

چیدمان بهینه حسگرها برای شناسایی شکل مودها در سازه‌های کاهش مرتبه یافته

مهدی خواجوی^۱، امین قلی‌زاد^{۲*}، مونا شعاعی پرچین^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه محقق اردبیلی

۲- استاد گروه مهندسی عمران، دانشگاه محقق اردبیلی

۳- دانشجوی دکترای سازه، دانشگاه محقق اردبیلی

* gholizad@uma.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۳/۰۵

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۳/۲۴

چکیده

روش‌های غیرمخرب شناسایی آسیب با پردازش داده‌های خروجی دریافتی از حسگرها اقدام به رصد تغییرات مشخصات دینامیکی سازه و کشف آسیب احتمالی می‌نمایند. ثبت و پردازش پیوسته داده‌ها و تخمین مداوم وضعیت سلامت سازه برای آگاهی از ایمنی و سرویس‌دهی آن نیازمند شبکه‌ای از حسگرها است که بهینه و هوشمندانه گزینش شده است. صرفه‌جویی در هزینه تجهیز سازه به این شبکه پایش بهینه در کنار کاهش خطای تشخیص خرابی، انتخاب تعداد و موقعیت نصب حسگرها را به یک مساله بهینه‌سازی از منظر اقتصادی و عملکردی مبدل نموده است. در این مطالعه با توجه به نقش کلیدی شناسایی شکل-مودها در تشخیص آسیب سازه، عملکرد و دقت روش‌های مختلف کاهش مرتبه دینامیکی در انتخاب بهینه موقعیت نصب حسگر برای شناسایی شکل مودها با مدل‌سازی خریا و قاب خمشی دوبعدی مورد مقایسه قرار گرفته است. توابع هدف مبتنی بر معیارهای اطمینان مودال MAC، ماتریس اطلاعات فیشر FIM و قابلیت‌های الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات MOPSO برای دستیابی به بهینه‌ترین تعداد و چیدمان مناسب حسگرها برای شناسایی هر چه بهتر شکل مودهای سازه‌ها بکار گرفته شده و آرایش مناسب حسگرها برای اهداف شناسایی سیستم بدست آمده است. نتایج مدل‌سازی‌ها عملکرد مطلوب‌تر روش‌های SEREP و IDC را در شناسایی اشکال مودی گزارش می‌دهد.

واژگان کلیدی: شناسایی سیستم، بهینه‌سازی چندهدفه، کاهش مرتبه مدل، آرایش بهینه حسگرها، MAC.

۱- مقدمه

درجات آزادی، پایش مستمر وضعیت همه درجات آزادی نه تنها ضروری نبوده بلکه منجر به افزایش هزینه‌های طراحی سیستم سلامت‌سنجی می‌شود. گزینش هوشمندانه آن دسته از درجات آزادی که با نصب حداقل تعداد حسگر در آنها

شبکه حسگرها بخش مهمی از سامانه‌های سنجش سلامت سازه محسوب می‌شود. با توجه به تعدد درجات آزادی در سازه‌های واقعی و عدم نیاز به حجم عمده‌ای از اطلاعات این

مطالعه قرار دادند. لعل‌عارفی و قلی‌زاد [2] روش کاهش مرتبه SEREP و انرژی کرنشی مودال را در شناسایی آسیب خرابی‌های دوبعدی بکار گرفتند. لعل‌عارفی و همکاران [3] برای حل مساله‌ی چیدمان بهینه حسگرها برای شناسایی خرابی از روش کاهش مرتبه مدل IRS در ترکیب با انرژی کرنشی مودال بهره گرفتند. دو مساله قاب دوبعدی و خرابی سه‌بعدی برای ارزیابی عملکرد سیستم شناسایی مورد مطالعه قرار گرفته است. کنگ و همکاران [4] عملکرد روش IIRS را در چیدمان بهینه حسگر برای سازه‌های چندلایه کامپوزیتی به کمک نسخه جاوا از الگوریتم‌های تکامل تفاضلی و جستجوی فاخته مورد ارزیابی قرار دادند. مساله چیدمان حسگرها به کمک آنتروپی اطلاعات توسط پاپادیمیتریو [5, 6] مورد مطالعه قرار گرفته است. در مطالعات متعددی نیز از قابلیت‌های الگوریتم‌های فرا اکتشافی برای حل مساله چیدمان بهینه حسگرها بهره گرفته شده است که به اختصار در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱. مطالعات انجام یافته در زمینه حل مساله چیدمان بهینه حسگرها به کمک روش‌های بهینه‌سازی

Reference	Optimization Algorithm	Objective Function	Structure
Liu et al. [7]	Genetic	MAC ¹	Truss
Guo et al. [8]	Improved Genetic	FIM ²	Truss
He et al. [9]	Improved Adaptive Genetic	MAC	Wharf
Hosseinzadeh et al. [10]	PSO	MAC	Frame and Truss
Kaveh et al. [11]	mixed PSO, Ray Optimizer and Harmony Search	MAC	Planar Frame and Space Truss
Lin et al. [12,13]	Genetic	Sensitivity Matrix	3d Truss
Sun and Büyüköztürk [14]	Artificial Bee Colony	MAC	3d Bridge and Frame
Yang and Peng [15]	Beetle-swarm Evolution Competitive	MAC	Bridge
Yi et al. [16]	Generalized Genetic	FIM	TV Tower
Yi et al. [17]	Wolf	MAC	Benchmark

1 Modal Assurance Criterion
2 Fisher Information Matrix

اطلاعات کامل تری از وضعیت سازه بدست آید، نیازمند تعریف و حل یک مساله بهینه‌سازی است. حذف درجات آزادی غیرضروری از میان موقعیت‌های نصب حسگر از جنبه‌های اقتصادی و عملکردی هزینه‌های استقرار سیستم پایش سلامت را بهینه می‌نماید. روش‌های کاهش مرتبه مدل در کنار ابزارهای بهینه‌سازی می‌توانند در انتخاب درجات آزادی اصلی نقش موثری ایفا نمایند. این روش‌ها درجات آزادی کل سازه را به دو گروه درجات آزادی اصلی و فرعی تقسیم می‌کنند. درجات آزادی اصلی در محاسبات شکل مودها و فرکانس‌های طبیعی ظاهر شده و درجات آزادی فرعی از معادلات کنار گذاشته می‌شوند. در نهایت به کمک ماتریس انتقال، شکل‌های مودی کامل با استفاده از اشکال مودی درجات آزادی اصلی محاسبه می‌شوند.

چیدمان نامناسب حسگرها ممکن است شناسایی مودها برای تشخیص آسیب را نیز دچار اختلال نماید به گونه‌ای که با اطلاعات دریافتی از حسگرها تشخیص و تفکیک شکل مودها و هماهنگی آن‌ها با مقادیر واقعی صورت نپذیرد. با توجه به اینکه خرابی به صورت تغییر در پارامترهای دینامیکی سازه بروز می‌نماید و فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها جزو اصلی‌ترین مشخصه‌های دینامیکی سازه تلقی می‌شوند، پس رصد این ویژگی‌ها می‌تواند ما را به تشخیص خرابی، محل و میزان آن رهنمون سازد.

استفاده از پارامترهای مختلف مبتنی بر اشکال مودی در حل مساله آرایش بهینه حسگرها یکی از متداول‌ترین رویکردها است. با انتخاب مناسب و کنار گذاشتن درجات آزادی فرعی در هنگام نصب حسگر و حل معادلات، هزینه‌های محاسباتی و اجرایی سیستم کاهش می‌یابد. در انتخاب هوشمندانه و بهینه درجات آزادی اصلی هر میزان انحراف اشکال مودی سازه کاهش مرتبه یافته از شکل مودهای کلی سیستم حداقل باشد الگوی نصب بهینه تر تلقی می‌شود و در نتیجه می‌تواند برای اهداف شناسایی خرابی برای سناریوهای مختلف مورد ارزیابی قرار بگیرد. الکایم و همکاران [1] به کمک الگوریتم تکاملی تک‌هدفه و چندهدفه و از طریق بروزرسانی مدل المان محدود مساله شناسایی آسیب یک سازه شاخص سه‌بعدی را مورد

MAC و FIM دقت عملکرد روش‌های مختلف مورد سنجش قرار گرفته و چیدمان بهینه برای نصب حسگرها بدست می‌آید. در این پژوهش با توجه به این نکته که چیدمان بهینه حسگرها وابسته به سناریوی خرابی است، مساله آرایش بهینه سنسورها با هدف بیشترین شناسایی شکل‌مودها و مستقل از سناریوی خرابی به کمک روش‌های مختلف کاهش مرتبه مدل حل می‌شود و در انتها مقایسه‌ای بین عملکرد روش‌های مختلف کاهش مرتبه انجام می‌یابد. تاکنون مطالعه جامعی در مورد مقایسه عملکرد روش‌های مختلف کاهش مرتبه به ویژه در حل مساله چیدمان بهینه حسگرها انجام نیافته است. در ادامه مقاله ضمن اشاره بر دلایل اهمیت شکل‌مودها، اصول کلی روش‌های مختلف کاهش مرتبه در بخش ۳ بیان شده و مساله شناسایی سیستم و توابع هدف مورد استفاده در بخش ۴ معرفی می‌شوند. در بخش ۵ گام‌های الگوریتم بهینه‌سازی به اجمال بیان می‌شود و مدل‌های خرابی و قاب مورد مطالعه و نتایج تحلیل آن‌ها در بخش‌های ۶ و ۷ ارائه می‌شوند. در نهایت بخش ۸ به جمع‌بندی نتایج شبیه‌سازی‌ها اختصاص می‌یابد.

۲- اهمیت شناسایی شکل‌مودهای سازه

رخداد آسیب سبب تغییر در مشخصه‌های استاتیکی و دینامیکی سازه شده و روش‌های غیرمخرب شناسایی خرابی از طریق مقایسه این ویژگی‌ها دسته‌بندی می‌شوند. پایش فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی در قالب روش‌های دینامیکی صورت می‌پذیرد. محاسبه و رصد این دو مشخصه به عنوان اثر انگشت پویای سیستم می‌تواند در حل مسائل شناسایی آسیب، الگوی نصب حسگر، طراحی کنترلر و ... نقش موثری ایفا نماید.

بیشتر آسیب به صورت کاهش در سختی اعضا نمایان می‌شود. با کاهش سختی، مقادیر مشخصه‌های دینامیکی سازه از جمله فرکانس‌های طبیعی تحت تاثیر قرار می‌گیرد. نخستین مطالعات مبتنی بر رصد تغییرات فرکانس طبیعی توسط آدامز و همکارانش برای سازه‌های یک و دوبعدی صورت گرفته است [23, 24]. حساسیت پایین فرکانس طبیعی به خرابی منجر به استفاده از تغییرات شکل‌مود برای

Structure
Super high-

Zhan and Yu [19]	Tabu Search	MAC, FIM	2d Truss
Zhao et al. [20]	PSO	MAC	Truss
Zhu et al. [21]	Quantum GA	MAC	Concrete Arch Dam

Table. 1. The researches was performed in solving the optimal sensor placement problem using optimization algorithms.

مروری جامع بر روند پیشرفت روش‌های شناسایی آسیب با تاکید بر رویکردهای نوین در [22] ارائه شده است. نتایج مطالعات انجام یافته نشان می‌دهد چگونگی چیدمان حسگرها برای سناریوهای مختلف خرابی متفاوت است. پس با توجه به اینکه پیش حسگرها قبل از تشخیص خرابی و محل وقوع آن انجام می‌پذیرد مطلوبست این آرایش به شکلی باشد که تشخیص شکل‌مودها با دقت کافی انجام شده و تفکیک‌پذیری مناسبی بین مودها انجام پذیرد. یکی از ابزارهای موثر در راستای دستیابی به این هدف بکارگیری قابلیت‌های الگوریتم‌های بهینه‌سازی در کنار توانمندی روش‌های کاهش مرتبه در مرحله شناسایی شکل‌مودها و پیش از شناسایی آسیب در سازه است.

ترکیب روش‌های کاهش مرتبه با الگوریتم‌های فراالکتشافی بطوریکه انتخاب درجات آزادی برای نصب حسگر منجر به شناسایی هر چه دقیق‌تر شکل‌مودهای سازه شود از اهداف اصلی این پژوهش است. نتایج حاصل از این مطالعه می‌تواند برای اهداف پایش سلامت سازه با بهینه‌ترین تعداد و آرایش حسگرها بسط داده شود. هدف دیگر این مطالعه ارزیابی دقت روش‌های مختلف کاهش مرتبه در انتخاب بهینه الگوی نصب حسگرها می‌باشد. برای تحقق این اهداف دو سازه خرپا و قاب دوبعدی در نرم‌افزار متلب مدل‌سازی شده و محل استقرار حسگرها به عنوان ورودی الگوریتم بهینه‌سازی تعریف می‌شود. درجات آزادی قرارگیری حسگرها توسط الگوریتم بهینه‌سازی به عنوان درجات آزادی اصلی روش‌های کاهش مرتبه برگزیده شده و مرتبه مدل دینامیکی سازه با روش‌های مختلف کاهش می‌یابد. با ارزیابی همبستگی شکل‌مودهای اصلی سازه کامل و سازه کاهش یافته در قالب توابع هدف مبتنی بر ماتریس‌های

عملکردی بکار گرفته می‌شود تا ضمن بهره‌مندی از کمترین تعداد حسگر با آرایش بهینه، دستیابی به اشکال مودی با دقت بالا برای اهداف پایش سلامت سازه صورت گیرد. در این مطالعه با توجه به محدوده کاربرد روش‌های کاهش مرتبه بر رفتار خطی، رفتار سازه و آسیب رخ داده خطی در نظر گرفته می‌شود.

۳- کاهش مرتبه سیستم‌های دینامیکی

پیچیدگی، ابعاد بزرگ و وجود درجات آزادی بی‌شمار در سازه‌های واقعی سبب پیچیدگی‌های محاسباتی و تولید حجم انبوهی از اطلاعات غیرضروری در تحلیل وضعیت سلامت سازه می‌شود. به شکلی که پایش مداوم همه درجات آزادی نه تنها ضروری نبوده بلکه به افزایش هزینه‌های طراحی سیستم سلامت‌سنجی منجر می‌شود. روش‌های کاهش مرتبه سیستم‌های دینامیکی با هدف کاهش مرتبه (درجات آزادی) مدل دینامیکی سازه همراه با حفظ مشخصه‌های دینامیکی آن ابزار مناسبی برای غلبه بر این افزونگی اطلاعات به شمار می‌آیند. اصول کلی این روش‌ها بر دسته‌بندی درجات آزادی به دو گروه شامل درجات آزادی اصلی و فرعی استوار است. درجات آزادی اصلی منتخب در محاسبات بکار رفته و درجات آزادی فرعی از تحلیل‌ها کنار گذاشته می‌شوند. در نهایت با استفاده از یک ماتریس انتقال، شکل مودهای درجات آزادی فرعی با استفاده از شکل مودهای درجات آزادی اصلی محاسبه می‌شود. مزیت این روش‌ها کاهش پیچیدگی‌های محاسباتی و تهیه مدل ریاضی ساده‌تر ضمن حفظ مشخصه‌های دینامیکی با دقت مناسب بویژه در شرایط دسترسی به تعداد محدود حسگر است. از جمله روش‌های کاهش مرتبه می‌توان به:

- روش کاهش مرتبه گویان^۴ (GR)
- روش سیستم ارتقایافته کاهش یافته^۵ (IRS)
- روش تکراری سیستم ارتقایافته کاهش یافته^۶ (IIRS)
- روش تراکم سیستم معادل با بسط اشکال مودی^۷ (SEREP)

اهداف شناسایی خرابی شد. وست [25] معیار اطمینان مودی MAC^1 رابطه‌ی (۱) را برای شناسایی آسیب ارائه نمود.

$$MAC_i = \left| \sum_{i=1}^n \phi_i^h \cdot \phi_i^d \right|^2 / \sum_{i=1}^n (\phi_i^h)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\phi_i^d)^2 \quad (1)$$

این معیار براساس میزان همبستگی شکل مودهای سازه سالم ϕ^h و شکل مودهای سازه آسیب‌دیده ϕ^d تعریف شده است. انحراف مقادیر قطری ماتریس MAC از یک، نشانگر وجود آسیب در سازه است. نسخه مختصاتی MAC تحت عنوان $COMAC^2$ توسط لیون و اوینز [26] برای شناسایی مکان خرابی و معیار اطمینان مودی بهبود یافته $MTMAC^3$ در سال ۲۰۱۳ توسط پررا و همکاران [27] با هدف بررسی همزمان تغییرات فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی ارائه شده است. بیشترین مقدار اختلاف انحنای شکل مودی در دو وضعیت سالم و آسیب‌دیده مکان خرابی را مشخص می‌کند پس انحنای شکل مودی نیز می‌تواند معیاری برای کشف مکان خرابی تلقی شود [28].

علاوه بر ماتریس MAC استفاده از شکل مودها در قالب ماتریس اطلاعات فیشر [19] در حل مسائل چیدمان حسگرها می‌تواند موثر واقع شود. فرم ساده شده FIM (رابطه ۲) عکس کواریانس ماتریس خطاهای اندازه‌گیری حالت سیستم می‌باشد. با بیشینه‌سازی ویژگی مناسبی از ماتریس اطلاعات فیشر به عنوان نمونه درمیان آن خطای پیش‌بینی حالت سیستم کمینه شده و بهترین پیش‌بینی را برای حالت سیستم خواهیم داشت.

$$FIM = \phi^T \phi \quad (2)$$

اتکای روش‌های شناسایی آسیب بر رصد فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی و ضرورت دستیابی به این پارامترها با حداقل هزینه محاسباتی و اجرایی جزو مهم‌ترین پارامترهای دخیل در طراحی سیستم‌های شناسایی آسیب است. در این مطالعه هدف مشترک مسائل چیدمان بهینه حسگرها و روش‌های کاهش مرتبه در دستیابی به دقیق‌ترین اشکال مودی هماهنگ با شرایط واقعی سازه برای نیل به اهداف طراحی بهینه شبکه حسگرها از نظر اقتصادی و

4. Guyan Reduction (GR)
5. Improved Reduced System (IRS)
6. Iterative Improved Reduced System (IIRS)
7. System Equivalent Reduction Expansion Process (SEREP)

1. Modal Assurance Criterion
2. Co-ordinate Modal Assurance Criterion
3. Modified Total Modal Assurance Criterion

$$[K_{GR}] = [T_s^T][K][T_s] \quad (9)$$

در این روش مقادیر ویژه سیستم کاهش یافته همواره بزرگتر از مقادیر ویژه اصلی سیستم است و دقت و کیفیت تقریب مقادیر ویژه به مقدار زیادی به درجات آزادی حفظ شده در سیستم بستگی دارد و با افزایش تعداد مودها کاهش می‌یابد.

۳-۲- روش سیستم ارتقا یافته کاهش یافته

اوکالاهان با در نظر گرفتن اینرسی روش کاهش استاتیکی را بهبود بخشید و روش حاصل را IRS نامید [30]. در روش IRS استاندارد، ماتریس انتقال از بسط سری دوجمله‌ای فرکانس ایجاد می‌شود. از معادله حرکت تفکیک شده به درجات آزادی تحت ارتعاش سینوسی با فرکانس ω داریم:

$$[K_{ss} - \omega^2 K_{ss}] X_s = -[K_{sm} - \omega^2 K_{sm}] X_m \quad (10)$$

پس از مرتب‌سازی و استفاده از سری دوجمله‌ای داریم:

$$X_s = -K_{ss}^{-1} [K_{sm} + \omega^2 (M_{ss} K_{ss} K_{sm} - M_{sm}) + O(\omega^4)] X_m \quad (11)$$

خطای مرتبه $O(\omega^4)$ را نشان می‌دهد. با صرف نظر کردن از ω^4 و مراتب بالاتر، ماتریس‌های جرم $[M_{IRS}]$ و سختی $[K_{IRS}]$ کاهش یافته بدست خواهد آمد:

$$X_s = -K_{ss}^{-1} \begin{bmatrix} -K_{ss}^{-1} K_{sm} + K_{ss}^{-1} (M_{sm} - M_{ss} K_{ss}^{-1} K_{sm}) M_R^{-1} K_R \\ M_{ss} K_{ss}^{-1} K_{sm} \end{bmatrix} X_m \quad (12)$$

$$T_{IRS} = T_s + SMT_s M_R^{-1} K_R \quad \& \quad S = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_{ss}^{-1} \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$[M_{IRS}] = [T_{IRS}]^T [M] [T_{IRS}] \quad (14)$$

$$[K_{IRS}] = [T_{IRS}]^T [K] [T_{IRS}] \quad (15)$$

۳-۳- روش تکراری سیستم ارتقا یافته کاهش یافته

ماتریس انتقال روش IRS وابسته به جرم و سختی کاهش یافته از روش کاهش استاتیکی می‌باشد و با محاسبه ماتریس انتقال می‌توان جرم و سختی کاهش یافته توسعه یافته با روش IRS را محاسبه کرد و دقت ماتریس انتقال را افزایش داد. ماتریس انتقال برای تکرار اول را می‌توان با رابطه (۱۳) محاسبه نمود و برای تکرارهای بعدی خواهیم داشت [31]:

$$T_{IRS,i+1} = T_s + SMT_{IRS,i} M_{IRS,i}^{-1} K_{IRS,i} \quad (16)$$

i شماره تکرار است. از ماتریس انتقال تکرار فعلی $(T_{IRS,i+1})$ برای محاسبه جرم و سختی تکرار بعدی استفاده می‌شود. در هر

روش کاهش مدل بسط سری نیومن^۱ (NSEMR) و

روش بهبود یافته تراکم دینامیکی^۲ (IDC)

اشاره کرد. ماتریس انتقال برای تمامی این روش‌ها رابطه (۳) را بین درجات آزادی اصلی (حفظ شده در سیستم) و درجات آزادی فرعی (حذف شده از سیستم) برقرار می‌نماید [29]:

$$\{X_n\} = \begin{Bmatrix} X_m \\ X_s \end{Bmatrix} = [T] \{X_m\} \quad (3)$$

n تمامی درجات آزادی، m درجات آزادی اصلی و s درجات آزادی فرعی است. از تساوی انرژی سیستم پیش و پس از کاهش مرتبه، ماتریس انتقال (T) و ماتریس‌های جرم $[M_m]$ و سختی $[K_m]$ کاهش یافته بدست می‌آیند و فرکانس‌های طبیعی و اشکال مودی سازه کاهش یافته از حل مساله مقدار ویژه رابطه (۶) بدست می‌آید.

$$[K_m] = [T]^T [K_n] [T] \quad (4)$$

$$[M_m] = [T]^T [M_n] [T] \quad (5)$$

$$[[K_m] - \lambda [M_m]] \{X_m\} = 0 \quad (6)$$

۳-۱- کاهش مرتبه مدل گویان

روش تراکم استاتیکی یا روش کاهش مرتبه مدل گویان جزو نخستین روش‌های کاهش مرتبه بشمار می‌آید. این روش از عبارت اینرسی مربوط به درجات آزادی فرعی صرف نظر می‌نماید. پس استفاده از آن برای سیستم‌های دینامیکی با خطا همراه خواهد بود. اگر بردار حالت X، بردار نیروی f، ماتریس جرم M و ماتریس سختی K را به زیربردارها و زیرماتریس‌های مربوط به درجات آزادی اصلی و فرعی تفکیک نماییم، با صرف نظر از میرایی و فرض عدم اعمال نیرو به درجات آزادی فرعی، معادله حرکت سازه به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{pmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_m \\ \ddot{X}_s \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} X_m \\ X_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_m \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

با صرف نظر از اینرسی ماتریس سختی کاهش یافته $[K_{GR}]$ محاسبه می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} X_m \\ X_s \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ -K_{ss}^{-1} K_{sm} \end{pmatrix} X_m = T_s X_m \quad (8)$$

1. Neumann series expansion-based model reduction (NSEMR)
2. Improved Dynamic Condensation (IDC)

درجه آزادی مساله مقدار ویژه به شکل زیر خواهد بود:

$$K\phi_j = \lambda_j M \phi_j \quad (25)$$

M و K ماتریس‌های جرم و سختی و ϕ_j و λ_j ، ز-امین بردار ویژه و مقدار ویژه هستند. با تفکیک بردار ویژه:

$$\phi_j = \begin{Bmatrix} \phi_j^m \\ \phi_j^s \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_j^m \\ \phi_j^s \end{Bmatrix} = \lambda_j \begin{pmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \phi_j^m \\ \phi_j^s \end{Bmatrix} \quad (26)$$

$$K_{sm}\phi_j^m + K_{ss}\phi_j^s = \lambda_j M_{sm}\phi_j^m + M_{ss}\lambda_j\phi_j^s \quad (27)$$

$$\phi_j^s = -(K_{ss} - \lambda_j M_{ss})^{-1} (K_{sm} - \lambda_j M_{sm}) \phi_j^m \quad (28)$$

با استفاده از بسط سری نیومن و با توجه به اینکه در بیشتر سازه‌های مهندسی ماتریس جرم سازه به صورت قطری در نظر گرفته می‌شود ($M_{sm} = M_{ms} = 0$) رابطه (28) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\phi_j^s = -(K_{ss}^{-1}K_{sm}\phi_j^m + \lambda_j K_{ss}^{-1}M_{ss}K_{ss}^{-1}K_{sm}\phi_j^m + \lambda_j^2 K_{ss}^{-1}M_{ss}K_{ss}^{-1}M_{ss}K_{ss}^{-1}K_{sm}\phi_j^m + \dots) \quad (29)$$

در ادامه از تقریب مرتبه اول و دوم برای استخراج روابط کاهش مدل استفاده می‌شود.

تقریب مرتبه اول:

$$\phi_j^s = -K_{ss}^{-1}K_{sm}\phi_j^m - \lambda_j K_{ss}^{-1}M_{ss}K_{ss}^{-1}K_{sm}\phi_j^m \quad \& \quad A_1 = K_{ss}^{-1}M_{ss}K_{ss}^{-1}K_{sm}M_{mm}^{-1} \quad (30)$$

$$\phi_j^s = -(I + A_1 K_{sm})^{-1} (K_{ss}^{-1}K_{sm} + A_1 K_{mm}) \phi_j^m \quad (31)$$

$$\phi_j = \begin{bmatrix} I \\ -B_1^{-1}B_2 \end{bmatrix} \phi_j^m \Rightarrow B_1 = I + A_1 K_{sm} \quad \& \quad B_2 = K_{ss}^{-1}K_{sm} + A_1 K_{mm} \quad (32)$$

تقریب مرتبه دوم:

$$\phi_j^s = -K_{ss}^{-1}K_{sm}\phi_j^m - \lambda_j K_{ss}^{-1}M_{ss}K_{ss}^{-1}K_{sm}\phi_j^m - \lambda_j^2 K_{ss}^{-1}M_{ss}K_{ss}^{-1}M_{ss}K_{ss}^{-1}K_{sm}\phi_j^m \quad (33)$$

$$\lambda_j^2 \phi_j^m = (M_{mm}^{-1}A_2 + M_{mm}^{-1}A_3)\phi_j^m + (M_{mm}^{-1}A_4 + M_{mm}^{-1}A_5)\phi_j^s \quad (34)$$

$$A_2 = K_{mm}M_{mm}^{-1}K_{mm}$$

$$A_3 = K_{ms}M_{ss}^{-1}K_{sm}$$

$$A_4 = K_{mm}M_{mm}^{-1}K_{ms}$$

$$A_5 = K_{ms}M_{ss}^{-1}K_{ss}$$

$$\phi_j^s = [-B_1 + K_{ss}^{-1}M_{ss}(A_1A_4 + A_1A_5)]^{-1} [B_2 + K_{ss}^{-1}M_{ss}(A_1A_2 + A_1A_3)] \phi_j^m \quad (35)$$

$$\phi_j = \begin{bmatrix} I \\ -[B_1 + K_{ss}^{-1}M_{ss}(A_1A_4 + A_1A_5)]^{-1} [B_2 + K_{ss}^{-1}M_{ss}(A_1A_2 + A_1A_3)] \end{bmatrix} \phi_j^m \quad (36)$$

۳-۶- روش بهبود یافته تراکم دینامیکی

محاسبه پاسخ و حساسیت‌های آن برای سازه‌های بزرگ بسیار زمان‌بر بوده و به حافظه محاسباتی زیادی نیاز دارد. ونگ و همکاران [34] روش بهبود یافته تراکم دینامیکی را به منظور محاسبه پاسخ‌های سازه‌ای و حساسیت آن‌ها ارائه نمودند. برای معادله ارتعاشی سازه با n درجه آزادی داریم:

تکرار مدل کاهش یافته دقیق‌تر شده و با گذشت تکرارها روش IIRS از مدل GR به مدل SEREP همگرا می‌شود و سرعت این همگرایی وابسته به انتخاب صحیح درجات آزادی اصلی است.

۳-۴- تراکم سیستم معادل با بسط شکل‌های مودی

روش کاهش مرتبه مدل SEREP بر مبنای تفکیک شکل مودی محاسبه شده در ترکیب با شبه‌وارونگی ماتریس است و در سال ۱۹۸۷ توسط کامر ارائه شده است [32]. اگر m بیانگر درجات آزادی اصلی حفظ شده در مدل کاهش یافته باشد، برای بردار جابه‌جایی خواهیم داشت:

$$x(t) = [\phi] \{\eta(t)\} \quad (17)$$

$[\phi]$ ماتریس اشکال مودی و $\{\eta(t)\}$ بردار مختصات کلی می‌باشد. با تفکیک $[\phi]$ به درجات آزادی اصلی و فرعی داریم:

$$\begin{Bmatrix} X_m \\ X_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_m \\ \phi_s \end{bmatrix} \{\eta\} \quad (18)$$

با استفاده از سطر اول رابطه (18) بردار مختصات کلی بر مبنای جابه‌جایی درجات آزادی اصلی محاسبه می‌شود:

$$\{\eta\} = ([\phi_m]^T [\phi_m])^{-1} [\phi_m]^T \{X_m\} \quad (19)$$

ماتریس شبه‌وارونگی است. $([\phi_m]^T [\phi_m])^{-1} [\phi_m]^T$

$$[\phi_m]^{-1} = ([\phi_m]^T [\phi_m])^{-1} [\phi_m]^T \quad (20)$$

برای بردار جابه‌جایی درجات آزادی فرعی خواهیم داشت:

$$\{X_s\} = [\phi_s] \{\eta\} = [\phi_s] ([\phi_m]^T [\phi_m])^{-1} [\phi_m]^T \{X_m\} = [T_{ca}] \{X_m\} \quad (21)$$

$$\begin{Bmatrix} X_m \\ X_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ [\phi_s] ([\phi_m]^T [\phi_m])^{-1} [\phi_m]^T \end{bmatrix} \{X_m\} = \begin{bmatrix} I \\ T_{ca} \end{bmatrix} \{X_m\} = [T_{kammer}] \{X_m\} \quad (22)$$

$$M_{SEREP} = [T_{kammer}]^T [M] [T_{kammer}] \quad (23)$$

$$K_{SEREP} = [T_{kammer}]^T [K] [T_{kammer}] \quad (24)$$

در این روش مقادیر ویژه برای سیستم کاهش یافته برابر با مقادیر ویژه سیستم کامل بوده و مودهای حفظ شده ممکن است به صورت تصادفی از بین مودهای مدل کامل انتخاب شوند. مسئله مقادیر ویژه برای سیستم کاهش یافته دقیق بوده و به محل یا تعداد محل‌های حفظ شده بستگی ندارد.

۳-۵- کاهش مرتبه مدل بسط سری نیومن

در این روش بسط سری نیومن تمامی ترم‌های اینرسی برای کاهش مرتبه مدل در نظر گرفته می‌شود [33]. برای سازه n

آزادی فاقد حسگر (کم اهمیت) بدست می‌آید. اما این انتخاب بهینه‌ترین حالت ممکن نبوده و در شرایطی که حسگرهای در دسترس از تعداد درجات آزادی با بیشترین میزان ارتعاش نیز کمتر باشد انتخاب بهینه درجات آزادی نیازمند بکارگیری ابزارهایی همچون الگوریتم‌های هوشمند بهینه‌سازی است. گزینش درجات آزادی با بیشترین انرژی کرنشی مودال نیز از رویکردهای متداول برای انتخاب درجات آزادی است.

در این مطالعه تعریف جدیدی از معیار MAC با هدف همبسته کردن اشکال مودی سازه کامل با اشکال مودی مدل کاهش مرتبه یافته ارائه می‌شود و تلاش می‌شود با کمینه‌سازی عناصر غیرقطری این ماتریس حداکثر تفکیک‌پذیری و شناسایی شکل مودها انجام پذیرد. موقعیت‌های بهینه برای نصب حسگرها به عنوان متغیرهای طراحی تعریف شده و توابع هدف مختلف براساس ماتریس‌های MAC یا FIM می‌تواند تعریف شود. در این مطالعه تابع هدف اول به صورت نسبت بیشینه عناصر غیرقطری بر مجموع عناصر قطری MAC در نظر گرفته می‌شود. مقدار حداقل برای این معیار دقیق‌ترین اندازه و بیشترین تفکیک‌پذیری را برای اشکال مودی بدست می‌دهد.

$$MAC_i = \frac{\sum_{i=1}^n \varphi_i^r \cdot \varphi_i^w}{\sum_{i=1}^n (\varphi_i^r)^2 \cdot \sum_{i=1}^n (\varphi_i^w)^2} \quad (49)$$

$$f_1(v) = \frac{\max_{i \neq j} \{MAC_{ij}(v)\}_{i,j=1,2,\dots,p}}{\sum_{i=j} \{MAC_{ij}(v)\}_{i,j=1,2,\dots,p}} \quad (50)$$

φ^w شکل مودهای سازه کامل و φ^r شکل مودهای سازه کاهش مرتبه یافته است.

ماتریس اطلاعات فیشر عکس کواریانس ماتریس خطاهای اندازه‌گیری حالت سیستم است. با بیشینه‌سازی ویژگی مناسبی از FIM خطای پیش‌بینی حالت سیستم کمینه می‌شود. هر چه دترمینان FIM بزرگتر باشد اطلاعات کسب شده از سازه بیشتر بوده و محل حسگرها برای محاسبه اشکال مودی مناسب‌تر است. پس تابع هدف دوم مساله بصورت زیر تعریف می‌شود.

$$f_2(v) = 1 / \det(FIM), \quad FIM = \varphi_s^T \varphi_s \quad (51)$$

در این رابطه φ_s ماتریس شکل مودی درجات آزادی اصلی بدست آمده از روش‌های کاهش مدل است. محل نصب حسگرها به عنوان متغیرهای طراحی و ورودی روش‌های

$$M\ddot{X}(\tau) + C\dot{X}(\tau) + KX(\tau) = F(\tau) \quad (37)$$

اگر سازه دارای میرایی رایلی $C = a_1M + a_2K$ باضرایب a_1 و a_2 باشد، با تفکیک معادله به درجات آزادی اصلی و فرعی:

$$\begin{pmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{ms}^T & M_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X}_m(\tau) \\ \ddot{X}_s(\tau) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{mm} & C_{ms} \\ C_{ms}^T & C_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{X}_m(\tau) \\ \dot{X}_s(\tau) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{ms}^T & K_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_m(\tau) \\ X_s(\tau) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_m(\tau) \\ F_s(\tau) \end{pmatrix} \quad (38)$$

تراکم درجات آزادی روش IDC با گام‌های زیر اعمال می‌شود:
 (۱) شروع تکرار به وسیله کاهش استاتیکی گویان:

$$t^{[0]} = t_G = -K_{ss}^{-1} M_{ms}^T \quad (39)$$

$$M_d^{[0]} = M_G = M_{mm} + M_{ms} t_G + (M_{ms} t_G)^T + t_G^T M_{ss} t_G \quad (40)$$

$$K_G = K_{mm} + K_{ms} t_G \quad (41)$$

(۲) بروزرسانی مداوم ماتریس انتقال t ($t^{[k]}$ ماتریس انتقال k -امین تکرار است):

$$t^{[k]} = t_G + K_{ss}^{-1} (M_{ms}^T + M_{ss} t^{[k-1]}) (M_d^{[k-1]})^{-1} K_G \quad (42)$$

$$M_d^{[k]} = M_{mm} + M_{ms} t^{[k]} + t_G^T (M_{ms}^T + M_{ss} t^{[k]}) \quad (43)$$

(۳) ادامه تکرار تا زمانی که اختلاف دو مقدار ویژه $\lambda^{[k]} = \text{eig}[(M_d^{[k]})^{-1} K_G]$ در دو تکرار متوالی کمتر از مقدار تیرانس از پیش تعیین شده باشد:

$$\text{error} = \left| \frac{\lambda^{[k]} - \lambda^{[k-1]}}{\lambda^{[k-1]}} \right| < \text{tol} = 1 * 10^{-5} \quad (44)$$

(۴) محاسبه ماتریس‌های کاهش‌یافته با ماتریس انتقال t :

$$M_R = T^T M T = (M_{mm} + M_{ms} t) + t^T (M_{ms}^T + M_{ss} t) \quad (45)$$

$$K_R = T^T K T = (K_{mm} + K_{ms} t) + t^T (K_{ms}^T + K_{ss} t) \quad (46)$$

$$C_R = T^T C T = T^T (a_1 M + a_2 K) T = a_1 M_R + a_2 K_R \quad (47)$$

$$F_R(\tau) = T^T F(\tau) = F_m(\tau) + t^T F_s(\tau) \quad (48)$$

۴- مساله‌ی چیدمان بهینه حسگرها برای اهداف

شناسایی سازه و پایش سلامت

در مسائل واقعی شناسایی خرابی همواره شرایط اقتصادی و اجرایی استفاده از تعداد حسگرهای کمتر از درجات آزادی سیستم را ایجاب می‌کند. تصمیم در مورد درجات آزادی تجهیز شده به حسگرهای پایش سلامت می‌تواند از عوامل متعددی تاثیر بپذیرد. در گام نخست درجات آزادی با بیشترین میزان ارتعاش می‌توانند کاندید نصب حسگرها باشند. بنابراین ماتریس شکل مودی با حذف ستون‌های مربوط به درجات

جدول ۲: پارامترهای مربوط به الگوریتم MOPSO

200	nPop	Population Size
500	nIter	Maximum Number of Iterations
1	c_1	Personal Learning Coefficient
2	c_2	Global Learning Coefficient

Table. 2. MOPSO parameters.

روند اعمال روش بهینه‌سازی به مساله‌ی چیدمان حسگرها در شکل ۱ ارائه شده است.

شکل ۱. روند اعمال روش MOPSO به مساله‌ی چیدمان حسگرها

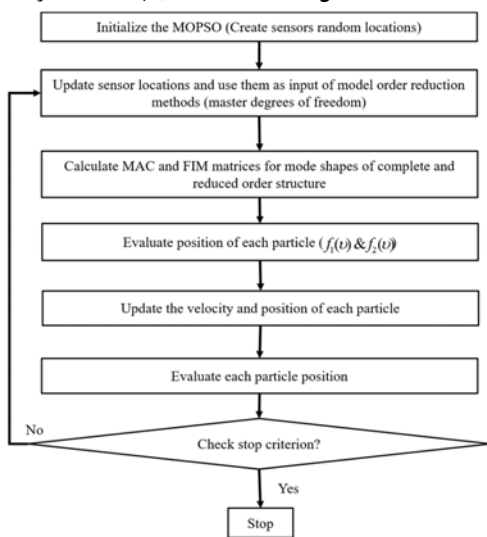


Fig. 1. The flowchart of MOPSO algorithm applied to optimal sensors placement problem.

۶- مدل خرابی دو بعدی

خرپای دو بعدی با ۳۱ المان و ۱۴ گره (شکل ۲) با طول دهانه و ارتفاع l_m ، مدول الاستیسیته و سطح مقطع المان‌ها $E = 7 \times 10^{10} \text{ kg/m}^2$ و $A = 2.8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ و جرم واحد حجم مصالح $\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$ در نظر گرفته شده است. پس از تشکیل ماتریس‌های سختی و جرم و کنار گذاشتن درجات آزادی مقید، ۲۵ درجه آزادی افقی و قائم می‌توانند کاندید نصب حسگر معرفی شوند. ۴ حالت در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفته است. بطوریکه به ترتیب در ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درجه آزادی فاقد اطلاعات دریافتی از حسگرها باشیم. نتایج بهینه‌سازی در جدول ۳ ارائه شده است. نمودار MAC بین شکل مودهای سازه کامل و شکل مودهای سازه کاهش مرتبه یافته با روش‌های مختلف در شکل (۳) به صورت

کاهش مرتبه مدل تعریف شده و توابع هدف معرفی شده به کمک الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه MOPSO^۱ کمینه می‌شود تا چیدمان مناسب برای حسگرها حاصل شود.

۵- روش بهینه‌سازی چندهدفه‌ی MOPSO

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات یک الگوریتم فراابتکاری مبتنی بر جمعیت است. در این روش ابتدا ذرات به عنوان پاسخ‌های برگزیده به صورت تصادفی در فضای جستجو تولید می‌شوند و کیفیت هر یک از پاسخ‌ها به وسیله تابع هدف سنجیده می‌شود. با ادامه روند بهینه‌سازی، ذرات به منظور یافتن موقعیت‌های بهتر در فضای جستجو حرکت می‌کنند و در تلاش برای یافتن موقعیت‌های بهتر بر مبنای دو منبع اطلاعاتی بهترین تجربه شخصی و بهترین تجربه جمعی تصمیم می‌گیرند تا با ایجاد بردار سرعت در تکرار $k+1$ به نقطه بعدی حرکت کنند. برای بردار سرعت خواهیم داشت:

$$v_{i,j}^{k+1} = wv_{i,j}^k + c_1r_1(xlbest_{i,j}^k - x_{i,j}^k) + c_2r_2(xgbest_{i,j}^k - x_{i,j}^k) \quad (52)$$

در این رابطه $v_{i,j}^k$ سرعت در تکرار k -ام، $x_{i,j}^k$ محل فعلی i -امین ذره، $xlbest_{i,j}^k$ بهترین تجربه شخصی، $xgbest_{i,j}^k$ بهترین تجربه جمعی، r_1 و r_2 اعداد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $(0,1)$ ، c_1 و c_2 ضرایب اطمینان ذرات و w ضریب وزن اینرسی برای سرعت در تکرار قبلی است. در نتیجه محل جدید ذرات با رابطه (۵۳) بروزرسانی می‌شود.

$$x_{i,j}^{k+1} = x_{i,j}^k + v_{i,j}^{k+1} \quad (53)$$

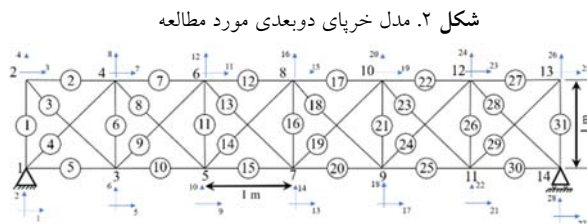
موفقیت‌های کم‌نظیر PSO در حل مسائل بهینه‌سازی تک هدفه، پژوهشگران بسیاری را بر آن داشته تا برای حل مسائل چندهدفه از این الگوریتم بهره بگیرند. پارامترهای الگوریتم MOPSO بکار رفته در این مطالعه براساس ابعاد مساله و سعی و خطای انجام یافته برای حصول دقت کافی و همگرایی مناسب توابع هدف به صورت مقادیر مندرج در جدول ۲ اختیار شده‌اند.

Method	Value	Locations	Count
NSEM1	0.0146	3,4,5,9,10,12,14,18,22,26	10
	260.62		
	0.0097	4,5,6,7,8,10,11,14,19,21,22,	15
	2.5431	24,26,27	
	7.06e-13	18,19,20,22,23,24,25,26,27	20
NSEM2	0.0102	7,8,16,20,21	5
	0.0283		
	0.0181	8,10,11,13,14,15,19,21,22,23	10
	1.96e-5		
	0.0277	5,6,7,10,11,12,14,15,17,18,20,21,22,	15
4.36e-10	23,24		
IDC	0.0234	4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,16,17,18,	20
	1.42e-14	19,20,22,24,25,27	
	0.0101	8,11,16,22,27	5
	0.0082		
	0.0144	4,5,6,12,14,18,19,21,24,25	10
2.15e-5			
NSEM2	0.0131	4,6,8,9,10,12,15,16,17,18,19,	15
	4.28e-9	20,21,22,23	
	0.0174	4,5,6,8,9,10,11,14,16,17,18,19,20,	20
	2.44e-13	21,22,23,24,25,26	
	0.0101	5,6,16,21,24	5
0.0359			
IDC	0.0146	5,6,7,12,16,18,19,21,23,24	10
	1.23e-5		
	0.0100	4,6,8,10,11,12,13,15,17,18,	15
	2.39e-8	20,21,22,24,25	
	0.0155		20
5.06E-14			

Table 3. The optimal sensors locations for 2d truss.

نتایج تحلیل مودال خرپا نشان می‌دهد روش‌های SEREP و IDC ضمن برقراری توازن بین دو تابع هدف، حتی در شرایط تعداد محدودتر حسگر عملکرد مطلوبی در شناسایی مودهای واقعی سیستم داشته‌اند و درجات آزادی اصلی منتخب براساس این دو روش تفکیک بهتری از اشکال مودی در اختیار قرار می‌دهد. با افزایش تعداد درجات آزادی مجهز به حسگر، اطلاعات دریافتی از وضعیت سازه افزایش یافته و مطابق بر نتایج جدول ۳، ضمن افزایش دقت روش‌ها، نتایج روش‌های مختلف به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شود. روش‌های GR و IRS در شناسایی اشکال مودی ضعیف‌تر عمل نموده و دقت روش IIRS بیشتر از روش IRS ارزیابی می‌شود.

مصور ارائه شده است. وضوح عناصر قطری ماتریس MAC در این نحوه نمایش از ماتریس میزان دستیابی و دقت روش‌های کاهش مرتبه به شکل مودهای سازه را بیان می‌کند. به عبارتی هرچه عناصر قطری ماتریس وضوح بیشتری داشته باشند همبستگی بین شکل مودهای سازه اصلی و سازه کاهش مرتبه یافته بیشتر شده و دقت تفکیک و شناسایی مودها افزایش می‌یابد.



شکل ۲. مدل خرپای دوبعدی مورد مطالعه

Fig. 2. The studied 2d truss

جدول ۳. موقعیت بهینه نصب حسگر برای خرپای دوبعدی

Method	Value	Locations	Count
GR	$f_1(v)$		
	$f_2(v)$	optimal sensors locations	
	0.0135	10,13,16,20,21	5
	0.0121		
	0.0269	7,8,9,12,14,19,20,21,23,24	10
3.29e-6			
IRS	0.0312	5,7,8,9,10,14,15,16,17,18,19,	15
	3.62e-10	22,24,25,27	
	0.0398	4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,16,17,18,19,	20
	2.40e-14	20, 21,22,24,25,26	
	0.0151	9,12,19,20,21	5
0.0145			
IIRS	0.0363	6,7,8,10,12,15,17,18,21,24	10
	2.58e-5		
	0.0312	5,6,7,9,10,12,14,15,16,17,20,	15
	2.67e-9	22,24,25,26	
	0.0381	4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,15,16,17,18,	20
3.93e-14	19,20,21,22,25,26		
R	0.0136	5,10,11,18,21	5
	0.0405		
	0.0312	4,5,6,10,11,12,17,20,23,24	10
	0.0001		
	0.0460	3,5,6,8,10,12,13,14,15,17,18,	15
6.20e-8	20,21,23,24		
R	0.0341	3,4,5,6,7,8,10,11,12,13,15,16,17,18,	20
	6.25e-13	19,20,21,22,24,25	
	0.0101	4,7,16,20,27	5
0.2007			

شکل ۳. نمودار MAC بین شکل مودهای سازه کامل و شکل مودهای سازه کاهش مرتبه یافته (رابطه ۴۹) برای خریای دو بعدی

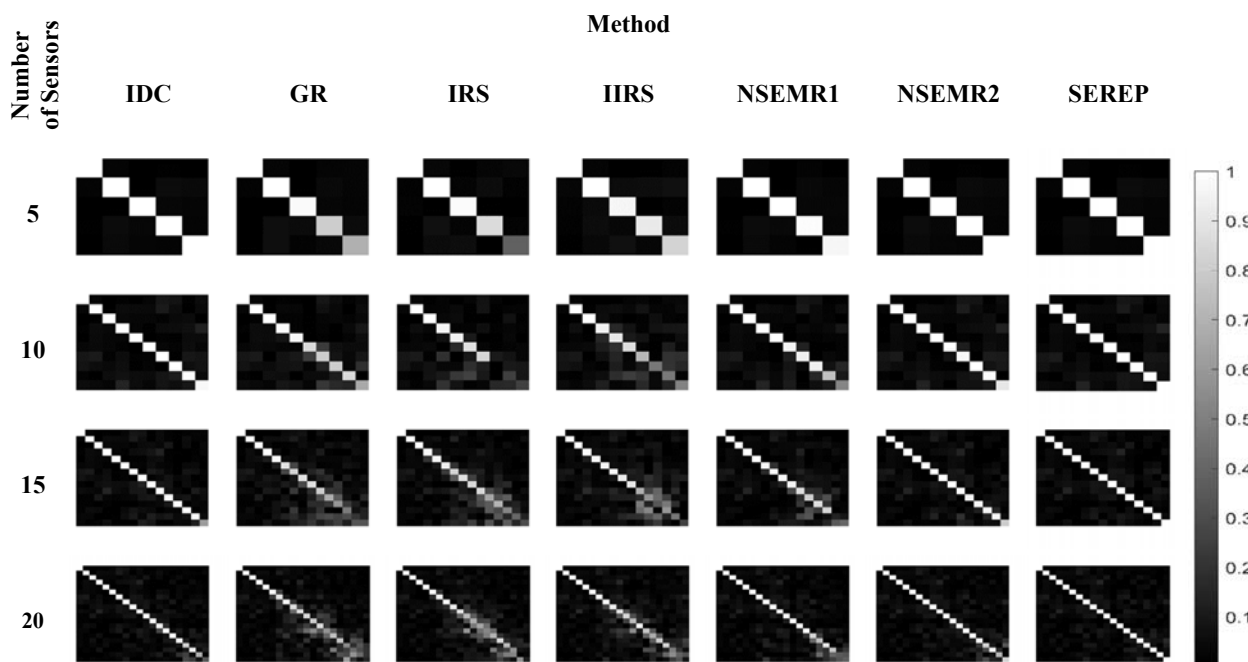


Fig. 3. MAC diagram for mode shapes of complete and reduced order 2d truss (Eq. 49).

۷- مدل قاب خمشی دوبعدی

قاب خمشی دوبعدی هشت طبقه با یک دهانه به طول 4.5m و ارتفاع طبقات 3.2m (شکل ۴) در نظر گرفته شده است. مدول الاستیسیته تیرها و ستون‌ها $E = 2 \times 10^8 \text{ kg/m}^2$ ، سطح مقطع و ممان اینرسی تیرها $A = 6.26 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ و $I = 1.18 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ و ستون‌ها به ترتیب $I = 5.77 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ و $A = 1.98 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ و جرم واحد حجم مصالح بکاررفته $\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$ می‌باشد. پس از کنار گذاشتن درجات آزادی مقید و قائم، ۳۲ درجه آزادی افقی و دورانی می‌توانند کاندید نصب معرفی شوند. پنج حالت شامل نصب ۷، ۱۲، ۱۷، ۲۲ و ۲۷ حسگر مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج بهینه‌سازی در جدول (۴) ارائه شده است.

جدول ۴: موقعیت بهینه‌ی نصب حسگر برای قاب خمشی دوبعدی

$f_1(v)$ $f_2(v)$	Number of Sensors	Method
0.0329 1.27e-4	7	GR
0.0547 9.51e-8	12	
0.0560 1.42e-11	17	
0.0341 1.34e-15	22	
0.0516	27	
1.37e-24		
0.0314 0.0268	7	IRS
0.0232 6.11e-6	12	
0.0396 8.48e-9	17	
0.0364 8.67e-14	22	
0.0304	27	

Table 4. The optimal sensors locations for 2d shear frame.

نمودار MAC بین شکل مودهای سازه کامل و شکل مودهای سازه کاهش مرتبه یافته با روش‌های مختلف در شکل (۵) به صورت مصور ارائه شده است.

شکل ۴. مدل قاب دوبعدی مورد مطالعه

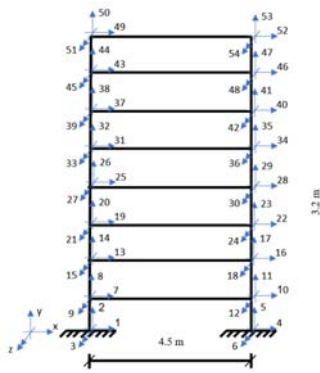


Fig. 4. The studied 2d shear frame.

نتایج بهینه‌سازی بیانگر شناسایی دقیق‌تر مودها با روش‌های IDC و SEREP است. با افزایش تعداد حسگرها پاسخ همه روش‌ها بهینه‌تر شده و روش SEREP عملکرد مطلوب‌تری از خود نشان می‌دهد. جایگذاری ۲۷ حسگر با این روش بهینه‌ترین مقدار $f_1(v)$ را منجر شده است. براساس تحلیل‌ها بزرگترین مقدار تابع هدف اول برابر ۰/۰۵۶ بوده و برای قاب کاهش مرتبه یافته با روش GR با ۱۷ حسگر رخ می‌دهد و کوچکترین مقدار ۰/۰۱۱۶ بوده و برای روش SEREP با ۲۷ حسگر است. پس علاوه بر قابلیت روش SEREP در انتخاب مناسب درجات آزادی اصلی، تاثیر افزایش تعداد حسگر در شناسایی بهتر اشکال مودی مشاهده می‌شود. می‌توان دریافت که روش GR به دلیل صرفنظر کردن از اینرسی دقت کمتری در شناسایی مودها دارد، پس روش‌های کاهش مرتبه هرچه ترم‌های بیشتری از اینرسی درجات آزادی فرعی را در نظر بگیرند دقت بالاتری برای شناسایی مودهای بالاتر خواهند داشت. به همین دلیل نتایج روش‌های SEREP و IDC نسبت به سایر روش‌ها برای مودهای بالاتر نیز بسیار دقیق است. با توجه به الگوی بهینه بدست‌آمده برای قاب با روش‌های مختلف می‌توان نتیجه گرفت که بهینه‌ترین الگو برای دریافت اطلاعات مودال سازه زمانی خواهد بود که تعداد بیشتری از حسگرها را در طبقات پایین و بالای قاب قرار دهیم.

2.69e-21		
0.0335		
0.0026	7	IIRS
0.0205	12	
1.48e-5	17	
0.0358	22	
3.49e-8	27	
0.0334		
1.67e-14		
0.0286		
6.01e-22		
0.0279	7	SEREP
5.84e-6	12	
0.0163	17	
289	22	
0.0127	27	
1.42		
0.0142		
6.27e-9		
0.0116		
3.68e-12		
0.0264	7	NSEMRI
0.0033	12	
0.0174	17	
5.35e-6	22	
0.0366	27	
5.42e-12		
0.0162		
5.18e-16		
0.0312		
1.51e-23		
0.0274	7	NSEMR2
0.0883	12	
0.0166	17	
3.98e-4	22	
0.0118	27	
2.31e-10		
0.0136		
3.42e-15		
0.0133		
1.39e-21		
0.0275	7	IDC
0.0374	12	
0.0163	17	
3.09e-4	22	
0.0121	27	
2.81e-9		
0.0183		
3.09e-17		
0.0123		
1.76e-21		

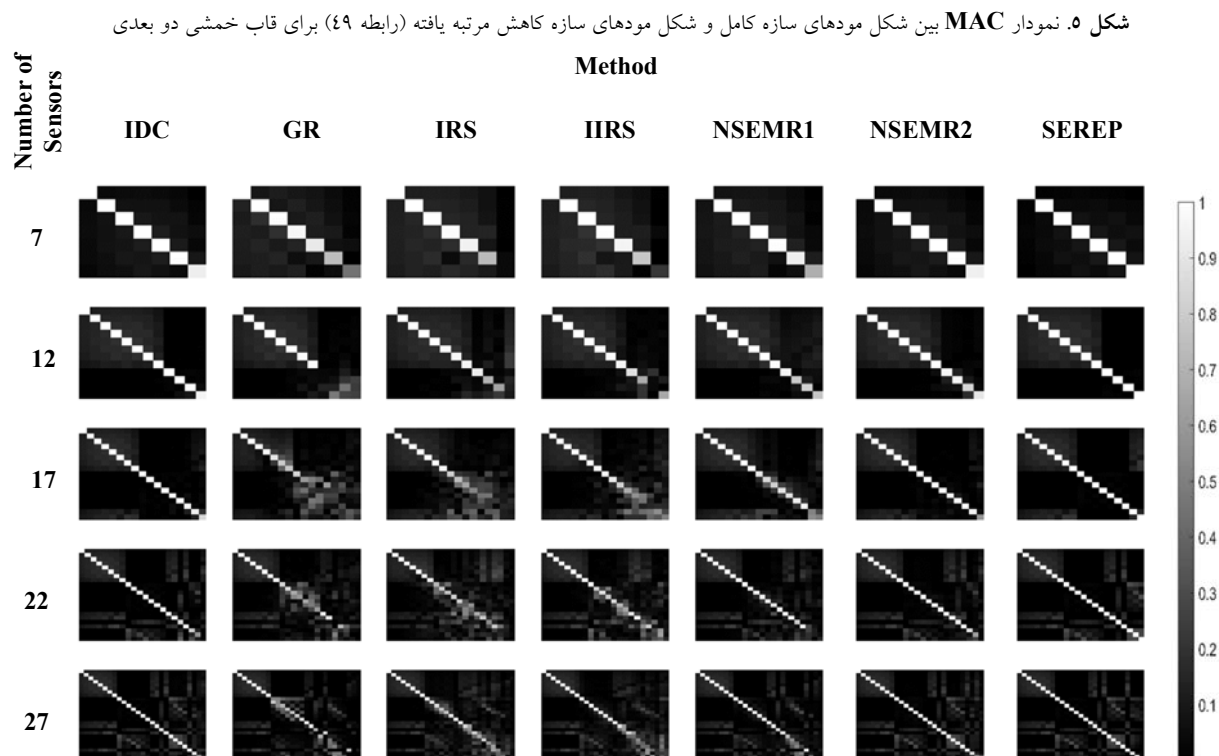


Fig. 5. MAC diagram for mode shapes of complete and reduced order 2d shear frame (Eq. 49).

بهره گرفت.

۸- بحث و نتیجه گیری

با توجه به مدل‌سازی و تحلیل‌های انجام گرفته برای جایگذاری بهینه حسگرها با استفاده از روش‌های مختلف کاهش مدل می‌توان نتیجه گرفت که روش بهبودیافته تراکم دینامیکی نسبت به سایر روش‌ها دقت بیشتری در شناسایی مودهای قاب دارد. همچنین با افزایش تعداد حسگرها به دلیل افزوده شدن اطلاعات به ماتریس فیشر دترمینان آن افزایش یافته و تابع هدف دوم نیز کاهش می‌یابد. از طرفی با کاهش تعداد حسگرهای در دسترس، تعداد محدودی از مودها قابل شناسایی هستند. در این صورت بهینه‌ترین حالت برای دریافت اطلاعات مودال سازه زمانی خواهد بود که تعداد بیشتری از حسگرها را در طبقات پایین و بالای قاب قرار دهیم. می‌توان نتیجه گرفت بکارگیری روش‌های IDC و SEREP برای انتخاب درجات آزادی نصب حسگر سبب شناسایی بهتر پارامترهای مودال سازه می‌شود. بنابراین می‌توان از قابلیت‌های این روش‌ها در شناسایی آسیب سازه‌ها با تعداد محدود حسگر

۹- مراجع

- [1] Alkayem N.F., Cao M., Zhang Y., Bayat M., & Su Z. 2018 Structural damage detection using finite element model updating with evolutionary algorithms: a survey. *Neural Computing and Applications*, 30(2), 389-411.
- [2] Arefi S.L. & Gholizad A. 2020 Damage detection of truss structures by reduction of degrees of freedom using the SEREP method. *The Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*, 15(1), 1-25.
- [3] Arefi S.L., Gholizad A., & Seyedpoor, S.M. 2020 A modified index for damage detection of structures using improved reduction system method. *Smart Structures and Systems*, 25(1), 1-25.
- [4] Dinh-Cong D., Dang-Trung H., and Nguyen-Thoi T. 2018 An efficient approach for optimal sensor placement and damage identification in laminated composite structures. *Advances in Engineering Software*, 119, 48-59.

- [16] Yi T.H., Li H.N. & Gu M. 2011 Optimal sensor placement for structural health monitoring based on multiple optimization strategies. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 20(7), 881-900.
- [17] Yi T.H., Li H.N. & Wang C.W. 2016 Multi-axial sensor placement optimization in structural health monitoring using distributed wolf algorithm. *Structural Control and Health Monitoring*, 23(4), 719-734.
- [18] Yi T.H., Li H.N., Gu M. & Zhang X.-D. 2014 Sensor placement optimization in structural health monitoring using niching monkey algorithm. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 14(05), 1440012.
- [19] Zhan J.Z. & Yu L. 2014 Optimal Sensor Placement Based on Tabu Search Algorithms. in *Applied Mechanics and Materials*. Trans Tech Publ.
- [20] Zhao J., Wu X., Sun Q. & Zhang L. 2017 Optimal sensor placement for a truss structure using particle swarm optimization algorithm. *International Journal of Acoustics and Vibrations*, 22(4), 439-447.
- [21] Zhu K., Gu C., Qiu J., Liu W., Fang C., & Li B. 2016 Determining the optimal placement of sensors on a concrete arch dam using a quantum genetic algorithm. *Journal of Sensors*.
- [22] Avci O., Abdeljaber O., Kiranyaz S., Hussein M., Gabbouj M. & Inman D.J. 2021 A review of vibration-based damage detection in civil structures: From traditional methods to Machine Learning and Deep Learning applications. *Mechanical systems and signal processing*, 147, 107077.
- [23] Adams R., Cawley P., Pye C., Stone B. & Davies W. 1979 A vibration technique for nondestructively assessing the integrity of structures. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 21(1), 57.
- [24] Cawley P. & Adams R.D. 1979 The location of defects in structures from measurements of natural frequencies. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, 14(2), 49-57.
- [25] West W.M. 1986 Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen.
- [26] Lieven N. & Ewins D. 1988 Spatial Correlation of Mode Shapes, The Coordinate Modal Error Function (COMAC). in *Proceedings of the International Modal Analysis Conference*.
- [5] Papadimitriou C. 2004 Optimal sensor placement methodology for parametric identification of structural systems. *Journal of sound and vibration*, 278(4-5), 923-947.
- [6] Papadimitriou C. & Lombaert G. 2012 The effect of prediction error correlation on optimal sensor placement in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 28, 105-127.
- [7] Liu W., Gao W.c., Sun Y., & Xu M.j. 2008 Optimal sensor placement for spatial lattice structure based on genetic algorithms. *Journal of Sound and Vibration*, 317(1-2), 175-189.
- [8] Guo H., Zhang L., Zhang L. & Zhou J. 2004 Optimal placement of sensors for structural health monitoring using improved genetic algorithms. *Smart materials and structures*, 13(3), 528.
- [9] He C., Xing J., Li J., Yang Q., Wang R., & Zhang X. 2015 A new optimal sensor placement strategy based on modified modal assurance criterion and improved adaptive genetic algorithm for structural health monitoring. *Mathematical Problems in Engineering*.
- [10] Hosseinzadeh A.Z., Amiri G.G., Razzaghi S.S., Koo K., & Sung S.H. 2016 Structural damage detection using sparse sensors installation by optimization procedure based on the modal flexibility matrix. *Journal of Sound and Vibration*, 381, 65-82.
- [11] Kaveh A., Javadi S., & Maniat M. 2014 Damage assessment via modal data with a mixed particle swarm strategy, ray optimizer, and harmony search.
- [12] Lin J., Xu Y., & Zhan S. 2018 Structural Damage Detection-Oriented Multi-Type Sensor Placement with Multi-Objective Optimization: Experimental Investigation. in *7th Asia-Pacific Workshop on Structural Health Monitoring, APWSHM 2018*.
- [13] Lin J.F., Xu Y.L., & Law S.S. 2018 Structural damage detection-oriented multi-type sensor placement with multi-objective optimization. *Journal of Sound and Vibration*, 422, 568-589.
- [14] Sun H. & Büyüköztürk O. 2015 Optimal sensor placement in structural health monitoring using discrete optimization. *Smart Materials and Structures*, 24(12), 125034.
- [15] Yang J. & Peng Z. 2019 Beetle-swarm evolution competitive algorithm for bridge sensor optimal placement in SHM. *IEEE Sensors Journal*, 20(15), 8244-8255.

- [27] Perera R., Marin R., & Ruiz A. 2013 Static–dynamic multi-scale structural damage identification in a multi-objective framework. *Journal of Sound and Vibration*, 332(6), 1484-1500.
- [28] Pandey A., Biswas M. & Samman, M. 1991 Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of sound and vibration*, 145(2), 321-332.
- [29] Wijker J.J. 2008 *Spacecraft structures*, Springer Science & Business Media.
- [30] O'CALLAHAN J. 1989 A procedure for an improved reduced system (IRS) model. in *Proceedings of 7th IMAC*, Las Vegas, NV., 1989.
- [31] Friswell M., Garvey S. & Penny J. 1995 Model reduction using dynamic and iterated IRS techniques. *Journal of sound and vibration*, 186(2), 311-323.
- [32] Kammer D.C. 1987 Test-analysis model development using an exact modal reduction. *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, 2(4), 174-179.
- [33] Yang, Q. 2009 Model reduction by Neumann series expansion. *Applied Mathematical Modelling*, 33(12), 4431-4434.
- [34] Weng S., Tian W., Zhu H., Xia Y., Gao F., Zhang Y., & Li J. 2017 Dynamic condensation approach to calculation of structural responses and response sensitivities. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 88, 302-317.

Optimal Sensor Placement to Identify the Mode Shapes of Reduced Order Structures

M. Khajavi¹, A. Gholizad^{2*}, M. Shoaee-parchin³

1- M.Sc. Student of Structural Engineering, Civil Eng. Dept., Faculty of Eng., University of Mohaghegh Ardabili

2- Professor of Structural Engineering, Civil Eng. Dept., Faculty of Eng., University of Mohaghegh Ardabili

3- Phd student of Structural Engineering, Civil Eng. Dept., Faculty of Eng., University of Mohaghegh Ardabili

* gholizad@uma.ac.ir

Abstract

Non-destructive damage detection methods analyze the output data collected from sensors to track the changes in the dynamic characteristics of the structure and detect the occurrence of damages. Continuous recording and analysis of data to be aware of its safety and serviceability requires a network of sensors that are selected optimally and intelligently. Saving the cost of equipping the structure with this optimal sensor network, along with reducing damage detection error, has turned the issue of selecting the number and location of sensors into an optimization problem from an economic and functional point of view. Model order reduction methods along with optimization tools can play an effective role in selecting the master degrees of freedom. These methods divide the degrees of freedom of the structure into two groups of master and slave degrees of freedom. The master degrees of freedom appear in the process of calculating the mode shapes and natural frequencies, and the slave degrees of freedom are excluded from the equations. Finally, using the transfer matrix, the complete mode shapes are calculated using the mode shapes of the master degrees of freedom. In this paper, considering the key role of modal parameter recognition in structural damage detection, the performance and accuracy of different methods of dynamical model order reduction in the optimal sensor placement problem was studied. The 2d truss structure and two-dimensional shear frame are modeled and analyzed. The sensor placement should be considered in such a way that the mode shape identification is done with sufficient accuracy and proper recognition. One of the effective tools in order to achieve this goal is to use the capabilities of metaheuristic optimization algorithms along with the capability of dynamic model reduction methods in the stage of identifying the mode shapes and before identifying the damages of structure. Combining model order reduction methods with metaheuristic optimization algorithms so that the selection of appropriate degrees of freedom for sensor installation (master degrees of freedom) leads to the most accurate identification of structural modes shapes is one of the main objectives of this study. The objective functions selected based on modal assurance criteria (MAC) and Fisher information matrix (FIM) and the capabilities of multi objective particle swarm optimization algorithm (MOPSO) to achieve the optimal number and proper arrangement of sensors are used to better identify the structural mode shapes and proper arrangement of sensors and obtained for system identification purposes. The results report better performance of SEREP and IDC methods in selection of master degrees of freedom and identifying the mode shapes of 2d truss and shear frame structures. According to the modeling and analysis performed for optimal placement of sensors using different model reduction methods, it can be concluded that the improved dynamic condensation (IDC) method is more accurate than other methods in identifying shear frame mode shapes and gives a smaller maximum non-diagonal MAC matrix element. Also, as the number of sensors increases due to the addition of information to the Fisher matrix, the Fisher matrix determinant increases and second objective function decreases. On the other hand, by reducing the number of available sensors, a limited number of modes can be detected. In this case, the best way to receive the structural modal information would be to place more available sensors on the lower and upper floors of the shear frame. Eventually, it can be concluded that the use of IDC and SEREP methods to select master degrees of freedom for sensor installation leads to better identification of modal parameters of the structure. Therefore, the capabilities of these methods can be used to identify damage in structures with a limited number of sensors.

Keywords: System Identification, Multiobjective Optimization, Model Reduction, Optimal Sensor Placement, MAC.