل هندسه‌ی که دارند، رفتارشان مشابه یک عضو دو بُعدی است و در شرایط تنش مسطح قرار می‌گیرند. به همین دلیل مقطع صفحه‌ی قبل از خمش، بعد از خمش الزاماً صفحه باقی نمی‌ماند، زیرا توزیع کرنش خطی نیست و مقادیر تغییرشکل برشی در مقابل تغییر مکان خمشی خالص برخلاف تیرهای معمولی قابل صرف نظر کردن نیست. در نتیجه، نمودار تنش حتی در حالت ارتجاعی و ترک‌نخورده، غیرخطی است. شدت و توزیع تنش تیرهای عمیق از قوانین و روابط مربوط به تیرهای معمولی پیروی نمی‌کند.<sup>[۱]</sup> در شکل ۱، توزیع تنش برای یک تیر عمیق و مسیر تنش عمودی برای بارگذاری از بالا نشان داده شده است.<sup>[۲]</sup>

از دیدگاه‌های برشی و خمشی، نسبت دهانه‌ی خالص به عمق مؤثر برای تعریف تیرهای عمیق متفاوت است. براساس آئین‌نامه‌ی ACI ۳۱۸-۰۲، تیر عمیق به عضوی اطلاق می‌شود که در یک وجه بارگذاری شده باشد و در وجه مقابل روی تکیه‌گاه قرار گرفته باشد؛ به صورتی که بتوان اعضای فشاری را در عضو بین بارها و تکیه‌گاه‌ها در نظر گرفت. به علاوه تیر، یکی از این شرایط را داشته باشد:

دهانه‌های آزاد تیر کوچک‌تر یا مساوی ۴ برابر عمق کلی تیر باشد، یا بر روی

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۴/۱۶، اصلاحیه ۱۳۹۲/۹/۲۰، پذیرش: ۱۳۹۲/۱۱/۲۷.



شکل ۱. توزیع تنش برای یک تیر عمیق و مسیر تنش عمودی برای بارگذاری از طرف بالا. [۲]

در اثر بارگذاری اولیه دچار شکست هستند، استفاده شوند، ظرفیت برشی نسبت به نمونه‌ی شاهد (بدون تقویت) تا حدود ۷٪ افزایش می‌یابد. برخی پژوهشگران (۲۰۱۰) نیز رفتار تیرهای عمیق با بازشوی جان را با استفاده از تحلیل اجزاء محدود (با استفاده از نرم‌افزار ANSYS) به منظور بررسی خیز تیر و بارگسیختگی مورد ارزیابی قرار دادند و اثر متغیرهایی مانند: اندازه‌ی بازشو (کوچک یا بزرگ)، محل بازشو (واقع در دهانه‌ی برشی داخلی یا خارجی) و درنهایت، شکل بازشو (مربعی یا دایروی) را بر روی رفتار تیر عمیق بررسی کردند. [۱۰]

در مطالعه‌ی دیگری (۲۰۰۷) نیز مدلی برای رفتار برشی تیرهای پیوند بتنی (که عملکردی مشابه تیرهای عمیق بتنی دارند) ارائه شد، که این مدل قادر به در نظر گرفتن اثرات هم‌زمان برش و خمش و نیروی محوری بود. مدل ارائه‌شده شامل یک فنر غیرخطی برشی، یک فنر محوری و چند فنر غیرخطی برای منظورکردن اثر تغییرشکل‌های خمشی بود. آن‌ها از طریق آزمایش ۶ عدد تیر پیوند با آرماتورگذاری‌های مختلف و مقایسه‌ی نتایج حاصل از آزمایش با نتایج حاصل از مدل‌سازی‌های ریاضی نشان داده شد که مدل پیشنهادی، تطابق خوبی با نتایج آزمایش‌ها دارد. [۱۱]

همچنین برخی پژوهشگران در مطالعه‌ی خود (۲۰۰۸)، تیرهای عمیق بتنی پیوسته، که بازشوی جان در نقاط مختلف داشتند، را به منظور ارزیابی مقاومت برشی آزمایش کردند. در مجموع ۵ نمونه با بازشدگی جان دایره‌بی‌شکل در آزمایشگاه قالب‌بندی و مورد آزمایش قرار گرفتند. از طریق آزمایش مشخص شد که مقاومت برشی نمونه‌های با بازشوی جان در حدود ۹۰٪ مقاومت برشی نمونه‌های بدون بازشوی جان است. به‌طور کلی، دهانه‌های با بازشوی جان سختی کمتری در مقایسه با دهانه‌های بدون بازشوی جان دارند. بازشدگی جان در تیرهای عمیق که نسبت دهانه به بازشوی ۱ دارند، ممکن است در نواحی بازشوی فشاری واقع نشود؛ اما باید در نواحی کششی آرماتورگذاری مناسب در اطراف بازشوها به منظور جلوگیری از گسترش ترک‌ها و گسیختگی انجام شود. [۱۲]

در مطالعه‌ی دیگری نیز (۲۰۰۸) از تحلیل غیرخطی اجزاء محدود برای

در پژوهش دیگری در همان سال، [۶] تیرهای بتنی عمیق با استفاده از نرم‌افزارهای CAST<sup>۱</sup> بررسی شده است، همچنین چندین تیر عمیق بتنی با استفاده از مدل بازوهای فشاری و کششی و براساس پیوست A آیین‌نامه‌ی ACI ۳۱۸-۰۵ طراحی و قالب‌بندی شده است و این تیرها در آزمایشگاه تحت آزمایش بارگذاری دو نقطه‌بی قرار گرفته‌اند، و خیز و بار و کرنش تیرها در شرایط کنترل‌شده اندازه‌گیری شده است. مقایسه‌ی کرنش‌های خمشی تحلیلی با نتایج حاصل از آزمایش، حاکی از صحت مدل‌سازی تحلیلی بوده است.

پژوهشگرانی نیز در مطالعه‌ی خود در سال ۲۰۱۱، آزمایش‌های عددی برای تحلیل غیرخطی ۸ تیر عمیق بتنی مسلح انجام داده‌اند. [۷] آن‌ها مدل پانل‌های استرینگر را برای تحلیل غیرخطی تیرهای عمیق ارائه و با بتن ترک‌خورده به‌صورت مصالح ارتوتروپیک<sup>۲</sup> برخورد و از روابط ساختاری برای مدل‌کردن پاسخ غیرخطی مصالح استفاده کرده‌اند. همچنین از طریق مقایسه با نتایج مطالعات تجربی موجود، توانایی مدل‌های پانل و سخت‌کننده را برای یافتن بار نهایی ارزیابی کرده‌اند. پایداری و کارایی عددی و پتانسیل برنامه از طریق مثال‌های تحلیل‌شده آشکار شده است. همچنین برخی پژوهشگران در پژوهش خود (۲۰۱۱)، تیرهای عمیق بتنی جفت‌شده با نسبت دهانه‌ی برشی کوتاه و مسلح با آرماتورهای برشی رکابی متداول را مطالعه و نتیجه گرفته‌اند که این تیرها تحت بارگذاری متناوب رفت و برگشتی با شیوه‌ی گسیختگی ترد همراه با شکل‌پذیری کم هستند. [۸] همچنین مطالعات تجربی آن‌ها نشان داد که صفحات فولاد مقیدشده‌ی جانبی (LRSP) می‌توانند به منزله‌ی تقویت‌کننده‌ی تیرهای جفت‌شده‌ی عمیق موجود به‌کار روند.

در پژوهش دیگری در سال ۲۰۱۱، [۹] مقاومت برشی تیرهای عمیق بتن مسلح در دو حالت ترمیم و تقویت‌شده با الیاف پلیمری مرکب (CFRP) بررسی شد، که در آن با مقایسه‌ی ۳ نمونه‌ی تقویت‌شده با ۳ نمونه‌ی بدون تقویت مشخص شد که ورق‌های CFRP تک‌جهته به‌صورت نواری و روی وجوه کناری با زاویه‌ی ۴۵ درجه (به دلیل توزیع ۱۰۰٪ الیاف، عمود بر وجه برش)، بهترین شیوه‌ی تقویت است و تا ۶۱٪ مقاومت را افزایش می‌دهند و در صورتی که برای ترمیم تیرهایی که

## ۱.۲. ماتریس‌های کرنش و خواص مصالح برای مسائل صفحه‌یی (حالت تنش - صفحه)

در این نوع مسائل، مؤلفه‌های تنش خارج از صفحه فرض می‌شود که برابر صفر باشند و ۳ مؤلفه‌ی دیگر تنش و ۴ مؤلفه‌ی کرنش وجود دارند (رابطه‌ی ۱):

$$\sigma_{zz} = \sigma_{zy} = \sigma_{yz} = 0 \quad (1)$$

برای محاسبه‌ی کرنش می‌توان از روابط ۲ الی ۴ استفاده کرد:

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{U\}^e \quad (2)$$

$$[B] = \begin{bmatrix} [B]_1 & [B]_2 & \dots & [B]_{nen} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\{U\} = \begin{bmatrix} [U]_1 & [U]_2 & \dots & [U]_{nen} \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

هر کدام از درایه‌های  $B$  و  $U$  به صورت رابطه‌ی ۵ هستند:

$$[B]_j = \begin{bmatrix} N_{j,x1} & 0 \\ 0 & N_{j,x2} \\ N_{j,x2} & N_{j,x1} \end{bmatrix}, \quad \{U\}_j = \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

در تمامی فرمول‌ها از قانون اندیسی انیشتین استفاده شده است. در نهایت ماتریس خواص مصالح به صورت رابطه‌ی ۶ تعریف می‌شود: [۱۷]

$$[D] = C_1 \cdot \begin{bmatrix} 1 & C_2 & 0 \\ C_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & C_{12} \end{bmatrix}, \quad C_1 = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (6)$$

$$C_2 = \nu \quad C_{12} = \frac{1-C_2}{\nu}$$

## ۲.۲. المان بتن مسلح و قراردادن میلگرد در آن

فرض می‌شود که در نقاط مشترک بین بتن و فولاد، مؤلفه‌های کرنش یکسان باشند (در حالتی که بتن و فولاد نسبت به هم لغزش داشته باشند، زیاد تأثیر نخواهد گذاشت) و میلگردها فقط کرنش طولی داشته باشند. برای محاسبه‌ی کرنش طولی میلگرد می‌توان از رابطه‌ی ۷ استفاده کرد:

$$\varepsilon'_{11} = \sum_{\alpha=1}^{nen} \langle B^\alpha \quad B_r^\alpha \rangle \begin{Bmatrix} U_{1\alpha} \\ U_{r\alpha} \end{Bmatrix} = \sum_{\alpha=1}^{nen} \langle B^\alpha \rangle \begin{Bmatrix} U_{1\alpha} \\ U_{r\alpha} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

با داشتن ماتریس کرنش میلگرد  $\langle B^\alpha \rangle$ ، ماتریس سختی میلگرد بر حسب درجات آزادی المان و نیروی معادل تنش میلگرد در گره‌های المان به صورت روابط ۸ و ۹ قابل محاسبه است:

$$K_{\alpha\beta}^r = \int_{V_r} \{B^\alpha\}^T E \{B^\beta\} dV$$

$$= \begin{bmatrix} \int_{V_r} B_{11}^{\alpha T} E B_{11}^\beta dV & \int_{V_r} B_{11}^{\alpha T} E B_{12}^\beta dV \\ \int_{V_r} B_{12}^{\alpha T} E B_{11}^\beta dV & \int_{V_r} B_{12}^{\alpha T} E B_{12}^\beta dV \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$F_\alpha^r = \int_{V_r} B_{\alpha T} \sigma^r dV \quad (9)$$

کمیت‌های محاسبه‌شده باید به نقاط متناظر در المان بتنی اضافه شوند. [۱۷]

پیش‌بینی بار و شکل گسیختگی تیرهای عمیق بتنی با بازشوی جان استفاده شده است. غیرخطی مصالح مرتبط با ترک‌خوردگی، جریان حالت خمیری، خردشدگی بتن و شرایط خمیری در فولادهای مسلح‌کننده (آرماتورها) در نظر گرفته شده و کارایی مدل پیشنهادی با استفاده از تحلیل ۵ تیر عمیق بتنی مسلح با بازشوی جان نشان داده شده است. [۱۳]

همچنین پژوهشگران دیگری (۲۰۰۶) [۱۴] اثرات بازشدگی جان را در تیرهای عمیق بتن مسلح به صورت تحلیلی و تجربی ارزیابی کردند و ۳۲ تیر عمیق بتنی مسلح با مقاومت بالا یا بدون بازشدگی را تحت آزمایش بارگذاری دو نقطه‌یی قرار دادند. متغیرهای آزمایش شامل مقاومت بتن، نسبت دهانه‌ی برشی به عمق و پهنا، و عمق بازشو بود. نتایج آزمایش آن‌ها نشان داد که ایجاد ترک‌های قطری در بالا حتی مرتبط به سطح شیب‌دار اتصال مابین تکیه‌گاه و سطح شیب‌دار جان است. همچنین اثر مقاومت بتن در مقاومت برشی نهایی، به صورت قابل ملاحظه‌یی در تیرهای عمیق با بازشدگی در مقایسه با تیرهای عمیق توپر کاهش می‌یابند.

در مطالعه‌ی دیگری (۲۰۰۵) نیز رفتار تیرهای عمیق بتن مسلح به روش اجزاء محدود مطالعه و ارزیابی‌های آزمایشگاهی برای نمونه‌ی تحلیلی انجام شد. تیرها با دهانه‌ی برشی به عمق حدوداً ۰/۵ تا ۱/۵ و عمق مؤثر ۴۰° تا ۱۴۰° میلی‌متر بودند. نسبت آرماتورگذاری جانبی در دهانه‌های برشی در حدود ۰/۴٪، ۰/۸٪ و ۱/۸٪ بود. تحلیل شکست برای شبیه‌سازی تیرهای بتنی با استفاده از دیدگاه ترک‌های چرخشی گسترده ۳ به کار رفت و نتایج درستی تحلیل‌های اجزاء محدود در پیش‌بینی رفتار تیر عمیق در زمینه‌های بار گسیختگی، شکل گسیختگی و گسترش ترک‌ها نشان داده شد. [۱۵]

همچنین برخی پژوهشگران (۲۰۰۵) یک سری تحلیل اجزاء محدود غیرخطی با نرم‌افزار DIANA برای پیش‌بینی بار نهایی و شکل گسیختگی ۳ نوع مختلف تیر عمیق دو دهانه‌ی پیوسته‌ی بتن مسلح انجام دادند. فقط یک متغیر، ضریب نگهداشت برشی در طول تحلیل در نظر گرفته شد و نتایج به دست آمده سازگاری خوبی با نتایج تجربی از خود نشان داد. [۱۶]

با توجه به بررسی‌های صورت‌گرفته‌ی ذکر شده، مطالعاتی که تاکنون بر روی رفتار تیرهای عمیق انجام شده است، عمدتاً مربوط به بررسی رفتار بار نهایی این تیرهاست. بنابراین در این پژوهش با تحلیل غیرخطی، رفتار دقیق تیر عمیق از مرحله‌ی صفر بارگذاری تا مرحله‌ی انهدام بررسی و ضمن محاسبه‌ی مقادیر کرنش، تنش و تغییر مکان در نقاط مختلف، بارهای ترک‌خوردگی، تسلیم و مقاومت نهایی نیز محاسبه شده‌اند. همچنین محدودیت برنامه‌های موجود، مانند: محدودیت در انتخاب انواع المان‌ها، نحوه‌ی میلگردگذاری (برای مثال عدم توانایی مدل‌کردن دقیق میلگردهای مایل و منحنی شکل)، وقت‌گیر و دشوار بودن ورود اطلاعات اولیه (به خاطر ورود اطلاعات از طریق فایل‌های کاملاً متنی و عدم وجود واسط گرافیکی برای ورود اطلاعات) از جمله عوامل احساس نیاز به یک برنامه‌ی تحلیل اجزاء محدود غیرخطی برای این تیرها بودند، که علاوه بر سهولت در ورود اطلاعات، سرعت تحلیل مناسب و دقت کافی در نتایج داشتند. در این پژوهش با ارائه‌ی برنامه ناوک ۴، که به معنای تحلیل غیرخطی بتن ۵ است، تلاش شده است که گام مؤثری در این زمینه برداشته شود.

## ۲. اصول و مبانی برنامه‌ی NAOC

در این بخش اصول و مبانی حاکم بر تحلیل مسائل حالت تنش صفحه‌یی (که مسائل تیرهای عمیق نیز جزء این دسته از مسائل هستند) به اختصار توضیح داده شده است.

-- برای بتنی که در دو جهت ترک خورده است (رابطه‌ی ۱۲):

$$\beta = \frac{\beta_0}{\gamma} \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} \right) \quad (12)$$

$\beta_0$  و  $\varepsilon_m$  ضرایبی هستند که از آزمایش‌ها به دست می‌آیند. در این پژوهش،  $\beta_0 = 0.72 - 0.75$  و  $\varepsilon_m = 0.35 - 0.70$  پیشنهاد شده است.

### ۵.۲. ماتریس خواص برای بتن ترک خورده

هنگامی که در یک المان مسئله‌ی جاری شدن یا ترک خوردگی شروع شود، ماتریس کشسانی مواد تغییر و سختی کاهش می‌یابد. المانی که ترک خورده است، باید قبل از ادامه‌ی تحلیل، سختی کاهش یافته‌ی مربوطه‌اش تصحیح شود. ماتریس خواص  $D_{cr}$  نسبت به محورهای مصالح محاسبه و سپس به مختصات سراسری انتقال داده می‌شود. ماتریس خواص با فرض صفر بودن ضریب پواسون برای یک نقطه‌ی ترک خورده، به صورت یک ماتریس قطری در می‌آید. کاهش مدول کشسانی در راستای عمود بر ترک (به مقدار صفر) باعث مثبت - معین نشدن ماتریس سختی می‌شود و مشکلات عددی را به دنبال خواهد داشت. برای غلبه بر آن از مدول سکانتی  $E_r$  (به جای  $E_c$ ) استفاده می‌شود (رابطه‌ی ۱۳):<sup>[۱۹]</sup>

$$E_r = \frac{\sigma(\text{current})}{\varepsilon(\text{current})} \leq E_c \quad (13)$$

برای نقطه‌ی که در دو جهت ترک خورده است، ماتریس سختی مربوط به حالت ترک خوردگی به صورت رابطه‌ی ۱۴ است:

$$D_{cr} = \begin{bmatrix} E_{r1} & 0 & 0 \\ 0 & E_{r2} & 0 \\ 0 & 0 & \beta G \end{bmatrix} \quad (14)$$

مدول‌های کشسانی راستای ترک، مقادیر مربوط به حالت ترک خوردگی را حفظ می‌کنند. این بدان معنی است که برای نقطه‌ی که در یک جهت ترک خورده است،  $E_{r1} = E_c$  است. معرفی ضریب  $\beta$ ، تخمین منطقی مدول‌های برشی مؤثر را ممکن خواهد کرد.<sup>[۲۰]</sup> ماتریس  $D$  تحت دوران  $T$  به مختصات سراسری منتقل خواهد شد (روابط ۱۵ و ۱۶):

$$D = T^T D_{cr} T \quad (15)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & \frac{\sin 2\theta}{2} \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -\frac{\sin 2\theta}{2} \\ -\sin 2\theta & \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن،  $\theta$  زاویه‌ی بین خط قائم بر صفحه‌ی اولین ترک با جهت مثبت محور  $X_1$  است.<sup>[۲۱]</sup>

### ۶.۲. معیارهای هم‌گرایی

در حقیقت تحلیل غیرخطی از یک سری حل‌های خطی در هر مرحله‌ی تکرار که مبتنی بر روش سختی اولیه یا نیوتن - رافسون (سختی مماسی) و فلسفه‌ی نیروی مانده است، تشکیل شده است. در روش‌های تکرار - افزایش، پس از پایان هر مرحله‌ی تکرار، معیار هم‌گرایی به کار می‌رود. در برنامه‌ی NAOC می‌توان از دو معیار CRI<sup>۱</sup> و CRI<sup>۲</sup> برای بررسی هم‌گرایی استفاده کرد.

### ۳.۲. مدل ترک خوردگی برای بتن

بتن از مصالحی است که مقاومت آن در کشش بسیار کم است. اگر تنش کششی در یک نقطه از مقاومت کششی بیشتر شود، بتن ترک می‌خورد. در نتیجه، سختی و مقاومت بتن کاهش می‌یابد. ایجاد ترک، رفتار غیرخطی بتن را به دنبال دارد. در تحلیل عناصر محدود برای سازه‌های بتن مسلح، مدل‌سازی ترک به دو روش مجزا و دوگانه انجام می‌شود. معیار ترک خوردگی دوگانه به علت ساده بودن آن در محاسبات کامپیوتری و از طرف دیگر، به خاطر اطمینان کافی برای تشخیص رفتار کلی سازه‌های بتنی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این مدل، برای یک نقطه‌ی گوس که قبلاً ترک خورده است، تنش‌های (کرنش‌های) اصلی و جهات آن محاسبه می‌شود. اگر تنش (کرنش) اصلی بیشینه از مقدار حدی  $f_t$  ( $\varepsilon_t = f_t / E_t$ ) تجاوز کند، یک ترک در صفحه‌ی عمود بر جهت این تنش (کرنش) شکل می‌گیرد. از این به بعد رفتار بتن، ایزوتروپیک نخواهد بود، بلکه اورتوتروپیک خواهد بود و محورهای محلی مصالح بر جهات اصلی منطبق می‌شود. برای یک نقطه که فعلاً در یک جهت ترک خورده است، تنش‌ها (کرنش‌ها) به این سیستم مختصاتی انتقال داده می‌شوند. تنش‌ها (کرنش‌ها) در صفحه‌ی ترک با مقدار  $f_t$  مقایسه و وقوع دومین ترک امتحان می‌شود. در صورتی که تنش اصلی کوچک‌تر از مقدار  $f_t$  بیشتر شود، ترک دوم عمود بر امتداد ترک اول فرض می‌شود و امتداد ترک‌های مذکور تا پایان ثابت باقی می‌ماند. به همین علت، این شیوه را روش ترک ثابت می‌نامند.

### ۴.۲. مدل انتقال برش

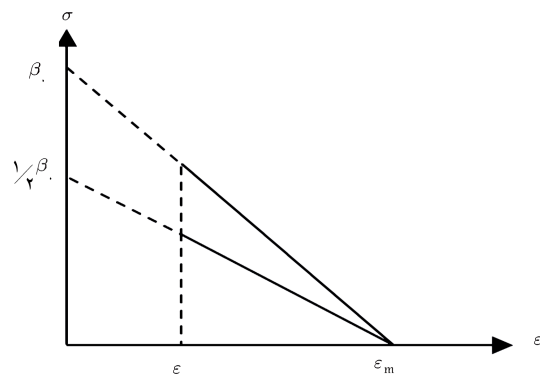
وقتی ترکی در بتن تشکیل شد، ظرفیت انتقال برش در سطوح ترک به قفل و بست دانه‌های بتن، عمل شاخه‌یی، و نیروی محوری موجود در میلگرد وابسته است. برای بتن ترک خورده، تنش برشی در صفحه با اعمال ضریب اصلاح  $\beta$  کاهش می‌یابد (رابطه‌ی ۱۰):<sup>[۱۸]</sup>

$$\tau_{xy} = \beta \cdot G \gamma_{xy} \quad 0 < \beta < 1 \quad (10)$$

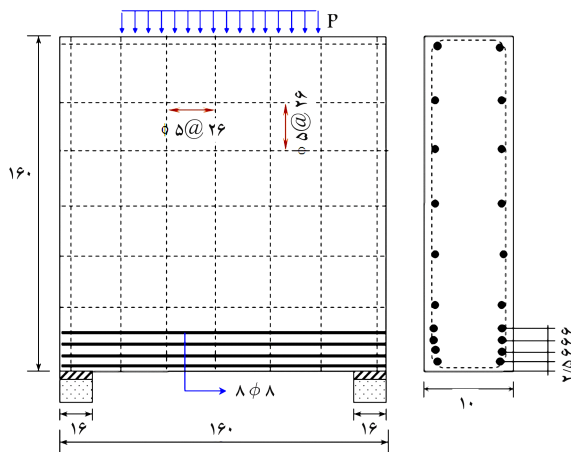
ضریب  $\beta$  به عنوان تابعی از کرنش کششی قائم بر صفحه‌ی ترک فرض می‌شود (شکل ۲). طبق یک قانون عمومی، مقادیر  $\beta < 0.75$  برای شکست برشی مناسب است.

-- برای بتنی که در یک جهت ترک خورده است (رابطه‌ی ۱۱):

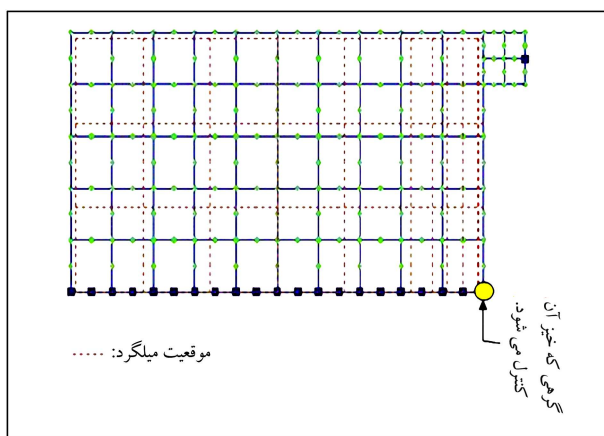
$$\beta = \beta_0 \left( 1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} \right) \quad (11)$$



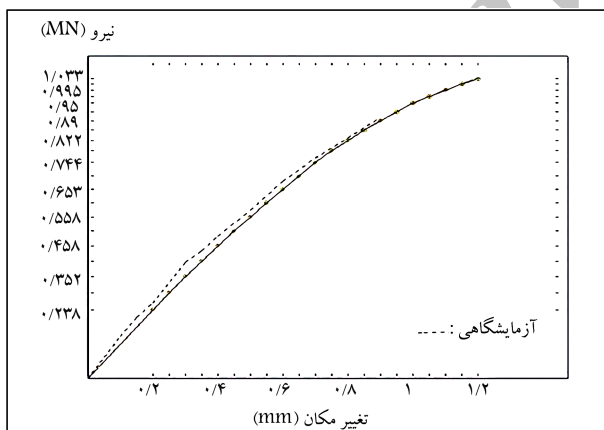
شکل ۲. مدل انتقال برش.



شکل ۳. بارگذاری و نحوه آرایش میلگردها برای نمونه WT3 (ابعاد برحسب cm).



شکل ۴. الگوی قرارگیری میلگردها در داخل اعضا برای نمونه WT3.



شکل ۵. نمودار بار-خیز حاصل از تحلیل WT3.

فولادی در محل تکیه‌گاه) تحت شرایط تنش - صفحه مدل شده است. شکل ۴، الگوی قرارگرفتن میلگردها در داخل عضو را نشان می‌دهد. نمودار بار-خیز حاصل از تحلیل و حل آزمایشگاهی در شکل ۵ مشاهده می‌شود. از مقایسه این دو ملاحظه می‌شود که نتایج برنامه تطابق کاملاً خوبی با آزمایش دارد و هم‌چنین مدل پیشنهادی برای انتقال برش نیز مناسب است. نتایج این برنامه بهتر از تحلیل برنامه DIANA<sup>[۲۲]</sup> است.

### ۱.۶.۲. معیار اول CRI۱

در این معیار نرم نیروهای مانده با نرم نیروهای وارده در هر افزایش مقایسه می‌شود (روابط ۱۷ و ۱۸):

$$R = \frac{\|F_{RES}\|}{\|\Delta F\|} < Toler \quad (17)$$

$$\|F_{RES}\| = \left[ \sum_{i=1}^{n_{dof}} (F_i - G_i)^2 \right]^{1/2}, \quad G_i = \int_{\Omega} B^T \sigma_i d\Omega \quad (18)$$

که در آن،  $F_i$  و  $G_i$  مؤلفه‌های نیروهای وارده و نیروی معادل تنش‌های داخلی در درجه آزادی موردنظر گره  $i$  هستند.  $n_{dof}$  تعداد کل درجات آزادی سازه است.

### ۲.۶.۲. معیار دوم CRI۲

در این معیار کار نیروهای مانده با کار نیروهای وارده مقایسه می‌شود (روابط ۱۹ و ۲۰):

$$W_{RES} = \sum_{i=1}^{n_{dof}} (F_i - G_i) \cdot \Delta U_i, \quad W_F = \sum_{i=1}^{n_{dof}} (\Delta F_i) \cdot \Delta U_i \quad (19)$$

$$R = \frac{W_{RES}}{W_F} < Toler \quad (20)$$

که در آن،  $F_i$ ،  $G_i$  و  $n_{dof}$  مشابه معیار اول تعریف می‌شوند.  $\Delta U_i$  تغییرمکان‌های جزئی در درجه آزادی موردنظر برای گره  $i$  و  $\Delta F_i$  نیروی افزایشی است. مقدار  $Toler$  توسط کاربر تعیین می‌شود، که معمولاً در محدوده ۰٫۱-۰٫۱۰ است.

### ۳. حل مثال‌های نمونه و مقایسه‌ی آن با نتایج تجربی

در این قسمت نتایج تحلیل تیرهای عمیق بتن مسلح بررسی شده‌اند.

#### ۱.۳. نمونه اول: تیر عمیق بتن مسلح با دو تکیه‌گاه ساده

این تیر عمیق توسط لئونارد و والتر آزمایش شده است.<sup>[۲۲]</sup> ابعاد این نمونه  $10 \times 160 \times 160$  سانتی‌متر است، و ابعاد میلگردها و بارگذاری آن در شکل ۳ مشاهده می‌شود. متغیرهای مورد استفاده در تحلیل نمونه به این شرح است:

$$f'_c = 30.2 \text{ (N/mm}^2\text{)}, \quad E_c = 210000 \text{ (N/mm}^2\text{)},$$

$$\epsilon_{crush} = 0.0035, \quad \epsilon_{crack} = 0.00015, \quad \nu = 0.2,$$

$$\beta = 0.20, \quad \epsilon_{ult} = 0.0019$$

فولاد

$$Y = 400 \text{ (N/mm}^2\text{)}, \quad E_s = 210000 \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

سایر اطلاعات مسئله:

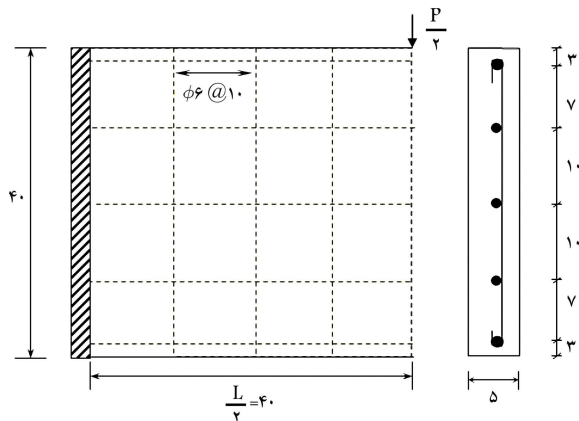
معیار تسلیم: دراکر - پراگر؛ سخت‌شدگی: خمیری کامل؛ رفتار پس از ترک‌خوردگی: سخت‌شدگی کششی؛ معیار هم‌گرایی: CRI۲؛ تئرانس (براداری): ۰٫۱؛ تعداد افزایش‌ها: ۲۱.

به علت تقارن، فقط نصف تیر برای تحلیل عددی به روش عناصر محدود انتخاب شده است. نصف تیر با ۱۹۹ گره و ۵۴ عضو ۸ گره‌یی (۵۰ عضو بتنی و ۴ صفحه‌ی

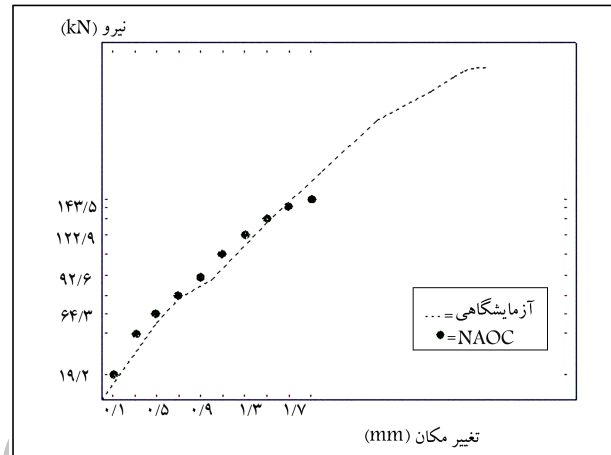


جدول ۱. مشخصات نمونه‌های DB۱ تا DB۵.

$E_s$	$Y_s$	$E_c$	$f_t$	$f'_c$	قطر میلگرد اصلی (mm)		نمونه
					بالا	پایین	
		۲۶۴۱۴	۳٫۲۳	۳۰٫۶	۲۰	۲۰	DB۱
		۲۶۴۱۴	۳٫۲۳	۳۰٫۶	۱۲	۱۲	DB۲
۲٫۱ × ۱۰۵	۴۱۰	۲۲۲۴۳	۱٫۹۸	۲۱٫۷	۱۶	۱۶	DB۳
		۲۲۲۴۳	۱٫۹۸	۲۱٫۷	۱۲	۱۶	DB۴
		۲۷۴۳۰	۳٫۳۰	۳۳	۶	۱۶	DB۵



شکل ۱۳. بارگذاری و نحوه آرایش میلگردها برای تیر دو سرگیردار (ابعاد برحسب cm).



شکل ۱۱. نمودار بار-خیز حاصل از تحلیل و داده‌های آزمایشگاهی.

۳.۳. نمونه‌ی سوم: تیر عمیق بتن مسلح با دو تکیه‌گاه گیردار  
این تیر عمیق (به ابعاد ۵ × ۴۰ × ۸۰ سانتی‌متر) را نیز عر بزرده آزمایش کرده است. [۲۳] متغیرهای مورد استفاده در تحلیل تیر به این شرح هستند:

$$E_c = 24150 \text{ (N/mm}^2\text{)}, \quad \epsilon_{crush} = 0.0035,$$

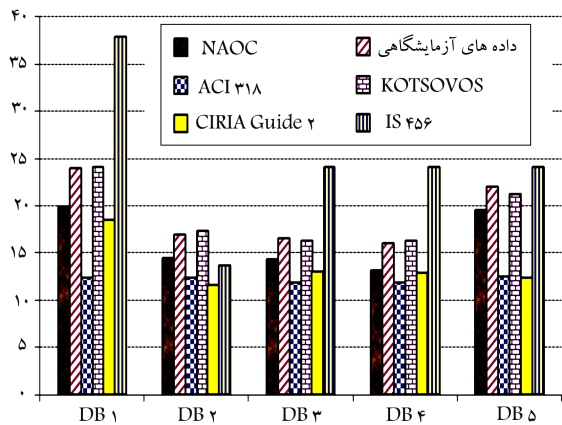
$$\nu_s = 0.3, \quad \nu_c = 0.2, \quad f_c = 34 \text{ (N/mm}^2\text{)},$$

$$f_t = 2.57 \text{ (N/mm}^2\text{)}, \quad E_S = 197 \text{ (N/mm}^2\text{)}$$

میلگرد اصلی بالا و پایین:  $\phi 16$ ؛ مقاومت فشاری و کششی:  $392 \text{ N/mm}^2$ ؛  
میلگرد جان:  $\phi 6$ ؛ مقاومت فشاری و کششی:  $313 \text{ N/mm}^2$ .

به‌علت تقارن، فقط نصف تیر برای تحلیل عددی به روش عناصر محدود انتخاب شده است. نصف تیر در دو حالت یک‌بار با ۶۵ گره و ۱۶ المان ۸ گره‌یی و بار دیگر با ۲۲۵ گره و ۶۴ المان ۸ گره‌یی تحت شرایط تنش - صفحه مدل شده است. در شکل ۱۳، ابعاد، بارگذاری و نحوه آرایش میلگردها برای تیر دو سرگیردار نشان داده شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، بار به‌صورت یک بار متمرکز در وسط تیر عمیق اعمال شده است. نحوه‌ی شماره‌گذاری گره‌ها و المان‌ها در شکل ۱۴، نتایج نرم‌افزار برای نمودار تغییرمکان وسط تیر در شکل ۱۵ و مقایسه‌ی جواب‌های برنامه با نتایج تجربی، که بیانگر تطبیق مناسب نتایج برنامه با نتایج مطالعات تجربی است، در شکل ۱۶ ارائه شده است.



شکل ۱۲. مقایسه‌ی مقاومت نهایی تیرها.

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، تأثیر عوامل مختلف در مقاومت نهایی را می‌توان به این صورت بیان کرد:

۱. مقاومت بتن نقش مهمی در مقاومت نهایی دارد (از مقایسه‌ی تیر DB۱ با تیرهای DB۳ و DB۴).

۲. در شرایطی که میلگردهای افقی و قائم جان و همچنین مقاومت بتن در دو نمونه‌ی DB۱ و DB۲ یکسان هستند، میلگردهای افقی بالا و پایین نقش قابل توجهی در مقاومت نمونه‌ها دارند.

#### ۴. نتیجه گیری

۱. تحلیل غیرخطی سازه‌های بتن مسلح به روش عناصر محدود را می‌توان از دو نظر حائز اهمیت دانست: پیچیدگی مسئله‌ی تحلیل تنش و تحلیل عددی به روش عناصر محدود. با در نظر گرفتن این عوامل و سایر مشکلات در برنامه‌نویسی، الگوریتم‌های مورد نیاز نوشته شده و با قراردادن آنها در کنار مهم، برنامه‌ی برای تحلیل غیرخطی تیرهای عمیق (NAOC) بسط داده شده است.
۲. در تحلیل مسائل با مصالح غیرخطی، استفاده از روش ماتریس سختی اولیه‌ی KT مناسب است (هر چند که نرخ هم‌گرایی پائینی دارد). این بدان جهت است که در این روش می‌توان از افزایش‌های نسبتاً بیشتر و در نتیجه در کاهش زمان کامپیوتری برای محاسبه‌ی ماتریس سختی سود جست.
۳. هر دو معیار CRI و CRI<sub>2</sub> برای بررسی هم‌گرایی مناسب هستند. در انتخاب سازه‌های بتن مسلح بیشتر از معیار دوم (CRI<sub>2</sub>) استفاده می‌شود. در انتخاب ترانس هم‌گرایی نیز باید دقت شود. بالا بودن نرخ هم‌گرایی به علت افزایش زمان محاسبه، غیراقتصادی و پایین بودن آن باعث خطای زیاد در نتایج خواهد شد. برای تحلیل تیرهای عمیق، ترانس بین ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ نتایج خوبی ارائه می‌دهد.

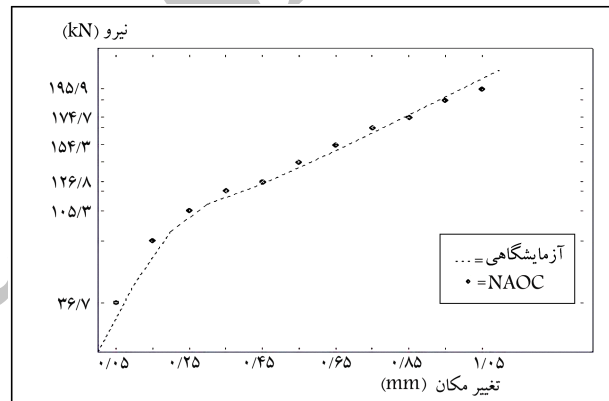
۴. تا وقتی ترک‌ها به وجود نیامده‌اند، تنش‌ها به همان صورتی هستند که نظریه‌ی کشسان پیش‌بینی می‌کند. بعد از ترک‌خوردگی، تنش‌ها به‌طور چشم‌گیری از توزیع کشسان منحرف و اختلاف در جواب‌های روش خطی و غیرخطی زیادتر می‌شود.

۵. در تیرهای عمیق بتن مسلح، نحوه‌ی مدل کردن انتقال برش به علت عمل شاخه‌ی (dowel action) و نیروی محوری موجود در میلگردها کار مشکلی است، که در برنامه‌ی NAOC با استفاده از یک سری روابط منطقی، این امر تحقق یافته و نشان داده شده است که نتایج برنامه، انطباق خوبی با داده‌های تجربی دارند.

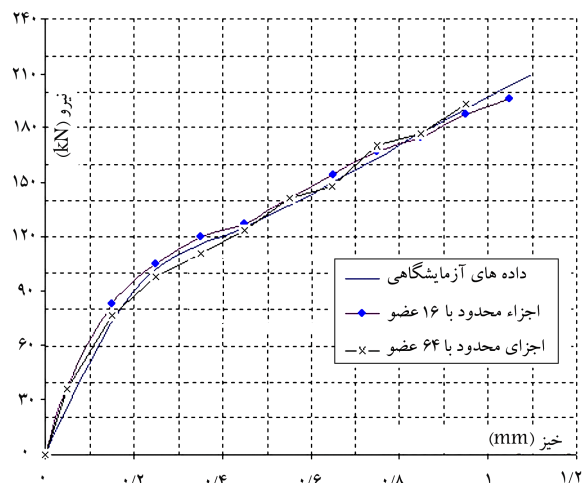
۶. تخمین نسبتاً دقیق بار گسیختگی، یکی دیگر از نتایج این برنامه به شمار می‌آید.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	18	1	19	9	20	17	21	25	22	33	23	41	24	49	25	57	26
2	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
3	44	2	45	10	46	18	47	26	48	34	49	42	50	50	51	58	52
4	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
5	70	3	71	11	72	19	73	27	74	35	75	43	76	51	77	59	78
6	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
7	96	4	97	12	98	20	99	28	100	36	101	44	102	52	103	60	104
8	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121
9	122	5	123	13	124	21	125	29	126	37	127	45	128	53	129	61	130
10	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144	145	146	147
11	148	6	149	14	150	22	151	30	152	38	153	46	154	54	155	62	156
12	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173
13	174	7	175	15	176	23	177	31	178	39	179	47	180	55	181	63	182
14	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199
15	200	8	201	16	202	24	203	32	204	40	205	48	206	56	207	64	208
16	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224	225

شکل ۱۴. مدل عناصر محدود برای نمونه‌ی سوم.



شکل ۱۵. نمودار بار-خیز حاصل از تحلیل برنامه برای نمونه‌ی سوم (با ۱۶ عضو).



شکل ۱۶. مقایسه‌ی جواب‌های حاصل از تحلیل با داده‌های آزمایشگاهی.

#### فهرست علائم

- $E_s$ : مدول کشسانی فولاد؛
- $E_c$ : مدول کشسانی بتن؛
- $f_t$ : مقاومت کششی بتن؛
- $f_c$ : مقاومت فشاری نمونه‌ی استوانه‌ی بتن؛
- $E_r$ : مدول سکانتی؛
- $\nu$ : ضریب پواسون؛
- $\gamma$ : حد تسلیم فولاد؛
- $\epsilon, \gamma$ : کرنش‌ها؛
- $\epsilon_{rm}$ : کرنش نهایی بتن؛
- $\sigma$ : تنش؛
- $\beta$ : ضریب برشی؛
- $G$ : مدول برشی؛



- $\{ \varepsilon \}$ : ماتریس کرنش المان؛  
 $[B]$ : کرنش ماتریس درون یابی؛  
 $[U]$ : ماتریس جابجایی؛  
 $[D]$ : ماتریس خواص مصالح؛  
 $[K_{\alpha\beta}^r]$ : ماتریس سختی میلگرد؛  
 $[B_{\alpha}^r]$ : ماتریس کرنش میلگرد؛  
 $[D_{cr}]$ : ماتریس خواص مصالح در حالت ترک خورده.
- $T_{xy}$ : تنش برشی؛  
 $N^{\alpha}$ : تابع شکل گره  $\alpha$ ؛  
 $N_r^{\alpha}$ : مشتق تابع شکل در جهت  $r$ ؛  
 $F_{\alpha}^r$ : نیروی معادل تنش میلگرد در گره های المان؛  
 $\varepsilon_{11}$ : کرنش طولی میلگرد در جهت مماس بر آن؛  
 $l_1, m_1$ : کسینوس های هادی؛  
 $[T]$ : ماتریس انتقال؛

## پانویس ها

1. computer aided strut and tie
2. Orthotropic
3. smeared
4. NAOC
5. nonlinear analysis of concrete

## منابع (References)

1. Ershadi, S. "The investigation of behavior and failure modes of simply supported deep beams with the span to depth ratio between 2 and 3", Iran University of Science & Technology, Master's thesis (1996).
2. Kong, F.K., *Reinforced Concrete Deep Beams*, Blakie and Son Ltd, Glasgow and London (1990).
3. ACI 318-02, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary- ACI 318 R-02*, American concrete institute, Farmington Hills, MI, USA (1990).
4. Issue No. 120, Iranian Concrete Code (ABA), *Management and Planning Organization of Iran, Technical Activities and Code Development Section*, First Section, 7th Edition, Tehran, Iran (2004).
5. Mohamadhasani, M., Zamin Jummat, M. and Jameel, M. "Experimental investigation to compare the modulus of rupture in high strength self compacting concrete deep beams and high strength concrete normal beams", *Construction and Building Materials*, **30**, pp. 265-273 (2012).
6. Shrikant, M., Patil, S.S. and Niranjani, B.R. "Analysis of deep beam using cast software and comparison of analytical strain with experimental strain results", *International Journal of Computational Engineering Research*, **2**, pp. 181-185 (2012).
7. Wang, Q. and Hoogenboom, P.C.J. "Failure modes and serviceability of high strength self-compacting concrete deep beams", *Engineering Failure Analysis*, **18**(8), pp. 2272-2281 (2011).
8. Cheng, B. and Su, R.K.L. "Numerical studies of deep concrete coupling beams retrofitted with a laterally restrained steel plate", *Advances in Structural Engineering*, **14**(5), pp. 903-916 (2011).
9. Arabzade, A. and Mahanpoor, H. "The experimental study of the effects of FRP laminates on shear strength of RC fixed ended deep beams", *Modares Civil Engineering Journal (M.C.E.L)*, **11**(2), pp. 69-72 (2011).
10. Jahangiri, V. and Khaloo, A. "Behavior investigation of RC deep beams with web opening using finite elements method", 5th Congress of Civil Engineering, Mashhad, Iran (2010).
11. Riyazi, M. and Esfahani, M. "Modeling of coupling RC deep beams with conventional reinforcement in shear walls", *Journal of Technical Faculty*, **41**(4), pp. 47-60 (2007).
12. Lee, J.K., Li, C.G. and Lee, Y.T. "Experimental study on shear strength of reinforced concrete continuous deep beams with web opening", 14th World Conference on Earthquake Engineering, Beijing, China (12-17 October 2008).
13. Mohammad, K.I. "Prediction of behavior of reinforced concrete deep beams with web openings using finite elements", *Al-Rafidain Engineering*, **15**(4), pp. 73-87 (2007).
14. Yang, K.H., Eun, H.C. and Chung, H.S. "The influence of web openings on the structural behavior of reinforced high-strength concrete deep beams", *Engineering Structure*, **28**(13), pp. 1825-1834 (2006).
15. Salamy, M.R., Kobayashi, H. and Unjoh, Sh. "Experimental and analytical study on RC deep beams", *Asian Journal of Civil Engineering*, **6**(5), pp. 409-421 (2005).
16. Hassan Dirar, M.O.S. and Morley, T.C. "Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete deep beams", *International Journal of Computational Plasticity*, **3**, pp. 68-76 (2005).
17. Vecchio, F.J. "Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete membranes", *Aci Structural Journal*, **86**(1), pp. 26-35 (1998).
18. Vecchio, F.J. "Finite element modeling of concrete expansion and confinement", *Journal of Structural Engineering ASCE*, **118**(9), pp. 2390-2406 (1993).
19. Gupta, A. and Rangan, B.V. "High strength concrete (HSC) structural walls", *Aci Structural Journal*, **95**(2), pp. 194-204 (1998).
20. Frantzeskakis, C. and Theillout, J.N. "Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures with a

- particular strategy following the cracking process”, *Computer & Structures*, **31**(3), pp. 395-412 (1989).
21. Cervenka, V. “Constitutive model for cracked reinforced concrete”, *Aci Structural Journal*, **82**(6), pp. 887-882 (1985).
22. Van Mier, J.G.M. “Examples of non-linear analysis of reinforced concrete structures with DIANA”, *Heron.*, **32**(3), pp.67-86 (1987).
23. Arabzadeh, A. “Analysis of some experimental results of deep beams using Truss Analogy method”, *Journal of Science and Technology*, Shiraz University, **25**(1), pp. 27-34 (2001).

Archive of SID