مجله علوم و فنون هستهای، دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲

Journal of Nuclear Science and Technology Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024



محاسبه کمیتهای ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر چگالی تراز وابسته به دما

خسرو بنام^{*۱}، سیده زینب موسوی حکمی^۲، وحید دهقانی^۲، سیدعلیرضا علوی^۲

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهرکرد، صندوق پستی: ۱۱۵، شهرکرد – ایران ۲. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه سیستان و بلوچستان، صندوق پستی: ۹۸۷-۹۸۱۵۵، زاهدان-ایران

*Email: kh.benam@sku.ac.ir

مقالەي پژوھشى

تاريخ دريافت مقاله: ۱۴۰۱/۶/۲۲ تاريخ پذيرش مقاله: ۱۴۰۱/۸/۱۰

چکندہ

یارامتر چگالیتراز هستهای کمیت مهمی در فیزیک هستهای است. برای محاسبه یارامتر چگالیتراز هستهای از روشهای مختلفی استفاده می شود. در این کار ابتدا چگالی تراز تکذرهای با استفاده از روش LDA محاسبه شده است، سپس پارامتر چگالی تراز هستهای به صورت تابعی از دما به دست آمده است. به این منظور بر پایه روش لستونه و با استفاده از تقریب توماس فرمی، پارامتر چگالیتراز تا مرتبه بالاتر از تقریب لستونه محاسبه شده است (لستونه اصلاح شده). با استفاده از پارامتر چگالی تراز هستهای محاسبه شده و با در نظر گرفتن انرژی زوجیت، چگالی تراز هستهای، انرژی برانگیختگی، آنترویی و ظرفیت گرمایی محاسبه شده است.

كليدواژهها: چگالى تراز تكذرەلى، چگالى تراز، پارامتر چگالى تراز، انرژى زوجيت، انرژى برانگيختگى

Calculating the thermodynamic quantities of nucleus using the temperature dependence of level density parameter

Kh. Benam*1, S.Z. Mousavi², V. Dehghani², S.A. Alavi²

1. Department of Physics, Faculty of Basic Sciences, Shahrekord University, P.O. Box: 115, Shahrekord - Iran 2. Department of Physics, University of Sistan and Baluchestan, P.O. Box: 98155-987, Zahedan - Iran

> **Research Article** Received 13.9.2022, Accepted 1.11.2022

Abstract

The nuclear level density parameter is an important quantity in nuclear physics. Nuclear level density parameter has been calculated using different methods. In this work at first, the single particle level density has been calculated by LDA method, then the nuclear level density parameter has been obtained as a function of temperature. Based on Lestone method and using Thomas-Fermi approximation, the level density parameter has been calculated to the order of next to Lestone results (corrected Lestone method). Using calculated nuclear level density parameter and taking into account the pairing energy, the nuclear level density, excitation energy, entropy and heat capacity have been calculated.

Keywords: Single particle level density, Level density, Level density parameter, Pairing energy, Excitation energy

Journal of Nuclear Science and Technology Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 12-19 مجله علوم و فنون هستهای دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۱۲–۱۹



خسرو بنام، سیده زینب موسوی حکمی، وحید دهقانی، سیدعلیرضا علوی مطالعات اخیر درباره گسیل ذرات و پرتو گامای ناشی از GDR که به طور همزمان با ذرات تبخیر شده از هسته اتفاق می افتد، نشان داده است پارامتر چگالیتراز رفتاری وابسته به دما دارد [۲۲-۱۵]. پارامتر چگالی تراز وابسته به دما در محاسبه کمیتهای مهمی مثل توزیع زاویهای مداری و اسپینی پارههای شکافت و همچنین احتمال گذار و وایاشی در هستهها کاربرد زیادی دارد. برای محاسبه پارامتر چگالیتراز وابسته به دما، ابتدا باید چگالیتراز تکذرهای محاسبه شود. چگالیتراز تکذرهای یک کمیت آماری کوانتومی مهم در بررسی ساختار هسته میباشد. برای محاسبه این کمیت، از روشهای مختلفی از قبیل تابع گرین، روش اثموث و روش جابهجایی فاز استفاده می شود. یکی دیگر از روشهای محاسبه چگالیتراز تکذرهای، استفاده از مدل نیمه کلاسیکی میدان میانگین است [۲۳]. در این روش، ميدان ميانگين نوترون شامل جملات پتانسيل هستهاي و برهم کنش اسپین مدار است و برای پروتون علاوه بر این جملات، پتانسیل کولنی را هم در نظر می گیرند. پتانسیل چاه مربعی متناهی و نامتناهی، یتانسیل نوسانگر هماهنگ ساده و یتانسیل وود- ساکسون از جمله یتانسیل هایی هستند که در این روش در نظر گرفته می شوند [۲۴].

اشلمو و همکاران [۱۵، ۱۶] و لستونه [۱۷] از جمله گروههایی هستند که پارامتر چگالی تراز را با تقریبهای مختلف وابسته به دما در نظر گرفتند. در این کار ابتدا با استفاده از روش توماس فرمی [۲۵]، چگالی نوکلئونی محاسبه شده است، سیس با استفاده از روش تقریبی چگالی محلی LDA¹¹ [۲۶]، چگالیتراز تکذرهای محاسبه می شود. از آنجایی که لستونه یارامتر چگالیتراز وابسته به دما را با تقریب محاسبه کردهاند، در این تحقیق، پارامتر چگالیتراز وابسته به دما، به طور کاملتری محاسبه شده است و به عنوان روش اصلاح شده لستونه (Lestone Corrected) نامگذاری می شود. در قسمت دوم، روش کار ارائه میشود که در آن روابط تئوری مدل و سایر روابط مورد نیاز استخراج و مورد بحث قرار می گیرند. در این قسمت با استفاده از خاصیت دمایی پارامتر چگالیتراز اصلاح شده، کمیتهای ترمودینامیکی هسته از قبیل چگالیتراز هستهای، انرژی برانگیختگی، آنتروپی و ظرفیت گرمایی محاسبه شده است. در قسمت سوم، محاسبات و نتایج توصیف شده است. در این قسمت با استفاده از روابط محاسبه شده در روش کار، نمودار کمیتهای مورد بحث رسم شده است و با مراجع مختلف مقایسه شده است. در قسمت انتهایی کار، نتیجه گیری بیان شده است.

11. Local Density Approximation Journal of Nuclear Science and Technology

Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 12-19

۱. مقدمه

چگالی تراز ^۱ هستهای یکی از کمیتهای مؤثر در فیزیک هستهای است و نقش مهمی در محاسبه کمیتهای ترمودینامیکی هسته از قبیل انرژی برانگیختگی، آنتروپی، ظرفیت گرمایی و پارامتر قطع اسپین دارد. برای محاسبه چگالی تراز هستهای، از روشهای مستقیم و غیرمستقیم استفاده میشود. چگالی تراز هستهای در مدلهایی مثل RPA^{*}, SPA^{*}, BCS^{*} به روش غیرمستقیم محاسبه میشود [۱-۶]. در اینمدلها ابتدا تابع پارش را حساب میکنند و سپس با استفاده از آن چگالی حالت و آنتروپی محاسبه میشود و در نهایت چگالی تراز هستهای را به دست می آورند.

برای محاسبه چگالیتراز هستهای به روش مستقیم، از روابط تئوری با تقریبهای مختلف استفاده میشود. چگالیتراز در مدلهایی مثل FGM^۵, CTM^۶, GSM^V به روش مستقیم محاسبه می شود [۷-۹]. سادهترین مدل برای محاسبه چگالی تراز، مدل گاز فرمی ساده FGM میباشد. در این مدل، هسته را به عنوان یک سیستم بدون برهمکنش در نظر می گیرند و از اثرات تجمعی صرفنظر میشود. با انجام برخی اصلاحات در مدل گاز فرمی ساده و با در نظر گرفتن اثر زوجیت نوکلئونها در سیستم هسته، مدل BSFGM^۸ ارائه شده است. در این مدل، چگالی تراز، تابعی از دو کمیت انرژی برانگیختگی و پارامتر چگالیتراز ^۹ در نظر گرفته میشود. پارامتر چگالیتراز یک کمیت مهم در محاسبه چگالیتراز هستهای به روش مستقیم میباشد. این پارامتر به روشهای مختلفی محاسبه می شود. برخی از روشها مثل ایگناتیوک [۱۰]، پارامتر چگالیتراز را تابعی از انرژی برانگیختگی در نظر می گیرند و آن را در انرژی های مختلف به دست می آورند. بعضی از مراجع این کمیت را تابع ثابتی از عدد جرمی هسته در نظر می گیرند [۱۱]. مدل آماری که در سالهای اخیر به طور گسترده برای محاسبه بازه زمانی شکافت دینامیکی از مقادیر نوترون، پروتون، ذرات آلفا، گسیلگاما، تشدیدهای عظیم دوقطبی GDR^{۱۰} و گسیل سیستمهای با شکافت گرم استفاده شده است، پارامتر چگالی تراز را به صورت ثابت $a = \frac{A}{a}$ نتیجه میدهد [۱۴-۱۲]. اما

- 2. Random Phase Approximation
- 3. Statistical Path Approximation
- 4. Barden-Cooper-Schrieffer

- 6. Constant Temperature Model
 - 7. Generalized Superfluid Model
- 8. Back Shifted Fermi Gas Model
- 9. Level Density Parameter 10. Giant Dipole Resistance
- ro. Giune Dipole Resistunce

مجله علوم و فنون هسته ای ۲ دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۱۲–۱۹

^{1.} Level Density

^{5.} Fermi Gas Model

محاسبه کمیتهای ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر ...

۲. روش کار

در مدل گاز فرمی، هسته شامل دو سیستم نوترونی و پروتونی بدون برهمکنش است. چگالیتراز در یک سیستم فرمیونی بدون برهمکنش با در نظر گرفتن انرژی مؤثر U، پارامتر چگالیتراز a، اسپین j، پارامتر قطع اسپین σ^{r} به صورت زیر به دست میآید [۲۸، ۲۸].

$$\rho(U, j, a) = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{r}\sigma^{\tau}}} \frac{e^{\tau\sqrt{aU}}}{a^{\frac{1}{\tau}}U^{\frac{\alpha}{\tau}}} \times \\
\int_{\cdot}^{\infty} (\tau j + 1) e^{\frac{-(j + \frac{1}{\tau})^{\tau}}{\tau\sigma^{\tau}}} dj \\
= \frac{1}{\sqrt{\tau}\sqrt{r}\sigma} \frac{e^{\tau\sqrt{aU}}}{a^{\frac{1}{\tau}}U^{\frac{\alpha}{\tau}}}$$
(1)

 $U = E_x - \Delta$ در رابطه فوق U انرژی مؤثر است که به صورت $E_x - \Delta$ میباشد. میباشد. E_x انرژی برانگیختگی و Δ انرژی زوجیت میباشد که به صورت زیر نوشته میشود.

$$\Delta = \delta + n \frac{17}{\sqrt{A}} \tag{(1)}$$

 δ یک پارامتر قابل تنظیم است و مقدار n برای هستههای زوج- زوج برابر با یک و برای هستههای فرد- فرد برابر با منفی یک و برای هستههای زوج- فرد برابر با صفر میباشد. پارامتر قطع اسپین که پهن شدگی حول مقدار تکانه زاویهای را نشان میدهد به صورت \sqrt{aU} تعریف میشود. کمیت n در رابطه (۱) پارامتر چگالیتراز است که به صورت زیر به دست میآید [۵]-

$$a = \frac{\pi^{\mathsf{r}}}{\varepsilon} g\left(\varepsilon_F\right) \tag{(7)}$$

کمیت $g(\mathcal{E}_F)$ تابع چگالی تکذرهای و \mathcal{E}_F انرژی فرمی است. برای محاسبه پارامتر چگالیتراز، ابتدا باید چگالیتراز تکذرهای $g(\mathcal{E}_F)$ را حساب کنیم. چگالیتراز تکذرهای به روش توماس فرمی به صورت زیر به دست میآید [۲۵].

$$g\left(\varepsilon_{F}\right) = \frac{1}{\pi^{\mathsf{T}}} \iiint \left(\frac{\mathsf{T}m^{*}\left(r\right)}{\hbar^{\mathsf{T}}}\right)^{\frac{\mathsf{T}}{\mathsf{T}}} \left(\varepsilon_{F} - V\left(r, m^{*}\right)\right)^{\frac{1}{\mathsf{T}}} d^{\mathsf{T}}r \qquad (\texttt{f})$$

مجله علوم و فنون هستهای دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۱۲–۱۹

Archive of SID.ir

. . . .

باشد. $Vig(r,m^*ig)$ جرم مؤثر، $Vig(r,m^*ig)$ پتانسیل تک ذرهای میباشد. چگالی نوکلئونی به روش توماس فرمی به صورت زیر حساب میشود.

$$n_{TF}(r) = \frac{Y}{Y\pi^{Y}} \left(\frac{Ym^{*}(r)}{\bar{\pi}^{Y}} \right)^{\frac{Y}{Y}} \left(\mathcal{E}_{F} - V(r, m^{*}) \right)^{\frac{Y}{Y}}$$
(Δ)

با انجام محاسبات لازم، رابطه زیر برای $g\left(\mathcal{E}_{F}
ight)$ به دست می-آید.

$$g\left(\varepsilon_{F}\right) = \frac{\operatorname{v}_{n_{.}}}{\operatorname{v}\left(\varepsilon_{F} - V_{.}\right)} \iiint \frac{m^{*}\left(r\right)}{m_{.}^{*}} \left(\frac{n\left(r\right)}{n_{.}}\right)^{\frac{1}{r}} d^{\operatorname{v}}r \qquad (\mathcal{F})$$

اندیس صفر در رابطه فوق مربوط به مقدار کمیت در ه r = ۰ است. کمیتهای موجود در رابطه فوق به صورت زیر هستند.

$$m^{*}(r) = m(1 - \alpha f(r)) \left(1 - \beta \frac{df(r)}{dr}\right)$$

$$f(r) = \frac{n(r)}{n_{\circ}} = \left(1 + exp\left(\frac{r - r_{\circ}'A^{\frac{1}{r}}}{z}\right)\right)^{-1}$$

$$f(\circ) = 1, \quad m^{*}(\circ) = m(1 - \alpha), \quad z = \cdot, \Delta fm$$
(V)

که در آن m جرم نوکلئون آزاد، (r) چگالی بهنجار شده نوکلئونی، $\frac{1}{r}e^{-\left(\frac{TA^{\frac{1}{r}}}{r)MeV}\right)^{r}}$ و نوکلئونی، $\beta = \cdot_{j} \epsilon A^{\frac{1}{r}}e^{-\left(\frac{TA^{\frac{1}{r}}}{r)MeV}\right)^{r}}$ و fm

برای محاسبه (\mathcal{E}_F) به سه روش می توان عمل کرد. در روش اول، پتانسیل تک ذرهای $V(r,m^*)$ را در معادله (۴) قرار می دهند. در روش دوم، چگالی نوکلئونی با استفاده از معادله (۵) محاسبه می شود و همراه با پتانسیل تک ذرهای در رابطه (۶) قرار داده می شود. بدیهی است که روش اول و دوم جواب مشابهی به دست می آورند که روش توماس فرمی نامیده می شوند. در روش سوم، مشخصات چگالی نوکلئونی n(r) در رابطه (۶) قرار داده می شود. در صورتی که (r)n انتخاب شده می شوند. در روش قبل به دست می آید، در غیر این صورت رابطه متفاوتی به دست می آید. اگر چه روش سوم را هم می توان تقریب توماس فرمی نام گذاری

Journal of Nuclear Science and Technology Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 12-19

کرد، اما آن را تقریب چگالی محلی LDA می نامند. در این کار از روش سوم تقریب چگالی محلی LDA برای محاسبه $g\left(\mathcal{E}_{F}
ight)$ روش سوم تقریب چگالی محلی المعادلات (۳)، (۶) و (۷) و انجام استفاده شده است. با استفاده از معادلات (۳)، (۶) و (۷) و انجام تقریب های لازم، پارامتر چگالی تراز وابسته به دما به صورت زیر به دست می آید [۱۷].

$$a(T) = \frac{\pi^{\mathsf{r}}}{\varphi} g(\varepsilon_{F}) = \frac{A}{1 \Delta_{\beta} \Delta \mathrm{MeV}} \left\{ 1_{\beta} \Delta \varphi + 1_{\beta} \Delta \mathsf{r} A^{-\frac{1}{\mathsf{r}}} - \left(\Delta \right) \right\}$$

$$\left[\frac{1_{\beta} \Delta \varphi + 1_{\beta} \Delta \mathsf{r} A^{-\frac{1}{\mathsf{r}}}}{1_{\gamma} \mathsf{r} \Delta + \Delta_{\beta} \Delta \mathsf{r} A^{-\frac{1}{\mathsf{r}}}} \right] \times \frac{1}{\varphi} \Delta \left[1 - exp \left[-\left(\frac{TA^{\frac{1}{\mathsf{r}}}}{\mathsf{r}}\right)^{\mathsf{r}} \right] \right] \right]$$
(A)

۱۰۲ مدل اصلاح شده لستونه اشلمو و ناتویتز تعریف زیر را برای پارامتر چگالیتراز وابسته به دما در نظر گرفتند [۱۷].

$$a(T) = \frac{A}{K(T)} = \frac{U}{T^{\tau}}$$
⁽⁹⁾

که در آن پارامتر چگالیتراز معکوس K(T) با توجه به رابطه (Λ) و با در نظر گرفتن تقریبهای لازم برای 2 < A > 4 به صورت زیر به دست میآید [۱۷].

$$K(T) = \frac{1\Delta_{\lambda}\Delta \text{MeV}}{\left\{1/\mathcal{F} + 1/\lambda A^{-\frac{1}{\tau}} - \frac{1}{\lambda}\Delta \left(1 - exp\left[-\left(\frac{TA^{\frac{1}{\tau}}}{\tau \cdot 1\text{MeV}}\right)^{\tau}\right]\right)\right\}}$$
(1.)

لستونه رابطه زیر را برای پارامتر چگالیتراز وابسته به دما در نظر گرفت و آن را پارامتر چگالیتراز مؤثر نامید [۱۷].

$$a_{eff}(T) = \frac{A}{K_{eff}(T)} = \frac{U}{T^{\tau}}$$
(11)

رابطه ترمودینامیکی بین چگالیتراز و دما با انجام تقریبهای لازم با استفاده از مراجع [۱۵-۱۷] به صورت زیر است:

$$\frac{1}{T} \sim \frac{da}{dU} \sqrt{\frac{U}{a}} + \sqrt{\frac{a}{U}} \tag{11}$$

با توجه به رابطه (۱۲)، در صورتی رابطه (۹) و (۱۱) با هم برابر
هستند که
$$\circ = \frac{da}{dU}$$
 باشد، اما چنین نیست و این جمله باید
در نظر گرفته شود. بنابراین داریم:

مجله علوم و فنون هستهای ۲۰ دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۱۲–۱۹

Archive of SID.ir

خسرو بنام، سیده زینب موسوی حکمی، وحید دهقانی، سیدعلیرضا علوی

$$a_{eff} (T) = U \left(\frac{da}{dU} \sqrt{\frac{U}{a}} + \sqrt{\frac{a}{U}} \right)^{r}$$

$$= a + rU \frac{da}{dU} + \frac{U^{r}}{a} \left(\frac{da}{dU} \right)^{r}$$
(17)

لستونه با در نظرگرفتن فقط دو جمله اول رابطه فوق، رابطه تقریبی زیر را برای پارامتر چگالی تراز به دست آوردهاند [۱۷].

$$a_{eff}(T) = \frac{A}{K(T)} - \frac{T^{\mathsf{T}}A^{\frac{\Delta}{\mathsf{T}}}}{\mathfrak{F}\Lambda\mathsf{T}\cdot\mathsf{MeV}^{\mathsf{T}}} e^{-\left(\frac{TA^{\frac{1}{\mathsf{T}}}}{\mathsf{T}\mathsf{MeV}}\right)^{\mathsf{T}}}$$
(14)

در این کار با در نظر گرفتن جمله اصلاحی مرتبه دوم و سایر جملات رابطه (۱۳)، با تقریب یک مرتبه بالاتر از لستونه $a_{eff}(T)$ به طور دقیقتری محاسبه شده است. این روش لستونه اصلاح شده نامگذاری شده است. جملات سمت راست رابطه (۱۳) به صورت زیر به دست میآیند.

$$a = \frac{A}{K(T)} , \frac{da}{dU} = \frac{\frac{da}{dT}}{\frac{dU}{dT}}$$

$$\frac{da}{dT} = -\frac{TA^{\frac{b}{\tau}}}{\varepsilon \wedge \tau \cdot MeV^{\tau}} e^{-\left[\frac{TA^{\frac{b}{\tau}}}{\tau \cdot MeV}\right]^{\tau}}$$

$$U = a(T)T^{\tau} = \frac{A}{K(T)}T^{\tau} \Rightarrow$$

$$\frac{dU}{dT} = A\left(\frac{\tau T}{K(T)} + T^{\tau}\frac{d}{dT}\left(\frac{\tau}{K(T)}\right)\right) =$$

$$\frac{AT}{\nu_{\gamma}\nu_{\Delta}} \left[\frac{1}{\nu_{\gamma}\varepsilon + \nu_{\gamma}\wedge A^{-\frac{1}{\tau}} - \frac{1}{\nu_{\gamma}\wedge b}}{\left(\frac{\tau}{\tau \cdot MeV}\right)^{\tau}}\right]$$

$$-\frac{T^{\tau}A^{\frac{b}{\tau}}}{\varepsilon \wedge \tau_{\Delta,b}} e^{-\left[\frac{TA^{\frac{1}{\tau}}}{\tau \cdot MeV}\right]^{\tau}}$$

$$(1\Delta)$$

با جایگذاری رابطه (۱۵) در رابطه (۱۳) عبارت کامل و متفاوت با رابطه (۱۴) برای $a_{e\!f\!f}\left(T
ight)$ به دست میآید. با مقایسه رابطه (۱۴) و رابطه (۱۵) تفاوت دو مدل لستونه اصلاح شده و لستونه مشخص می شود.

کمیتهای ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر چگالی تراز مؤثر اصلاح شده در رابطه (۱۵)، محاسبه می شوند. برای محاسبه مقدار میانگین انرژی برانگیختگی E_x بر حسب دما، با استفاده از روابط آماری به صورت زیر عمل می شود [۲۰].

Journal of Nuclear Science and Technology

18

محاسبه کمیتهای ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر ...

$$Z = \int \rho(E_x, a) e^{-\beta E_x} dE_x \Longrightarrow$$

$$\langle E_x \rangle = -\frac{d}{d\beta} (LnZ)$$
(19)

کمیت گ تابع پارش در آمار کانونی بزرگ میباشد. با توجه به این که پارامتر چگالی تراز وابسته به دما اصلاح شده است، انرژی را می توان به صورت زیر محاسبه کرد.

$$U = a_{eff} (T) T^{\mathsf{r}}$$
 (1Y)

آنتروپی هسته از رابطه زیر به دست میآید.

$$S = k_{B} Ln \rho = k_{B} Ln \left(\frac{1}{1 \sqrt{\gamma} \sigma} \frac{e^{\gamma \sqrt{aU}}}{a^{\frac{1}{\gamma}} U^{\frac{\Delta}{\gamma}}} \right)$$
(1A)

پارامتر k_B ثابت بولتزمن است. ظرفیت گرمایی از رابطه زیر محاسبه می شود.

$$C = \frac{dU}{dT} = -\frac{d}{dT} (Ln\mathbb{Z})$$
⁽¹⁹⁾

۳. محاسبات و نتایج

در این قسمت ابتدا پارامتر چگالیتراز وابسته به دما بررسی میشود، سپس با در نظر گرفتن تأثیر جمله انرژی زوجیت در انرژی برانگیختگی و محاسبه انرژی مؤثر، چگالیتراز کل، آنتروپی و ظرفیت گرمایی محاسبه میشود.

در شکل ۱ نمودار پارامتر چگالی تراز مؤثر برحسب دما برای هسته Eu^{. ۵۰} با استفاده از رابطه (۱۳)، (۱۴) و (۱۵) و همچنین مراجع مختلف از قبیل اشلمو، لستونه و پارامتر چگالی تراز ثابت رسم شده است.



شکل ۱. نمودار پارامتر چگالیتراز بر حسب دما برای هسته Eu .



نشان داده شد که همه روشها نتایج یکسانی در دمای صفر و بینهایت پیشبینی میکنند اما در سایر دماها به دلیل استفاده از تابع چگالی تکذرهای متفاوت، نتایج یکسانی به دست نمیآورند. مشاهده میشود به دلیل در نظر گرفتن جمله اصلاحی در رابطه (۱۳)، مقادیر چگالیتراز محاسبه شده از روش لستونه اصلاح شده، کمتر از چگالیتراز به روش لستونه، اشلمو و مقدار ثابت است.

با استفاده از رابطههای (۱۶) و (۱۷) و مراجع مختلف از قبیل اشلمو [۱۶]، لستونه [۱۷]، کانبولا [۲۰]، ایگناتیوک [۱۰] و پارامتر چگالیتراز ثابت $\frac{A}{1}$ [۱۱]، انرژی برانگیختگی برحسب دما برای هسته Re^{-1} در شکل ۲ رسم شده است. مشاهده میشود که نتایج محاسبه شده در دمای پایین، با نتایج سایر مراجع هماهنگی خوبی دارند و هموار هستند. همچنان به دلیل اثر جمله اصلاحی، نتایج روش لستونه اصلاح شده با نتایج روش لستونه اختلاف دارند، که این اختلاف در انرژیهای بالا واضحتر است. نتایج اشلمو نسبت به دیگر نتایج هموارتر است.

با استفاده از رابطه (۱) و مراجع مختلف از قبیل اشلمو، لستونه، کانبولا، ایگناتیوک و پارامتر چگالیتراز ثابت <u>A</u>، لگاریتم چگالیتراز برحسب انرژی برانگیختگی برای هسته ^{۱۸۴}Re در شکل ۳ رسم شده است. در این شکل از منابع مختلف استفاده شده است. مشاهده میشود که روش لستونه اصلاح شده با مراجع مختلف تطابق خوبی دارد و در انرژیهای پایین هموار است. مقادیر آن به دلیل اثر جمله اصلاحی از مقادیر لستونه کوچکتر هستند. اما با افزایش انرژی، هماهنگی مدل لستونه اصلاح شده و لستونه با سایر مدلها کمتر میشود. رفتار مدل اشلمو و کانبولا نسبت به دیگر مدلها هموارتر هستند.

با استفاده از رابطه (۱۸) و مراجع مختلف از قبیل اشلمو، لستونه، کانبولا، ایگناتیوک و پارامتر چگالیتراز ثابت <u>A</u>، آنتروپی بر حسب دما برای هسته ^{۱۸۴}Re در شکل ۴ رسم شده است. مشاهده میشود که نتایج روش لستونه اصلاح شده در دمای پایین هموار است و با نتایج سایر روشها تطابق خوبی دارد ولی در دمای بالا به دلیل حساسیت زیاد به تغییرات دمایی، تطابق کمتری با نتایج سایر روشها دارد. اختلاف نتایج لستونه اصلاح شده و لستونه به دلیل در نظر گرفتن اثر جمله اصلاحی است. مدل اشلمو و ایگناتیوک رفتار مناسبتر و هموارتری نسبت به دما نشان میدهند. نتایج مدل کانبولا و مدل مقدار ثابت هماهنگی کمتری با سایر مدلها دارند.



خسرو بنام، سیده زینب موسوی حکمی، وحید دهقانی، سیدعلیرضا علوی با استفاده از رابطه (۱۹) و مراجع مختلف از قبیل اشلمو، <u>A</u>، کانبولا، ایگناتیوک و پارامتر چگالیتراز ثابت <u>A</u>، ظرفیت گرمایی بر حسب دما برای هسته ^{۸۴}Re در شکل ۵ رسم شده است. نشان داده شد که نتایج روش لستونه اصلاح شده و روش لستونه در دمای پایین تطابق خوبی با نتایج سایر روشها دارند. اما در دمای بالاتر هماهنگی کمتری دارند. همچنین مدل لستونه اصلاح شده، قله S شکل که در نتایج تجربی وجود دارد را تأیید میکند [۳۱]. اختلاف نتایج آن با مدل لستونه به دلیل وجود جمله مرتبه دوم در رابطه (۱۳) است. در این نمودار نتایج روش ایگناتیوک مناسبتر از بقیه روشها است، زیرا هموارتر از سایر مدلها است.

۴. نتیجهگیری

پارامتر چگالیتراز یک کمیت مهم برای محاسبه چگالیتراز هستهای میباشد. در این کار ابتدا چگالیتراز تکذرهای با استفاده از روش LDA محاسبه شده است، سپس با استفاده از آن و با در نظر گرفتن جمله اصلاحی مرتبه دوم وابسته به دما و همچنین انجام محاسبه دقیقتری نسبت به روش لستونه، پارامتر چگالیتراز وابسته به دما به دست آمده است که روش لستونه اصلاح شده نامگذاری شده است. نتایج این روش با مراجع مختلف مقایسه شده است. نشان داده شد که همه روشها نتایج یکسانی در دمای صفر و بینهایت پیشبینی میکنند اما در سایر دماها به دلیل استفاده از تابع چگالی تکذرهای متفاوت، نتایج یکسانی به دست نمیآورند. همچنین



Journal of Nuclear Science and Technology Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 12-19



 $^{1\wedge \epsilon}Re$ شکل ۲. نمودار انرژی برانگیختگی بر حسب دما برای هسته Re^{-1} .









۱۷

۱۸

- H.T. Nyhus, et al., Level density and thermodynamic properties of dysprosium isotopes, Phys. Rev. C, 85(1), 014323 (2012).
- A.V. Ignatyuk, et al., *Phenomenological description* of energy dependence of the level density parameter, Sov. J. Nucl. Phys, **21**(3), 485 (1975).
- T. Egidy, D. Bucurescu, Systematics of nuclear level density parameters, Phys. Rev. C, 72(4), 044311 (2005).
- D.J. Hinde, et al., Neutron emission as a probe of fusion-fission and quasi-fission dynamics, Phys. Rev. C, 45(3), 1229 (1992).
- J.P. Lestone, Determination of the time evolution of fission from particle emission, Phys. Rev. Lett, 70(15), 2245 (1993).
- 14. Y. Alhassid, et al., *Direct microscopic calculation of nuclear level densities in the shell model Monte Carlo approach*, Phys. Rev. C, **92(2)**, 024307 (2015).
- R. Rahmatinejad, et al., *Collective enhancements in the level densities of Dy and Mo isotopes*, Phys. Rev. C, 101(5), 054315 (2020).
- S. Shlomo, J.B. Natowitz, *Temperature and mass dependence of level density parameter*, Phys. Rev. C, 44, 6 (1991).
- 17. J.P. Lestone, *Temperature dependenceof level* density parameter, Phys. Rev. C, **52(2)**, 1118 (1995).
- B. Canbula, et al., A Laplace-like formula for the energy dependence of the nuclear level density parameter, Nucl. Phys. A, 929(54), 70 (2014).
- 19. S. Hilaire, *Energy dependence of the level density* parameter, Phys. Lett. B, **583(3-4)**, 264 (2004).
- B. Canbula, H. Babacan, Calculation of the level density parameter using semi-classical approach, Nucl. Phys. A, 858(1), 32 (2011).
- V. Dehghani, S.A. Alavi, Nuclear level density of even-even nuclei with temperature dependent pairing energy, Eur. Phys. J. A, 52(306), 1-7 (2016).
- S. Alavi, V. Dehghani, Back shifted Fermi gas model with temperature dependent pairing energy: Thermal properties of ⁹⁸Mo, Int. J. Mod. Phys. E, 25(9), 1650065 (2016).
- 23. P. Ring, P. Schuck, *The nuclear many-body Problem*, Springer-Verlag, New-York (1980).
- 24. S. Shlomo, *Energy level density of nuclei*, Nucl. Phys. A, **539(1)**, 17 (1992).
- J. Toke, W.J. Swiatecki, Surface-layer corrections to the level-density formula for a diffuse Fermi gas, Nucl. Phys. A, 372(1), 14 (1981).
- M. Prakash, J. Wambach, Z.Y. Ma, *Effective mass in nuclei and the level density parameter*, Phys. Lett. B, **128(3)**, 141 (1983).

Journal of Nuclear Science and Technology

Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 12-19

محاسبه کمیتهای ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر ...

مشخص شده است که پارامتر چگالیتراز محاسبه شده به روش لستونه اصلاح شده نسبت به مراجع مختلف، حساسیت دمایی بیشتری دارد و به دلیل در نظر گرفتن جمله مرتبه دوم، مقادیر کمتری نسبت به لستونه دارد. در انتها با استفاده از پارامتر چگالی تراز لستونه اصلاح شده و لستونه، چگالی تراز هستهای، انرژی برانگیختگی، آنتروپی و ظرفیت گرمایی محاسبه شده است و نتایج آنها با مراجع مختلف مقایسه شده است. نشان داده شد که نتایج این روش و سایر روشهای مذکور در دمای یایین تطابق خوبی با هم دارند و با افزایش دما به دلیل حساسیت زیاد روش لستونه اصلاح شده به دما، برخی از کمیتهای ترمودینامیکی از قبیل ظرفیت گرمایی، تطابق خوبی با هم ندارند. از آنجایی که مدل گاز فرمی همه اندر کنش ذرات را در نظر نمی گیرد، برای بهتر شدن نتایج، می توان اثرات تجمعی را هم در نظر گرفت و همچنین از مدل کاملتر و دقیق تری مثل (SMMC(Shell Model Monte Carlo که تمام اندر کنش ذرات را در نظر می گیرد استفاده کرد.

مراجع

- J. Bardeen, L.N. Cooper, J.R. Schrieffer, *Theory of superconductivity*, Phys. Rev, **108(5)**, 1175 (1957).
- P. Arve, et al., Static path approximation for the nuclear partition function, Ann of Physics, 183(2), 309-319 (1988).
- 3. B. Lauritzen, et al., *Pairing phase transition in small particles*, Ann of Physics, **223(2)**, 216 (1993).
- R. Rossignoli, et al., *Thermal and quantal fluctuations* for fixed particle number in finite superfluid systems, Phys. Rev. Lett, **80(9)**, 1853 (1998).
- V. Dehghani, Gh. Forozani, Kh. Benam, *The effect of* shell closure on the thermodynamic properties of ²⁰⁷Pb and ⁸⁹Y, Int. J. Mod. Phys. E, **25(11)**, 1650098 (2016).
- V. Dehghani, Gh. Forozani, Kh. Benam, *Thermal properties of ^{96,97}Mo using Lipkin–Nogami model with an average value gap parameter*, Int. J. Mod. Phys. E, 27(6), 1850045 (2018).
- A.J. Koning, et al., Global and local level density models, Nucl. Phys. A, 810(1-4), 13 (2008).
- P. Demetriou, S. Goriely, *Microscopic nuclear level* densities for practical applications, Nucl. Phys. A, 695(1-4), 95 (2001).



- خسرو بنام، سیدہ زینب موسوی حکمی، وحید دہقانی، سیدعلیرضا علوی
- 27. H.A. Bethe, *Nuclear Physics B. Nuclear Dynamics*, Theoretical, Rev. Mod. Phys, **9(2)**, 69 (1937).
- 28. T. Ericson, *The statistical model and nuclear level densities*, Adv. Phys, **9(36)**, 425 (1960).
- 29. A. Bohr, B.R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. I, 155 (1969).
- 30. A. Bohr, B.R. Mottelson, *Nuclear Structure I, World Scientific*, Singapore (1998).
- V. Dehghani, Gh. Forozani, Kh. Benam, *Calculating the thermal properties of* ^{93,94,95}Mo using the BCS model with an average value gap parameter, Nucl. Sci. Tech, **128(28)**, 1-6 (2017).

COPYRIGHTS ©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.

استناد به این مقاله

خسرو بنام، سیده زینب موسوی حکمی، وحید دهقانی، سیدعلیرضا علوی (۱۴۰۲)، محاسبه کمیتهای ترمودینامیکی هسته با استفاده از پارامتر چگالیتراز وابسته به دما، ۱۰۶، ۱۲-۱۹

DOI: 10.24200/nst.2022.1209.1785

Url: https://jonsat.nstri.ir/article_1515.html





