

Total cost minimization in smart grids with unknown objective function

Ehsan Moshksar*, Teymoor Ghanbari

School of Advanced Technologies, Shiraz University, Shiraz, Iran
E-mails: emoshksar@shirazu.ac.ir; ghanbarih@shirazu.ac.ir

* corresponding author

Short Abstract

Smart grids are complex, nonlinear, and uncertain systems. Smart grids may consist of one or more cost functions, in which their optimal values have to be obtained. Moreover, in these systems the optimal condition has to be found with small computation burden, high accuracy, and relatively fast in real time. In this paper, a novel approach is proposed to find the minimum value of the total cost for the energy consumption in smart grids, in which the total cost is considered as an uncertain objective function. The advantages of this technique are its stability, fast convergence, insensitivity with respect to initial condition and real time implementation. Some simulation results are provided to show the effectiveness of the proposed approach.

Keywords

Smart grids, unknown objective function, extremum seeking control, real time analysis, parameter estimation.

1- Short Introduction (4-5 lines)

Optimization has significant role in science and engineering which lead to products with desired quality and reduced cost. In many applications the offline methods cannot generate an acceptable result and real-time optimization are necessary. Extremum seeking control (ESC) is one of the real-time optimization approaches which can be utilized to find the optimal values of unknown cost functions. Smart grids are important part of power systems networks where real-time optimization techniques are used for cost and energy consumption reductions. In this paper, an unknown but measurable cost function is considered in a smart grid application. Then, a novel time-varying ESC approach is derived to find the optimal cost function value.

2- Proposed Work and Methodology (including comprision, simulation/experimental results and discussion)

Uncertain optimization problems are appeared in many applications. A novel ESC method is suggested to solve the uncertain optimization problem with unknown but measurable cost function. In the proposed ESC approach, first the gradient of the cost function with respect to its input variables are estimated according to the idea of invariant manifolds. For this purpose, a number of high gain filters and estimators are developed to generate an almost invariant manifold including the output variable of cost function and its gradient. Then, by introducing some auxiliary variables, an update law is derived to estimate the gradient of the cost function with respect to time. Finally, from the estimated gradient, the dynamics for the inputs of the optimization problem are assigned according to the gradient descent algorithm. It is shown that the proposed algorithm is stable and converges to its optimal values. As an optimization problem in smart grid application, a number of connected industrial or commercial consumers are assumed where the main task is to reduce the cost of energy consumption. If each consumer is considered as a unit, then the cost for each unit is written as a summation of two functions. The first function is related to the cost of energy in the same unit and the second function is related to the cost of energy in other connected units. In other words, the first function is direct cost for the corresponding unit and the second function is indirect cost for the unit in connection with other units. Finally, the total cost function is considered as summation of costs in all units. It is assumed that the mathematical relations for the first and second functions are unknown and only the total cost is available for measurement. Hence, the optimization problem is summarized as the amount of energy consumption in each unit in relation with other units should be adjusted such that the total cost be minimized. Finally, the proposed ESC approach is utilized to find the optimal value of the total cost function.

In order to evaluate the proposed approach, a simulation result is developed in MATLAB environment. It is assumed that the smart grid is consist of three air conditioning systems. Each system can be considered as a unit and all three units are connected together. Hence, all the units can exchange information on their amount of energy consumptions with each other. The functions for the cost of each unit and the total cost are considered as in (21)-(23) and the constant values are reported in Table 1. It should be noted that these mathematical equations are only for the simulation purpose and these functions are unknown, in practice. Only the real time measurement of the total cost is available as an output that we want to minimize. Moreover, the chosen functions satisfy all the required assumptions of the optimization problem and the proposed technique can be applied to minimize the total energy consumption. It should be realized that the main task is to minimize the total cost of the smart grid and the cost minimization for each unit is not important. According to the simulation results, an interesting condition is occurred to the solutions of the optimization problem. For total cost minimization, the cost of units 2 and 3 are reduced from their initial conditions but the cost of unit 1 is increased with respect to its initial condition. This result is emphasized the importance of total cost reduction under consideration of energy consumptions in all units.

The advantages of the proposed algorithm can be written as follows:

- 1- The proposed technique is stable.
- 2- The inputs and outputs converge to their optimal values with high accuracy.
- 3- Fast and smooth transient responses (without oscillations) are achieved.
- 4- The proposed algorithm is not sensitive to the choice of dither signal and initial conditions.
- 5- A reasonable approach to solve optimization problem in smart grid applications in real time and easy to implement.

3- Conclusion (4-5 lines)

In this paper, a new ESC approach according to the time-varying parameter estimation and gradient descent algorithm is utilized to minimize the cost function in smart grids. It has been shown that the proposed approach is stable and the responses are exponentially converged to the small neighbourhood of their optimal values. Moreover, unlike other approaches in this regard, the proposed algorithm is not sensitive to the choice of perturbation signal and initial conditions. Hence, this algorithm is desirable to solve real-time optimization problems in smart grid applications, which lead to accurate solutions in a reasonable time. In order to show the effectiveness of the method, some simulation results are considered for the total cost reduction in a smart grid with three units including heating, ventilation, and air Conditioning systems.

4- References (2-3 references)

- 1- E. Moshksar, M. Guay, "Estimation-based approach for real-time optimisation of uncertain nonlinear systems", International Journal of Control, Vol. 90, pp. 2005-2019, 2017.
- 2- M. Ye, G. Hu, "Distributed extremum seeking for constrained networked optimization and its application to energy consumption control in smart grid", IEEE Transaction on Control System Technology, Vol. 24, pp. 2048-2058, 2016.

کمینه‌سازی هزینه کل در شبکه‌های هوشمند با تابع هدف نامعلوم

احسان مشکسار

استادیار، دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

تیمور قنبری

دانشیار، دانشکده فناوری‌های نوین، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

چکیده

شبکه‌های هوشمند سیستم‌هایی پیچیده، غیرخطی و نامعین هستند. این سیستم‌ها اغلب دارای یک یا چند تابع هدف بوده که باید بیشینه یا کمینه (بسته به منظور مورد نظر) آنها پیدا شود. همچنین در این شبکه‌ها نیاز است که پاسخ بهینه به صورت زمان واقعی، با کم‌ترین میزان محاسبات و بالاترین میزان سرعت و دقت به دست آید. در این مقاله، یک روش نوین برای تعیین مقدار کمینه هزینه کل در مصرف انرژی به عنوان یک تابع هدف با عدم قطعیت در شبکه‌های هوشمند ارائه شده است. از مزایای تکنیک ارائه شده، داشتن اثبات پایداری، همگرایی سریع به پاسخ بهینه، عدم حساسیت به انتخاب شرایط اولیه و قابلیت اجرا به صورت بلادرنگ است. در انتها چند شبیه‌سازی کامپیوتری برای نشان دادن کارایی بالای تکنیک بهینه‌سازی پیشنهادی ارائه شده است.

کلمات کلیدی

شبکه‌های هوشمند، تابع هدف نامعلوم، کنترل‌کننده تعیین نقطه بهینه، آنالیز بلادرنگ، تخمین پارامتر.

نام نویسنده مسئول: دکتر احسان مشکسار

ایمیل نویسنده مسئول: emoshksar@shirazu.ac.ir

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۰۷/۲۴

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۱/۲۳

۵- مقدمه

می‌توان به χ حساسیت بالای این تکنیک‌ها به سیگنال آشفتگی^۴ و کند بودن نسبی این الگوریتم‌ها اشاره نمود. به طوری که تعیین سیگنال آشفتگی می‌تواند حتی در همگرایی به پاسخ بهینه و یا واگرایی از آن تأثیر داشته باشد [۶].

در سال‌های اخیر، تلاش بسیاری برای بهبود عملکرد ESC انجام شده است. به عنوان مثال، با تعیین سیگنال آشفتگی به صورت تطبیقی، از اثر نامطلوب این سیگنال در فرکانس‌های بالا بر عملکرد کنترل‌کننده تعیین نقطه بهینه جلوگیری شده است [۱۱-۱۲]. با ترکیب تکنیک ESC با سایر تکنیک‌ها نظیر شبکه‌های عصبی مصنوعی [۱۳] یا کنترل مود لغزشی [۱۴]، روش بهینه‌سازی جدیدی ایجاد شده است که سرعت و دقت بالاتری در تعیین پاسخ بهینه دارد. در تحقیقی دیگر از روش خودآشفتگی براساس یک رله تک پارامتری استفاده شده که بر سرعت همگرایی و دامنه نوسانات اثر گذاشته و بی‌نیاز از سیگنال آشفتگی خارجی می‌باشد [۱۵].

مرح [۱۶]، برای اولین بار یک تکنیک جدید ESC برای حل مسائل بهینه‌سازی ارائه داد. اساس کار این روش، تخمین گرادینت تابع هدف به عنوان یک متغیر نامعلوم متغیر با زمان می‌باشد. این الگوریتم، بسیاری از مشکلات مربوط به سیگنال آشفتگی در روش کلاسیک ESC را بر طرف نمود و موجب بهبود عملکرد آن گشت. همچنین از تعمیم این تکنیک برای حل مسائل بهینه‌سازی با قید استفاده گشته است [۱۷]. این الگوریتم از دو قسمت اساسی تشکیل شده است. قسمت اول مربوط به تخمین گرادینت است و قسمت دوم تعیین ورودی

بهینه‌سازی از اصول مهم در هر زمینه و به‌ویژه در علوم مهندسی می‌باشد. بهینه‌سازی نقش بسزایی در تولید محصولات با کیفیت معین، کاهش هزینه‌ها، کاهش انرژی، افزایش توان خروجی و افزایش بازده کاری دارد. در بسیاری از موارد از روش‌های برون خطی^۱ برای حل مسائل بهینه‌سازی و رسیدن به پاسخ مطلوب استفاده می‌گردد. اما اغلب سیستم‌های واقعی، غیرخطی بوده و نسبت به شرایط اولیه حساس هستند. همچنین در بعضی موارد سیستم‌ها متغیر با زمان بوده و ممکن است تحت تأثیر انواع اغتشاشات باشند. در چنین شرایطی، روش‌های برون خطی قادر به حل مسائل بهینه‌سازی نبوده و روش‌های مبتنی بر آنالیز بلادرنگ^۲ مورد نیاز است [۱]. کنترل‌کننده تعیین نقطه بهینه^۳ (ESC) که در دسته کنترل تطبیقی قرار دارد، یک روش کارا برای حل مسائل بهینه‌سازی به صورت بلادرنگ است.

کنترل‌کننده تعیین نقطه بهینه یک تکنیک کلاسیک بوده که برای پیدا کردن مقدار بهینه (بیشینه یا کمینه) از یک تابع هدف با رابطه‌ای نامعلوم ولی قابل اندازه‌گیری استفاده می‌شود [۲]. علیرغم آنکه این تکنیک سال‌ها توسط مهندسی‌ین مورد استفاده قرار می‌گرفت، اما اولین اثبات ریاضی دقیق آن در سال ۲۰۰۰ میلادی انجام شد [۳]. پس از آن نیز تلاش‌های بسیاری در راستای بهبود عملکرد این کنترل‌کننده صورت گرفت [۴-۱۰]. با وجود آنکه تکنیک‌های ارائه شده قابلیت بسیار خوبی در حل مسائل بهینه‌سازی نامعین داشت، اما این روش‌ها دارای معایبی نیز هستند. از مهم‌ترین این معایب

^۳ Extremum seeking control

^۴ Perturbation signal

^۱ Offline

^۲ Real time

۳- عدم حساسیت تکنیک بهینه‌سازی ارائه شده نسبت به سیگنال آشفتگی و شرایط اولیه انتخابی برای مصرف‌کنندگان انرژی در شبکه هوشمند.

۴- روش بهینه‌سازی طراحی شده تنها نیاز به دو بهره (شامل کنترل‌کننده و تخمینگر) جهت تنظیم توسط کاربر داشته که استفاده از آن را در شبکه‌های هوشمند تسهیل می‌نماید.

۶- کاهش هزینه در شبکه‌های هوشمند

یکی از موضوعات مهم برای مولدان برق، پیش‌بینی و تعیین قیمت برق در راستای افزایش سوددهی بوده که این امر به نوبه خود متأثر از نیروهای بازار و توابع پیچیده عرضه و تقاضای برق می‌باشد [۳۱]. هر چند با وجود عدم قطعیت در بارهای الکتریکی و هزینه خرید انرژی در شبکه‌های توزیع، پیش‌بینی قیمت انرژی با پیچیدگی همراه است [۳۲]. در طرف مقابل، مصرف‌کنندگان انرژی الکتریکی (خانگی و صنعتی) تلاش دارند که ضمن حفظ رفاه منطقی، هزینه مصرف برق خود را کمینه سازند [۳۳]. بنابراین برای حل این دسته از مسائل نیاز به تعیین تابع هدف و الگوریتم‌های مناسب بهینه‌سازی می‌باشد.

تابع هدف یا خروجی در این مسئله عبارت است از هزینه کل واحدهای مصرف‌کننده انرژی در شبکه هوشمند که در آن واحدها با یکدیگر به صورت کامل در ارتباط هستند. حال قرار است که تمامی واحدها در شبکه میزان انرژی مصرفی خود را که به عنوان ورودی‌های سیستم در نظر گرفته می‌شوند چنان تنظیم نمایند که هزینه کل شبکه کمینه گردد. لازم به ذکر است که هزینه کل شبکه به صورت جمع جبری هزینه تک‌تک واحدها می‌باشد. عدم قطعیت در تابع هدف (هزینه کل شبکه) به صورت نامعلوم بودن رابطه ریاضی بین هزینه واحدهای مصرف‌کننده و میزان انرژی مصرفی آنها در نظر گرفته می‌شود. این امر به منظور حفظ حریم خصوصی و رفع دغدغه‌های نیروگاه‌های تولید کننده انرژی برای تغییر در منحنی‌های قیمت گذاری در مواقع لزوم می‌باشد [۲۶].

یک شبکه هوشمند متشکل از N کاربر تجاری یا صنعتی که مجهز به کنترل‌کننده مدیریت انرژی و زیرساخت‌های پیشرفته اندازه‌گیری بوده در نظر بگیرد. این کاربرها می‌توانند به صورت دو طرفه (جهت‌دار) با هم در ارتباط باشند. در این مطالعه فرض شده که انتقال اطلاعات بین کاربرها بدون تأخیر و از دست رفتن داده انجام می‌شود. البته از آنجا که میزان تأخیر در انتقال داده‌ها در حدود چند میلی‌ثانیه بوده و مسئله بهینه‌سازی به صورت استاتیکی (بدون در نظر گرفتن دینامیک شبکه) است، لذا تأخیر زمانی تأثیر چندانی نخواهد داشت. هرچند در اینجا تعیین نحوه و نوع ارتباطات مورد نظر نیست. فرض نمایم که می‌خواهیم هزینه کل مربوط به مصرف انرژی را برای این کاربرها که با هم نیز در ارتباط هستند کمینه نماییم. هزینه مربوط به کاربر i ام تحت تأثیر میزان انرژی مصرفی خود و انرژی مصرفی سایر کاربرها بوده که به صورت زیر بیان می‌شود [۲۶].

$$C_i(u) = \mu_i V_i(u_i) + F_i \left(\sum_{j=1}^N u_j, u_i \right) \quad (1)$$

در رابطه (۱)، u_i نشان دهنده میزان مصرف انرژی در کاربر i ام بوده و $u = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T$ می‌باشد. $V_i(u_i)$ بیانگر هزینه سختی بوده که ضریب μ_i پارامتری برای نشان دادن میزان اهمیت راحتی کاربر i ام است. به عنوان مثال، V_i را می‌توان هزینه قطع بار الکتریکی برای کاربر i ام در نظر گرفت [۳۴]. بعلاوه $F_i(\sum_{j=1}^N u_j, u_i)$ هزینه برات پرداختی مربوط به کاربر i ام در ارتباط با سایر کاربرها در شبکه هوشمند بوده که خود تابعی از مجموع

کنترلی با توجه به گرادیان تخمین زده شده از قسمت اول است. برای تخمین گرادیان از چندین بهره با مقادیر متفاوت استفاده می‌شود که این موضوع می‌تواند مشکلاتی جهت تنظیم مقادیر این بهره‌ها ایجاد نماید. برای رفع این مشکل، از ایده بهره بالا استفاده شده است. بدین صورت که به جای استفاده از چندین بهره با مقادیر متفاوت، همه بهره‌ها روی یک مقدار معین که نسبت به بهره کنترلی نیز بسیار بزرگتر است، تنظیم می‌گردند [۱۸]. اساس تخمین در این الگوریتم بر منطق رویه پایا^۵ [۱۹] در ریاضیات هندسی است.

شبکه‌های هوشمند در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققین بوده است. در این شبکه‌های الکتریکی، یک ارتباط دیجیتال و هوشمند بین تمامی تولیدکنندگان و مصرف‌کنندگان ایجاد شده که منجر به صرفه‌جویی انرژی، افزایش پایداری، قابلیت اطمینان بالا و ایمن‌سازی بیشتر می‌گردد [۲۰]. یکی از مزایای این شبکه‌ها، استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر به عنوان منابع اصلی انرژی بوده که به سلامت محیط زیست نیز کمک قابل توجهی می‌نماید [۲۱]. همچنین تعمیم ایده‌های مربوط به شبکه‌های هوشمند به نانو شبکه‌ها به عنوان شبکه‌هایی هوشمند با توان نامی کوچکتر (قابل کاربرد در منازل هوشمند) از محبوبیت بسیاری برخوردار گشته است [۲۲-۲۳]. علیرغم محاسن شبکه‌های هوشمند، به خاطر پیچیدگی‌های سیستمی و ذات غیرخطی این شبکه‌ها، توسعه آنها با چالش‌های بسیاری روبه‌رو می‌باشد. یکی از این چالش‌ها در مورد ارتباطات بین واحدهای تولید کننده و مصرف کننده نحوه انتقال اطلاعات و همچنین پردازش اطلاعات برای درک بهتر شبکه می‌باشد [۲۴-۲۵]. از طرف دیگر، یک مسئله بسیار مهم در شبکه‌های هوشمند، مربوط به سیاست قیمت‌گذاری، بهینه‌سازی مصرف انرژی و کاهش قیمت‌ها برای مصرف‌کنندگان می‌باشد [۲۵-۲۹]. همچنین عملکرد شبکه‌های هوشمند بسیار تحت تأثیر عدم قطعیت‌ها و غیرقابل پیش‌بینی بودن شبکه‌های سایبری بوده که بر پیچیدگی آنها می‌افزاید [۳۰].

در این مقاله ابتدا یک مدل ساده از یک مسئله بهینه‌سازی استاتیکی برای یک شبکه هوشمند که در آن تابع هزینه دارای مدل ریاضی نامعلوم بوده ارائه شده است. سپس کنترل‌کننده تعیین نقطه بهینه جدیدی که بر پایه تخمین گرادیان خروجی بر حسب ورودی به عنوان یک پارامتر متغیر با زمان بوده توضیح داده شده است. قانون کنترلی از روی گرادیان تخمین زده شده، تعیین گشته که می‌تواند پاسخ بهینه را به صورت بلادرنگ ایجاد نماید. این کنترل‌کننده توانایی حل مسئله بهینه‌سازی نامعلوم مربوط به شبکه‌های هوشمند را با دقت و سرعت بالا دارد. همچنین اثبات پایداری و همگرایی تکنیک ارائه شده در بخش ضمیمه آورده شده است. این اثبات بر اساس قضیه لیاپانوف بوده و نشان داده شده است که با استفاده از الگوریتم پیشنهادی، سیستم به صورت نمایی به همسایگی کوچکی از پاسخ بهینه همگرا می‌گردد. در نهایت کاربرد این کنترل‌کننده در کمینه‌سازی تابع هزینه در شبکه‌های هوشمند با انجام چند شبیه‌سازی کامپیوتری به بحث گذاشته شده و توانایی الگوریتم ارائه شده در این زمینه نشان داده شده است. به طور خلاصه مزایای این مطالعه را می‌توان به صورت زیر لیست نمود.

- ۱- کمینه‌سازی بلادرنگ مقدار هزینه کل مصرف‌کنندگان در یک شبکه هوشمند با تابع هدف نامعلوم.
- ۲- برای کمینه‌سازی مقدار هزینه کل از تکنیک کنترل‌کننده تعیین نقطه بهینه مبتنی بر تخمین گرادیان استفاده شده که دارای سرعت بالا و دقت بسیار خوبی است. همچنین با روابط دقیق ریاضی (مبتنی بر قضیه لیاپانوف) اثبات می‌گردد که مقدار هزینه کل شبکه هوشمند به صورت نمایی به همسایگی کوچکی از مقدار کمینه خود همگرا می‌گردد.

^۶ Smart grids

^۵ Invariant manifold

فرض ۲: نداشت بین ورودی و خروجی از نامعادلات زیر تبعیت می‌نماید.

$$\|y\| \leq Y, \left\| \frac{\partial C(u)}{\partial u} \right\| \leq L_1, \left\| \frac{\partial^2 C(u)}{\partial u^2} \right\| \leq L_2, \forall u \in \mathcal{U} \quad (7)$$

که در Y, L_1 و L_2 اعداد مثبت دلخواه هستند.

در واقع فرض اول دلالت بر محدب بودن موضعی مسئله بهینه‌سازی داشته و فرض دوم کران‌دار بودن خروجی و مشتقات آن نسبت به ورودی را شامل می‌شود. خوشبختانه در اغلب موارد، دسته توابع V_i و F_i توسط مولدان انرژی بگونه‌ای تنظیم می‌گردند که شرط محدب بودن موضعی مسئله بهینه‌سازی برقرار گردد [۲۶]. همچنین، به دلیل در نظر گرفتن شبکه در حالت ماندگار و پایدار خود، کران‌دار بودن خروجی و مشتقات آن امری بدیهی می‌باشد. از آنجا که تعیین مقدار کمینه در رابطه (۴) به‌صورت بلادرنگ مورد نظر می‌باشد، ورودی به صورت یک سیگنال متغیر با زمان در نظر گرفته شده و خواهیم داشت.

$$y(t) = C(u(t)) \quad (8)$$

مشتق رابطه‌ی (۸) بر حسب زمان $\dot{u} = \left(\frac{\partial C}{\partial u} \right)^T \dot{u}$ بوده که گرادیان خروجی بر حسب ورودی به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\theta(t) = \frac{\partial C}{\partial u} \quad (9)$$

با توجه به رابطه (۹)، معادله زیر را می‌توان نوشت.

$$\dot{y}(t) = \theta^T(t) \dot{u}(t) \quad (10)$$

ملاحظه ۱: اگر بردار گرادیان $\theta(t)$ معلوم باشد، آنگاه کنترل‌کننده گرادیان کاهشی $\dot{u} = -k_g \theta(t)$ به ازای هر $k_g > 0$ سیگنال ورودی $u(t)$ را به سمت پاسخ بهینه u^* همگرا می‌سازد. اما به دلیل آنکه $C(\cdot)$ یک تابع نامعلوم است، بنابراین گرادیان آن $(\theta(t))$ نیز یک بردار از متغیرهای نامعلوم و متغیر با زمان می‌باشد که باید تخمین زده شود.

ملاحظه ۲: اگرچه مطالب ارائه شده در این مقاله مربوط به مسائل بهینه‌سازی استاتیک است اما الگوریتم با اندکی تغییر قابلیت تعمیم به مسائل بهینه‌سازی همراه با سیستم دینامیکی را نیز دارد که در اینجا از بیان آن صرف نظر شده و تنها بر مسائل بهینه‌سازی استاتیک تمرکز می‌شود.

۷- کنترل‌کننده تعیین نقطه بهینه طراحی شده

طراحی کنترل‌کننده اکستریم یاب برای حل این مسئله از رابطه (۱۰) ایده می‌گیرد. بدین ترتیب که ابتدا $\theta(t)$ تخمین زده شده و سپس با استفاده از گرادیان تخمینی، یک قانون کنترل‌کننده مناسب برای حل مسئله بهینه‌سازی نامعلوم مورد نظر ایجاد می‌شود.

۷-۱- تخمین گرادیان متغیر با زمان

برای تخمین گرادیان متغیر با زمان از ایده هندسی رویه‌های پایا استفاده گشته است. ریاضیدانان و مهندسان کنترل از این ایده در بسیاری از مسائل خود بهره جسته‌اند [۲۵-۳۷]. در این مقاله برای ایجاد یک رویه تقریباً پایا، از تعدادی تخمینگر و فیلتر با بهره بالا استفاده گشته است. این رویه تقریباً پایا امکان ایجاد یک تابع ضمنی که متغیرهای معلوم را به متغیرهای نامعلوم $\theta(t)$ ارتباط می‌دهد فراهم می‌سازد. بنابراین به راحتی متغیرهای نامعلوم تخمین زده می‌شوند. برای این منظور، تخمینگر و یک فیلتر با بهره تخمین $k > 0$ در نظر می‌گیریم.

انرژی‌های مصرفی $(\sum_{j=1}^N u_j)$ و میزان انرژی مصرفی کاربر می‌باشد. به عنوان مثال، $F_i(\sum_{j=1}^N u_j, u_i)$ را می‌توان به عنوان هزینه برق تولیدی برای واحد i ام در نظر گرفت [۲۴]. بنابراین هزینه کل انرژی مصرفی مربوط به تمامی کاربرها بدین صورت بیان می‌شود.

$$C(u) = C_1(u) + C_2(u) + \dots + C_N(u) = \sum_{i=1}^N C_i(u) \quad (2)$$

در نهایت مسئله بهینه‌سازی مربوطه برای کاهش هزینه‌های انرژی مصرفی توسط کل شبکه را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد.

$$\min_u C(u) = \sum_{i=1}^N C_i(u) \quad (3)$$

حال برای حمایت از تولیدکنندگان انرژی در راستای سیاست‌گذاری‌های مربوط به تعیین قیمت برای مصرف‌کنندگان شبکه، فرض می‌شود که تنها مقدار هزینه کل مصرف انرژی در شبکه در دسترس بوده ولی جزئیات مربوط به مقدار هزینه هر واحد به صورت جداگانه موجود نیست. به عبارت دیگر در مسئله بهینه‌سازی (۳) فرض می‌شود که توابع V_i و F (تنظیم شده توسط تولیدکننده) دارای روابط ریاضی نامعلومی از دیدگاه مصرف‌کنندگان انرژی بوده ولی مقدار هزینه کل $C(u)$ برای تمامی کاربرها قابل اندازه‌گیری باشد.

بنابراین، قرار است که کاربرها به گونه‌ای میزان مصرف انرژی خود را در ارتباط با دیگر واحدها تنظیم نمایند که هزینه نهایی کل شبکه در مصرف انرژی کمینه گردد. البته توجه به این نکته ضروری است که در این مسئله بهینه‌سازی هیچ قیدی بر روی میزان مصرف انرژی توسط کاربرها در شبکه هو شمند در نظر گرفته نشده است. بنابراین، تمام انرژی تولید شده می‌تواند توسط یک کاربر درخواست و مصرف گردد. البته امکان تعمیم این الگوریتم به حل مسئله بهینه‌سازی همراه با قید نیز وجود داشته که در مطالعات آتی در نظر گرفته خواهد شد. لذا، مسئله بهینه‌سازی استاتیک با رابطه ریاضی نامعلوم (۳) را می‌توان به صورت ساده شده زیر در نظر گرفت.

$$\min_u y = C(u) \quad (4)$$

که در آن u بردار ورودی یا همان کنترل‌کننده بوده و مقادیر قابل قبول آن در فضای دلخواه و محدود \mathcal{U} بوده که به صورت $\mathcal{U} \subset \mathbb{R}^m$ در نظر گرفته می‌شود. توجه داشته باشید که \mathbb{R} مجموعه اعداد حقیقی است. همچنین $\gamma \in \mathbb{R}$ خروجی یا همان تابع هزینه‌ای است که باید نسبت به ورودی کمینه گردد. در نهایت $\mathbb{R}^m \rightarrow C(\cdot): \mathbb{R}^m$ یک تابع نامعلوم است که بیانگر رابطه بین خروجی و ورودی‌ها است. فرض نماییم که خروجی در هر لحظه قابل اندازه‌گیری بوده و تابع $C(\cdot)$ و مشتقات آن از هر مرتبه نسبت به ورودی‌ها پیوسته باشند. حال هدف تعیین مقادیر نامعلوم ولی بهینه از ورودی‌ها بوده (که با بردار u^* نشان داده شده است) به گونه‌ای که خروجی در رابطه (۴) به مقدار بهینه (کمینه) خود (که با γ^* نشان داده شده است) میل نماید. توجه شود که علت نامعلوم بودن u^* و در نتیجه γ^* نام‌شخص بودن $C(\cdot)$ است. به منظور حل این مسئله فرضیات زیر در نظر گرفته می‌شوند.

فرض ۱: پاسخ بهینه u^* شرایط زیر را دارا است.

$$\frac{\partial C(u^*)}{\partial u} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial C(u)}{\partial u} (u - u^*) \geq \alpha_1 \|u - u^*\|^2, \quad \forall u \in \mathcal{U} \quad (6)$$

که در آن $\alpha_1 > 0$ یک عدد ثابت دلخواه بوده و مقدار عددی آن اهمیتی ندارد.

است. از آنجا که $\hat{\theta}(t)$ و $d(t)$ هر دو کراندار هستند، آنگاه طبق فرض ۲ می‌توان نشان داد که قانون کنترل دارای کران بالا به صورت $\| \dot{u} \| \leq k_g L_1 + D$ است. ملاحظه ۳: بر خلاف روش‌های کلاسیک کنترل‌کننده تعیین نقطه بهینه که پایداری و همگرایی در آنها به سیگنال آشفتگی بسیار حساس می‌باشد، در اینجا سیگنال آشفتگی می‌تواند به دلخواه انتخاب شده و تنها نقش آن ایجاد شرایط مورد نظر در رابطه (۱۹) است. یک انتخاب مناسب برای این سیگنال‌ها، به کارگیری موج‌های سینوسی به خاطر ویژگی تعامد آنها است.

قضیه ۱: اگر فرض‌های ۱ تا ۴ برقرار باشند، آنگاه تخمینگر پارامتری (۱۸) و کنترل‌کننده (۲۰) به گونه‌ای هستند که در سیستم حلقه بسته، ورودی به همسایگی کوچکی از u^* و خروجی به همسایگی کوچکی از y^* که پاسخ‌های مسئله بهینه‌سازی (۴) هستند، همگرا خواهند شد. اندازه این همسایگی به مقادیر k و k_g وابسته است. اثبات ریاضی این قضیه در پیوست ۱ آورده شده است.

ملاحظه ۴: در مرجع [۳۸] نشان داده شده است که با انتخاب یک بهره تخمین (k) بسیار بزرگ، می‌توان به رویه‌ای با خاصیت پایایی بیشتر و در نتیجه تخمین دقیقتر از گرادیان رسید. ولی در عمل اندازه‌گیری خروجی y همراه با سیگنال‌های فرکانس بالایی مانند نویز اندازه‌گیری است که استفاده از گین بهره بالا آن را تقویت می‌نماید. بنابراین طراح باید با انتخاب مناسب k یک توازن بین دقت تخمینگر و میزان حساسیت الگوریتم به نویز ایجاد نماید.

ملاحظه ۵: در مرجع [۱۸] نشان داده شده است که برای رسیدن به پاسخ مطلوب بهتر است که طراح بهره تخمینگر پارامتر k را بسیار بزرگتر از بهره کنترلی k_g انتخاب نماید. البته معیار مشخصی برای تعیین میزان بزرگتر بودن k نسبت به k_g وجود ندارد. زیرا، این موضوع کاملاً وابسته به سیستم مورد نظر بوده و از مسئله‌ای به مسئله دیگر متفاوت است. حتی برای یک مسئله خاص، به دلیل وجود شرایطی مانند پیچیدگی بالا، غیرخطی بودن و عدم قطعیت، معیار مشخصی برای تعیین میزان بزرگتر بودن k نسبت به k_g وجود ندارد. اما با هر انتخابی از بهره‌ها که در آن k به اندازه کافی از k_g بزرگتر باشد، الگوریتم حتماً به پاسخ بهینه همگرا شده و انتخاب‌های متفاوت از بهره‌ها تنها بر روی پاسخ گذرا و سرعت همگرایی تأثیر خواهد داشت. به‌عنوان یک قاعده کلی، $k < 1$ انتخاب شده و هرچه k_g بزرگتر باشد، سرعت همگرایی الگوریتم بیشتر خواهد شد. همچنین، به طور کلی بهره تخمینگر به صورت $k' = k^2 > 10$ انتخاب شده و هرچه k بزرگتر باشد، میزان نوسانات در پاسخ گذرا بیشتر خواهد شد.

ملاحظه ۶: توجه داشته باشید که قانون کنترلی (۲۰) بر اساس ایده بسیار ساده و کارای گرادیان کاهشی نوشته شده است. همچنین این قانون کنترلی برای مسئله کمینه‌سازی (۴) بیان شده است. حل مسئله بیشینه‌سازی دقیقاً مشابه حل مسئله کمینه‌سازی عمل می‌کند با این تفاوت که تابع هدف در یک منفی ضرب می‌گردد.

ملاحظه ۷: تمرکز این مطالعه بیشتر بر روی خود الگوریتم بهینه‌سازی جهت کمینه‌سازی هزینه کل شبکه هوشمند، تئوری حاکم بر مسئله و پایداری تکنیک در همگرایی به پاسخ می‌باشد. برای پیاده‌سازی عملی این الگوریتم، قطعاً نیاز به بستر کنترل‌کننده مدیریت انرژی بوده که فرض شده این ساختار به صورت کامل برای شبکه هوشمند موجود است. با توجه به آنکه روش بهینه‌سازی ارائه شده حجم محاسباتی محدودی داشته و همچنین بهینه‌سازی استاتیک و در حالت ماندگار شبکه در نظر گرفته شده، به ساختارها و نرم‌افزارهای پیچیده جهت اجرای عملی نیاز نبوده و پیاده‌سازی بلادرنگ امکان‌پذیر است. هرچند، به دلیل نوآوری اصلی این مقاله در زمینه

$$\dot{y} = -k^2(y - y) \quad (11)$$

$$\dot{\varphi} = -k^2(\varphi - \dot{u}) \quad (12)$$

دلیل استفاده از ضریب k^2 تأکید بر مثبت بودن بهره بوده و می‌توان آن را با یک بهره ساده مانند k' به صورت $k' = k^2$ جایگزین نمود. رویه تقریباً پایا به‌صورت زیر ایجاد می‌گردد.

$$k^2(\hat{y} - y) + \varphi^T \theta = 0. \quad (13)$$

در مرجع [۱۸]، تعریف رویه تقریباً پایا آورده شده و اثبات گشته است که رویه (۱۳) به‌ازای یک بهره بالا ولی محدود k تقریباً پایا و به ازای $k \rightarrow \infty$ یک رویه دقیقاً پایا خواهد بود. حال رویه (۱۳) را می‌توان به صورت معادل زیر نوشت.

$$k^2(\hat{y} - y) = -\varphi^T \theta \quad (14)$$

همان‌طور که از رابطه بالا مشاهده می‌شود یک نگاهت ضمنی بین سیگنال‌های معلوم (φ, \hat{y}, y) و سیگنال‌های نامعلوم θ ایجاد گشته است که از روی آن می‌توان تخمین بردار گرادیان را انجام داد. برای ایجاد یک تخمین مقاوم، متغیرهای کمکی p و q با دینامیک‌های مشخص شده در زیر نوشته می‌شوند.

$$\dot{p} = -kp - \varphi \varphi^T \hat{\theta}(t) \quad (15)$$

$$\dot{q} = -kq + \varphi(k^2(\hat{y} - y)) \quad (16)$$

همچنین تخمینگر تطبیقی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\dot{\Sigma}(t) = k[I - \varphi \varphi^T \Sigma(t)], \quad \Sigma(t_0) = I \quad (17)$$

در رابطه‌ی بالا، I ماتریس واحد با اندازه مناسب است. حال بر اساس روابط (۱۷)–(۱۵)، قانون به روز رسانی برای تخمین $\theta(t)$ با $\hat{\theta}(t)$ نشان داده شده و به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = k^2 \Sigma(t) [\delta + k\delta], \quad \delta = p - q \quad (18)$$

فرض‌های زیر برای اطمینان از همگرایی پارامترهای تخمینی به مقادیر واقعی خود ضروری است.

فرض ۳: بردار تابعی $\varphi(t)$ محدود بوده و کران بالای آن به صورت $\|\varphi(t)\| \leq \lambda, \forall t \geq t_0$ برای $\lambda > 0$ می‌باشد.

فرض ۴: مقادیر ثابت $\alpha > 0$ و $T > 0$ وجود دارند بگونه‌ای که نامساوی زیر برقرار است.

$$\int_t^{t+T} \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau \geq aI, \quad \forall t \geq t_0 \quad (19)$$

شرط بیان شده در رابطه (۱۹)، معادل شرط تحریک ماندگار^۸ در کنترل تطبیقی بری همگرایی پارامتر تخمینی است [۳۸].

۲-۲- طراحی ورودی بهینه

در نهایت کنترل‌کننده تعیین نقطه بهینه پیشنهادی به صورت زیر است.

$$\dot{u} = -k_g \hat{\theta}(t) + d(t) \quad (20)$$

که $k_g > 0$ بهره کنترل‌کننده بوده و $d(t)$ سیگنال آشفتگی با کران بالای $\|d(t)\| \leq D$ می‌باشد. باید توجه داشت که $D > 0$ یک ثابت کوچک و محدود

^۸ Persistent excitation

شده است. بنابراین می‌توان با تکنیک ارائه شده در بخش سوم این مقاله، میزان مصرف انرژی بهینه برای هر کدام از کاربرها را برای کمینه کردن کل هزینه مصرف انرژی توسط تمامی شبکه را کاهش داد. برای این منظور کافی است از اندازه‌گیری یا محاسبه‌ی بلادرنگ کل هزینه‌ها برای تخمین گرادیان آن نسبت به انرژی مصرفی کاربرها و استفاده از قانون گرادیان کاهش برای تعیین مقدار بهینه انرژی مصرفی برای هر کاربر استفاده نمود.

مقادیر اعداد استفاده شده در شبیه‌سازی برای ثابت‌های نوشته شده در روابط (۲۱) و (۲۲) در جدول ۱ آورده شده است. همچنین، فرض می‌شود که $L = 0.8 \sum_{i=1}^3 \hat{u}_i$ ، ضمناً کاربرها با هم در ارتباط بوده و اطلاعات مربوط به مقدار هزینه‌های مصرف انرژی خود را با یکدیگر تبادل می‌نمایند. البته در اینجا چگونگی ارتباط بین کاربرها مورد بحث نمی‌باشد.

جدول ۱- مقادیر پارامترها در شبکه هوشمند

کاربر	۱	۲	۳
$\rho_i \gamma_i^2$	۵/۲	۵/۶	۶
\hat{u}_i	۱۲۰	۱۶۰	۲۰۰
μ_i	۰/۸	۰/۸	۰/۸
p_i	۱۰	۱۰	۱۰
n_i	۰/۵	۰/۵	۰/۵

برای حل این مسئله از الگوریتم بهینه‌سازی پیشنهادی، با بهره‌های تخمینی و کنترلی $k = 5$ ، $k_g = 0.005$ و بردار سیگنال آشفستگی زیر استفاده شده است.

$$d(t) = 0.02[\sin(10t), \sin(20t), \sin(30t)]^T$$

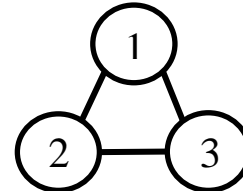
همان‌طور که مشاهده می‌شود، بهره تخمین پارامتر بسیار بزرگ‌تر از بهره کنترلی است. مقادیر تمامی شرایط اولیه‌ها عدد صفر در نظر گرفته می‌شوند. با یک آنالیز ساده ریاضی، می‌توان نشان داد که مقادیر بهینه ورودی برای حل مسئله بهینه‌سازی (۲۴) که دارای عدم قطعیت است، عبارتند از: $u_1^* = 93.2$ ، $u_2^* = 135.1$ و $u_3^* = 176.75$. با اعمال این مقادیر از ورودی‌های بهینه، هزینه‌های بهینه هر کدام از واحدهای مصرف‌کننده به صورت $C_1^* \cong 4903$ ، $C_2^* \cong 5552$ و $C_3^* \cong 6219$ به دست خواهد آمد. در نهایت با جمع تمامی این هزینه‌ها مقدار خروجی (هزینه کل شبکه هوشمند) مربوط به این ورودی‌ها برابر است با $C^* \cong 16674$. یادآوری می‌شود که مقادیر بهینه ورودی (بردار u^*) که به صورت تئوری و در فرآیند حل یک مسئله بهینه‌سازی دارای عدم قطعیت تعیین گشت، از طریق کنترل‌کننده مدیریت انرژی اعمال می‌گردند. البته همان‌طور که پیشتر توضیح داده شد، در اینجا نحوه اعمال و ساخت‌افزار کنترل‌کننده مدیریت انرژی مورد بحث نبوده و تمرکز اصلی بر حل مسئله بهینه‌سازی با عدم قطعیت و تعیین مقادیر عددی بهینه از ورودی‌ها و خروجی می‌باشد.

تمام شرایط اولیه‌های الگوریتم برابر صفر و برای تخمینگر تطبیقی مطابق رابطه (۱۷) ماتریس واحد سه در سه در نظر گرفته می‌شوند. به منظور نشان دادن عدم وابستگی الگوریتم به شرایط اولیه ورودی‌ها، دو شرایط اولیه متفاوت برای این متغیرها در نظر گرفته شده است. در گام نخست، فرض شده که کاربرها برآورد قابل قبولی نسبت به میزان انرژی مصرفی‌ای که منجر به کمترین هزینه کل گشته خواهند داشت. بدین منظور شرایط اولیه $u(0) = [125, 125, 125]^T$ در نظر گرفته شده که به طور نسبی به مقادیر u^* ذکر شده در بالا نزدیک

تئوری و الگوریتم بهینه‌سازی، به جزئیات مربوط به کنترل‌کننده مدیریت انرژی پرداخته نشده است.

۸- شبیه‌سازی کامپیوتری

برای مدل شبکه هوشمند از مرجع [۲۶] الهام گرفته و به‌منظور ایجاد شبیه‌سازی از نرم افزار MATLAB بهره گرفته شده است. برای این که بتوانیم شبیه‌سازی کامپیوتری را انجام دهیم، فرض می‌شود که کل شبکه هوشمند شامل ۳ کاربر (واحد مصرفی) از سیستم‌های گرمایش، تهویه و کنترل هوا^۹ بوده که با یکدیگر مطابق شکل ۱ در ارتباط هستند.



شکل ۱- گراف جهت‌دار ارتباطی بین واحدها در شبکه هوشمند

علت در نظر گرفتن دستگاه تهویه هوا، کاربرد بالای آن در ساختمان‌ها و اماکن تجاری و همچنین تخصیص درصد بالایی از کل مصرف انرژی به خود و در نتیجه آن ایجاد هزینه بالا برای مصرف‌کنندگان این سیستم‌ها می‌باشد [۳۹]. بنابراین بهینه‌سازی هزینه کل مربوط به تمامی واحدهای استفاده‌کننده از دستگاه‌های تهویه هوا از اهمیت بسزایی برخوردار است. فرض کنید که توابع V_i برای هر واحد از سیستم تهویه هوا به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۶].

$$V_i = \rho_i \gamma_i^2 (u_i - \hat{u}_i)^2, \quad i = 1, 2, 3 \quad (21)$$

در رابطه (۲۱)، ρ_i ضریب هزینه، γ_i ضریب مربوط به مشخصه‌ی گرمایی سیستم تهویه هوا و \hat{u}_i مقدار انرژی لازم برای رسیدن به دمای مطلوب در محیط مورد نظر می‌باشد. همچنین تابع F برای هر کاربر را می‌توان به‌صورت زیر نوشت [۲۶].

$$F_i \left(\sum_{j=1}^3 u_j, u_i \right) = \left(n_i \left(\sum_{j=1}^3 u_j - L \right) + p_i \right) u_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (22)$$

در رابطه بالا، L مقدار انرژی‌ای که انتظار می‌رود توسط کاربرها مورد استفاده قرار گیرد و n_i ضریب هزینه است. حال هزینه هر کدام از واحدهای مصرف‌کننده به‌صورت جداگانه بدین صورت است.

$$C_i(u_1, u_2, u_3) = \mu_i V_i + F_i \left(\sum_{j=1}^3 u_j, u_i \right), \quad i = 1, 2, 3 \quad (23)$$

در نهایت طبق رابطه (۲۳)، تابع هزینه کل مربوط به تمام شبکه هوشمند که باید کمینه گردد بدین‌صورت تعریف می‌شود.

$$\min_{u_1, u_2, u_3} C(u_1, u_2, u_3) = \sum_{i=1}^3 C_i(u_1, u_2, u_3) \quad (24)$$

ملاحظه ۸: مجدداً یادآوری می‌شود که عبارات ریاضی نوشته شده در روابط (۲۱) - (۲۳) صرفاً برای انجام شبیه‌سازی کامپیوتری بوده و در عمل این عبارات نامعلوم هستند و تنها مقدار هزینه کل (C) قابل اندازه‌گیری است.

ملاحظه ۹: مسئله بهینه‌سازی ایجاد شده با توابع V_i و F به صورت روابط (۲۱) و (۲۲)، تمامی ویژگی‌های بیان شده در بخش دوم را دارا می‌باشد. به عنوان نمونه، محدب بودن این مسئله بهینه‌سازی نامعلوم در پیوست ۲ آورده

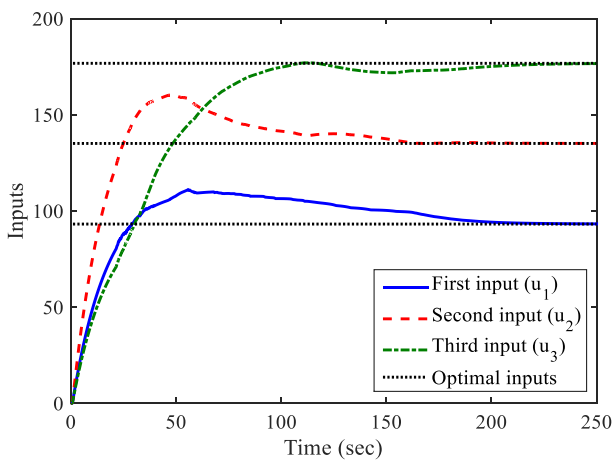
^۹ Heating, Ventilation, and Air Conditioning (HVAC)

با توجه به شکل ۲، ملاحظه می‌شود که تمامی ورودی‌ها با سرعت خوب و پاسخ‌گذاری قابل قبول و مناسب به مقادیر بهینه خود همگرا می‌گردند. زمان همگرایی (زمانی که پاسخ‌ها به ۲٪ مقادیر حالت دائم خود می‌رسند)، کم‌تر از ۱۱۰ ثانیه می‌باشد.

نکته قابل توجه در شکل ۳ می‌باشد که در آن هزینه نهایی واحدهای ۲ و ۳ نسبت به هزینه اولیه آنها (با توجه به انتخاب شرایط اولیه) برای رسیدن به کمینه‌ترین حالت از هزینه کل کاهش یافته که این از نظر واحدهای مربوطه امر مطلوبی می‌باشد. اما همین امر برای واحد ۱ کاملاً برعکس می‌باشد. به عبارت دقیق‌تر در واحد ۱ هزینه اولیه ۷۹۲ بوده ولی هزینه نهایی پس از حل مسئله بهینه‌سازی ۴۹۰۳ شده است. یعنی برای کمینه‌سازی کل هزینه شبکه هوشمند نیاز است که هزینه‌های واحدهای ۲ و ۳ کاهش یافته ولی هزینه مربوط به واحد ۱ افزایش یابد. البته این افزایش و کاهش نسبت به شرایط اولیه انتخابی است. به عبارتی دیگر، میزان انرژی برای واحد ۱ از آنچه پیش‌بینی شده بود بیشتر و هزینه انرژی برای واحدهای ۲ و ۳ کمتر از حد انتظار اولیه بوده است. این در حالی است که میزان مصرف انرژی (ورودی) برای واحد ۱ نسبت به ورودی تخمین زده شده اولیه برای آن کاهش داشته است. همین امر، نشان دهنده پیچیدگی‌های موجود در بهینه‌سازی سیستم‌های شبکه هوشمند گسترده می‌باشد.

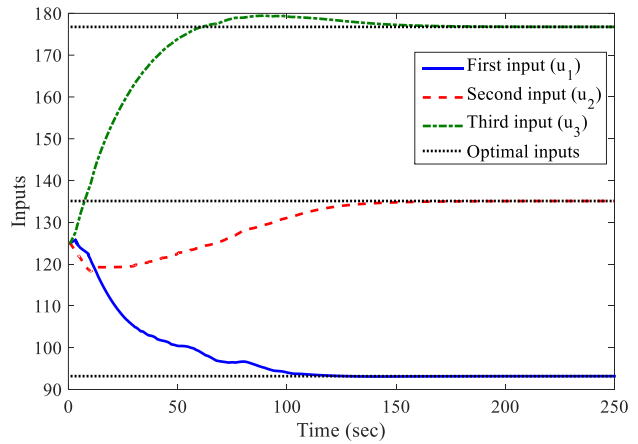
همچنین در شکل ۴ دیده می‌شود که هزینه کل (C) از یک مقدار بزرگتر از C^* آغاز گشته و با سرعت قابل قبول و پاسخ‌گذاری هموار به C^* همگرا می‌گردد. البته باید توجه داشت که هدف نیز کمینه‌سازی مقدار هزینه کل بوده و کمینه کردن هزینه هر کدام از واحدها به صورت مجزا در نظر گرفته نشده است. بنابراین، شبیه‌سازی‌های انجام داده شده نشان می‌دهند که الگوریتم ارائه شده توانایی حل مسائل بهینه‌سازی دارای عدم قطعیت در زمینه شبکه‌های هوشمند و ایجاد پاسخ‌هایی با دقت مطلوب، سرعت مناسب و پاسخ‌گذاری قابل قبول را به طور کامل دارد.

حال یک شبیه‌سازی دیگر، برای همین سیستم هوشمند با الگوریتم بهینه‌سازی مشابه و با همان پارامترهای قبلی ولی این بار با فرض شرایط اولیه مصرف‌کننده انرژی هیچ برآوردی از میزان مصرف انرژی‌ای که منجر به هزینه نهایی کمینه در شبکه گردد، نداشته باشند. بنابراین به صورت پیش‌فرض، شرایط اولیه ورودی‌ها صفر در نظر گرفته شده که اختلاف قابل توجهی نسبت به مقادیر بهینه خود دارند. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۵-۷ آورده شده‌اند.

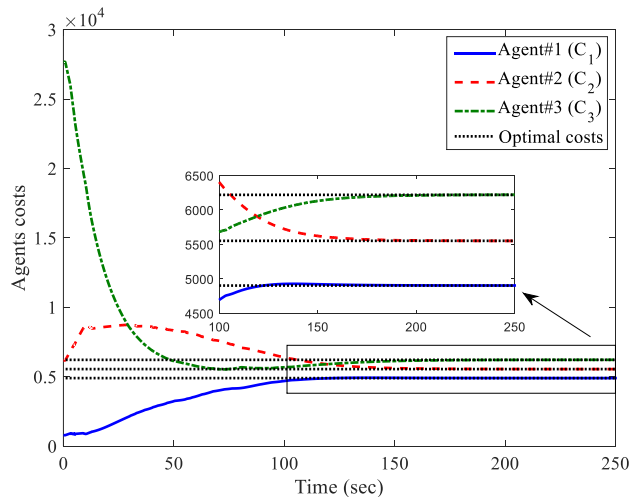


شکل ۵- پاسخ‌های ورودی واحدها برای بهینه‌سازی هزینه کل شبکه هوشمند با فرض $u(0) = [0, 0, 0]^T$

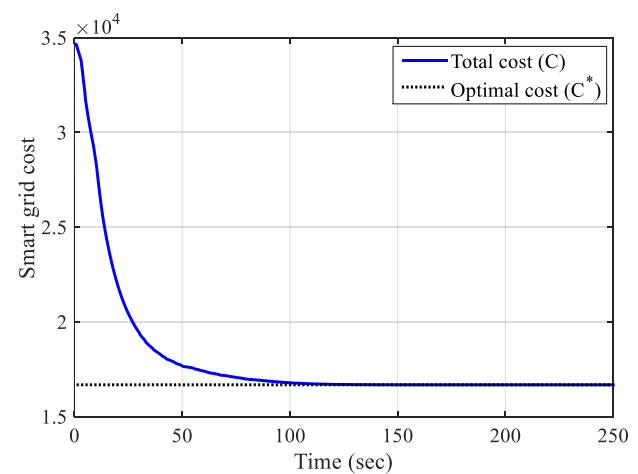
می‌باشند. پاسخ‌های مربوط به ورودی‌های سیستم (u_1, u_2, u_3) ، هزینه هر کدام از واحدها به تفکیک و هزینه نهایی به ترتیب در شکل‌های ۲-۴ نشان داده شده‌اند.



شکل ۲- پاسخ‌های ورودی واحدها برای بهینه‌سازی هزینه کل شبکه هوشمند با فرض $u(0) = [125, 125, 125]^T$



شکل ۳- هزینه واحدها برای بهینه‌سازی هزینه کل شبکه هوشمند با فرض $u(0) = [125, 125, 125]^T$



شکل ۴- پاسخ خروجی (هزینه کل) شبکه هوشمند با فرض $u(0) = [125, 125, 125]^T$

نهایی 3.66×10^5 و سرعت همگرایی حدود ۱۵۲ ثانیه می‌باشد. با مقایسه این ارقام، می‌توان گفت که علیرغم دور شدن هزینه نهایی اولیه از مقدار بهینه خود، الگوریتم بهینه‌سازی طراحی شده قادر است با سرعت بسیار خوبی، شرایطی که منجر به هزینه نهایی بهینه گردد را اعمال نماید.

همان‌طور که از نتایج شبیه‌سازی پیدا است، منحنی مربوط به ورودی‌ها و منحنی مربوط به هزینه کل شبکه به مقادیر بهینه خود (همان u^* و C^* به دست آمده در پیوست ۲ به صورت تحلیلی و با فرض معلوم بودن تابع هدف) برای هر دو شرایط اولیه $u(0) = [125, 125, 125]^T$ (یک انتخاب مناسب) و $u(0) = [0, 0, 0]^T$ (یک انتخاب نامناسب) همگرا می‌گردند. این موضوع کارایی الگوریتم بهینه‌سازی ارائه شده در شبکه هوشمند و همچنین ضریب اطمینان بالا و مقاوم بودن آن در حضور عدم قطعیت را نشان می‌دهد.

الگوریتم بهینه‌سازی ارائه شده در این مقاله در راستای کاربرد جامع و فراگیر به منظور کاهش هزینه کل مصرف‌کنندگان در شبکه هوشمند بوده و مثال استفاده شده در شبیه‌سازی کامپیوتری (شامل سه واحد دستگاه تهویه هوا HVAC) صرفاً برای نشان دادن کارآمدی این الگوریتم است. بنابراین از این تکنیک بهینه‌سازی می‌توان جهت کمینه‌سازی هزینه کل واحدهای مصرف-کننده (با هر تعداد و نوع) در شبکه هوشمند که حاوی عدم قطعیت بوده و تنها با فرض برقرار بودن شرط محدب موضعی استفاده نمود.

۹- نتیجه‌گیری

در این مقاله، تکنیک جدیدی از کنترل‌کننده تعیین نقطه بهینه بر پایه تخمین گرادینان خروجی به عنوان یک پارامتر نامعلوم و متغیر با زمان برای حل یک مسئله کمینه‌سازی تابع هزینه نامعلوم در شبکه‌های هوشمند طراحی گردید. این کنترل‌کننده توانایی ایجاد همگرایی نمایی سیستم (پاسخ) به همسایگی کوچکی از مقادیر بهینه را دارا می‌باشد. از طرفی این تکنیک بر خلاف تکنیک‌های مرسوم در این زمینه، به دامنه و فرکانس سیگنال آشفتگی برای همگرایی پاسخ و همچنین به شرایط اولیه انتخابی حساس نمی‌باشد. این الگوریتم در حل مسائل بهینه‌سازی مربوط به شبکه‌های هوشمند که نیاز به الگوریتم‌های بلادرنگ با سرعت و دقت بالا است بسیار کاربرد دارد. با انجام چند شبیه‌سازی کامپیوتری برای یک شبکه هوشمند با ۳ کاربر شامل سیستم‌های گرمایش، تهویه و کنترل هوا توانایی الگوریتم ارائه گشته برای کاهش هزینه کل در شبکه نشان داده شده است.

پیوست ۱

در این قسمت اثبات قضیه ۱ آورده شده است. با تعریف خطای تخمین پارامتر به صورت $\tilde{\theta}(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t)$ ، تخمینگر (۱۸) را می‌توان به صورت ضمنی زیر نوشت.

$$\dot{\tilde{\theta}}(t) = k^2 \Sigma(t) \varphi \varphi^T \tilde{\theta}(t) \quad (25)$$

حال اگر خطای ورودی را به صورت $\tilde{u}(t) = u(t) - u^*$ تعریف نماییم، آنگاه می‌توان تابع لیاپانوف زیر را در نظر گرفت.

$$V = \frac{1}{2} \tilde{u}^T \tilde{u} + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T(t) \tilde{\theta}(t) \quad (26)$$

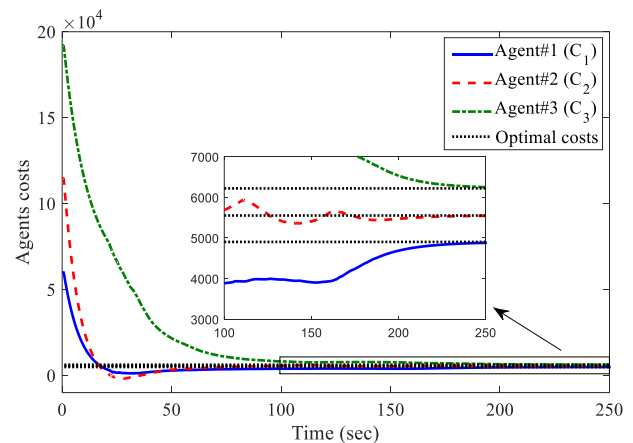
با مشتق‌گیری از رابطه (۲۶) و در نظر گرفتن روابط (۲۰) و (۲۶)، خواهیم داشت.

$$\dot{V} = -k^2 \tilde{\theta}^T(t) (\Sigma(t) \varphi \varphi^T) \tilde{\theta}(t) + \tilde{\theta}^T(t) \dot{\tilde{\theta}}(t) - k_g \tilde{u}^T \theta(t) + k_g \tilde{u}^T \tilde{\theta}(t) + \tilde{u}^T d(t) \quad (27)$$

با در نظر گرفتن فرض ۱، عبارت بالا را می‌توان به صورت نامساوی زیر نوشت.

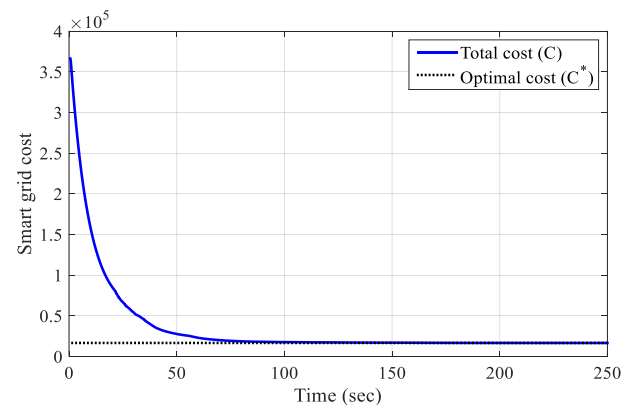
از مشاهده شکل ۵ می‌توان نتیجه گرفت که این بار هم علیرغم آن‌که ورودی‌های اولیه مناسب انتخاب نشده‌اند ولی باز هم تک تک ورودی‌ها با سرعت بالا و یک پاسخ گذرای مناسب به مقادیر بهینه خود همگرا گشته‌اند. زمان همگرایی کمتر از ۱۹۰ ثانیه برای کل ورودی‌ها بوده که این زمان در مقایسه با شرایط قبلی که در آن شرایط اولیه ورودی‌ها با دیدگاه بهتر و خیلی نزدیکتر به شرایط بهینه انتخاب شده بودند، بسیار مناسب است. نکته قابل توجه دیگر اینکه علیرغم بدون تغییر ماندن مقادیر بهره تخمینگر و کنترل‌کننده، سرعت همگرایی و میزان نوسانات پاسخ‌ها در این شبیه‌سازی نیز همانند شبیه‌سازی قبلی بسیار خوب است. بنابراین، برخلاف بسیاری از الگوریتم‌های تطبیقی دیگر که مقادیر بهره متناسب با شرایط اولیه تنظیم می‌گردند، در اینجا نیاز به این کار نبوده و با یکبار انتخاب مناسب از مقادیر بهره می‌توان انتظار داشت که همیشه پاسخی مطلوب حاصل گردد.

همچنین با در نظر گرفتن منحنی هزینه‌ها برای هر کدام از کاربرها در شکل ۶، می‌توان مشاهده نمود که هزینه نهایی برای هر کدام از کاربرها نسبت به هزینه اولیه کاهش شدیدی داشته و پاسخ‌ها بسیار سریع به سمت هزینه‌های بهینه همگرا شده‌اند. این کاهش هزینه‌ها برای تمامی کاربرها مطلوب بوده، ضمن آنکه هزینه نهایی شبکه نیز مطابق شکل ۷ به مقدار بهینه خود همگرا می‌گردد. الگوی تغییرات هزینه نهایی در هر دو شبیه‌سازی (شکل‌های ۴ و ۷) بسیار مشابه هستند.



شکل ۶- هزینه واحدها برای بهینه‌سازی هزینه کل شبکه هوشمند با

$$u(0) = [0, 0, 0]^T \text{ فرض}$$



شکل ۷- پاسخ خروجی (هزینه کل) شبکه هوشمند با فرض

$$u(0) = [0, 0, 0]^T$$

در شبیه‌سازی اول مقدار اولیه هزینه نهایی حدود 3.46×10^4 و سرعت همگرایی ۷۸ ثانیه بوده در حالی که برای شبیه‌سازی دوم مقدار اولیه هزینه

داده شده است. لازم به ذکر است که این توابع توسط مولدان انرژی ایجاد شده و مصرف کنندگان از آن اطلاعی ندارند.

طبق مقادیر ذکر شده در جدول ۱، هر کدام از توابع V_i و F_i برای سه کاربر موجود در شبکه مطابق روابط (۲۱) و (۲۲) به صورت زیر حاصل می گردند.

$$\begin{cases} V_1 = 5.2(u_1 - 120)^2 \\ V_2 = 5.6(u_2 - 160)^2 \\ V_3 = 6.0(u_3 - 200)^2 \end{cases} \quad (۳۷)$$

$$\begin{cases} F_1 = 0.5u_1^2 + 0.5u_1u_2 + 0.5u_1u_3 - 182u_1 \\ F_2 = 0.5u_2^2 + 0.5u_1u_2 + 0.5u_2u_3 - 182u_2 \\ F_3 = 0.5u_3^2 + 0.5u_1u_3 + 0.5u_2u_3 - 182u_3 \end{cases} \quad (۳۸)$$

حال با جایگذاری روابط (۳۷) و (۳۸) در معادلات (۲۳) و (۲۴)، هزینه نهایی این شبکه سه واحدی را می توان بدین صورت نوشت.

$$C(u_1, u_2, u_3) = C_1 + C_2 + C_3 = 4.16(u_1 - 120)^2 + 4.48(u_2 - 160)^2 + 4.8(u_3 - 200)^2 + 0.5(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) + u_1u_2 + u_1u_3 + u_2u_3 - 182(u_1 + u_2 + u_3) \quad (۳۹)$$

برای به دست آوردن مقدار بهینه از ورودی ها، بردار گرادیان خروجی نسبت به هر سه ورودی را محاسبه نموده و برابر صفر قرار می دهیم.

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial u_1} = 9.32u_1 + u_2 + u_3 - 1180.4 = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial u_2} = u_1 + 9.96u_2 + u_3 - 1615.6 = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial u_3} = u_1 + u_2 + 10.6u_3 - 2102.0 = 0 \end{cases} \quad (۴۰)$$

دسته معادلات (۴۰) را به صورت یک دستگاه معادلات خطی (شامل سه معادله و سه مجهول) در نظر گرفته که می توان آن را به فرم ماتریسی زیر بیان کرد.

$$\begin{bmatrix} 9.32 & 1 & 1 \\ 1 & 9.96 & 1 \\ 1 & 1 & 10.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1180.4 \\ 1775.6 \\ 2302 \end{bmatrix} \quad (۴۱)$$

در نهایت حل تحلیلی (۴۱) منجر به پاسخ بهینه زیر می شود.

$$\begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \\ u_3^* \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 93.2 \\ 135.1 \\ 176.75 \end{bmatrix} \quad (۴۲)$$

با جایگذاری ورودی های بهینه (۴۲) در (۳۹)، مقدار کمینه هزینه کل $C^* \cong 16674$ به دست می آید. برای آنکه مطمئن شویم این مقادیر بهینه نماینگر حداقل مقدار هزینه نهایی هستند، یکبار دیگر از بردار گرادیان نسبت به ورودی ها مشتق گرفته و ماتریس هشین را محاسبه می نماییم.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 C}{\partial u_1^2} & \frac{\partial^2 C}{\partial u_1 \partial u_2} & \frac{\partial^2 C}{\partial u_1 \partial u_3} \\ \frac{\partial^2 C}{\partial u_2 \partial u_1} & \frac{\partial^2 C}{\partial u_2^2} & \frac{\partial^2 C}{\partial u_2 \partial u_3} \\ \frac{\partial^2 C}{\partial u_3 \partial u_1} & \frac{\partial^2 C}{\partial u_3 \partial u_2} & \frac{\partial^2 C}{\partial u_3^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.32 & 1 & 1 \\ 1 & 9.96 & 1 \\ 1 & 1 & 10.6 \end{bmatrix} \quad (۴۳)$$

از آنجا که ماتریس هشین متقارن و با مقادیر ویژه مثبت است، بنابراین ماتریس مورد نظر مثبت معین بوده و مقادیر بهینه ورودی مشخص کننده حداقل هزینه نهایی شبکه هستند.

مراجع

[1] M. Guay, V. Adetola, "Adaptive economic optimizing model predictive control of uncertain nonlinear systems", International Journal of Control, vol. 86, no. 8, pp. 1425-1437, 2013.
 [2] Y. Tan, D. Netic, I. Mareels, "On non-local stability properties of extremum seeking control", Automatica, vol. 42, no. 6, pp. 889-903, 2006.
 [3] M. Krstic, H. H. Wang, "Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems", Automatica, vol. 36, no. 4, pp. 595-601, 2000.

$$\dot{V} \leq -k^2 \bar{\theta}^T(t) (\Sigma(t) \varphi \varphi^T) \bar{\theta}(t) + \bar{\theta}^T(t) \dot{\theta}(t) - k_g \alpha_1 \bar{u}^T \bar{u} + k_g \bar{u}^T \dot{\theta}(t) + \bar{u}^T d(t) \quad (۲۸)$$

همچنین با اعمال نامساوی یانگ به رابطه (۲۸)، می توان مقدار ثابت $k_1 > 0$ را در نظر گرفت و نامساوی زیر را ایجاد نمود.

$$\dot{V} \leq -k^2 \bar{\theta}^T(t) (\Sigma(t) \varphi \varphi^T) \bar{\theta}(t) + \frac{k}{2} \bar{\theta}^T(t) \dot{\theta}(t) + \frac{1}{2k} \dot{\theta}^T(t) \dot{\theta}(t) - k_g \alpha_1 \bar{u}^T \bar{u} + \frac{k k_g}{2} \bar{\theta}^T(t) \dot{\theta}(t) + \frac{k_g}{2k} \bar{u}^T \dot{\theta}(t) + \frac{k_1}{2} \bar{u}^T \bar{u} + \frac{1}{2k_1} d^T(t) d(t) \quad (۲۹)$$

با ساده تر کردن عبارت (۲۹) خواهیم داشت.

$$\dot{V} \leq -\left(k^2 \|\Sigma(t) \varphi \varphi^T\| - \frac{k k_g + k}{2}\right) \bar{\theta}^T(t) \bar{\theta}(t) - \left(k_g \alpha_1 - \frac{k_g + k k_1}{2k}\right) \bar{u}^T \bar{u} + \frac{1}{2k} \dot{\theta}^T(t) \dot{\theta}(t) + \frac{1}{2k_1} d^T(t) d(t) \quad (۳۰)$$

حال نشان می دهیم که ماتریس $\Sigma(t)$ کراندار است. بر طبق فرض ۳ داریم که $\|\varphi(t) \varphi^T(t)\| \leq \lambda^2 = \beta, \forall t \geq t_0$ و اعمال منطوق های ساده ریاضی خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} \Sigma(t) &= \exp\left[\int_{t_0}^t -k \varphi(\tau) \varphi^T(\tau) d\tau\right] \Sigma(t_0) \\ &+ k \int_{t_0}^t \exp\left[\int_{\tau}^t -k \varphi(\zeta) \varphi^T(\zeta) d\zeta\right] d\tau > \\ &k \int_{t_0}^t \exp\left[\int_{\tau}^t -k \varphi(\zeta) \varphi^T(\zeta) d\zeta\right] d\tau \geq \\ &\left(k \int_{t_0}^t e^{-k\beta(t-\tau)} d\tau\right) I = \frac{1 - e^{-k\beta(t-t_0)}}{\beta} I \end{aligned} \quad (۳۱)$$

همچنین با در نظرگیری فرض ۴، خواهیم داشت.

$$\Sigma(t) \leq \Sigma(t_0) + k \int_{t_0}^t \exp\left[\int_{\tau}^t -k \varphi(\zeta) \varphi^T(\zeta) d\zeta\right] d\tau \leq \left(1 + k \int_{t_0}^t e^{-k\alpha(t-\tau)} d\tau\right) I \leq \frac{1 + \alpha - e^{-k\alpha(t-t_0)}}{\alpha} I \quad (۳۲)$$

از روابط (۳۱) و (۳۲) می توان نتیجه گرفت که عبارت $\Sigma(t) \varphi \varphi^T$ دارای کران بالا و پایین به صورت زیر است.

$$1 - e^{-k\beta(t-t_0)} \leq \|\Sigma(t) \varphi \varphi^T\| \leq \frac{1 + \alpha - e^{-k\alpha(t-t_0)}}{\alpha} \beta \quad (۳۳)$$

اگر کوچکترین نرخ نمونه برداری را T' در نظر بگیریم، آنگاه طبق نامساوی (۳۰) و رابطه (۳۳)، بهره های تخمین پارامتر و کنترلی باید به صورت زیر انتخاب گردند.

$$k(1 - e^{-k\beta T'}) \geq \frac{k_g + 1}{2} \quad (۳۴)$$

$$k_g > \frac{k_g + k k_1}{2\alpha k} \quad (۳۵)$$

با انتخاب مناسب k و k_g که در روابط (۳۴) و (۳۵) صدق نمایند، ثابت های مثبت k_a, k_b, k_c را چنان می توان در نظر گرفت که نامساوی (۳۰) به صورت زیر نوشته شود.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_a \bar{\theta}^T(t) \bar{\theta}(t) - k_b \bar{u}^T \bar{u} + \frac{1}{2k} L_\theta^2 + \frac{1}{2k_1} D^2 \\ &\leq -2k'V + \frac{1}{2k} L_\theta^2 + \frac{1}{2k_1} D^2 \end{aligned} \quad (۳۶)$$

که $\|\dot{\theta}(t)\| = L_\theta$ نامساوی (۳۶) نشان می دهد که عبارات $\bar{\theta}$ و \bar{u} به صورت نمایی به یک همسایگی از مبدأ خود همگرا می گردند. بزرگی این همسایگی، به انتخاب مقادیر بهره k, k_g و بزرگی سیگنال آشفتگی وابسته است. بنابراین با انتخاب مناسب از این مقادیر می توان پاسخ را به یک همسایگی کوچک از مقادیر بهینه خود همگرا ساخت.

پیوست ۲

در این قسمت، محدب بودن مسئله بهینه سازی (۲۴) تحت انتخاب توابع V_i و F_i مطابق روابط (۲۱) و (۲۲) و با پارامترهای ذکر شده در جدول ۱ نشان

- [25] M. Yu, et al., "Pricing Information in Smart Grids: A Quality-Based Data Valuation Paradigm" *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 13, no. 5, pp. 3735-3747, 2022.
- [26] M. Ye, G. Hu, "Distributed extremum seeking for constrained networked optimization and its application to energy consumption control in smart grid", *IEEE Transactions on Control System Technology*, vol. 24, no. 6, pp. 2048-2058, 2016.
- [27] H. Yang, et al., "A Practical Pricing Approach to Smart Grid Demand Response Based on Load Classification" *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 9, no. 1, pp. 179-190, 2018.
- [28] Z. Amjad, et al., "Towards Energy Efficient Smart Grids Using Bio-Inspired Scheduling Techniques" *IEEE Access*, vol. 8, pp. 158947-158960, 2020.
- [29] T. Lu, et al., "A Reinforcement Learning-Based Decision System for Electricity Pricing Plan Selection by Smart Grid End Users" *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 12, no. 3, pp. 2176-2187, 2021.
- [۳۰] امیررضا حسنی آهنگر، گنورگ قره پتیان، علی اصغر خدادوست آرائی، حسین عسکریان ایبانه، «تأثیرات توپولوژی شبکه سایبری بر روی قابلیت اطمینان شبکه هوشمند با در نظرگیری ارتباط مستقیم شبکه سایبر-قدرت»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۸، شماره ۲، صفحات ۵۷۳-۵۸۴، ۱۳۹۷.
- [۳۱] حسین شایقی، علی قاسمی، «پیش‌بینی قیمت روزانه برق با شبکه عصبی بهبود یافته مبتنی بر تبدیل موجک و روش آشوبناک جستجوی گرانشی»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۵، شماره ۴، صفحات ۱۰۵-۱۱۵، ۱۳۹۴.
- [۳۲] نبی طاهری، رحمت الله هوشمند، رضا همتی، «برنامه‌ریزی هماهنگ نصب منابع تولید پراکنده و توسعه شبکه توزیع در حضور نامعینی بار و قیمت انرژی»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۴، شماره ۱، صفحات ۴۳-۵۶، ۱۳۹۳.
- [۳۳] مرتضی رجبی مندی، محمدابراهیم حاجی‌آبادی، مجید بقائی‌نژاد، «الگوریتمی ترکیبی بر پایه روشهای هوش محاسباتی جهت مدیریت مصرف برق خانگی با حضور خودروی برقی»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۸، شماره ۲، صفحات ۶۱۷-۶۲۹، ۱۳۹۷.
- [34] K. Ma, G. Hu, C. J. Spanos, "Distributed energy consumption control via real-time pricing feedback in smart grid", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 22, no. 5, pp. 1907-1914, 2014.
- [35] A. Astolfi, R. Ortega, "Immersion and invariance: a new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 4, pp. 590-606, 2003.
- [36] C. Gao, J. Li, Y. Fan, W. Jing, "Immersion and invariance-based control of novel moving-mass flight vehicles", *Aerospace Science and Technology*, vol. 74, pp. 63-71, 2018.
- [37] Z-E. Lou, J. Zhao, "Viable immersion and invariance control for a class of nonlinear systems and its application to aero-engines", *Journal of the Franklin Institute*, vol. 356, no. 1, pp. 42-57, 2019.
- [38] E. Moshksar, M. Guay, "Almost invariant manifold approach for adaptive estimation of periodic and aperiodic unknown time-varying parameters", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 30, no. 1, pp. 76-92, 2016.
- [39] L. Yu, D. Xie, T. Jiang, Y. Zou, K. Wang, "Distributed Real-Time HVAC Control for Cost-Efficient Commercial Buildings Under Smart Grid Environment", *IEEE Internet of Things Journal*, vol. 5, no. 1, pp. 44-55, 2018.
- [4] M. Krstic, "Performance improvement and limitations in extremum seeking control", *Systems and Control Letters*, vol. 39, no. 5, pp. 313-326, 2000.
- [5] M. Guay, T. Zhang, "Adaptive extremum seeking control of nonlinear dynamic systems with parametric uncertainties", *Automatica*, vol. 39, no. 7, pp. 1283-1293, 2003.
- [6] Y. Tan, D. Netic, I. Mareels, "On the choice of dither in extremum seeking systems: A case study", *Automatica*, vol. 44, no. 5, pp. 1446-1450, 2008.
- [7] Y. Tan, D. Netic, I. Mareels, A. Astolfi, "On global extremum seeking in the presence of local extrema", *Automatica*, vol. 45, no. 1, pp. 245-251, 2009.
- [8] A. Ghaffari, M. Krstic, D. Netic, "Multivariable Newton-based extremum seeking", *Automatica*, vol. 48, no. 8, pp. 1759-1767, 2012.
- [9] Y. Tan, Y. Li, I. Mareels, "Extremum seeking for constrained inputs", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 58, no. 9, pp. 2405-2410, 2013.
- [10] M. Haring, T. A. Johansen, "Asymptotic stability of perturbation-based extremum-seeking control for nonlinear plants", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 62, no. 5, pp. 2302-2317, 2017.
- [11] R. Suttner, "Extremum seeking control with an adaptive dither signal", *Automatica*, vol. 101, pp. 214-222, 2019.
- [12] D. Bhattacharjee, K. Subbarao, "Extremum seeking control with attenuated steady-state oscillations", *Automatica*, vol. 125, 2021.
- [13] A. Kebir, L. Woodward, O. Akhrif, "Real-time optimization of renewable energy sources power using neural network-based anticipative extremum-seeking control", *Renewable Energy*, vol. 134, pp. 914-926, 2019.
- [14] L. Hu, F. Xue, Z. Qin, J. Shi, W. Qiao, W. Yang, T. Yang, "Sliding mode extremum seeking control based on improved invasive weed optimization for MPPT in wind energy conversion system", *Applied Energy*, vol. 248, pp. 567-575, 2019.
- [15] T. I. Salsbury, J. M. House, C. F. Alcalá, "Self-perturbing extremum-seeking controller with adaptive gain", *Control Engineering Practice*, vol. 101, 2020.
- [16] M. Guay, D. Dochain, "A time-varying extremum-seeking control approach", *Automatica*, vol. 51, pp. 356-363, 2015.
- [17] M. Guay, E. Moshksar, D. Dochain, "A constrained extremum-seeking control approach", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 25, no. 16, pp. 3132-3153, 2015.
- [18] E. Moshksar, M. Guay, "Estimation-based approach for real-time optimisation of uncertain nonlinear systems", *International Journal of Control*, vol. 90, no. 9, pp. 2005-2019, 2017.
- [19] M. W. Hirsch, C. C. Pugh, M. Shub, "Invariant Manifolds, 1st edition", Springer Berlin, Heidelberg, 1977.
- [20] R. Abe, H. Taoka, D. McQuilkin, "Digital grid: communicative electrical grids of the future", *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 2, no. 2, pp. 399-410, 2011.
- [21] A. Chis, V. Koivunen, "Coalitional Game-Based Cost Optimization of Energy Portfolio in Smart Grid Communities", *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 10, no. 2, pp. 1960-1970, 2019.
- [22] S. Javaid, Y. Kurose, T. Kato, T. Matsuyama, "Cooperative distributed control implementation of the power flow coloring over a nano-grid with fluctuating power loads", *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 8, no. 1, pp. 342-352, 2017.
- [23] D. Burmester, R. Rayudu, W. Seah, D. Akinyele, "A review of nanogrid topologies and technologies", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2017, vol. 67, pp. 760-775, 2017.
- [24] E. Y. Song, G. J. FitzPatrick, K. B. Lee, E. Griffor, "A Methodology for Modeling Interoperability of Smart Sensors in Smart Grids" *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 13, no. 1, pp. 555-563, 2022.