

# تحلیل بودجه خطای ناوبری یک موشک بالستیک و ارزیابی عوامل مؤثر بر دایره احتمال خطا

احمد رضا خوگر<sup>۱</sup>

سمیر الدیب<sup>۲</sup>

دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا

دانشکده مهندسی برق

دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران

دانشگاه صنعتی مالک اشتر

(تاریخ دریافت: ۸۹/۰۱/۳۱؛ تاریخ پذیرش: ۹۱/۰۱/۱۹)

## چکیده

تقریباً همیشه بین نقطه‌ی اصابت موشک‌های بالستیک و نقطه‌ی هدف، مقداری خطا وجود دارد. تخمین این خطاها از نظر کاربردی اهمیت زیادی دارد. بررسی منابع این خطا و اثرات آن بر موشک به طراحان کمک می‌کند پارامترها را طوری بهینه کنند که دایره‌ی احتمال خطا (CEP) کمینه باشد. در این مقاله مسائل یک موشک بالستیک در فاز فعال‌سازی موتور بوستر و در پی آن فاز پرواز آزاد موشک بررسی شده است. در این تحقیق، یک موشک مشخص با استفاده از شبیه‌ساز پرواز ۶ درجه آزاد موجود در نرم افزار MATLAB و با در نظر گرفتن جزئیات لازم مدل‌سازی و مطالعه شده است. اثرات پارامترهای کنترلی مختلف و زیرسیستم‌های هدایت و ناوبری بر CEP و بودجه‌ی خطا، شبیه‌سازی و تحلیل شده است و اهمیت پارامترهای مختلف از دیدگاه طراح ارزیابی و اندازه‌گذاری شده است.

**واژه‌های کلیدی:** دایره‌ی احتمال اصابت، بودجه‌ی خطا، موشک بالستیک

## Ballistic Missile Error Budget Analysis and Measures of Most Probable Causes of CEP Error

A. R. Khoogar

S. Aldib

Mech. and Aerospace Eng. Dep't.

Elect. Eng. Dep't.

Islamic Azad Univ., Sci. and Res. Branch

Malek Ashtar Univ. of Tech.

(Received: 20 April, 2010; Accepted: 7 April, 2012)

## ABSTRACT

There are always some errors between the desired impact position of ballistic missiles and their real impact position. Estimation of this error is important from operational point of view. Investigation of sources of this error and its' effects on the missile can help a designer to optimize the parameters so that the circular error probability (CEP) is minimized.

This paper investigates the problems of dispersion of ballistic missiles during the boosting phase and the free flight phases following that. In this work a specific missile has been extensively studied using the six degree of freedom missile flight trajectory simulator in the Matlab software. The influence of the control parameters and different guidance and navigation subsystems on the CEP and its scattering budget are analyzed, and their significance from a designer point of view are measured.

**Keywords:** Circular Error Probability, CEP, Error Budget, Ballistic Missile

۱- استادیار (نویسنده پاسخگو): Khoogar@gmail.com

۲- کارشناس ارشد: db\_samer@yahoo.com

## ۱- مقدمه

نیز اتفاقی فرض شده است،

- رانش سیستم ناوبری: رانش سیستم ناوبری عموماً ناشی از دو پدیده است. پدیده‌ی اول مربوط می‌شود به حسگره<sup>۳</sup> و پدیده دوم مربوط می‌شود به محاسبات کامپیوتری،  
- اغتشاشات جوی: تغییر ناخواسته و نامشخص سرعت و جهت باد در هنگام برخورد با سطوح آیرودینامیکی موشک و همچنین اثر بادهای عرضی باید در محاسبات دایره‌ی احتمال اصابت در نظر گرفته شوند،  
- خطای سیستم هدایت: خطای سیستم هدایت را می‌توان به پنج دسته تقسیم کرد: عدم هم‌راستایی اولیه، رانش ژيروها<sup>۴</sup>، رانش شتاب‌سنج‌ها، خطای در زمان خاموش شدن موتور و خطای کامپیوتر و  
- منابع دیگر خطاهای متفرقه: منابع خطاهای دیگری مانند خطای شمارنده‌ی زمان، خطای ناشی از هم‌راستایی سمت، خطای ناشی از رقمی کردن سرعت، خطای ارتعاشات پروازی و خطای ناوبری در حین پرواز وجود دارند که می‌توانند قابل ملاحظه باشند ولی ممکن است وابستگی مستقیمی به سیستم هدایت یا کنترل نداشته باشند.

## ۳- اهمیت CEP

دایره‌ی احتمال خطا<sup>۵</sup> CEP شاخصی قابل اندازه‌گیری برای دقت اصابت موشک محسوب می‌شود. این شاخص معادل شعاع دایره‌ای است که مرکز آن در نقطه‌ی هدف قرار دارد و ۵۰ درصد اصابت‌ها در داخل این دایره قرار می‌گیرد. به عبارت دیگر، احتمال اینکه اصابت در این دایره قرار گیرد ۵۰ درصد است. برای محاسبه CEP از توزیع نرمال دایره‌ای استفاده می‌شود. اگر انحراف معیار در راستای محورهای اصلی تعریف شوند (برای مثال X, Y)، در این صورت ۶۸/۳ درصد داده‌ها در یک سیگما از مقدار میانگین (۹۵/۴ درصد در دو سیگما البته در جهت‌های تعریف شده  $\sigma_x$  یا  $\sigma_y$ )، قرار می‌گیرند. در اینجا  $\sigma_x$  و  $\sigma_y$  به صورت زیر تعریف شده‌اند.

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2 + \sigma_{x_3}^2 + \dots} \quad (1)$$

اگر تمام مشخصه‌های یک موشک و شرایط جوی که در آن پرواز می‌کند کاملاً معلوم باشند، موشک بر روی مسیری قابل پیش‌بینی پرواز می‌کند و بدون خطا به هدف برخورد می‌کند. این مسیر پرواز به مسیر نامی معروف است. در واقعیت همیشه مقداری تفاوت بین مسیر نامی و مسیر واقعی وجود دارد که عمدتاً ناشی از عیوبی است که در ساخت و تولید قطعات و همچنین مونتاژ موشک وجود دارد. عواملی همچون عدم هم‌راستایی ابزار اندازه‌گیری، اغتشاشات جوی و خطا در مدل‌سازی در مجموع باعث می‌شوند موشک در مسیر از پیش تعیین شده پرواز نکند و خطای اصابت ایجاد شود و در نتیجه همیشه مقداری خطا بین نقطه‌ی هدف و نقطه‌ی اصابت وجود داشته باشد. تخمین این خطا از دیدگاه کاربردی اهمیت زیادی دارد. بررسی و تحلیل منابع ایجاد خطا و اثرات آن بر مسیر پرواز موشک می‌تواند به طراحان کمک کند تا پارامترهای مختلف را طوری بهینه کنند که شعاع دایره‌ی احتمال اصابت کمینه شود.

## ۲- بودجه‌ی خطای اصابت

به‌طور کلی بودجه‌ی خطای اصابت شامل: خطای نشانه‌روی، انحراف ناشی از ضربه جلوبرنده‌ها، انحرافات سازه‌ای آیرودینامیکی، انحرافات سیستم ناوبری و اغتشاشات جوی است که هر یک به‌اختصار به‌صورت زیر توصیف می‌شوند:

- خطای نشانه‌روی: این خطا اغلب به خطای جهت‌دهی سیستم لانچر<sup>۱</sup> معروف است. از لحاظ فیزیکی تقریباً غیرممکن است که لانچر را در یک وضعیت دقیق جهت‌دهی کرد، بنابراین خطای جهت‌دهی لانچر اجتناب‌ناپذیر است،  
- جمع انحرافات ضربه‌ای: این خطا عمدتاً مربوط است به تلرانس‌های موجود در طراحی موتور و مشخصه‌های جلوبرنده‌ها،

- نیروی جلوبرنده و انحرافات آیرودینامیکی: مشکل‌ترین پارامتر قابل تعیین، در تعیین بودجه‌ی خطا مربوط است به عدم هم‌راستایی بردار تراست<sup>۲</sup> و سطوح آیرودینامیکی. از آنجایی که جهت این انحرافات معمولاً اتفاقی است، توزیع آن

3- Platform Drifts  
4- Gyros  
5- Circular Error Probable

1- Lancher  
2- Thrust Vector

#### ۴- شبیه‌سازی پرواز موشک

شبیه‌سازی مسیر پرواز یک موشک روشی مؤثر برای تخمین نقطه‌ی اصابت و در نتیجه تحلیل آماری پراکندگی نقطه‌ی اصابت است. عموماً برای شبیه‌سازی مسیر پرواز موشک‌ها، معادلات ۶ درجه آزادی لازم است. مدل طراحی شده در این تحقیق از زیرسیستم‌های هدایت و ناوبری، خلبان خودکار و واحد اندازه‌گیری اینرسی تشکیل شده است. شکل ۲ دیگرام بلوکی یک قسمت از این شبیه‌ساز که با استفاده از نرم‌افزار MATLAB و فضای شبیه‌سازی سیمولینک<sup>۳</sup> نوشته شده است را نشان می‌دهد.

#### ۵- معادلات دینامیکی مدل شش درجه آزادی

شش معادله دیفرانسیل توصیف‌کننده حرکات یک جسم صلب در فضا به صورت زیر قابل بیان است [۱]:

$$m(\dot{u} + qw - rv) = X + T_x + m g_x, \quad (7)$$

$$m(\dot{v} + ru - wp) = Y + T_y + m g_y, \quad (8)$$

$$m(\dot{w} + pv - qu) = Z + T_z + m g_z, \quad (9)$$

$$I_{xx}\dot{p} - (I_{yy} - I_{zz})qr + I_{yz}(r^2 - q^2) - I_{zx}(pq + \dot{r}) + I_{xy}(rp - \dot{q}) = L, \quad (10)$$

$$I_{yy}\dot{q} - (I_{zz} - I_{xx})rp + I_{zx}(p^2 - r^2) - I_{xy}(qr + \dot{p}) + I_{yz}(pq - \dot{r}) = M, \quad (11)$$

$$I_{zz}\dot{r} - (I_{xx} - I_{yy})pq + I_{xy}(q^2 - p^2) - I_{yz}(rp + \dot{q}) + I_{zx}(qr - \dot{p}) = N. \quad (12)$$

معادله‌های (۷-۹) بیانگر دینامیک نیروی یک جسم صلب عمومی هستند و حرکت انتقالی مرکز جرم جسم را توصیف می‌کنند. در اینجا مرکز مختصات متصل به بدنه و مرکز جرم CG<sup>۴</sup> بدنه منطبق برهم فرض شده‌اند. معادله‌های (۱۰-۱۲) بیانگر دینامیک گشتاوری یک جسم صلب عمومی هستند و حرکت دورانی جسم حول محورهای مختصاتی متصل به بدنه را توصیف می‌کنند.

این معادله‌ها در مجموع می‌توانند پرواز عمومی ۶ درجه آزادی یک موشک را مدل کنند. انتگرال‌گیری از این معادله‌ها، سه مؤلفه سرعت خطی (u, v, w) و سه مؤلفه سرعت دورانی (p, q, r) را محاسبه می‌کند.

$$\sigma_y = [ \sigma_{y_1}^2 + \sigma_{y_2}^2 + \sigma_{y_3}^2 + \dots ]^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

$$\sigma_{x_k} = [ E(\bar{x} - x_k)^2 ]^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

$$\sigma_{y_k} = [ E(\bar{y} - y_k)^2 ]^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

که در آنها، E: میانگین تجربی،  $\bar{x}$ ،  $\bar{y}$ : مقادیر میانگین هستند و اندیس k نشانگر k امین پرتاب در سری داده‌ها است. بنابراین حول مقدار میانگین شعاع دایره، احتمال اصابت با رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:

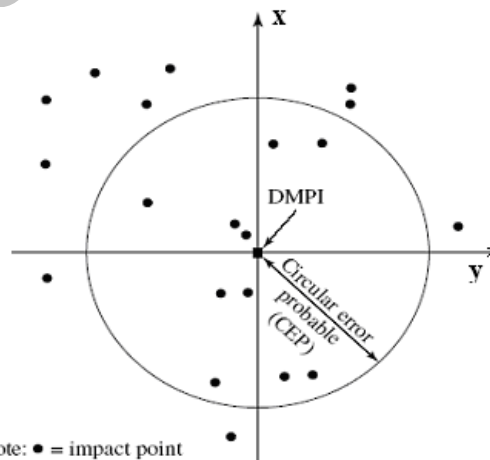
$$CEP = 0.59 (\sigma_x + \sigma_y). \quad (5)$$

اگر  $\sigma_x$  و  $\sigma_y$  تقریباً مساوی باشند، یعنی  $\sigma_x = \sigma_y = \sigma$  در این صورت، CEP برابر است با ۱/۱۷۷۴ برابر مقدار انحراف معیار  $\sigma$ .

برحسب انحرافات احتمالی سمت<sup>۱</sup> DEP و انحرافات احتمالی برد<sup>۲</sup> REP، شعاع دایره احتمال اصابت از رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است:

$$CEP = 0.875 (REP + DEP). \quad (6)$$

شکل ۱ یک دایره‌ی احتمال اصابت نوعی را نشان می‌دهد.



شکل (۱): نمایش یک دایره احتمال اصابت نوعی.

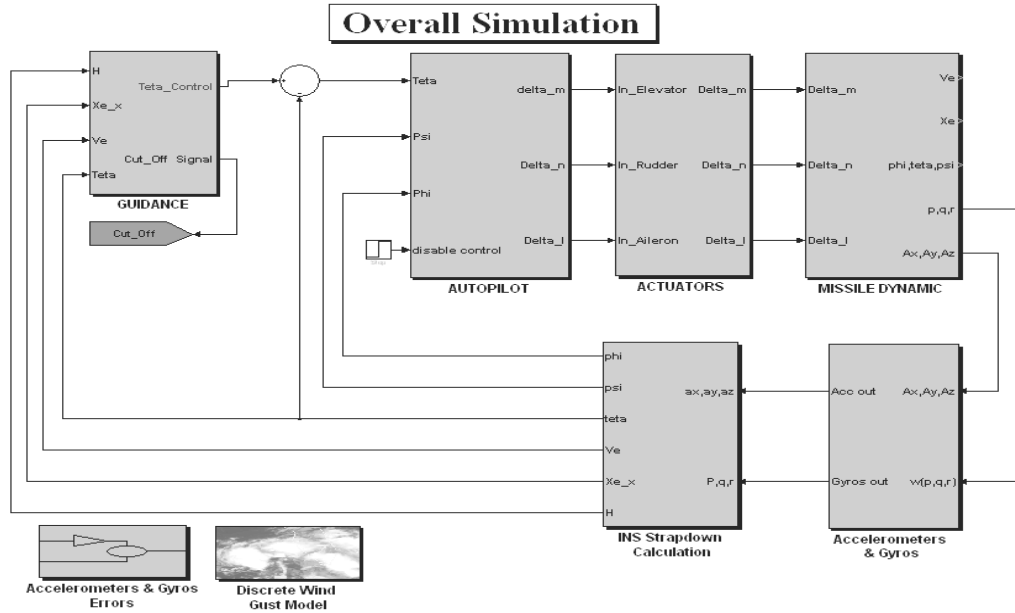
بنابراین CEP شعاع دایره‌ای است که به‌طور آماری ۵۰ درصد اصابت‌های یک سری پرتاب را دربر می‌گیرد و شاخصی برای اندازه‌گیری پراکندگی اصابت از مقدار میانگین است.

3- Simulink

4- Center of Gravity

1- Deflection Error Probable

2- Range Error Probable



شکل (۲): دیاگرام بلوکی شبیه‌ساز پرواز.

محاسبه نیروهای پسا و جلوبرندگی لازم است فشار اتمسفر، چگالی هوا و سرعت صوت، برحسب ارتفاع از سطح دریا مشخص باشد. این پارامترها از مدل ارائه شده توسط ARDC<sup>۳</sup> (ستاد توسعه تحقیقات نیروی هوایی آمریکا) قابل محاسبه هستند.

#### ۶- مدل ناوبری متصل به بدنه

برای ناوبری یک جسم پرنده در یک محدوده جغرافیایی محدود، معادله ناوبری را می‌توان به صورت زیر نوشت [۲-۳]:

$$v_e^n = f^n - (2w_{ie}^n + w_{en}^n)v_e^n + g_l^n \quad (13)$$

که در آن،  $v_e^n$ : سرعت موشک نسبت به زمین است که در مختصات جغرافیایی محلی که محورهای آن به ترتیب به سمت شمال، مشرق و عمود محلی هستند، توصیف شده است،

$f^n$ : بردار نیروی اندازه‌گیری شده به وسیله سه شتابسنج نظام‌مند است که برآیند نیروها را در مختصات جغرافیایی محلی محاسبه می‌کنند،

$w_{ie}^n$ : نشانگر سرعت دورانی زمین است که در مختصات جغرافیایی محلی توصیف شده است،

$w_{en}^n$ : نشانگر سرعت دورانی مختصات جغرافیایی محلی است

بنابراین، دینامیک کلی یک جسم پرنده به وسیله این معادله‌ها توصیف می‌شود. جسم پرنده می‌تواند هرگونه وضعیتی داشته باشد و اثرات ایجادکننده این وضعیت در داده‌های آیرودینامیکی، نیروها و گشتاورهای اعمالی، مشخصه‌های جرمی، گشتاورهای اینرسی و مشتقات آیرودینامیکی پرنده نهفته است.

شکل کلی جسم پرنده به صورت استوانه‌وار با دو صفحه تقارن در نظر گرفته شده است. در نتیجه حاصل ضرب‌های اینرسی صفر هستند و در نتیجه شکل ساده شده‌ای از معادلات در جهت غلتش جسم پرنده به صورت مستقل را ممکن می‌سازد. این موضوع هم‌چنین باعث می‌شود داده‌های لازم برای مدل کردن جسم پرنده کاهش قابل ملاحظه‌ای داشته باشد. پارامترهای فیزیکی مورد نظر برای یک موشک شامل موارد زیر می‌شود:

نیروی جلوبرندگی موتور، جرم موشک، سرعت سوزش سوخت، گشتاورهای اینرسی و تغییر مکان‌های  $CP^1$  و  $CG^2$  در خلال پرواز است. حرکت موشک در حین پرواز با استفاده از نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی و برآیند نیروهای گرانی عمل‌کننده بر مرکز جرم جسم قابل محاسبه است. برای

1- Center of Pressure  
2 - Center of Gravity

3- Air Research and Development Command

$$\begin{cases} \dot{\theta} = q \cos \varphi - r \sin \varphi, \\ \dot{\phi} = p + q \sin \varphi \tan \theta + r \cos \varphi \tan \theta, \\ \dot{\psi} = q \frac{\sin \varphi}{\cos \theta} + r \frac{\sin \varphi}{\cos \theta}. \end{cases} \quad (17)$$

### ۷- مدل خلبان خودکار

خلبان خودکار فرامین را از کامپیوتر هدایت دریافت می کند و پس از پردازش آنها، سیگنال های کنترلی لازم مانند سرعت خمش سطوح کنترلی و یا کنترل دریچه های سوخت جت های جلوبرنده را به سروو عملگرهای موشک ارسال می دارد.

به طور سنتی خلبان خودکار موشک های بالستیک از سه قسمت مجزا تشکیل می شود، که عبارت است از: خلبان خودکار زاویه ای تراز<sup>۱</sup> (طولی)، خلبان خودکار زاویه ای سمت (عرضی) و خلبان خودکار زاویه ای غلتش. در اینجا، کنترل کننده های مقاوم به خوبی می توانند استفاده شوند [۵]. کنترل مقاوم به کنترلی اطلاق می شود که در آن فرآیند کنترل شونده به طور قطعی معلوم نیست و دینامیک آن به طور قطعی مشخص نیست که باید گفت در این مسئله صادق است. عدم قطعیت اصلی در این سیستم کنترلی به مدل سازی موشک و پارامترهای مؤثر در آن مربوط است. مورد دیگری که ممکن است مهم باشد، محدودیت های فیزیکی است. با کمی تقریب، کنترل کننده های استفاده شده می توانند به صورت زیر توصیف شوند:

$$G_c(s) = k_c \frac{\tau_d s + 1}{\tau_p s + 1}, \quad (18)$$

که در آن،  $k_c$  بهره ای ثابت کنترل کننده و  $\tau_d$  و  $\tau_p$  به ترتیب ثابت های زمانی پیش فاز و پس فاز هستند. محدودیت های دیگری که باید در نظر گرفت، عبارت است از:

- سرعت پاسخ سیستم های کنترل زاویه ای تراز و زاویه ای سمت باید سریع تر از آن برای زاویه غلتش باشد،
- سرعت پاسخ سیستم کنترل زاویه ای تراز و زاویه ای سمت باید کوچک تر از آن برای بدنه ی موشک باشد و
- سرعت پاسخ کانال غلتش باید بزرگ تر از آن برای سکان عمودی باشد. بنابراین به طور خلاصه می توان نوشت:

$$t_{nudder} < t_{roll} < t_{pitch, yaw} < t_{body}. \quad (19)$$

که در مختصات متصل به زمین توصیف شده است،  $g_l^n$ : بردار شتاب جاذبه ای محلی است که شامل اثر شتاب جاذبه جرمی زمین  $g$  و اثر شتاب گریز از مرکز ناشی از چرخش زمین است،

$R_0$ : نشانگر شعاع زمین است و

$h$ : نشانگر ارتفاع از سطح متعارف زمین است.

بنابراین، معادلات ناوبری در مؤلفه های مجزا به صورت زیر قابل بیان هستند [۳]:

$$\begin{cases} v_N = f_N - v_E(2\Omega + \lambda) \sin L + v_D L + \xi g, \\ v_E = f_E + v_N(2\Omega + \lambda) \sin L + v_D(2\Omega + \lambda) \cos L + \eta g, \\ v_D = f_D - v_E(2\Omega + \lambda) \cos L - v_N L + g. \end{cases} \quad (14)$$

که در آن،  $\xi$  و  $\eta$  نشانگر انحرافات زاویه ای بردار گرانی محلی نسبت به عمود محلی هستند که به دلیل های بی قاعده در زمین وجود دارند. طول، عرض و ارتفاع جغرافیایی یک جسم پرنده در زمین به وسیله معادله های زیر قابل بیان هستند:

$$\begin{cases} L = \frac{v_N}{(R_0 + h)}, \\ L = \frac{v_E}{(R_0 + h) \cos L}, \\ h = -v_D. \end{cases} \quad (15)$$

در معادلات فوق، فرض شده که زمین از لحاظ هندسی یک کره کامل است. توجه داشته باشید که:

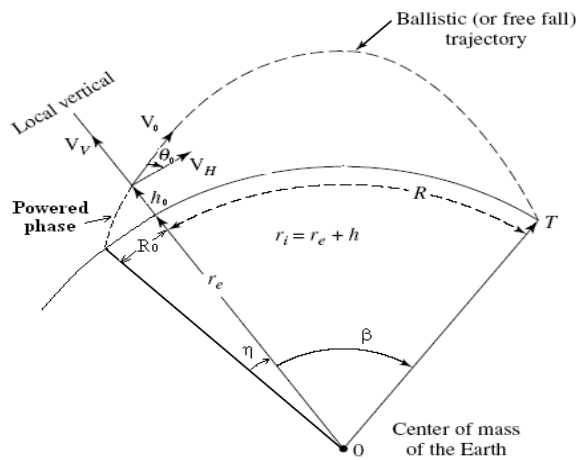
$$\begin{aligned} f^n = C_b^n f^b &\Rightarrow \begin{bmatrix} f_N \\ f_E \\ f_D \end{bmatrix}_n = C_b^n \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}_b, \\ v^n = C_b^n v^b &\Rightarrow \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{bmatrix}_n = C_b^n \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_b. \end{aligned} \quad (16)$$

در این روابط، اندیس  $n$  نشانگر مختصات ناوبری و اندیس  $b$  نشانگر مختصات متصل به بدنه است.

روابط سینماتیکی بین  $q$  و  $r$  و زوایای اوایلر  $\phi$ ،  $\theta$  و  $\psi$  به معادلات دیفرانسیل اوایلر معروف هستند، این معادلات که در مراجع [۴ و ۲] توصیف شده اند، به صورت زیر نوشته می شوند:

مونت کارلو<sup>۱</sup> برای مدل کردن دینامیک موشک و مدل کردن جو بیرونی استفاده شده است. مدل‌های استفاده شده در شبیه‌سازی موشک به‌نحوی اصلاح شده که موارد زیر را در بر گیرد:

پراکندگی آیرودینامیکی، پراکندگی در مشخصه‌های جرمی، انحرافات سیستم جلوبرنده، اغتشاشات جوی و انحراف داده‌های لانچر. جدول ۱ لیستی از عدم قطعیت پارامترهای استفاده شده در این تحقیق را نشان می‌دهد.



شکل (۳): نمایش صفحه‌ای مسیر پرواز یک موشک بالستیک.

### ۱۰- بررسی و تحلیل عوامل خطا

برد موشک مورد نظر عمدتاً با استفاده از زمان خاموش شدن موتور کنترل می‌شود. بنابراین خطای برد موشک در اثر عدم قطعیت موجود در اندازه بردار تراست، جرم اولیه، ضرایب آیرودینامیکی و گشتاورهای اینرسی ناچیز است. این نتیجه‌گیری در شبیه‌سازی‌های انجام شده قابل مشاهده و تأیید است. باید توجه داشت که برد موشک معادل جمع مسافت طی شده در فاز فعال موتور و مسافت طی شده در پرواز آزاد با شرایط اولیه موجود هنگام خاموش شدن موتور  $(V_{cut}, H_{cut}, \theta_{cut})$  است، البته در راستای محور  $x$ . بنابراین داده‌های سیستم اندازه‌گیری اینرسی<sup>۲</sup> (ژیروها و شتابسنج‌ها) اثر قابل توجهی بر پراکندگی اصابت دارند. فاکتور مهم دیگری که باید بررسی شود، زمان خاموش شدن موتور جلوبرنده است

توجه به این نکته ضروری است که یک خلبان خودکار با پهنا‌ی باند بالا باعث بهبود اثرپذیری سیستم هدایت می‌شود و همچنین عملگرهای پاسخ سریع می‌توانند باعث کاهش مصرف سوخت در مانورها و بهبود رفتار خلبان خودکار شوند.

### ۸- مدل هدایت

اگر هدف و سکوی پرتاب هر دو ساکن و معلوم باشند، مسیر پرواز موشک می‌تواند از قبل تعیین شود و نوعی روش هدایت برنامه‌ریزی شده به کار گرفته شود. برنامه این است که موشک در جهت برد و سمت مطلوب طوری هدف‌گیری شود که در بازگشت از جو به زمین در نقطه هدف از پیش تعیین شده با برد مشخص اصابت کند. در مورد موشک V-2 که در صفحه سمت کنترل می‌شود، زاویه برد، سرعت و ارتفاع در زمان خاموش شدن موتور باید طوری تنظیم شوند که موشک به هدف از پیش تعیین شده اصابت کند. با توجه به زمان خاموش شدن موتور، زاویه برد هنگام شلیک و کنترل‌های اعمال شده در طول پرواز فعال موشک، سرعت و ارتفاع مشخصی در زمان خاموش شدن موتور حاصل می‌شود. پرواز آزاد موشک پس از خاموش شدن موتور که فقط به شتاب گرانی و نیروهای آیرودینامیکی بستگی دارد و هیچ‌گونه کنترلی طی آن اعمال نمی‌شود، باید به‌نحوی طراحی شود که موشک در هنگام بازگشت به هدف مورد نظر اصابت کند. برای پروازهای برد کوتاه، که در آن زمین مسطح فرض می‌شود و مختصات دکارتی قابل استفاده است، معادلات حرکت یک جرم نقطه‌ای در شرایط خلأ با استفاده از شکل ۳ قابل توصیف است.

با فرض مسطح بودن زمین، طول مسافت طی شده به‌وسیله موشک از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود [۶-۷]:

$$\begin{aligned} \text{Range} &= R_0 + R \quad (20) \\ &= R_0 + \frac{V_0^2 \sin 2\theta_0}{2g} + \frac{V_0 \cos \theta_0}{g} \sqrt{V_0^2 \sin^2 \theta_0 + 2gh_0}. \end{aligned}$$

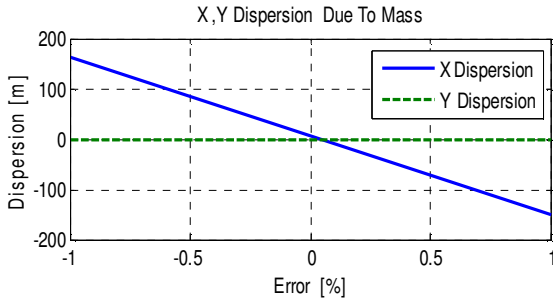
### ۹- پراکندگی مدل

در اینجا مدل پراکندگی استفاده شده در روش شبیه‌سازی

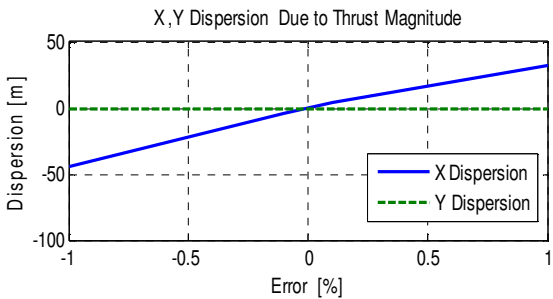
1- Monte Carlo

2- Inertial Measurement Unit (IMU)

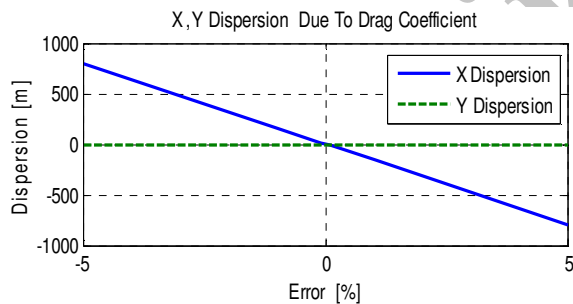
شکل‌های ۴ الی ۱۱ نتیجه‌های شبیه‌سازی پراکندگی اصابت ناشی از عدم قطعیت پارامترهای فیزیکی موشک، خطای پارامترهای IMU و اغتشاشات جوی را نشان می‌دهند [۱۰-۸].



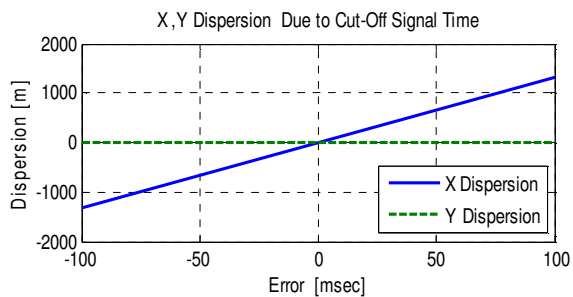
شکل (۴): پراکندگی ناشی از فاکتورهای جرمی.



شکل (۵): پراکندگی ناشی از انحراف جلوبرنده‌ها.



شکل (۶): پراکندگی ناشی از ضریب پسا.



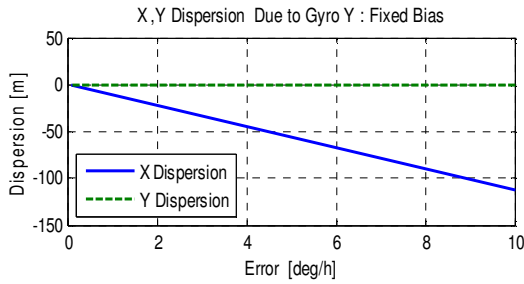
شکل (۷): پراکندگی ناشی از تأخیر در زمان خاموش شدن موتور.

که باید دقیقاً محاسبه شود. هرگونه تأخیر در زمان خاموش شدن موتور می‌تواند پراکندگی گسترده‌ای در محل اصابت ایجاد کند.

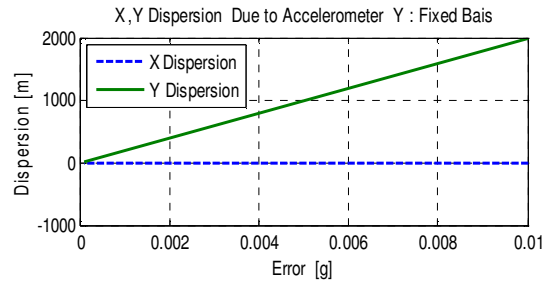
این پراکندگی با استفاده از معادله (۲۰) محاسبه شده است و شرایط ایده‌آل پروازی با برد نامی ۱۲۰ کیلومتر در نظر گرفته شده است. نتیجه‌های شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با استفاده از این معادله هیچ‌گونه پراکندگی در نقطه اصابت وجود ندارد و نقطه هدف و نقطه اصابت دقیقاً برهم منطبق هستند.

جدول (۱): لیست عدم قطعیت پارامترهای استفاده شده در شبیه‌سازی پراکندگی اصابت موشک.

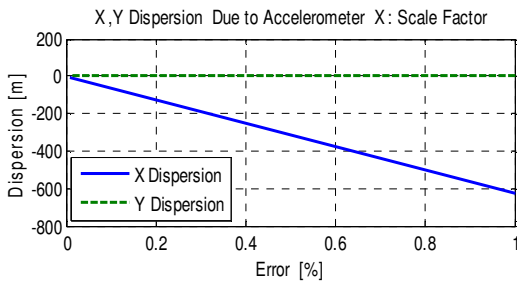
یکه	عدم قطعیت	تعریف پارامتر
%	[-۱ ۱]	جرم سوخت
%	[-۱ ۱]	جرم خالص موشک
%	[-۱۰ ۱۰]	گشتاور اینرسی، $I_{xx}$
%	[-۱۰ ۱۰]	گشتاور اینرسی، $I_{yy}$
%	[-۱ ۱]	گشتاور اینرسی، $I_{zz}$
%	[-۱ ۱]	نیروی جلوبرنده
%	[-۱ ۱]	ضریب پسا
%	[-۵ ۵]	ضریب گشتاور تراز
m/s	[-۱ ۱]	سرعت باد
deg	[-۴۵ ۴۵]	جهت باد
rad $\mu$	[-۵۸۰ ۵۸۰]	حاصل ضرب برهم‌کنش شتاب‌سنج‌ها
%	[-۱ ۱]	ضریب شتاب‌سنج‌ها
g	[-۰/۰۱ ۰/۰۱]	انحراف ثابت شتاب‌سنج‌ها
m/s <sup>2</sup>	[-۰/۱ ۰/۱]	نویز شتاب‌سنج‌ها
rad $\mu$	[-۵۸۰ ۵۸۰]	حاصل ضرب برهم‌کنش ژیرسکوپ‌ها
%	[-۱ ۱]	ضریب ژیرسکوپ‌ها
Deg/s	[-۰/۱ ۱۰]	انحراف ثابت ژیرسکوپ‌ها
Deg/h/g	[۱ ۱۰]	انحراف وابسته به ژیرسکوپ‌ها
deg/s	[-۰/۰۱ ۰/۰۱]	نویز ژیرسکوپ‌ها
msec	[-۱۰۰ ۱۰۰]	زمان خاموش شدن موتور



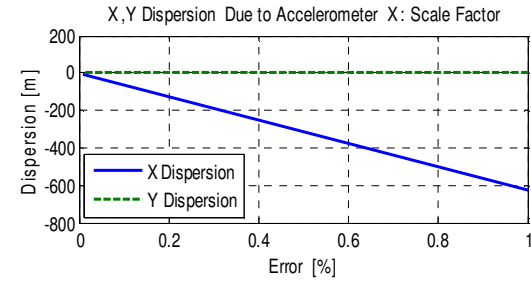
شکل (۱۰): پراکندگی ناشی از انحراف ثابت ژيروسکوپها.



شکل (۸): پراکندگی ناشی از رانش شتابسنجها.



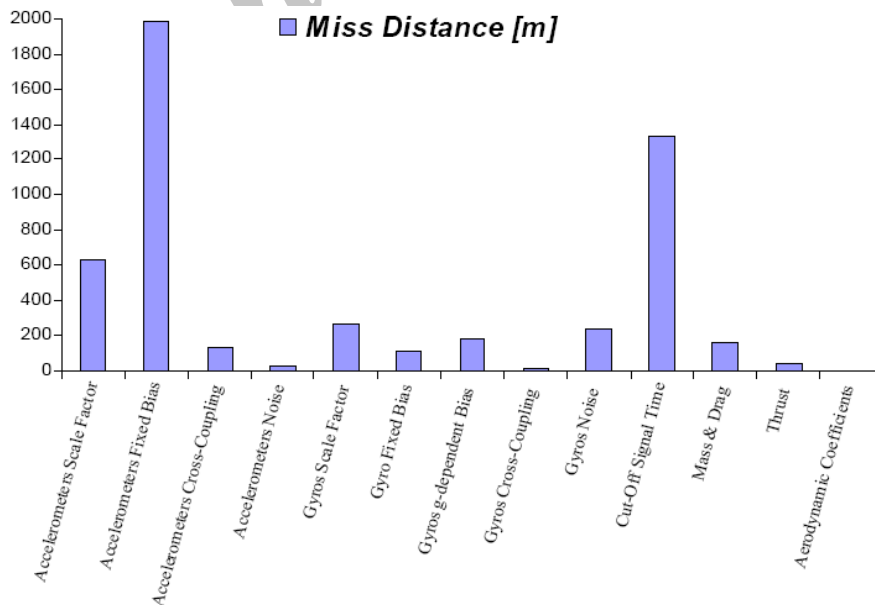
شکل (۱۱): پراکندگی ناشی از ضرایب ژيروسکوپها.



شکل (۹): پراکندگی ناشی از ضریب شتابسنجها.

نتیجه‌های شبیه‌سازی نشان می‌دهد که انحراف ثابت شتابسنجها و تأخیر در زمان خاموش شدن موتور بیشترین اثر را بر پراکندگی کلی نقطه اصابت دارد.

نمودار نشان داده شده در شکل ۱۲ اثر عوامل ارزیابی شده در پراکندگی هدف‌گیری در راستای محور X را نشان می‌دهد و فاکتورهایی که در زیرسیستم‌های طراحی شده برای مدل‌سازی اثرگذارتر هستند را مشخص می‌کند. مدل این موشک شامل زیرسیستم بدنه جسم پرنده، زیرسیستم هدایت، زیرسیستم ناوبری و زیرسیستم خلبان خودکار است.



شکل (۱۲): اثرات کلی پارامترهای مختلف بر پراکندگی اصابت.



## ۱۱- نتیجه‌گیری

تحلیل و بررسی پراکندگی اصابت موشک ارائه شده، اطلاعات با ارزشی در رابطه با پارامترهای مختلف موشک نشان می‌دهد و روشی برای تأیید مدل شبیه‌سازی شده ارائه می‌دهد. از آنجا که یک شبیه‌ساز خوب می‌تواند با دقت قابل قبول شرایط پرواز واقعی را دنبال کند، نتیجه‌های آن می‌تواند معیار قابل قبولی برای سنجش و ارزیابی رفتار موشک باشد.

الگوریتم هدایت و ناوبری باید اثرات این عوامل را تخمین زده و تا حد امکان جبران‌سازی کند. همچنین طراح باید ابزار موجود در موشک مانند شتاب‌سنج‌ها، ژيروسکوپ‌ها و ابزار خاموش کردن موتور را قبل از نصب به‌طور دقیق بازرسی و ارزیابی کند تا انحراف درونی ناشی از عدم قطعیت این عوامل به حداقل برسد.

باید توجه داشت که به‌طور کلی نمی‌توان نتیجه‌های به‌دست آمده برای موشک شبیه‌سازی شده را به دیگر موشک‌ها بسط داد، زیرا پراکندگی اصابت موشک به‌شدت به الگوریتم هدایت و ناوبری، ابزار و الگوریتم‌های بهینه‌سازی که برای مدل کردن موشک استفاده می‌شوند، بستگی دارد. پارامترهای فیزیکی، معادله‌های حرکت، حس‌گرهای اینرسی، عبارات اغتشاشی، الگوریتم ناوبری، سیستم هدایت، سیستم خلبان خودکار و شرایط جوی عواملی هستند که در پراکندگی کلی نقطه اصابت اثرگذار هستند. شکل ۱۲ اهمیت نسبی این عوامل را در مقایسه با یکدیگر نشان می‌دهد و می‌تواند برای طراحی بهتر و دقیق‌تر این کلاس از موشک‌های بالستیک استفاده شود.

## مراجع

1. Gorecki, R.M. "A Baseline 6 Degree of Freedom Mathematical Model of a Generic Missile", Report, Weapons Sys. Divi. Sys. Sci. Lab., DSTO-TR-0931.
2. Blakelock, J.H. "Automatic Control of Aircraft and Missiles", 2nd Ed., John Wiley & Sons, 1991.
3. Titterton, D.H. and Weston, J.L. "Strapdown Inertial Navigation Technology", 2nd Edition, The Inst. of Elect. Eng., 2004.
4. Bekir, E. "Introduction to Modern Navigation Systems", World Sci. Pub., 2007.
5. Lukacs, J.A. and Oleg, A.Y. "Trajectory-Shape-Varying Missile Guidance for Interception of Ballistic Missiles during the Boost Phase", AIAA Guidance, Navig. and Cont. Conf. and Exhibit, Hilton Head, South Carolina, 2007.
6. Chin, S.S. "Missile Configuration Design", McCraw-Hill, 1961.
7. Siouris, G.M. "Missile Guidance and Control Systems", Springer, 2004.
8. Babaii, A. and Mortazavi, M. "New Lyapunov Stability Theory Based Guidance Law for Missiles Against Maneuvering Targets", Aerospace Mech. J., Vol. 2, No. 1, pp. 69-76, 2006 (In Persian).
9. Moharampour, A., Poshtan, J., and Khaki Sedigh, A. "Range Estimation for IR Homing Misile", Aerospace Mech. J., Vol. 4, No. 4, pp. 55-69, 2008 (In Persian).
10. Haidari, M.R. and Razzaghi, B. "Numerical Simulation of Solid Rocket Motor Internal Ballistic Using Dynamic Mesh (Engineering Notes)", Aerospace Mech. J., Vol. 6, No. 2, pp. 1-10, 2010 (In Persian).