Tabriz Journal of Electrical Engineering (TJEE), vol. 53, no. 2, Summer 2023 Serial no. 104
DOI; 10.22034/tjee.2023.16003

A Systematic Output Redefinition for Nonlinear Attitude Control of a Flexible Spacecraft

Seyed Majid Smaeilzadeh*, Mohammad Sadegh Zeyghami

Electrical Engineering Department, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran
E-mails: smailzadeh@iust.ac.ir, mszeyghami@elec.iust.ac.ir

Short Abstract
In this paper, a novel output redefinition is presented for attitude control of a flexible spacecraft. Attitude maneuvers induce undesirable vibration in the flexible appendages that degrades attitude control system performance. The attitude pointing and stabilization requirements of today advance space missions show the undesirable vibration suppression importance. If the flexible appendage tip-point is selected as the system output, the system model is nonminimum phase. The output redefinition method is an effective method to make the model minimum phase. By a deeper insight about the output redefinition method, a novel systematic method is presented such that the attitude control system performance is modified. Then, a nonlinear H_∞ attitude control method is designed based on the redefined model system. For the situation that modal variable are not measurable, a modal observer is presented. The simulation results verify the presented method effectiveness in a flexible spacecraft attitude control problem in presence of the mode uncertainties and unknown disturbances.

Keywords
Output redefinitoin, Attitude control, H_∞, nonlinear, flexible, spacecraft.

1- Short Introduction

In the litrature, the spacecraft hub atittude angles are selected as the system output. Therefore, the attitude control system has an intristic delay in the flexible appendages vibraion suppression. Because, it can recognize the flexible appendage vibration if its coupling effect is sensed as an internal unknown disturbance torque. If the flexible appendage tip-point is selected as the system output, the system model makes nonmimum phase. The output redefinition method is an effective method to make the system model minimum phase. But in this paper, a novel systematic output redefinition method is presented to make the system model minimum phase and modify the attitude control system performance, simultaneously.

2- Proposed Work and Methodology

It the presented output redefinition method, inspired by backstepping method, output redefinition is done in two steps: first, the angular velocity is redefined such that the redefined zero dynamic can be controlled by the angular redefinition term. There is no constraint for this term calculation. In this paper, a linear feedback mehod is used to calculate the angular redefinition term. Then, based on the kinematic equations, MRPs are redefined. A new desired trajectory is calculated such that the actual MRPs tracking error tends to zero. To demonstrate a fair comparison in the flexible appendages' vibration suppression, the proposed method is compared with conventional (without output redefinition) nonlinear H_∞ attitude control method in the presence of the model uncertainties (%20 uncertainty in the inertia matrix) and unknown disturbances (bias and sinusoidal environmental disturbances, micro-vibration and Guassian noise).

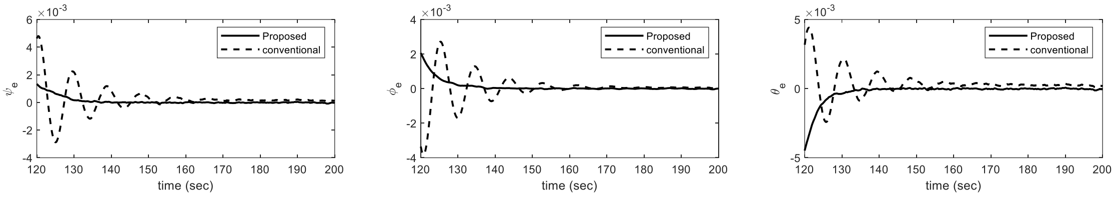


Fig 1. Simulation results: Euler angles steady state error in presence of model uncertainties and unknown disturbances

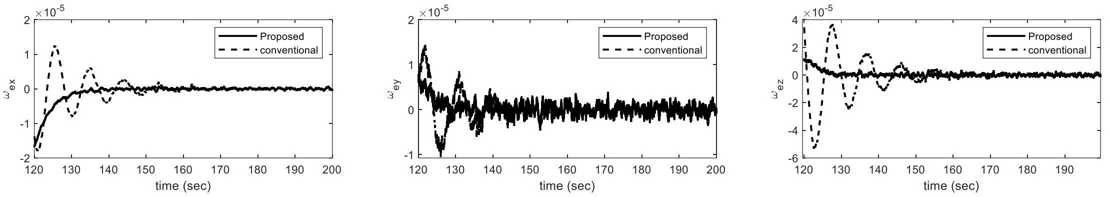


Fig 2. Simulation results: Angular velocity steady state error in presence of model uncertainties and unknown disturbances

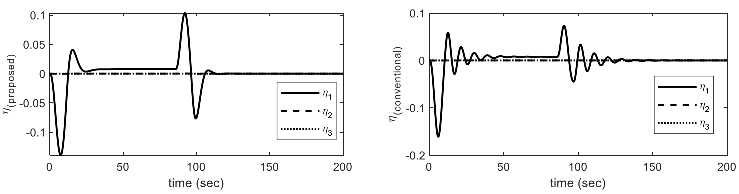


Fig 3. Simulation results: Modal variables in presence of model uncertainties and unknown disturbances

As seen in the simulation results, the proposed method vibration suppression is more effective than the conventional attitude control method.

3- Conclusion

In this paper, a novel systematic output redefinition method is presented. Output redefinition is done in a new 2-step way. The redefinitoin term is calculated such that not only the system model is minimum phase, but also the attitude control system performance is modified such that the vibration suppression is done more effective. After output redefinition, the redefined system model is used to design a nonlinear H_∞ attitude control system. Then a modal observer is desinged and it's proved that the closed-loop control system (including the nonlinear H_∞ controller and modal observer) is H_∞. The simulation results show the effectiveness of the proposed method in attitude control problem. It's shown that using the proposed method, the vibration suppresion is done more effectively.

4- References

Malekzadeh, M., & Karimpour, H. (2018). Adaptive super twisting vibration control of a flexible spacecraft with state rate estimation. *Journal of Sound and Vibration*, *422*, 300-317.
Liu, H., Tian, X., Wang, G. and Zhang, T., 2016. Finite-Time H-infinity Control for High-Precision Tracking in Robotic Manipulators Using Backstepping Control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, *63*(9), pp.5501-5513.

یک روش نظام‌مند بازتعریف خروجی جهت کنترل وضعیت غیرخطی یک ماهواره انعطاف‌پذیر

سیدمجید اسماعیل‌زاده

استادیار، گروه مهندسی برق کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

محمدصادق ضیغمی

دانشجوی دکتری، گروه مهندسی برق کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله یک روش بازتعریف خروجی جدید به‌منظور کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر ارائه شده است. مانورهای وضعیت نوسانات ناخواسته‌ای در مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر ایجاد می‌کنند که کارایی کنترل وضعیت ماهواره را تحت تأثیر قرار می‌دهد. الزامات نشانه‌روی و پایدارسازی وضعیت ماهواره در مأموریت‌های فضایی پیشرفته امروزی، اهمیت حذف مؤثر این نوسانات را نشان می‌دهد. اگر نقطه انتهایی مکانیزم انعطاف‌پذیر به‌عنوان خروجی مدل سیستم انتخاب شود، مدل سیستم ناکمینه فاز می‌شود. بازتعریف خروجی یکی از روش‌های مؤثر به‌منظور کمینه فاز کردن مدل سیستم است. در این مقاله برای اولین بار با نگاهی عمیق‌تر به این روش با یک روش بازتعریف خروجی نظام‌مند، علاوه بر کمینه فاز کردن مدل سیستم، کارایی سیستم حلقه بسته کنترل وضعیت بهبود داده می‌شود. سپس یک کنترل‌کننده وضعیت H_∞ غیرخطی برای مدل بازتعریف شده طراحی می‌شود. برای حالتی که متغیرهای مودال قابل اندازه‌گیری نیستند، یک مشاهده‌گر مودال طراحی می‌شود. نتایج شبیه‌سازی، کارایی روش بازتعریف خروجی ارائه شده در کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر در حضور عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات نامعلوم را نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی

بازتعریف خروجی، کنترل وضعیت، H_∞، غیرخطی، ماهواره، انعطاف‌پذیر.

نام نویسنده مسئول: دکتر سیدمجید اسماعیل‌زاده

ایمیل نویسنده مسئول: smailzadeh@iust.ac.ir

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۱۳

تاریخ (های) اصلاح مقاله: ۱۴۰۱/۱۱/۰۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۲/۰۹

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، ماهواره‌های انعطاف‌پذیر به طور گسترده در مأموریت‌های فضایی استفاده شده‌اند [۱]. نیاز به پایدارسازی سریع و دقیق وضعیت ماهواره، مأموریت‌های فضایی امروزی را به یک مبحث چالشی تبدیل کرده است [۲]. علی رغم ارائه مقالات متعدد در دهه‌های اخیر، مسئله کنترل وضعیت ماهواره‌های انعطاف‌پذیر هنوز یک مسئله باز تلقی می‌شود [۳]. مانور بزرگ، عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات محیطی کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر چالش‌های جدید به این مسئله اضافه می‌کند [۴-۶].

در اغلب مقالات ارائه شده، زوایای وضعیت هاب صلب ماهواره انعطاف‌پذیر به‌عنوان خروجی مدل دینامیکی وضعیت در نظر گرفته شده است [۴ و ۷-۳۴]. بدین ترتیب، اثر نوسانات مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر به‌عنوان اغتشاش نامعلوم داخلی ماهواره در نظر گرفته شده و کنترل‌کننده وضعیت باید علاوه بر پایداری و ردیابی وضعیت هاب صلب و غلبه بر عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات نامعلوم محیطی، بر این اغتشاش داخلی نیز غلبه کند.

کنترل‌کننده وضعیت مقاوم مود لغزشی [۷]، مود لغزشی پایانی زمان محدود [۸] و مود لغزشی پایانی ناتکین [۹-۱۱] برای مانور وضعیت ارائه شده است. در حالی که مشکل چترینگ[۱] در آن‌ها، مشکلات و پیچیدگی‌هایی را در کاربردهای عملیاتی ایجاد می‌کند [۱۲] که با برخی اصلاحات جزئی خارج از فرآیند اثبات پایداری، می‌توان اثر آن را کاهش داد [۱۳-۱۵].

روش‌های کنترل مود لغزشی مرتبه بالاتر [۱۶ و ۱۷]، مود لغزشی پایانی انتگرالی زمان محدود [۱۸-۲۲] و مود لغزشی زمان ثابت [۲۳-۲۷] با سیگنال کنترلی بدون چترینگ برای کنترل وضعیت ماهواره ارائه شده است. در حالی که پیچیدگی‌های ناشی از تحلیل‌های نظری و محاسبات سنگین استفاده از این روش‌ها را در کاربردهای عملیاتی محدود می‌کند [۲۴].

کنترل H_∞ به‌عنوان یک تئوری کنترلی جامع نیز در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است [۲۸]. اغلب از روش H_∞ خطی که به مدل دینامیکی خطی‌سازی شده اعمال می‌شود استفاده می‌شود [۲۹-۳۳]. تکنیک مجموع مربعات در مسئله کنترل وضعیت H_∞ یک ماهواره انعطاف‌پذیر مورد توجه قرار گرفته شده است [۴]. در حالی که حل معادله/نامعادله HJI برای کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر پیچیده بوده و به نظر می‌رسد برای کاربرهای عملیاتی مناسب نیست. در مرجع [۳۴] یک روش H_∞ غیرخطی مبتنی بر روش پسگام بدون نیاز به حل معادله/نامعادله HJI به‌منظور کنترل یک بازوی انعطاف‌پذیر ارائه شده است که مشکلات روش‌های اخیر را ندارد.

در تمامی روش‌های کنترل وضعیت فوق، به دلیل انتخاب زوایای وضعیت هاب (صلب) به‌عنوان خروجی مدل دینامیکی ماهواره انعطاف‌پذیر، یک تأخیر ذاتی در حذف نوسانات مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر وجود دارد. زیرا، کنترل‌کننده وضعیت زمانی می‌تواند نوسانات را در مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر حذف کند که اثر این نوسانات در وضعیت هاب ماهواره قابل‌تشخیص باشد. نیاز به مانور سریع و زمان نشست کوتاه حذف نوسانات، اهمیت حذف یا کاهش این تأخیر ذاتی را نشان می‌دهد [۲].

به‌عنوان یک ایده می‌توان نقطه انتهایی[۲] مکانیزم فضایی را به‌عنوان خروجی سیستم در نظر گرفت. بنابراین در صورت بروز انعطاف در مکانیزم فضایی، بلافاصله و مستقیماً توسط کنترل‌کننده وضعیت شناسایی و حذف می‌شود. لازم به ذکر است که این خروجی با حذف انعطاف در مکانیزم فضایی معادل زوایای وضعیت هاب ماهواره (حالت قبل) است. اصلی‌ترین چالش این روش، ناکمینه فاز شدن مدل سیستم به دلیل ناپایدار شدن دینامیک داخلی (دینامیک مکانیزم انعطاف‌پذیر) است و اغلب روش‌های ارائه‌شده برای کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر (با مدل کمینه فاز) قابل‌استفاده نیستند [۳۵].

روش بازتعریف خروجی، یکی از روش‌های مؤثر و کاربردی در کنترل سیستم‌های ناکمینه فاز است. این روش در دو مرحله انجام می‌گیرد [۳۶]:

۱- یک خروجی جدید به‌گونه‌ای که مدل سیستم کمینه فاز (دینامیک داخلی پایدار) شود، تعریف می‌شود.

۲- یک مسیر مطلوب جدید به‌گونه‌ای برای خروجی جدید تعریف می‌شود که خروجی اصلی سیستم، مسیر مطلوب تعریف‌شده در مسئله کنترلی را ردیابی کند.

به کاربرد بازتعریف خروجی در مسئله کنترل وضعیت ماهواره انعطاف‌پذیر خیلی کم پرداخته شده است و مقالات ارائه‌شده در این حوزه مربوط به یک مؤلف است [۳۵ و ۳۷-۳۹]. در این مقالات، بازتعریف خروجی شامل ترکیب خطی خروجی زوایای اویلر وضعیت هاب ماهواره و بردار متغیرهای مودال مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر است. بعد از بازتعریف خروجی، سیستم بازتعریف شده، با یکی از روش‌های معکوس‌گیری دینامیک[۳] مبتنی بر سنتز μ [۳۷-۳۹] و کنترل سوپرپیچشی[۴] تطبیقی [۳۵] کنترل می‌شود. طبق نتایج شبیه‌سازی مراجع [۳۵ و ۳۷-۳۹]، بازتعریف خروجی موجب کمینه فاز شدن سیستم و پایداری داخلی آن شده است. ولی این روش بازتعریف ارائه شده، تأثیری در بهبود کارایی حلقه کنترلی نداشته و حتی در برخی حالت‌ها مثل حضور عدم قطعیت در مدل سیستم، باعث بدتر شدن کارایی سیستم کنترل وضعیت در حذف نوسانات شده است.

درحالی‌که به نظر می‌رسد بتوان با نگاهی عمیق‌تر به کاربرد روش بازتعریف خروجی در کنترل وضعیت ماهواره‌های انعطاف‌پذیر، دینامیک داخلی (دینامیک بخش انعطاف‌پذیر) را به‌گونه‌ای اصلاح کرد که علاوه بر پایداری (کمینه فاز شدن سیستم)، کارایی حلقه کنترل وضعیت در میرایی نوسانات بهبود یابد.

در این مقاله یک روش نظام‌مند و تحلیلی بازتعریف خروجی جدید برای کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر ارائه شده است. بازتعریف خروجی به‌گونه‌ای انجام می‌شود که علاوه بر پایدارسازی دینامیک داخلی، دینامیک آن را به‌گونه‌ای اصلاح کند که کارایی حلقه کنترل وضعیت را بهبود یابد. بعد از اتمام فرآیند بازتعریف خروجی با الهام گیری از مراجع [۳۴] و [۴۰]، یک کنترل‌کننده وضعیت به روش H_∞ غیرخطی برای کنترل وضعیت سیستم بازتعریف شده طراحی می‌شود. به‌منظور تأمین مقادیر متغیرهای مودال[۵] مورداستفاده در بازتعریف خروجی و تعریف قانون کنترل، از یک مشاهده‌گر مودال [۴۱] استفاده می‌شود. اثبات می‌شود که سیستم حلقه بسته کنترلی شامل بازتعریف خروجی، کنترل‌کننده وضعیت و مشاهده‌گر پایدار مجانبی کلی است. نتایج شبیه‌سازی‌ها، میزان مؤثر بودن روش ارائه شده را تأیید می‌کند.

ساختار مقاله به این صورت سازمان‌دهی شده است: در بخش ۲، مدل دینامیکی و سینماتیکی یک ماهواره انعطاف‌پذیر و صورت‌مسئله کنترلی ارائه شده است. روش بازتعریف خروجی، کنترل‌کننده وضعیت و مشاهده‌گر مودال در بخش ۳ ارائه شده است. لازم به ذکر است که اثبات قضایا به دلیل محدودیت در صفحات مقاله به‌طور خلاصه ارائه شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها در بخش ۴ موردبررسی قرار گرفته است.

---

[۱] Chattering

[۲] Tip-Point

[۳] Dynamic inversion

[۴] Super twisting

[۵] Modal observer

۲- شرح مسئله

۲-۱- مدل ماهواره انعطاف‌پذیر

در این مقاله به‌منظور توصیف وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر از پارامترهای رودریگز اصلاح‌شده (MRPs[۶]) [۴۲] استفاده شده است. مهم‌ترین دلیل استفاده از این پارامترها، عدم مشکل تکینگی در بازه دورانی $\pm 2\pi$ است. MRPs به‌صورت زیر برحسب زوایای اویلر محاسبه می‌شوند [۴۲]

$$\sigma = l\tan\frac{\Theta}{2} = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3]^T \tag{۱}$$

که σ بردار MRPs، Θ زاویه اویلر دوران وضعیت هاب ماهواره و l محور اصلی اویلر دوران است. بدین ترتیب سینماتیک سرعت دوران به این صورت توصیف می‌شود

$$\begin{cases} \dot\sigma = G(\sigma)\omega, \quad \sigma(0)=\sigma_0 \\ G(\sigma) = \dfrac{1}{2}\left(I_3 + S(\sigma) + \sigma\sigma^T - \dfrac{1+\sigma^T\sigma}{2} I_3 \right) \end{cases} \tag{۲}$$

که ω سرعت زاویه‌ای، I_N ماتریس همان به‌اندازه $N\times N$ و $S(\varsigma)$ ماتریس پادمتقارن بردار ς است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$S(\varsigma) = \begin{bmatrix} 0 & -\varsigma_3 & \varsigma_2 \\ \varsigma_3 & 0 & -\varsigma_1 \\ -\varsigma_2 & \varsigma_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{۳}$$

خواص زیر برای ماتریس G وجود دارد

$$\begin{cases} \sigma^T G(\sigma)\omega = \left(\dfrac{1+\sigma^T\sigma}{4}\right)\sigma^T\omega \\ G^T(\sigma)G(\sigma) = \left(\dfrac{1+\sigma^T\sigma}{4}\right)^2 I_3 \\ G^{-1}(\sigma) = \left(\dfrac{4}{1+\sigma^T\sigma}\right)^2 G^T(\sigma) \end{cases} \tag{۴}$$

مدل دینامیکی ماهواره انعطاف‌پذیر به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۴۵]

$$\begin{cases} (J+\Delta J)\dot\omega + S(\omega)\big((J+\Delta J)\omega + F\dot\eta\big) + F\ddot\eta = \tau + \tau_d \\ \ddot\eta + C\dot\eta + K\eta + F^T\dot\omega = 0 \end{cases} \tag{۵}$$

که J ماتریس نامی اینرسی ماهواره، ΔJ عدم قطعیت در ماتریس اینرسی ماهواره، η بردار مختصات مودال به طول N، τ بردار سیگنال کنترلی، τ_d بردار گشتاور اغتشاشات محیطی، $C = 2\xi\Omega_f$ ماتریس میرایی، ξ ماتریس میرایی مودال، Ω_f ماتریس فرکانس طبیعی، $K=\Omega_f^2$ ماتریس سختی و F ماتریس اثر متقابل[۷] بین هاب (صلب) و مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر است.

با توده‌ای[۸] در نظر گرفتن عدم قطعیت در مدل دینامیکی، معادلات (۵) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\begin{cases} J\dot\omega + S(\omega)\big(J\omega + F\dot\eta\big) + F\ddot\eta = \tau + \tau_d + \rho \\ \ddot\eta + C\dot\eta + K\eta + F^T\dot\omega = 0 \end{cases} \tag{۶}$$

که $\rho \triangleq -\Delta J.\dot\omega - S(\omega)\Delta J\omega$.

[۶] Modified Rodriques parameters

[۷] Coupling matrix

[۸] Lumped

ویژگی ۱. اغتشاشات محیطی τ_d و عدم قطعیت در مدل ρ، دامنه محدود دارند [۴۳ و ۴۴].

ویژگی ۲. ماتریس میرایی C قطری مثبت نیمه معین و ماتریس سختی K قطری و مثبت معین هستند [۴۵].

فرض ۱. سرعت زاویه‌ای وضعیت هاب ماهواره قابل‌اندازه‌گیری (با یکی از انواع ژیروسکوپ) است.

فرض ۲. تمامی ستون‌های ماتریس F دارای حداقل یک درایه غیر صفر هستند؛ یعنی برای ستون i-ام این ماتریس نامعادله زیر صدق می‌کند.

$$\|F_i\|^2 = F_i^T F_i > 0 \tag{۷}$$

لم ۱. اگر $\dot\omega$ به‌عنوان ورودی معادلات دینامیک داخلی در معادلات دینامیکی (۶) فرض شود. دینامیک داخلی نسبت به این ورودی کاملاً کنترل‌پذیر و کاملاً مشاهده‌پذیر است.

اثبات. اثبات در مرجع [۴۶] موجود است.

□

۲-۲- صورت‌مسئله کنترلی

ماهواره انعطاف‌پذیر با معادلات سینماتیکی (۲) و دینامیکی (۶) را در نظر بگیرید. خروجی سیستم MRPs هاب (صلب) ماهواره در نظر گرفته شده است. مسئله کنترلی این است که یک کنترل‌کننده وضعیت H∞ غیرخطی برای مانور وضعیت rest-to-rest پایدار همراه با قدرت بالای میرایی نوسانات[۹] و نشانه‌روی دقیق طراحی شود.

۳- طراحی حلقه کنترلی

تعریف ۱. [۳۴] سیستم دینامیکی غیرخطی زمان نامتغیر زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{cases} \dot x = f(x) + g(x)u + w \\ z = h(x) \end{cases} \tag{۸}$$

که $x\in{}^n$ بردار حالت، $u\in{}^m$ بردار ورودی کنترلی، $w\in{}^n$ بردار اغتشاشات نامعلوم و $z\in{}^r$ بردار کارایی است. یک جبران ساز دینامیکی علّی، $u=\phi(x,t)$، یک کنترل‌کننده H_∞ کلی[۱۰] است، اگر شرایط زیر برای تمام زمان‌های $t>t_0$ و تمام اغتشاشات غیرخطی $w(t)$ محقق شود:

۱- سیستم حلقه بسته (۱۰) حاصل از قانون کنترل $u=\phi(x,t)$ به ازای $w(t)=0$ پایدار مجانبی کلی است.

۲- به ازای یک عدد حقیقی مثبت γ و شرایط اولیه صفر $(x(t_0)=0)$ نامعادله زیر محقق شود:

$$\int_{t_0}^{t} \|z(t)\|^2\, dt \le \gamma^2 \int_{t_0}^{t} \|w(t)\|^2\, dt \tag{۹}$$

۳-۱- بازتعریف خروجی

در این مرحله خروجی سیستم به‌گونه‌ای بازتعریف می‌شود که مدل سیستم بازتعریف شده ناکمینه فاز بوده و دینامیک داخلی آن رفتار مطلوب مدنظر را داشته باشد. یکی از نوآوری‌های روش ارائه شده در این مقاله این است که تعریف خروجی بازتعریف شده در دو مرحله (الهام گرفته از روش پسگام) انجام می‌گیرد: ۱- بازتعریف سرعت زاویه‌ای و سپس ۲- بازتعریف MRPs بازتعریف شده. بدین ترتیب با این روش نیازی به هیچ‌گونه خطی‌سازی در مدل دینامیکی و سینماتیکی (که هر دو غیرخطی هستند) وجود نداشته و معادلات سیستم

[۹] Vibration suppression

[۱۰] Globally

بازتعریف شده به‌صورت تحلیلی استخراج می‌شود.

به‌منظور بازتعریف معادلات دینامیکی، سرعت زاویه‌ای بازتعریف شده از جمع خروجی فرضی معادلات دینامیکی (سرعت زاویه‌ای) و پارامتر بازتعریف سرعت زاویه‌ای $\nu \in \mathbb{R}^3$ حاصل می‌شود.

$$\Omega = \omega + \nu \tag{۱۰}$$

از نوآوری‌های اساسی روش پیشنهادی این مقاله این است که ν یک تابع دلخواه (احتمالاً غیرخطی و متغیر با زمان) است و می‌توان از روش‌های مختلف آن را طراحی کرد. بنابراین برای محاسبه آن محدودیت خاصی وجود ندارد و می‌توان مبتنی بر مسئله و نیازمندی‌های آن از روش‌های گوناگون برای محاسبه آن استفاده کرد.

فرض ۳. مقدار پارامتر ν در حالت ماندگار سیستم به صفر میل می‌کند.

نتیجه ۱. این فرض به این معنی است که هدف از بازتعریف خروجی، بهبود کارایی سیستم کنترل در حالت ماندگار است.

البته فرض ۳ به‌منظور ساده‌سازی بازتعریف خروجی در این مقاله بوده و الزامی برای در نظر گرفتن آن نیست. معادلات دینامیکی بازتعریف شده با جایگذاری (۱۰) در معادلات دینامیکی (۶) استخراج می‌شود

$$\begin{cases} J\dot{\Omega} - J\dot{\nu} + S(\omega)\left(J\omega + F\dot{\eta}\right) + F\ddot{\eta} = \tau + \tau_d + \rho \\ \ddot{\eta} + C\dot{\eta} + K\eta + F^T\dot{\Omega} = F^T\dot{\nu} \end{cases} \tag{۱۱}$$

به‌منظور تحلیل پایداری و رفتار دینامیک داخلی، دینامیک صفر سیستم استخراج می‌شود [۴۷]. به‌منظور استخراج معادلات دینامیک صفر، خروجی معادلات دینامیکی (۱۱) و مشتقات آن صفر فرض می‌شود [۴۷]. بدین ترتیب معادلات دینامیک صفر بازتعریف شده مطابق زیر می‌شود

$$\ddot{\eta} + C\dot{\eta} + K\eta = F^T\dot{\nu} \tag{۱۲}$$

اگر فرض شود، پارامتر $\dot{\nu}$ با ورودی کنترل مجازی τ_z کنترل شود، معادلات (۱۲) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\begin{cases} \ddot{\eta} + C\dot{\eta} + K\eta = F^T\tau_z \\ \dot{\nu} = \tau_z \end{cases} \tag{۱۳}$$

این دینامیک در اینجا دینامیک صفر افزوده[۱۱] و τ_z ورودی کنترل افزوده نامیده می‌شود.

لم ۲. دینامیک صفر افزوده (۱۳) کاملاً کنترل‌پذیر و کاملاً مشاهده‌پذیر است.

اثبات. طبق لم ۱، بخش اول معادلات سیستم (۱۳) کاملاً کنترل‌پذیر و کاملاً مشاهده‌پذیر است. در بخش دوم ماتریس سیستم صفر و ماتریس ورودی، ماتریس همانی ست. به‌سادگی اثبات می‌شود که این بخش هم کاملاً کنترل‌پذیر و کاملاً مشاهده‌پذیر است. بنابراین کل سیستم (۱۳) کاملاً کنترل‌پذیر و کاملاً مشاهده‌پذیر است.

□

نتیجه ۲. از لم ۲ نتیجه می‌شود که می‌توان دینامیک صفر افزوده (۱۳) را به هر دینامیک دلخواه جبران کرد. در این مقاله، از فیدبک حالت برای جایابی قطب دینامیک صفر افزوده استفاده می‌شود

$$\begin{aligned} \tau_z &= -K_z x_z = -\left[K_{z_1} \vdots K_{z_2} \vdots K_{z_3}\right] x_z \\ &= -K_{z_1}\eta - K_{z_2}\dot{\eta} - K_{z_3}\nu \end{aligned} \tag{۱۴}$$

توجه. نتیجه ۲ از مهم‌ترین ویژگی‌های روش پیشنهادی این مقاله است که آن را به روشی قدرتمند و انعطاف‌پذیر تبدیل کرده است. بدیهی است که محاسبه ورودی کنترلی افزوده به هر روش خطی و یا غیرخطی می‌تواند باشد.

در مرحله بعد، معادلات سینماتیکی بازتعریف شده برحسب سرعت زاویه‌ای بازتعریف شده استخراج می‌شود

$$\dot{\sigma}_O = G(\sigma_O)\Omega, \quad \sigma_O(0) = \sigma_{O_0} \tag{۱۵}$$

که σ_O خروجی بازتعریف شده سیستم بازتعریف شده است. بنابراین مرحله اول روش بازتعریف خروجی به اتمام رسید. در مرحله بعد، مسیر ردیابی مطلوب سرعت زاویه‌ای بازتعریف شده تعیین می‌شود. در این مقاله، همان مسیر ردیابی مطلوب سرعت زاویه‌ای اصلی به‌عنوان مسیر ردیابی مطلوب سرعت زاویه‌ای بازتعریف می‌شود.

$$\Omega_{des} = \omega_{des} = G^{-1}(\sigma_{des})\dot{\sigma}_{des} \tag{۱۶}$$

مسیر خروجی بازتعریف شده، σ_{des}، به‌گونه‌ای محاسبه می‌شود که خطای ردیابی خروجی اصلی سیستم، σ_e، به صفر میل کند. بدین منظور، دینامیک خطای ردیابی خروجی اصلی به‌صورت زیر استخراج می‌شود که از نوآوری‌های این مقاله است

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_e = \dot{\sigma} - \dot{\sigma}_{des} &= G(\sigma)G^{-1}(\sigma_O)\dot{\sigma}_O - G(\sigma)\nu - \dot{\sigma}_{des} \\ &= G(\sigma)G^{-1}(\sigma_O)(\dot{\sigma}_{O_e} + \dot{\sigma}_{O_{des}}) - G(\sigma)\nu - \dot{\sigma}_{des} \\ &= -G(\sigma)\nu - \dot{\sigma}_{des} + G(\sigma)G^{-1}(\sigma_O)\dot{\sigma}_{O_{des}} \\ &\quad + G(\sigma)G^{-1}(\sigma_O)\dot{\sigma}_{O_e} \end{aligned} \tag{۱۷}$$

که $\sigma_{O_e} = \sigma_O - \sigma_{O_{des}}$ خطای ردیابی خروجی بازتعریف شده است که دینامیک آن با سیستم حلقه بسته کنترل وضعیت کنترل می‌شود. بنابراین رفتار این متغیر در تحلیل دینامیک خطای ردیابی خروجی اصلی نامعلوم ولی محدود فرض می‌شود. همین فرض برای پارامتر بازتعریف سرعت زاویه‌ای ν هم در نظر گرفته می‌شود.

قضیه ۱. سیستم زیر که از بازنویسی معادلات (۱۷) استخراج‌شده را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} \dot{\sigma}_e = f_\sigma(\dot{\sigma}_{des}) + g_\sigma(\sigma, \sigma_O)\dot{\sigma}_{O_{des}} + w_\sigma(t) \\ f_\sigma(\dot{\sigma}_{des}) \triangleq -\dot{\sigma}_{des} \\ g_\sigma(\sigma, \sigma_O) \triangleq G(\sigma)G^{-1}(\sigma_O) \\ w_\sigma(t) \triangleq G(\sigma)G^{-1}(\sigma_O)\dot{\sigma}_{O_e} - G(\sigma)\nu \end{cases} \tag{۱۸}$$

مطابق تعریف ۱، ورودی کنترل مجازی

$$\dot{\sigma}_{O_{des}} = g_\sigma^{-1}(\sigma, \sigma_O)\left(-f_\sigma(\dot{\sigma}_{des}) - \left(\frac{r_\sigma^2}{2} + \frac{1}{2\gamma_\sigma}\right)\sigma_e\right) \tag{۱۹}$$

H_∞ است و بهره L_2 سیستم حلقه بسته کمتر از γ_σ است. بردار کارایی $z_\sigma = r_\sigma \sigma_e$ است و r_σ یک عدد حقیقی و مثبت است.

اثبات. تابع همیلتونین و لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{cases} H_\sigma = \dot{V}_\sigma + \frac{1}{2}z_\sigma^T z_\sigma - \frac{1}{2}\gamma_\sigma^2 w_\sigma^T w_\sigma \\ V_\sigma = \frac{1}{2}\sigma_e^T \sigma_e \end{cases} \tag{۲۰}$$

[۱۱] Augmented zero dynamic

طبق (۱۸) و (۱۹) می‌توان همیلتونین را به‌صورت زیر محاسبه کرد

$$\begin{aligned} H_\sigma &= -\left(\frac{r_\sigma^2}{2}+\frac{1}{2\gamma_\sigma^2}\right)\sigma_e^T\sigma_e+\sigma_e^T w_\sigma \\ &+\frac{r_\sigma^2}{2}\sigma_e^T\sigma_e-\frac{\gamma_\sigma^2}{2}w_\sigma^T w_\sigma \\ &= -\left\|\frac{1}{\sqrt{2}\gamma_\sigma}\sigma_e-\frac{\gamma_\sigma}{\sqrt{2}}w_\sigma\right\|^2 \le 0 \end{aligned} \tag{۲۱}$$

به‌عبارت‌دیگر

$$\dot{V}_\sigma \le -\frac{1}{2}z_\sigma^T z_\sigma+\frac{1}{2}\gamma_\sigma^2 w_\sigma^T w_\sigma \tag{۲۲}$$

۱- با فرض $w_\sigma(t>t_0)=0$

$$\dot{V}_\sigma \le -\frac{1}{2}\|z_\sigma\|^2 \le 0 \tag{۲۳}$$

تابع لیاپانوف V_σ به ازای $\sigma_e \to \infty$ نامحدود شعاعی است و به ازای $\sigma_e=0$، $\dot{V}_\sigma=0$ است. بنابراین، طبق اصل تغییرناپذیری لاسال[۱۲] [۴۸] در این حالت سیستم پایدار مجانبی کلی است.

۲- با فرض $\sigma_e(t_0)=0$

$$\begin{aligned} &0 \le V_\sigma(t)-0 \le -\frac{1}{2}\int_{t_0}^{t}\|z_\sigma(t)\|^2\,dt+\frac{\gamma^2}{2}\int_{t_0}^{t}\|w_\sigma(t)\|^2\,dt \\ &\int_{t_0}^{t}\|z_\sigma(t)\|^2\,dt \le \gamma^2\int_{t_0}^{t}\|w_\sigma(t)\|^2\,dt \end{aligned} \tag{۲۴}$$

بنابراین طبق تعریف ۱، ورودی کنترل مجازی (۱۹) یک کنترل H∞ غیرخطی است.

□

نتیجه ۳. با توجه به تعریف بردار اغتشاش $w_\sigma(t)$ در رابطه (۱۸) و طبق تئوری H∞، با صفر شدن خطای ردیابی خروجی بازتعریف شده، خطای ردیابی خروجی اصلی سیستم به صفر میل می‌کند.

توجه. با توجه به طراحی کنترل‌کننده H∞ برای وضعیت ماهواره (در بخش‌های بعدی)، نتیجه ۳ از اهمیت بالایی برخوردار است. زیرا با بازتعریف خروجی، خللی در کارایی H∞ سیستم حلقه در ردیابی خروجی اصلی سیستم به وجود نیامده است. بدین ترتیب مسیر مطلوب برای خروجی بازتعریف شده مطابق زیر محاسبه می‌شود

$$\sigma_{O_{des}}(t)=\sigma_{des}(t_0)+\int_{t_0}^{t}\dot{\sigma}_{O_{des}}(t).dt \tag{۲۵}$$

لازم به ذکر است که حالت اولیه $\sigma_{O_{des}}(t_0)=\sigma_{des}(t_0)$ فرض شده است.

۳-۲- کنترل‌کننده وضعیت H∞ غیرخطی

در این بخش، ابتدا طراحی کنترل‌کننده وضعیت H∞ غیرخطی مبتنی بر مشاهده‌گر مودال انجام‌شده و در پایان اثبات پایداری مجانبی کلی سیستم حلقه حاصل ارائه می‌شود.

بدین منظور ابتدا دینامیک مشاهده‌گر مودال استخراج می‌گردد [۴۱]. هدف از استفاده از مشاهده‌گر مودال محاسبه متغیرهای مودال η و $\dot{\eta}$ مورداستفاده در بازتعریف خروجی (۱۴) و احتمالاً قانون کنترل، در شرایطی که قابل‌اندازه‌گیری توسط سنسور نباشند، است. اثبات همگرایی مشاهده‌گر در اثبات پایداری سیستم حلقه بسته نهایی انجام صورت خواهد پذیرفت.

مشاهده‌گر مودال

به‌منظور ساده‌سازی روابط مشاهده‌گر متغیر $\mu \triangleq \dot{\eta}+F^T\omega$ تعریف می‌شود. بدیهی است که پس از تخمین این متغیر، محاسبه $\dot{\hat{\eta}}$ به‌راحتی انجام می‌شود. بنابراین معادلات دینامیکی نوسانات مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر سیستم (۶)، برحسب بردار حالت مودال $X_o \in \mathbb{R}^{2N}; X_o=\begin{bmatrix}\eta^T & \mu^T\end{bmatrix}^T$ به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود

$$\dot{X}_o=\underbrace{\begin{bmatrix}0 & I_N\\ -K & -C\end{bmatrix}}_{A_o}X_o+\underbrace{\begin{bmatrix}-I_N\\ C\end{bmatrix}}_{B_o}F^T\omega \tag{۲۶}$$

معادلات دینامیکی مشاهده‌گر برحسب بردار حالت مودال تخمینی $\hat{X}_o \in \mathbb{R}^{2N}, \hat{X}_0=[\hat{\eta}^T \quad \hat{\mu}^T]^T$ به‌صورت زیر پیشنهاد می‌شود

$$\begin{aligned} \dot{\hat{X}}_o &= A_o\hat{X}_o+B_o\omega \\ &+P^{-1}\begin{bmatrix}KF^T\\ CF^T-F^TS(\omega)^T\end{bmatrix}\left(z_2^TJ'^{-1}\right)^T \end{aligned} \tag{۲۷}$$

که ماتریس Q یک ماتریس مثبت معین دلخواه و P نیز ماتریس مثبت معینی است که از حل معادلات لیاپانوف زیر محاسبه می‌شود [۴۲]

$$PA_o+A_o^TP=-2Q \tag{۲۸}$$

سیستم حلقه بسته کنترل وضعیت

متغیرهای $z_1 \in \mathbb{R}^3$ و $z_2 \in \mathbb{R}^3$ برحسب متغیرهای بازتعریف شده به‌صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{cases} z_1=\sigma_O-\sigma_{O_{des}} \\ z_2=\Omega-\Omega_{des}-\phi(z_1) \end{cases} \tag{۲۹}$$

که ورودی کنترل کمکی $\phi(z_1)$ (در روش پسگام) برای جبران سازی دینامیک z_1 به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$\phi(z_1)=G^{-1}(\sigma_O)(\dot{\sigma}_{O_{des}}-K_1z_1)-\Omega_{des} \tag{۳۰}$$

که $K_1 \in \mathbb{R}^{3x3}$ یک ماتریس قطری مثبت است. به دلیل پیچیدگی و غیرخطی بودن مدل دینامیکی و سینماتیکی، به‌منظور اثبات همگرایی مشاهده‌گر و پایداری سیستم حلقه‌بسته، متغیرهای تخمینی و خطای تخمین مشاهده‌گر به‌طور مستقیم در قانون کنترل پیشنهادی و فرآیند اثبات پایداری لحاظ شده است. با جایگذاری متغیرهای مودال تخمینی $\hat{\eta}$ و $\dot{\hat{\eta}}$ به‌جای متغیرهای مودال η و $\dot{\eta}$ در رابطه (۱۴) و طبق روابط (۱۳)، (۱۰)، (۱۵) و (۲۹)، به ترتیب متغیرهای $\hat{\nu}$، $\hat{\Omega}$، $\hat{\sigma}_O$، $\hat{z}_1$ و $\hat{z}_2$ محاسبه می‌شوند.

قضیه ۲. سیستم با معادلات دینامیکی و سینماتیکی (۱۱) و (۱۵) را در نظر بگیرید. قانون کنترل

$$\begin{aligned} \tau &= S(\omega)(J\omega+F\dot{\hat{\eta}})-FC\dot{\hat{\eta}} \\ &-FK\hat{\eta}+J'\left(-\dot{\hat{\nu}}+\dot{\Omega}_{des}+\dot{\phi}(\hat{z}_1)\right) \\ &-G^T(\hat{\sigma}_O)\hat{z}_1-K_2\hat{z}_2-\left(\frac{1}{2\gamma^2}+\frac{r_2^2}{2}\right)\hat{z}_2 \end{aligned} \tag{۳۱}$$

[۱۲] LaSalle invariance principle

یک قانون کنترل H∞ غیرخطی است. بردار کارایی z به‌صورت

$$z=\left[r_1 z_1^T \quad r_2 z_2^T \quad r_o e_o^T\right]^T \tag{۳۲}$$

تعریف می‌شود که r_1، r_2 و r_o ضرایب حقیقی مثبت و $e_o=\hat{X}_o-X_o$ بردار خطای تخمین مودال است.

اثبات. اثبات پایداری سیستم حلقه بسته حاصل از سیستم (۱۱) و (۱۵) و قانون کنترل (۳۱) در دو مرحله ارائه می‌شود

مرحله ۱. در این مرحله به‌منظور اثبات همگرایی مشاهده‌گر مودال و اثبات پایداری سیستم حلقه بسته با مشاهده‌گر اثر خطای تخمین مودال بر روی متغیر بازتعریف خروجی ν بررسی می‌شود. با جایگذاری متغیرهای مودال تخمینی در معادلات دینامیک صفر بازتعریف شده (۱۳)، معادلات به‌صورت زیر بازنویسی می‌شوند

$$\begin{aligned}\dot{x}_z &= A_z x_z - B_z K_z \hat{x}_z = (A_z - B_z K_z)x_z \\ &\quad - B_z\left(K_{z1}e_\eta + K_{z2}e_{\dot\eta}\right)\end{aligned} \tag{۳۳}$$

که

$$\begin{cases} \hat{x}_z=\left[\hat\eta^T \quad \hat{\dot\eta}^T \quad \hat\nu^T\right]^T \quad ; A_z=\begin{bmatrix}0 & I_N & 0\\ -K & -C & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}_{(2N+3)\times(2N+3)} \\ e_\eta=\hat\eta-\eta ; e_{\dot\eta}=\hat{\dot\eta}-\dot\eta \quad ; B_z=\begin{bmatrix}0\\ F^T\\ I_3\end{bmatrix}_{(2N+3)\times 3}\end{cases} \tag{۳۴}$$

K_z در رابطه (۱۴) به‌گونه‌ای محاسبه می‌شود که تمامی قطب‌های دینامیک صفر افزوده (بازتعریف شده) (۱۳) در سمت راست محور موهومی مختصات قرار گیرد. بنابراین تمامی مقادیر ویژه سیستم $A_z-B_zK_z$ دارای بخش حقیقی منفی هستند. بنابراین اگر ورودی اغتشاشی $\left(K_{z1}e_\eta+K_{z2}e_{\dot\eta}\right)$ دامنه محدود فرض شود که فرض درستی است، زیرا حاصل از خطای تخمین مشاهده‌گر است، سیستم $A_z-B_zK_z$ پایدار BIBO[13] است [۴۹]. بنابراین خطای تخمین مشاهده‌گر باعث ناپایدار شدن (نامحدود شدن دامنه پارامتر بازتعریف $\hat\nu$ نمی‌شود.

مرحله ۲. قانون کنترل (۳۱) را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد

$$\begin{cases}\tau=\tau_{ideal}+\left(S(\omega)F-FC\right)e_{\dot\eta}-\left(FK\right)e_\eta+w_o \\ w_o \triangleq J'\Big(-\dot{e}_\nu+\dot\phi(\hat{z}_1)-\dot\phi(z_1)-(G^T(\hat\sigma_O)\hat{z}_1 \\ \qquad -G^T(\sigma_O)z_1)-\left(K_2+(\frac{1}{2\gamma^2}+\frac{r_2^2}{2})I_3\right)(\hat{z}_2-z_2)\Big)\end{cases} \tag{۳۵}$$

که τ_{ideal} قانون کنترل (۳۱) با فرض قابل‌اندازه‌گیری بودن متغیرهای مودال η و $\dot\eta$، یعنی صفر بودن خطای تخمین در تمامی زمان‌های $t_0\le t$، است و w_o بخشی از خطای حاصل از خطای تخمین مشاهده‌گر مودال در محاسبه قانون کنترل (۳۱) نسبت به τ_{ideal} است که به دلیل غیرخطی بودن، محاسبه تحلیلی پیچیده‌ای داشته و به‌عنوان یک متغیر توده‌ای نامعلوم دامنه محدود فرض می‌شود. تابع همیلتونین زیر را در نظر بگیرید

$$\begin{cases} H=\dot{V}+\frac{1}{2}z^Tz-\frac{1}{2}\gamma^2 w^T w \\ V=\frac{1}{2}z_1^Tz_1+\frac{1}{2}z_2^Tz_2+\frac{1}{2}e_o^Te_o\end{cases} \tag{۳۶}$$

که بردار اغتشاشی به‌صورت $w \quad J'^{-1}(\tau_d+w_o+\rho)\in {}^{3}$ تعریف می‌شود. بدین ترتیب می‌توان تابع همیلتونین را به‌صورت زیر تحلیل کرد

$$\begin{aligned} H &= z_1^T(\frac{r_1^2}{2}I_3-K_1)-z_2^TK_2z_2-\left\|\frac{1}{\sqrt{2}\gamma}z_2-\frac{\gamma}{\sqrt{2}}w\right\|^2 \\ &\quad +z_2^TJ'^{-1}\left[-FK \quad S(\omega)F-FC\right]e_o \\ &\quad +e_o^T(\frac{r_3^2}{2}I_{2N}+A_o^TP+PA_o)e_o- \\ &\quad e_o^T\begin{bmatrix}KF^T\\ CF^T-F^TS(\omega)^T\end{bmatrix}\left(z_2^TJ'^{-1}\right)^T \\ &\le z_1^T(\frac{r_1^2}{2}I-K_1)z_1-z_2^TK_2z_2-e_o^T(Q-\frac{r_3^2}{2}I_{2N})e_o\end{aligned} \tag{۳۷}$$

که ماتریس‌های K_1 و K_2 ماتریس قطری هستند. اگر $K_1^i>\frac{r_1^2}{2}>0$ که $i=\{1,2,3\}$ K_1^i درایه‌های قطری K_1، $K_2>0$ و $Q>\frac{r_3^2}{2}I_{2N}$ اثبات می‌شود $H\le 0$. بنابراین

$$\dot{V}\le-\frac{1}{2}z^Tz+\frac{1}{2}\gamma^2w^Tw \tag{۳۸}$$

مشابه اثبات قضیه ۱، اثبات می‌شود که قانون کنترلی (۳۱) یک کنترل‌کننده وضعیت H∞ غیرخطی است. بدین ترتیب، طراحی سیستم حلقه بسته کنترل وضعیت H∞ غیرخطی مبتنی بر مشاهده‌گر مودال به پایان رسید. به‌منظور درک بهتر این سیستم، نمودار بلوکی آن در شکل ۱، مشاهده می‌شود.

تغییرات شدید در سیگنال کنترلی می‌تواند موجب ایجاد نوسانات ناخواسته در مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر شود. برای رسیدن به کنترل وضعیت با کارایی بالا و دامنه سیگنال کنترلی محدود، استفاده از یک مسیر ردیابی هموار برای مانور وضعیت ضروری است [۵۰]. در این مقاله از یک مسیر ردیابی هموار حاصل از توابع سینوسی با حداکثر سرعت زاویه‌ای و حداکثر شتاب زاویه‌ای مانور مشخص و الهام گرفته از مرجع [۵۰]، استفاده می‌شود.

۴- شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی به‌منظور تأیید کارایی سیستم کنترل حلقه بسته پیشنهادی بررسی می‌شود. بدین منظور، نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی این مقاله با روش کنترل وضعیت H∞ غیرخطی بدون بازتعریف خروجی و با در نظر گرفتن اثر نوسانات مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر به‌عنوان اغتشاش نامعلوم داخلی مقایسه می‌شود. در این شبیه‌سازی از مدل دینامیکی ماهواره IntelSat-V استفاده شده است [۵۱]. بنابراین پارامترهای مدل دینامیکی (۵) به این صورت انتخاب شده است

$$J=diag\left(3016,449,3164\right)kg.m^2$$

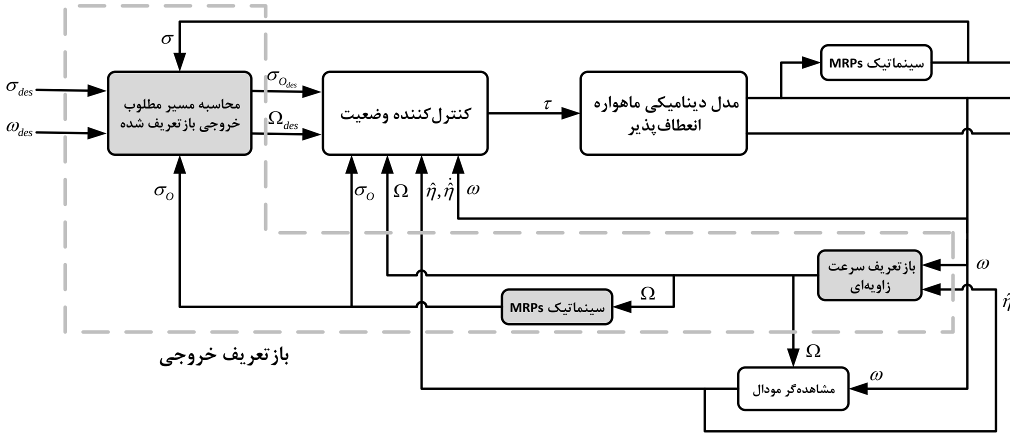
$$\Omega_f=diag\left(0.885,6.852,16.658\right)rad/\sec$$

$$\zeta=diag\left(0.001,0.001,0.001\right)$$

$$F=\left[0 \quad 0 \quad 0;0 \quad 0 \quad 0;50.024 \quad 6.749 \quad 3.319\right]$$

شرایط اولیه وضعیت ماهواره صفر و در حال سکون فرض می‌شود

[13] Bounded-inport bounded-output



شکل ۱- نمودار بلوکی سیستم حلقه بسته کنترل وضعیت H∞ غیرخطی با خروجی بازتعریف شده پیشنهادی

$$\Theta_0=\begin{bmatrix}\psi_0 & \phi_0 & \theta_0\end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T \deg$$

$$\sigma_0=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$$

$$\omega_0=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T \deg/\sec$$

به‌منظور بررسی میزان مقاومت کنترل‌کننده وضعیت در برابر عدم قطعیت در مدل دینامیکی و اغتشاشات محیطی، ۲۰ درصد خطا در ماتریس اینرسی J و اغتشاش محیطی زیر به سیستم اعمال می‌شود [۳۵، ۵۲، ۵۳]

$$\tau_d=\left(0.005+0.005\mathrm{Sin}(\frac{2\pi t}{400})+0.05\mathrm{Sin}(80\pi t)+v_d\right)\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} N.m.$$

که شامل اغتشاشات محیطی ثابت[۱۴] و سینوسی، ریزنوسانات[۱۵] و نویز گوسی v_d (با میانگین صفر و واریانس 0.05^2) است.

پارامترهای کنترلی روش پیشنهادی مطابق زیر انتخاب شده‌اند

$$K_{z1}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0.055 & 0.055 & 0.055\end{bmatrix}, K_{z2}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0.04 & 0.04 & 0.04\end{bmatrix}$$

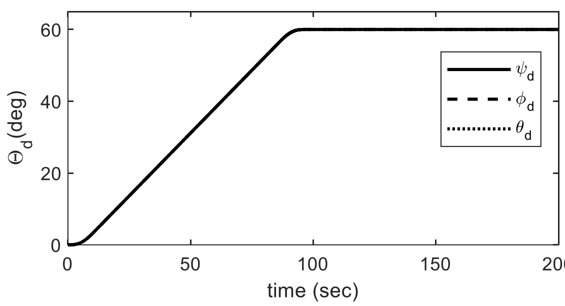
$$,K_{z3}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 2.5 & 2.5 & 2.5\end{bmatrix}, r_1=3, r_2=r_3=1, \gamma=0.9, K_1=5.5I_3,$$

$$K_2=0.01I_3, r_\sigma=\frac{\sqrt{5}}{5}, \gamma_\sigma=5$$

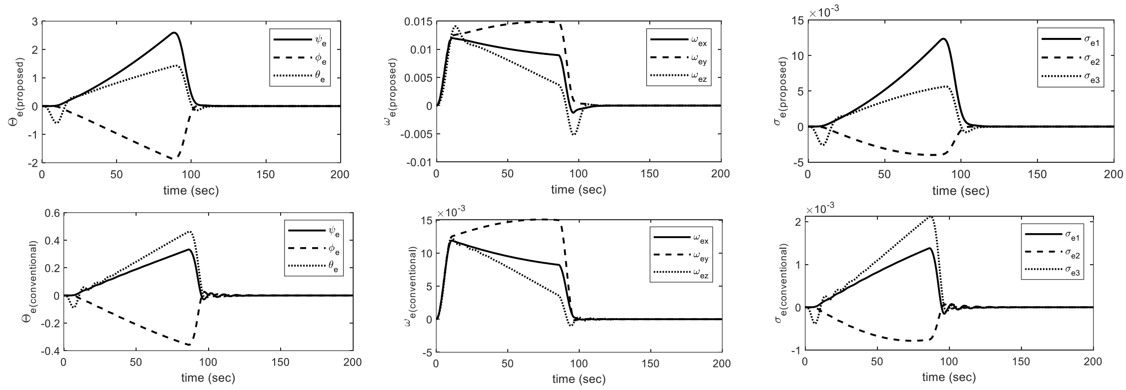
$$P=\begin{bmatrix}diag(1286.3,74.5,30.1) & -0.1I_3\\ -0.1I_3 & diag(1007.5,3499,8359)\end{bmatrix}$$

به‌منظور محاسبه مسیر ردیابی، حداکثر سرعت زاویه‌ای مانور ۰/۷ درجه بر ثانیه و حداکثر شتاب زاویه ۰/۱ درجه بر مجذور ثانیه انتخاب شده است [۵۰]. نمودار مسیرهای ردیابی برای زوایای اویلر وضعیت ماهواره در شکل ۲ مشاهده می‌شود.

به‌منظور ارزیابی عملکرد سیستم کنترل وضعیت پیشنهادی خطاهای ردیابی وضعیت، متغیرهای مودال و سیگنال کنترلی دو روش با هم مقایسه می‌شوند. به‌منظور ارزیابی کارایی سیستم کنترل وضعیت در حالت ماندگار، بزرگنمایی خطای ردیابی در حالت ماندگار هم بررسی خواهد شد.



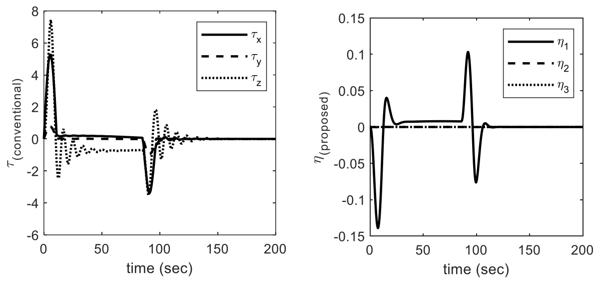
شکل ۲- مسیر ردیابی مطلوب پارامترهای اصلی (بازتعریف نشده) زوایای اویلر



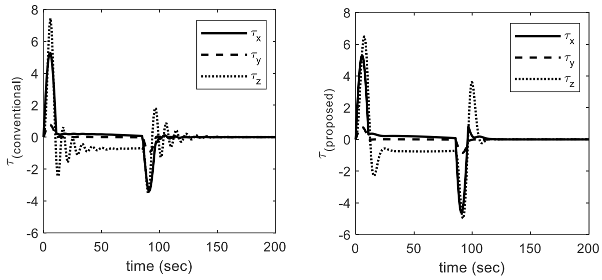
شکل ۳- نتایج شبیه‌سازی بدون عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات: خطای ردیابی زوایای اویلر، خطای ردیابی سرعت زاویه‌ای و خطای ردیابی MRPs

[۱۴] Bias
[۱۵] Micro-Vibration

نتایج مربوط به خطاهای ردیابی در شکل ۳ مشاهده می‌شود. بازتعریف خروجی موجب افزایش دامنه در خطاهای ردیابی حالت گذرا شده است. ولی عملکرد سیستم کنترل وضعیت در میرایی نوسانات کمتری بهتر شده است. برای بررسی بهتر عملکرد سیستم کنترل وضعیت پیشنهادی در میرایی نوسانات مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر، رفتار متغیرهای مودال دو روش بررسی می‌شود.



شکل ۴- نتایج شبیه‌سازی بدون عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات: متغیرهای مودال



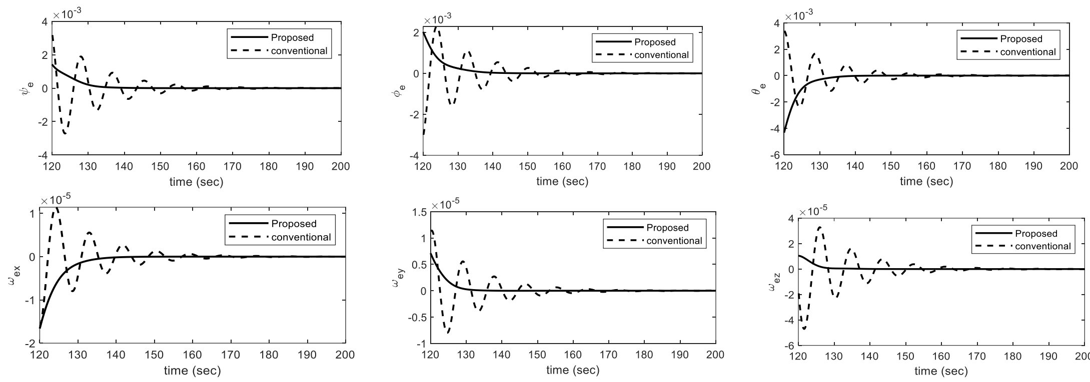
شکل ۵- نتایج شبیه‌سازی بدون عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات: سیگنال کنترلی

همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، اثر بازتعریف خروجی در بهبود میزان میرایی نوسانات متغیرهای مودال به‌خوبی مشاهده می‌شود. به‌عبارت‌دیگر، پارامتر بازتعریف سرعت زاویه‌ای $\mathcal{V}$ در حالت گذرا به‌گونه‌ای متغیرهای مودال را هدایت[۱۶] می‌کند که میرایی سریعی داشته باشند. سیگنال کنترلی دو روش کنترلی در شکل ۵ مقایسه می‌شوند. همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، نوسانات اضافه در روش کنترلی پیشنهادی تقریباً از بین رفته و سیگنال کنترلی هموارتر شده است.

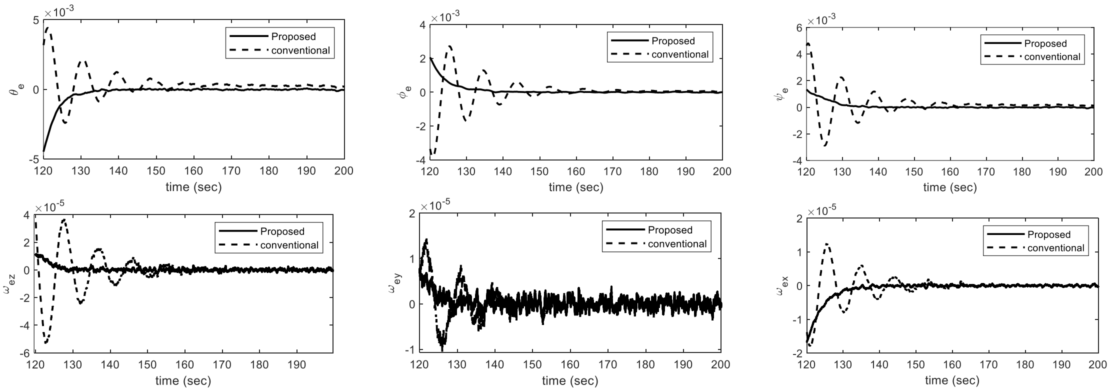
خطای ردیابی زوایای اویلر و سرعت زاویه‌ای اصلی (بازتعریف نشده) وضعیت ماهواره در حالت ماندگار در شکل ۶ مقایسه شده است. بهبود چشمگیر روش بازتعریف خروجی پیشنهادی در میرایی خطای ردیابی در شکل ۶ مشاهده می‌شود. شبیه‌سازی با اعمال عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات نامعلوم تکرار شده و نتایج در ادامه ارائه می‌شود. به دلیل رعایت اختصار در محتوی مقاله، فقط خطای حالت ماندگار ردیابی زوایای اویلر و سرعت زاویه‌ای اصلی (بازتعریف نشده) وضعیت ماهواره در شکل ۷ مقایسه می‌شود. علاوه بر بهبود رفتار سیستم کنترل در حالت ماندگار که در شبیه‌سازی قبل دیده شد، خطای حالت ماندگار روش بدون بازتعریف خروجی در شکل ۷ مشاهده می‌شود.

نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش بازتعریف خروجی جدید به‌منظور کنترل وضعیت یک ماهواره انعطاف‌پذیر ارائه شد. مسیر مطلوب ردیابی MRPs بازتعریف شده بر اساس خطای ردیابی MRPs اصلی به‌صورت پویا محاسبه می‌شود. یک کنترل‌کننده وضعیت H_∞غیرخطی مبتنی بر روش پسگام برای کنترل وضعیت سیستم بازتعریف شده به همراه یک مشاهده‌گر مودال طراحی شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داد که بازتعریف خروجی توانست سرعت میرایی نوسانات مکانیزم‌های فضایی و نیز خطای حالت ماندگار ردیابی را در حضور اغتشاشات نامعلوم و عدم قطعیت در مدل دینامیکی بهبود چشمگیر دهد.



شکل ۶- نتایج شبیه‌سازی بدون عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات: بزرگنمایی خطای ردیابی حالت ماندگار



شکل ۷- نتایج شبیه‌سازی با عدم قطعیت در مدل و اغتشاشات: بزرگنمایی خطای ردیابی حالت ماندگار

[۱۶] Steer

مراجع

[1] S. Yin, B. Xiao, S. X. Ding, and et al, “A review on recent development of spacecraft attitude fault tolerant control system,” IEEE Trans. Ind. Electron., vol. 63, no. 5, pp. 3311-3320, 2016.

[2] S. Eshghi and R.Varatharajoo, ``Nonsingular terminal sliding mode control technique for attitude tracking problem of a small satellite with combined energy and attitude control system (CEACS),'' Aerosp. Sci. Technol., vol. 76, pp. 14-26, May 2018

[3] Hu, Q. and Xiao, B., Intelligent proportional-derivative control for flexible spacecraft attitude stabi-lization with unknown input saturation. Aerospace Science and Technology, 23(1), pp.63-74, 2012.

[4] Bai, H., Huang, C. and Zeng, J. Robust nonlinear H∞ output-feedback control for flexible spacecraft attitude manoeuvring. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 41(7), pp.2026-2038, 2019.

[5] Liu, C., Shi, K., & Sun, Z. Robust H_∞ controller design for attitude stabilization of flexible space-craft with input constraints. Advances in Space Research, 63(5), 1498-1522, 2019.

[6] J. Wang and D. Li, ``Experiments study on attitude coupling control method for exible spacecraft," Acta Astronautica, vol. 147, pp. 393-402, Jun. 2018.

[7] Vadali, S. R.. Variable-structure control of spacecraft large-angle maneuvers. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 9(2), 235-239, 1986.

[8] Zhu, Z., Xia, Y., & Fu, M. Attitude stabilization of rigid spacecraft with finite-time conver-gence. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 21(6), 686-702, 2011.

[9] Dong, Y., You, L., Bing, X. and Wene, L. Robust finite-time adaptive control algorithm for satellite fast attitude maneuver. Journal of the Franklin Institute, 357(16), pp.11558-11583, 2020.

[10] Zou, A. M., Kumar, K. D., Hou, Z. G., & Liu, X.. Finite-time attitude tracking control for spacecraft using terminal sliding mode and Chebyshev neural network. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cy-bernetics, Part B (Cybernetics), 41(4), 950-963, 2011.

[11] Lei, R.H. and Chen, L.. Finite-time tracking control and vibration suppression based on the concept of virtual control force for flexible two-link space robot. Defence Technology, 17(3), pp.874-883, 2021.

[12] Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L. and Levant, A.. Sliding mode control and observation (Vol. 10). New York, NY: Springer New York, 2014.

[13] Jin, E., & Sun, Z.. Robust controllers design with finite-time convergence for rigid spacecraft atti-tude tracking control. Aerospace Science and Technology, 12(4), 324-33, 2008.

[14] Su, Y., Zheng, C. and Mercorelli, P.. Robust approximate fixed-time tracking control for uncertain robot manipulators. Mechanical Systems and Signal Processing, 135, p.106379, 2020.

[15] Shi, Z., Deng, C., Zhang, S., Xie, Y., Cui, H. and Hao, Y.. Hyperbolic tangent function-based finite-time sliding mode control for spacecraft rendezvous maneuver without chattering. IEEE Access, 8, pp.60838-60849, 2020.

[16] Pukdeboon, C., Zinober, A.S. and Thein, M.W.L.. Quasi-continuous higher order sliding-mode con-trollers for spacecraft-attitude-tracking maneuvers. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 57(4), pp.1436-1444, 2009.

[17] Tiwari, P.M., Janardhanan, S. and un Nabi, M.. Attitude control using higher order sliding mode. Aerospace Science and Technology, 54, pp.108-113, 2016.

[18] Chen, H., Song, S. and Li, X.. Robust spacecraft attitude tracking control with integral terminal slid-ing mode surface considering input saturation. Transactions of the Institute of Measurement and Con-trol, 41(2), pp.405-416, 2019.

[19] Guo, Y., Huang, B., Song, S.M., Li, A.J. and Wang, C.Q.. Robust saturated finite-time attitude control for spacecraft using integral sliding mode. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 42(2), pp.440-446, 2019.

[20] Banerjee, A., Amrr, S.M. and Nabi, M.. A pseudospectral method based robust-optimal attitude con-trol strategy for spacecraft. Advances in Space Research, 64(9), pp.1688-1700, 2019.

[21] Zhang, X., Zong, Q., Dou, L., Tian, B. and Liu, W.. Finite-time attitude maneuvering and vibration suppression of flexible spacecraft. Journal of the Franklin Institute, 357(16), pp.11604-11628, 2020.

[22] Gong, W., Li, B., Yang, Y., Ban, H. and Xiao, B.. Fixed-time integral-type sliding mode control for the quadrotor UAV attitude stabilization under actuator failures. Aerospace Science and Technology, 95, p.105444, 2019.

[23] Cao, L., Xiao, B. and Golestani, M.. Robust fixed-time attitude stabilization control of flexible spacecraft with actuator uncertainty. Nonlinear Dynamics, 100(3), pp.2505-2519, 2020.

[24] Cao, L., Xiao, B., Golestani, M. and Ran, D.. Faster fixed-time control of flexible spacecraft attitude stabilization. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 16(2), pp.1281-1290, 2019.

[25] Esmaeilzadeh, S.M., Golestani, M. and Mobayen, S.. Chattering-free fault-tolerant attitude control with fast fixed-time convergence for flexible spacecraft. International Journal of Control, Automation and Systems, 19(2), pp.767-776, 2021.

[26] Golestani, M., Esmaeilzadeh, S.M. and Mobayen, S.. Fixed-time control for high-precision attitude stabilization of flexible spacecraft. European Journal of Control, 57, pp.222-231, 2021.

[۲۷] سیدمجید اسماعیل‌زاده، مهدی گلستانی، «طراحی کنترل زمان‌ثابت تطبیقی برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم با استفاده از رویکرد کنترل مود لغزشی»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۵۰، شماره ۳، صفحات ۱۰۲۵-۱۰۳۴، ۱۳۹۹.

[28] Garcia, G.A., Keshmiri, S. and Shukla, D.. Nonlinear control based on H-infinity theory for autonomous aerial vehicle. In 2017 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) (pp. 336-345). IEEE, 2017, June.

[29] Souza, A.G. and Souza, L.C.G.. Design of a controller for a rigid-flexible satellite using the H-infinity method considering the parametric uncertainty. Mechanical Systems and Signal Processing, 116, pp.641-650, 2019.

[30] Fang, Y., An, C., Juan, W. and Fei, J.. Adaptive H-infinity tracking control for microgyro-scope. Advances in Mechanical Engineering, 12(6), p.1687814020927832, 2020.

[31] Rigatos, G. and Siano, P.. A new nonlinear H-infinity feedback control approach to the problem of autonomous robot navigation. Intelligent Industrial Systems, 1(3), pp.179-186, 2015.

[32] Rigatos, G., Siano, P., Abbaszadeh, M., Ademi, S. and Melkikh, A.. Nonlinear H-infinity control for underactuated systems: the Furuta pendulum example. International Journal of Dynamics and Con-trol, 6(2), pp.835-847, 2018.

[33] Wang, H., Li, Z., Xiong, H. and Nian, X.. Robust H∞ attitude tracking control of a quadrotor UAV on SO (3) via variation-based linearization and interval matrix approach. ISA transactions, 87, pp.10-16, 2019.

[34] Liu, H., Tian, X., Wang, G. and Zhang, T.. Finite-Time H-infinity Control for High-Precision Track-ing in Robotic Manipulators Using Backstepping Control. IEEE Transactions on Industrial Electron-ics, 63(9), pp.5501-5513, 2016.

[35] Malekzadeh, M., & Karimpour, H.. Adaptive super twisting vibration control of a flexible space-craft with state rate estimation. Journal of Sound and Vibration, 422, 300-317, 2018.

[36] Oubbati, B.K., Boutoubat, M., Rabhi, A. and Belkheiri, M.. Experiential integral backstepping sliding mode controller to achieve the maximum power point of a PV system. Control Engineering Practice, 102, p.104570, 2020.

[37] Malekzadeh, M., Naghash, A. and Talebi, H.A.. A robust nonlinear control approach for tip position tracking of flexible spacecraft. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 47(4), pp.2423-2434, 2011.

[38] Malekzadeh, M., Naghash, A. and Talebi, H.A.. Slewing and vibration control of a nonlinear flexible spacecraft. In Proceedings of the 2010 American Control Conference (pp. 2879-2884). IEEE, 2010, June.

[39] Malekzadeh, M., Naghash, A. and Talebi, H.A.. Control of flexible spacecraft using dynamic inver-sion and μ-synthesis. Journal of Vibration and Control, 17(13), pp.1938-1951, 2011.

[40] Kristiansen, R. and Nicklasson, P.J.. Satellite attitude control by quaternion-based backstep-ping. In Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005. (pp. 907-912). IEEE, 2005, June.

[41] Wu, A.G., Dong, R.Q., Zhang, Y. and He, L.. Adaptive sliding mode control laws for attitude stabili-zation of flexible spacecraft with inertia uncertainty. IEEE Access, 7, pp.7159-7175, 2018.

[42] Schaub, H., and Junkins, J. L., "Stereographic Orientation Parametersfor Attitude Dynamics: A Generaliza-tion of the Rodrigues Parameters," Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 44, No. 1, 1996, pp. 1–19.

[43] Chen, Q., Xie, S. and He, X.. Neural-network-based adaptive singularity-free fixed-time attitude tracking control for spacecrafts. IEEE Transactions on Cybernetics, 51(10), pp.5032-5045, 2020.

[44] Chen, Q., Xie, S., Sun, M. and He, X.. Adaptive nonsingular fixed-time attitude stabilization of un-certain spacecraft. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 54(6), pp.2937-2950, 2018.

[45] Sidi MJ. Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach. Cambridge: Cam-bridge University Press, 1997.

[46] Hughes, P.C. and Skelton, R.E.. Controllability and observability for flexible spacecraft. Journal of guidance and control, 3(5), pp.452-459, 1980.

[47] Isidori, A., & Byrnes, C. I.. Output regulation of nonlinear systems. IEEE transactions on Automatic Control, 35(2), 131-140, 1990.

[48] J. P. LaSalle, The Stability of Dynamical Systems, ser. Regional Conference Series in Applied Mathemat-ics. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1976, no. 25

[49] Gordon E. Carlson Signal and Linear Systems Analysis with Matlab second edition, Wiley, 1998, ISBN 0-471-12465-6

[50] Zhong, C., Guo, Y., Yu, Z., Wang, L. and Chen, Q.. Finite-time attitude control for flexible spacecraft with unknown bounded disturbance. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 38(2), pp.240-249, 2016.

[51] Wie, Bong - Space Vehicle Dynamics and Control, American Institute of Aeronautics and Astro-nautics, 2008.

[52] Space engineering Control performance guidelines, ESA ECSS-E-HB60-10A, Dec. 14, 2010.

[53] Ren, Y., Chen, X., Cai, Y., Wang, W. and Liu, Q.. Adaptive robust sliding mode simultaneous control of spacecraft attitude and micro-vibration based on magnetically suspended control and sensitive gy-ro. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineer-ing, 234(15), pp.2197-2210, 2020.