



## بررسی ارتباط آبشارهای مدل R، Q و QI در سیستم‌های چندجزیی به روش سانتریفیوژ گازی

فاطمه منصورزاده<sup>۱\*</sup>، علی نوروزی<sup>۲</sup>

۱. پژوهشکده چرخه سوخت هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۱۱۳۶۵-۸۴۸۶، تهران-ایران  
۲. شرکت فناوری‌های پیشرفته ایران، سازمان انرژی اتمی، صندوق پستی: ۱۴۳۹۹-۵۵۴۳۱، تهران-ایران

\*Email: fmansourzadeh@aeoi.org.ir

مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۶/۲۸ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۱/۱۷

### چکیده

در این تحقیق به مقایسه تحلیلی و عددی آبشار جریان برگشتی مدل R با آبشارهای مدل Q و QI در سیستم‌های چندجزیی پایدار پرداخته می‌شود. در این راستا برای اولین بار کدهای عددی جهت طراحی آبشارهای مدل R و QI به منظور مقایسه با کد تحلیلی طراحی آبشار مدل Q در نرم‌افزار متلب نوشته شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که برای دو جزء  $k_1$  و  $k_2$  از خوراک با  $N_c$  جزء، تعداد معدودی آبشار مدل R قابل تعریف است که همگی حالات خاصی از آبشار QI برای جزء  $k_1$  می‌باشد. همچنین یافته‌ها نشان می‌دهد که مجموع مقدار برش جزیی برای دو جزء  $k_1$  و  $k_2$  در آبشار R همیشه برابر با یک است. از این طریق نشان داده می‌شود در صورتی که میانگین حسابی جرم دو ایزوتوپ  $k_1$  و  $k_2$  در آبشار تطبیق یافته برابر با پارامتر  $M^*$  در آبشار Q باشد، دقیقاً شرایط آبشار R در آن فراهم می‌گردد. بنابراین آبشار R حالت خاصی از آبشارهای QI و Q می‌باشد. همچنین بررسی‌های عددی نشان می‌دهد که آبشار مدل QI گستره وسیعی از آبشارها را در بر می‌گیرد و با انتخاب صحیح برش در آن می‌توان به شرایط بهینه‌ای دست یافت که علاوه بر دست‌یابی به غنای مورد نظر از ایزوتوپ مطلوب، کم‌ترین نرخ جریان میان مرحله‌ای کل ایجاد شود. به عنوان نمونه نتایج برای ایزوتوپ‌های ۴ و ۹ زینان نشان می‌دهد که مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای در مقایسه با آبشار Q و R برای آبشار QI بهینه است. بدین ترتیب می‌توان آبشار QI را به طور قطع، کامل‌ترین آبشار مدل جهت طراحی اولیه دانست که به ترتیب آبشارهای Q و R حالت‌های خاصی از آن را دربر می‌گیرند.

**کلیدواژه‌ها:** جداسازی، ایزوتوپ‌های پایدار، آبشار مدل R، آبشار مدل Q، آبشار مدل QI

## Investigating the R, Q, QI model cascades in multicomponent system by gas centrifuge

F. Mansourzadeh<sup>\*1</sup>, A. Norouzi<sup>2</sup>

1. Nuclear Fuel Cycle Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOI, P.O.Box: 11365-8486, Tehran-Iran  
2. Advanced Technologies Company of Iran, AEOI, P.O. Box: 14399-55431, Tehran - Iran

Research Article

Received 19.9.2022, Accepted 6.2.2023

### Abstract

In this research, the analytical and numerical comparison of the R model cascade with Q and QI model cascades for stable isotope separation has been done. In this regard, the numerical codes for the design of the R and QI model cascade for comparison to the analytical Q model cascade have been written in MATLAB software. The results show that for two components  $k_1$  and  $k_2$ , a few R-cascades are special states of the QI cascade for the  $k_1$  component. Also, the findings show that the sum of the partial cut values for two components  $k_1$  and  $k_2$  in the cascade R is always equal to one ( $\theta k_1 + \theta k_2 = 1$ ). Based on the results, if the parameter  $M^*$  in the Q model is equal to the mean value of the two components,  $k_1$  and  $k_2$ , in the R model, these two models are the same. Therefore, the R cascade is a special case of QI and Q cascades. The QI cascade encompasses a wide range of cascades, and by choosing the right cut in it, optimal relations can be achieved. For example, the results for isotopes 4 and 9 of Xe show that the total flow rate is optimal for the QI cascade. This is compared to the Q and R models.

**Keywords:** Separation, Stable isotopes, R model, Q model, QI model



## ۱. مقدمه

بسیاری از عناصر موجود در طبیعت دارای ایزوتوپ‌های مختلف بوده که هر کدام از آن‌ها خواص متفاوتی دارند. از بین عناصر طبیعی، ۶۲ عنصر دارای چند ایزوتوپ پایدار هستند که مجموع آن‌ها به عدد ۲۸۶ می‌رسد. ایزوتوپ‌های پایدار را براساس کاربردشان می‌توان به ایزوتوپ‌های مورد استفاده در صنعت، پزشکی (تشخیص، درمان و تسکین بیماری)، کشاورزی، محیط‌زیست و تحقیقاتی طبقه‌بندی نمود [۱].

اولین تلاش‌ها جهت جداسازی ایزوتوپ‌های مختلف، مربوط به غنی‌سازی دوتریم، کلر و اورانیوم می‌باشد [۲، ۳]. اما به مرور زمان ایزوتوپ‌های عناصر دیگر و در نتیجه غنی‌سازی آن‌ها مورد توجه قرار گرفت. عناصری چون روی، زینان، سلنیوم، تلوریم، مولیبدن، ژرمانیم و ... دارای ایزوتوپ‌های ارزشمندی هستند که در صنعت غنی‌سازی جدا می‌شوند. نکته قابل توجه در استفاده از ایزوتوپ‌های مختلف این است که هر کدام از آن‌ها بسته به نوع کاربرد، بایستی دارای یک غنای مشخص و در برخی موارد غنای بیش از نود درصد باشند. این در حالی است که در اکثر این مواد، ایزوتوپ مورد نظر، دارای غنای طبیعی بسیار پایین بوده و لذا جهت رسیدن به غنای مورد نظر، روش‌های مختلف غنی‌سازی از جمله سانتریفیوژ گازی، الکترومغناطیس و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند.

تئوری جداسازی ایزوتوپ‌های چند جزیی به دلیل تعداد زیاد ایزوتوپ‌ها و تأثیر همه اجزا بر انتقال ایزوتوپ هدف، بسیار پیچیده و در مقایسه با جداسازی مخلوط‌های دو جزیی (مثل اورانیوم) دارای ابعاد گسترده‌تری می‌باشد. برخلاف دو جزء ابتدایی و انتهایی که در طول آشبار رفتار یکنواختی را نشان می‌دهند و هر کدام به سمت دو انتهای آشبار در حال افزایش‌اند، غنی‌سازی اجزاء میانی به شدت به ترکیب درصد ایزوتوپ‌ها در خوراک و عدد جرمی آن‌ها بستگی دارد. بنابراین ممکن است غلظت برخی از اجزاء در برخی مراحل آشبار تغییر محسوسی نکند و این بدان معناست که غنی‌سازی اجزاء میانی در یک آشبار محدود می‌باشد.

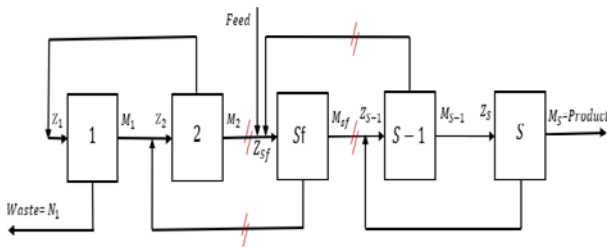
اولین مرحله در فرایند طراحی آشبار جهت عملیاتی نمودن آن، ایجاد یک آشبار مدل است که پس از آن مربعی کردن آشبار جهت جداسازی عملی ایزوتوپ‌های چندجزیی به عنوان مرحله دوم در طراحی آشبار در نظر گرفته می‌شود. بر اساس یک آشبار مدل و با در نظر گرفتن ملاحظات اقتصادی و مهندسی، تقریب مربعی‌سازی یک آشبار عملی ارائه می‌کند. بر خلاف جداسازی ایزوتوپ‌های دوجزبی مانند اورانیوم، مدل‌های مختلفی برای آشبارهای جداسازی ایزوتوپ‌های چند جزیی معرفی شده است.

اولین بار در سال ۱۹۶۱ دلاگاززا و همکاران، نظریه آشبار ایده‌آل را به مخلوط‌های چندجزیی تعمیم دادند که آشبار مدل تطبیق یافته R نام گرفته است [۴، ۵]. مبانی آشبار Q توسط کوچروو و میننکو در سال ۱۹۶۵ [۶] بیان شد و در سال ۱۹۷۰ توسط کلکوتسو معرفی شد [۷]. آشبار QI بر اساس مبانی آشبار ایده‌آل نیز برای سیستم‌های دوجزبی توسط اپلبلات و ایلمد در سال ۱۹۶۸ معرفی گردید [۸]. برای بررسی این مدل‌ها در ابتدا روش‌های حل تحلیلی توسط محققین ارائه شد که با پیشرفت محاسبات عددی، روش‌های عددی جهت تعیین پارامترهای آشبار در جداسازی ایزوتوپ‌های چند جزیی نیز معرفی شد [۹].

تا به امروز، تعداد قابل توجهی از مقالات منتشر شده به تجزیه و تحلیل جنبه‌های مختلف جداسازی مخلوط ایزوتوپی در آشبارها اختصاص داده شده است. برخی از آن‌ها به بررسی آشبارهای مدل پرداخته‌اند [۱۰-۱۲]، در برخی به معرفی روش‌های جداسازی ایزوتوپی [۱۳-۱۷] و در برخی دیگر آشبارهای مدل را با شرایط بهینه مقایسه کرده و به معرفی آشبارهای بهینه پرداخته‌اند [۱۸-۲۱]. اما تاکنون در تعداد معدودی از مقالات به مقایسه آشبارهای مدل اشاره شده است. سولابریدز و همکاران در سال ۲۰۰۵ با اشاره به این که آشبار R حالتی خاص از آشبار QI می‌باشد به استفاده از روابط تحلیلی پرداختند، اما به تحلیل معادلات و چگونگی این امر اشاره‌ای نکردند [۱۲]. سونگ و همکاران در سال ۲۰۱۰ به منظور مقایسه آشبار بهینه و آشبار مدل از روابط تئوری موجود جهت بهینه‌سازی آشبار R استفاده کردند [۲۰]. در این راستا با اشاره به این‌که پارامتر  $M^*$  در صورتی که برابر با میانگین جرمی دو ایزوتوپ کلیدی در آشبار R باشد، روابط آشبار مدل Q برای آشبار مدل R قابل استفاده است، اما چگونگی این امر را بیان نکردند. زنگ و همکاران در سال ۲۰۱۲ به تشریح آشبار Q پرداخته و نشان دادند با توجه به این‌که پارامتر Q در طول آشبار ثابت است، در نتیجه برش جزیی نیز برای ایزوتوپ مورد نظر در طول آشبار ثابت بوده و آشبار Q در طبقه QI قرار می‌گیرد و رابطه این دو پارامتر را با هم به‌دست آوردند [۱۱]. سولابریدز و همکاران نیز در سال ۲۰۲۰ در یک مقاله به تقسیم‌بندی آشبارهای مدل و بیان معادلات و فرض‌های لازم در هر یک پرداخته‌اند که تنها جنبه تئوری و تحلیلی دارد [۲۲].

در این مقاله پس از معرفی آشبارهای مدل، به مقایسه آشبارهای مدل Q و QI با آشبار R پرداخته و ارتباط آن‌ها به شکل تحلیلی نشان داده می‌شود. همچنین در این تحقیق قانون کلی در آشبار R نشان داده می‌شود در حالی که در مراجع قبل به این رابطه اشاره‌ای نشده است. سپس برای اولین بار کدهای عددی جهت طراحی این مدل‌ها تهیه و روابط تحلیلی به‌دست





شکل ۱. نمایی از یک آبشار مخروطی متقارن.

در ارایه هریک از آبشارهای مدل نیز فرضیاتی در نظر گرفته شده است که در ادامه بیان می‌شود.

۱.۲ آبشار مدل R

آبشار مدل R برای دو جزء  $k_1$  و  $k_2$  که در آن جرم مولکولی جزء  $k_1$  از جزء  $k_2$  کم‌تر است مطرح می‌شود. در این آبشار شرط انطباقی زیر بین نسبت‌های فراوانی اجزاء  $k_1$  و  $k_2$  در یک نقطه تلاقی در نظر گرفته می‌شود [۵، ۹]. در آبشار تطبیق یافته برای دو جزء  $k_1$  و  $k_2$  نسبت فراوانی در مراحل به شکل زیر با هم مرتبط هستند:

$$R''_{(k_1, k_2, s+1)} = R_{(k_1, k_2, s)} = R'_{(k_1, k_2, s-1)} \quad (14)$$

که تعریف  $R'$ ،  $R''$  و  $R$  به عنوان نسبت فراوانی برای دو جزء  $k_1$  و  $k_2$  به ترتیب در جریان‌های غنی شده، تهی شده و خوراک در مرحله  $s$ م برابر است با:

$$R'_{(k_1, k_2, s)} = \frac{y_{k_1, s}}{y_{k_2, s}} \quad (15)$$

$$R''_{(k_1, k_2, s)} = \frac{x_{k_1, s}}{x_{k_2, s}} \quad (16)$$

$$R_{(k_1, k_2, s)} = \frac{z_{k_1, s}}{z_{k_2, s}} \quad (17)$$

برای بیان ارتباط فاکتورهای غنی‌سازی و تهی‌سازی در آبشار مدل R از تعریف فاکتورهای غنی‌سازی و تهی‌سازی داریم:

$$\beta_{(k_1, k_2, s)} = \frac{y_{k_1, s} / y_{k_2, s}}{z_{k_1, s} / z_{k_2, s}} = \frac{R'_{(k_1, k_2, s)}}{R_{(k_1, k_2, s)}} \quad (18)$$

$$\gamma_{(k_1, k_2, s)} = \frac{z_{k_1, s} / z_{k_2, s}}{x_{k_1, s} / x_{k_2, s}} = \frac{R_{(k_1, k_2, s)}}{R''_{(k_1, k_2, s)}} \quad (19)$$

آمده جهت صحت‌گذاری و مقایسه در کدهای تهیه شده قرار می‌گیرند. بنابراین در این تحقیق به شکل عددی و تحلیلی نشان داده می‌شود که آبشار مدل تطبیق یافته R حالتی خاص از آبشارهای Q و QI می‌باشد. بنابراین ثابت می‌شود که جهت مدل‌سازی، تعداد آبشارهای R محدودتر از Q و آن هم محدودتر از QI بوده و بی‌نهایت آبشار QI وجود دارد که دستیابی به شرایط بهینه را در مدل‌سازی تا حد ممکن فراهم می‌کند. به عبارتی دیگر نشان داده می‌شود که آبشار تطبیق یافته R برای جداسازی متقارن دو جزء  $k_1$  و  $k_2$  یک آبشار QI است که برش جزئی برای جزءهای  $k_1$  و  $k_2$  در تمام مراحل ثابت می‌باشد. در این راستا از کد تهیه شده در نرم‌افزار متلب جهت مدل‌سازی آبشارها و مقایسه عددی آن‌ها با یک‌دیگر استفاده شده است. پس از آن با استفاده از کد تهیه شده سه نمونه تست کیس برای نشان دادن این امر ارائه می‌شود. پس از آن نشان داده می‌شود که امکان دستیابی به آبشار بهینه با استفاده از آبشار QI میسر است و در دو حالت آبشار QI محاسبه می‌شود که نسبت به آبشار R در حالت بهینه‌تری قرار دارد.

۲. تئوری کار و معادلات حاکم

در شکل ۱ جریان‌های میان مرحله‌ای با نرخ جریان  $M_s$  و  $N_s$  و ترکیب درصدی‌های  $X_{i,s}$  و  $Y_{i,s}$  و جریان‌های پسماند و محصول W و P با ترکیب درصد  $X_{i,w}$  و  $Y_{i,p}$  نشان داده شده است ( $i=1, 2, \dots, N_c$ ). تعداد مراحل آبشار برابر N و تعداد ایزوتوپ‌ها در خوراک برابر  $N_c$  می‌باشد. جریان خوراک با نرخ F در مرحله Sf با غنای  $Z_{i,f}$  وارد آبشار می‌شود [۹، ۲۱]. معادلات (۱) تا (۱۳) مربوط به موازنه جریان و جرم در تمام مراحل آبشار و نیز نقاط تلاقی جریان‌ها در زیر آورده شده است.

$$Z = M_{s-1} + N_{s+1}, \quad s \neq s_f \quad (1)$$

$$Z = M_{s-1} + N_{s+1} + F, \quad s = s_f \quad (2)$$

$$Z = M_{s-1}, \quad s = S \quad (3)$$

$$Z = N_s, \quad s = 1 \quad (4)$$

$$M_s = Z \theta_s \quad (5)$$

$$N_s = Z (1 - \theta_s) \quad (6)$$

$$Z z_{i,s} = M_s y_{i,s} + N_s x_{i,s} \quad (7)$$

$$Z z_{i,s} = M_{s-1} y_{i,s-1} + N_{s+1} x_{i,s+1} + F z_{i,f}, \quad s \quad (8)$$

$$Z z_{i,s} = M_{s-1} y_{i,s-1} + N_{s+1} x_{i,s+1}, \quad s \neq s_f \quad (9)$$

$$Z z_{i,s} - M_{s-1} y_{i,s-1} = 0, \quad s = s_f \quad (10)$$

$$Z z_{i,s} - N_{s+1} x_{i,s+1} = 0, \quad s = 1 \quad (11)$$

$$a_{ij,s} = \frac{(y_{i,s} / y_{j,s})}{(x_{i,s} / x_{j,s})} = a_{i,s}^{(M_j - M_i)}, \quad (i = j - 1, j = 2, \dots, N_c) \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^{N_c} z_{i,s} = \sum_{i=1}^{N_c} y_{i,s} = \sum_{i=1}^{N_c} x_{i,s} = 1 \quad (13)$$



یا به عبارتی دیگر:

$$R'_{(k_1, k_2, s)} = \beta_{(k_1, k_2, s)} R_{(k_1, k_2, s)} \quad (20)$$

$$R''_{(k_1, k_2, s)} = \frac{R_{(k_1, k_2, s)}}{\gamma_{(k_1, k_2, s)}} \quad (21)$$

با استفاده از رابطه (۲۰) و (۲۱) نیز تساوی (۲۲) حاصل می‌شود.

$$\frac{R'_{(k_1, k_2, s-1)}}{\beta_{(k_1, k_2, s-1)}} = \frac{R_{(k_1, k_2, s)}}{\gamma_{(k_1, k_2, s)}} \quad (22)$$

بنابراین با استفاده از رابطه (۲۲) و (۱۴) نتیجه کلی (۲۳)

در آبخار تطبیق یافته مدل R ارایه می‌شود.

$$\beta_{(k_1, k_2, s)} = \gamma_{(k_1, k_2, s+1)} \quad (23)$$

با در نظر گرفتن جداسازی متقارن بین جزءهای  $k_1$  و  $k_2$  رابطه (۲۳) به (۲۴) تبدیل می‌شود:

$$\beta_{(k_1, k_2, s)} = \gamma_{(k_1, k_2, s)} = \sqrt{\alpha_{(k_1, k_2, s)}} \quad (24)$$

رابطه (۲۳) یک شرط کلی برای آبخار R است و در صورتی که فاکتور جداسازی ثابت و جداسازی متقارن باشد رابطه (۲۴) قابل استناد است. در حالتی که مقدار فاکتور جداسازی در ماشین سانتریفیوژ تابعی از خوراک ورودی به ماشین و متناسب با نرخ جریان در مراحل مختلف آبخار باشد فاکتور جداسازی برای اختلاف جرم واحد در مراحل مختلف تغییر می‌کند و رابطه کلی (۲۳) باید استفاده گردد.

### ۲.۲ آبخار مدل QI

در این آبخار به منظور رسیدن به یک حل تحلیلی، مقدار  $\theta_{k,s}$  که برش جزیی ایزوتوپ  $k$ ام می‌باشد (مطابق رابطه (۲۵))، در تمامی مراحل ثابت در نظر گرفته شده است [۹]. منظور از برش جزیی همان ضریب بازیابی در آبخار جداسازی اورانیم است که برای آبخار ایده‌آل ثابت می‌باشد.

$$\frac{y_{k,s} M_s}{z_{k,s} Z_s} = \theta_{k,s} \quad (25)$$

با این وجود این شرط در این مدل ضروری نبوده و مقدار

$\theta_{k,s}$  بین مراحل مختلف می‌تواند متفاوت باشد [۹].

### ۲.۲ آبخار مدل Q

آبخار مدل Q با توجه به حل تحلیلی معادلات زمان کم‌تری به خود اختصاص می‌دهد و برای ارزیابی سریع پارامترهای آبخار و بهینه کردن آن‌ها در جداسازی ایزوتوپ‌ها قابل استفاده است [۷، ۸]. با حل و ساده‌سازی معادلات دیفرانسیل آبخار، مقادیر  $X_{i,w}$  و  $Y_{i,p}$  برای ایزوتوپ‌های مختلف با استفاده از دو معادله (۲۶) و (۲۷) قابل محاسبه است. نسبت نرخ محصول به نرخ خوراک و نیز نرخ پسماند به نرخ خوراک به صورت روابط (۲۸) و (۲۹) محاسبه می‌شود. مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای کل نیز با استفاده از معادله (۳۰) تعیین می‌شود. اثبات این روابط در مراجع [۱۱، ۲۲] آورده شده است.

$$y_{i,p} = \frac{1 - \exp(Q_i n_s)}{\exp(-Q_i n_E) - \exp(Q_i n_s)} Z_{i,F} \prod_{j=1}^{N_s} \left( \frac{1 - \exp(Q_j n_s)}{\exp(-Q_j n_E) - \exp(Q_j n_s)} Z_{i,F} \right) \quad (26)$$

$$x_{i,w} = \frac{\exp(-Q_i n_E) - 1}{\exp(-Q_i n_E) - \exp(Q_i n_s)} Z_{i,F} \prod_{j=1}^{N_s} \left( \frac{\exp(Q_j n_E) - 1}{\exp(-Q_j n_E) - \exp(Q_j n_s)} Z_{i,F} \right) \quad (27)$$

$$\frac{P}{F} = \sum_{j=1}^{N_s} \left( \frac{\exp(Q_j n_s) - 1}{\exp(Q_j n_s) - \exp(-Q_j n_E)} Z_{i,F} \right) \quad (28)$$

$$\frac{W}{F} = \sum_{j=1}^{N_s} \left( \frac{\exp(Q_j n_E) - 1}{\exp(-Q_j n_E) - \exp(Q_j n_s)} Z_{i,F} \right) \quad (29)$$

$$\sum Z = 2 \sum_{i=1}^{N_s} \left\{ \frac{P y_{i,p} [\exp(Q_i n_E) - 1] + W x_{i,w} [\exp(Q_i n_s) - 1]}{Q_i} + \frac{P y_{i,p} n_E - W x_{i,w} n_s}{Q_i} \right\} \quad (30)$$

در این روابط،  $n_E$  طول یا تعداد مراحل بخش غنی‌سازی و  $n_S$  طول یا تعداد مراحل تهی‌سازی آبخار است. پارامتر  $Q_i$  برای ایزوتوپ  $i$ ام از رابطه (۳۱) قابل محاسبه است:

$$Q_i = \varepsilon_i (M^* - M_i) \quad (31)$$

که  $M^*$  در آن عدد جرمی یک جزء فرضی است و جداسازی‌ها بر اساس آن سنجیده می‌شوند. در این روابط  $\varepsilon_i$  معادل با لگاریتم  $\alpha_i$  که همان فاکتور جداسازی برای اختلاف جرم واحد است در نظر گرفته شده است.



$$\theta_{i,s} = \frac{(1 - \bar{\gamma}_{i,j,s})}{\beta_{i,j,s} - \bar{\gamma}_{i,j,s}} \cdot \sum \beta_{i,j,s} z_{i,s} \cdot \frac{\beta_{i,j,s}}{\sum \beta_{i,j,s} z_{i,s}} \quad (39)$$

با انجام عملیات جبری و قرار دادن معادل  $\bar{\gamma}_i$  در آن، رابطه (۴۰) را خواهیم داشت:

$$\theta_{i,s} = \frac{(1 - \bar{\gamma}_{i,j,s}) \beta_{i,j,s}}{\beta_{i,j,s} - \bar{\gamma}_{i,j,s}} = \frac{(\beta_{i,j,s} - \bar{\gamma}_{i,j,s})}{(\beta_{i,j,s} - \frac{1}{\gamma_{i,j,s}})} = \frac{(\beta_{i,j,n} \gamma_{i,j,n} - \beta_{i,j,n})}{(\beta_{i,j,n} \gamma_{i,j,n} - 1)} \quad (40)$$

با ساده‌سازی به رابطه (۴۱) می‌رسیم:

$$\theta_{i,s} = \frac{\alpha_{i,j,s} - \beta_{i,j,s}}{\alpha_{i,j,s} - 1} \quad (41)$$

رابطه (۴۱) یک رابطه کلی می‌باشد. از طرفی دیگر در آبخار  $\beta_{i,j,n} = \gamma_{i,j,n}$  معمولاً متقارن معمولاً  $\beta_{i,j,n} = \gamma_{i,j,n}$  است. بنابراین برای آبخار R رابطه (۴۱) به رابطه (۴۲) ساده می‌شود.

$$\theta_{i,s} = \frac{\beta_{i,j,s}}{(\beta_{i,j,s} + 1)} \rightarrow \beta_{i,j,s} = \frac{\theta_{i,s}}{(1 - \theta_{i,s})} \quad (42)$$

به این ترتیب می‌توان بدون مدل‌سازی آبخار QI، از روابط (۴۱) یا (۴۲) مقدار ضرایب غنی‌سازی و تهی‌سازی را به دست آورد. با توجه به مطالب ارائه شده اگر این رابطه بین برش جزئی و فاکتورهای غنی‌سازی موجود باشد آبخار QI همان آبخار R می‌باشد. بنابراین هر آبخار تطبیق یافته R حتماً QI هم هست اما برعکس آن لزوماً برقرار نیست.

### ۲.۱.۳ مقایسه آبخار مدل R و مدل Q

با توجه به این‌که در مرجع [۱۱] به تفصیل به ارتباط آبخار مدل Q و QI اشاره شده است از ارائه این مطالب در این بخش خودداری می‌گردد. با استناد به این مرجع ارتباط بین پارامترهای اصلی در دو مدل Q و QI به شکل زیر است:

$$\theta_{i,s} = \frac{1}{\gamma} (1 + \frac{1}{\gamma} Q_i) \quad (43)$$

### ۳. مقایسه آبخارهای مدل

در این بخش ابتدا به بررسی ارتباط آبخارهای مدل به شکل تحلیلی پرداخته می‌شود و سپس مقایسه عددی آن‌ها نیز انجام می‌شود.

#### ۱.۳ مقایسه تحلیلی

##### ۱.۱.۳ مقایسه آبخار مدل R و مدل QI

از تعریف برش و فاکتور غنی‌سازی در مراحل آبخار داریم:

$$\theta_s = \frac{M_s}{Z_s} = \frac{z_{i,s} - x_{i,s}}{y_{i,s} - x_{i,s}} \quad (32)$$

$$\beta_{i,j,s} = \frac{y_{i,s} / y_{j,s}}{z_{i,s} / z_{j,s}} \rightarrow \beta_{i,j,s} = \frac{y_{i,s} \cdot z_{j,s}}{z_{i,s} \cdot y_{j,s}} \quad (33)$$

هم‌چنین برای مقادیر  $y_{i,s}$  و  $(\beta, z)$  روابط زیر برقرارند [۲۳]:

$$y_{i,s} = \beta_{i,j,s} z_{i,s} (\beta, z)^{-1}, (\beta, z) = \sum \beta_{i,j,s} z_{i,s} \quad (34)$$

بنابراین از تعریف برش جزئی  $\theta_{i,n}$  که در حالت دو جزئی معادل ضریب بازیابی می‌باشد، مطابق رابطه (۳۴)، و با جای‌گذاری  $y_{i,s}$  از (۳۵) به رابطه (۳۶) خواهیم رسید:

$$\theta_{i,s} = \frac{M_s}{Z_s} \cdot \frac{y_{i,s}}{z_{i,s}} \quad (35)$$

$$\theta_{i,s} = \frac{M_s}{Z_s} \cdot \frac{\beta_{i,j,s}}{\sum \beta_{i,j,s} z_{i,s}} \quad (36)$$

هم‌چنین برای برش مراحل رابطه (۳۷) برقرار است [۲۳]:

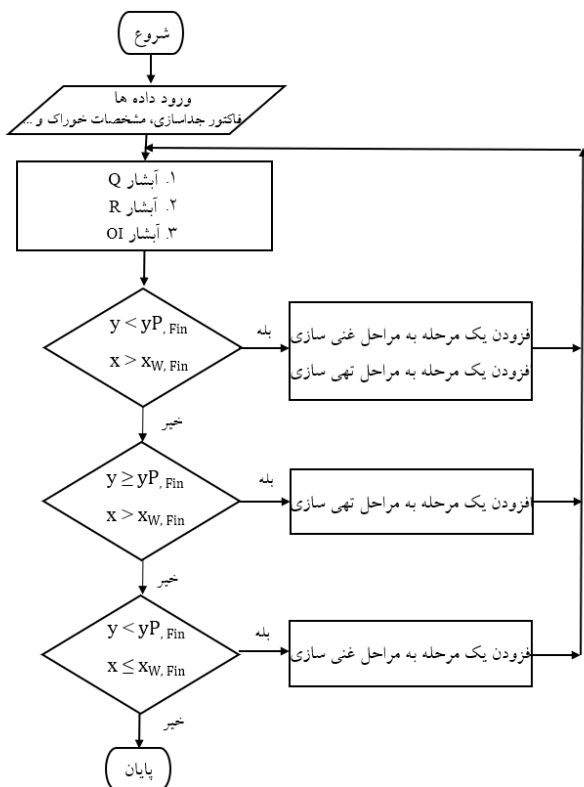
$$\theta_s = \frac{M_s}{Z_s} = \frac{\delta_{i,j,s}}{\varepsilon_{i,j,s} + \delta_{i,j,s}} (\beta, z) = \frac{(1 - \bar{\gamma}_{i,j,n})}{\beta_{i,j,s} - 1 + 1 - \bar{\gamma}_{i,j,s}} \sum \beta_{i,j,s} z_{i,s} \quad (37)$$

که در آن:

$$\bar{\gamma}_{i,j,s} = \frac{1}{\gamma_{i,j,s}}, \delta_{i,j,s} = 1 - \bar{\gamma}_{i,j,s}, \varepsilon_{i,j,s} = \beta_{i,j,s} - 1 \quad (38)$$

از قرار دادن مقدار  $\frac{M_s}{Z_s}$  مربوط به رابطه (۳۷) در رابطه (۳۶) به رابطه (۳۹) می‌رسیم:





شکل ۲. الگوریتم طراحی آبنشانه‌های مدل Q, QI و R.

ساختار این کد شامل سه بخش اصلی است که عبارتند از ورود داده‌ها، بخش شبیه‌سازی و الگوریتم طراحی. پس از ورود داده‌های اولیه، تعداد مراحل برابر با عدد پیش‌فرض قرار می‌گیرد. سپس متناظر با انتخاب کاربر نوع شبیه‌سازی براساس مدل R, Q یا QI انتخاب می‌شود. بر اساس این‌که غنای ایزوتوپ هدف، بزرگ‌تر و یا کوچک‌تر از مقدار مورد نظر یعنی  $y_{P,Fin}$  و  $x_{W,Fin}$  شود، الگوریتم طراحی سه مسیر اصلی را در پیش می‌گیرد. اگر غنای ایزوتوپ هدف در جریان سبک کوچک‌تر از  $y_{P,Fin}$  و در جریان سنگین بزرگ‌تر از  $x_{W,Fin}$  شود، یک مرحله به مراحل تهی‌سازی و غنی‌سازی اضافه می‌شود. این چرخه تا زمانی که یکی از شروط غلظت در جریان سبک یا سنگین اغنا شود ادامه می‌یابد. برحسب این‌که شرط غلظت در جریان محصول یا پسماند تأمین شود، الگوریتم طراحی وارد مسیر دوم و یا سوم می‌شود. مسیر دوم مربوط به حالتی است که غلظت ایزوتوپ هدف در سبک زنجیره به مقدار مورد نظر  $y_{P,Fin}$  و یا بیش‌تر از آن رسیده است. بنابراین لازم است یک واحد از تعداد مراحل غنی‌سازی کم شده و به مرحله تهی‌سازی اضافه شود. پس یک مرحله از تعداد مراحل کم شده و مرحله ورود خوراک یک مرحله جلو می‌رود. مسیر سوم مربوط به حالتی است که غلظت ایزوتوپ هدف در جریان سنگین آبنشانه به مقدار مورد نظر  $x_{W,Fin}$  و یا کم‌تر از آن رسیده است. بنابراین

با در نظر گرفتن برش جزیی برای دو ایزوتوپ  $k_1$  و  $k_2$  و جایگزینی پارامتر  $Q_i$  در آن، روابط زیر را خواهیم داشت:

$$\theta_{k_{1,s}} = \frac{1}{\gamma} \left( 1 + \frac{\epsilon_o}{\gamma} (M^* - M_{k_1}) \right) \quad (44)$$

$$\theta_{k_{2,s}} = \frac{1}{\gamma} \left( 1 + \frac{\epsilon_o}{\gamma} (M^* - M_{k_2}) \right) \quad (45)$$

از جمع طرفین روابط فوق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\theta_{k_{1,s}} + \theta_{k_{2,s}} = 1 + \frac{\epsilon_o}{\gamma} (2M^* - M_{k_1} - M_{k_2}) \quad (46)$$

از طرفی دیگر سمت چپ معادله فوق براساس رابطه (۴۲) برابر با عدد ۱ خواهد بود. بنابراین از ساده‌سازی رابطه (۴۶)، رابطه (۴۷) برقرار خواهد شد که ارتباط آبنشانه‌های مدل Q و مدل تطبیق یافته R را برای دو جزء  $k_1$  و  $k_2$  نشان می‌دهد:

$$M^* = \frac{M_{k_1} + M_{k_2}}{2} \quad (47)$$

بنابراین در صورتی که مقدار پارامتر  $M^*$  برابر با میانگین جرم مولکولی دو ایزوتوپ  $k_1$  و  $k_2$  در خوراک باشد، در این صورت زنجیره Q به زنجیره R تبدیل می‌شود و آبنشانه R حالت خاصی از آبنشانه Q می‌شود.

### ۲.۳ مقایسه عددی

در این بخش به مقایسه عددی سه آبنشانه مدل پرداخته می‌شود. در این راستا کدهایی برای مدل‌سازی و طراحی زنجیره‌های مدل تهیه و پس از آن به شکل عددی نیز نتایج مقایسه شده‌اند (شکل ۲). ابتدا یک آبنشانه با استفاده از مدل QI به منظور دستیابی به غنای مشخص یک ایزوتوپ خاص در محصول و پسماند آبنشانه طراحی می‌شود. سپس نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از طراحی آبنشانه مدل تطبیق یافته R و Q مورد مقایسه و ارزیابی قرار می‌گیرد و نشان داده می‌شود در حالتی که مقدار برش جزیی  $\theta_{k_{1,s}}$  برای جزء  $k_1$  در آبنشانه مدل تطبیق یافته R، در طراحی آبنشانه QI قرار گیرد نتایج برای دو آبنشانه یکسان خواهد بود. در این راستا یک کد در متلب تهیه شده است که توانایی طراحی آبنشانه برای جداسازی ایزوتوپ‌های میانی، و هم‌چنین ایزوتوپ‌های ابتدایی و انتهایی را داراست.



## ۴. نتایج

در ادامه به بررسی و مقایسه عددی آبشار R با دو مدل QI و Q پرداخته می‌شود.

## تست ۱

در این بخش محاسبات برای سه مدل آبشار با نرخ جریان خوراک  $20 \text{ (mg/s)}$  و فاکتور جداسازی کل برای اختلاف جرم واحد  $1/1$  انجام شده است که هدف از آن، غنی‌سازی ایزوتوپ پنجم تنگستن در جریان سنگین تا غنای  $0.7584$  و تهی‌سازی ایزوتوپ آن تا غنای  $0.1740$  در جریان سبک می‌باشد. جدول ۲ غلظت ایزوتوپ‌های تنگستن در خوراک را نشان می‌دهد. اجزاء  $k_1$  و  $k_2$  در آبشار R به ترتیب ۴ و ۵ در نظر گرفته شده‌اند. با توجه به رابطه (۴۲) مقدار برش جزیی برای جزء چهارم در آبشار مدل R برابر با  $0.5238$  به دست می‌آید. هم‌چنین مقدار پارامتر  $M^*$  در آبشار Q برابر با ۱۸۵ قرار داده شد که میانگین حسابی جرم دو جزء چهارم و پنجم می‌باشد. در صورتی که با استفاده از این مقادیر طراحی آبشارهای مدل QI و Q انجام گیرد نتایج مطابق آبشار R می‌باشد که در جدول ۳ آورده شده است. در این حالت آبشار طراحی شده با استفاده از سه مدل شامل ۲۰ مرحله می‌باشد که خوراک در مرحله ۱۵ به آن وارد می‌شود. در این جدول غلظت ایزوتوپ پنجم تنگستن در جریان‌های پیش‌رونده و پس‌رونده و هم‌چنین نرخ جریان‌ها برای سه مدل آورده شده است. هم‌چنین جدول ۳ نشان می‌دهد که مقدار برش جزیی برای جزء پنجم نیز در آبشار تطبیق یافته در تمام مراحل یکسان بوده که مجموع برش جزیی برای دو جزء کلیدی در آبشار R برابر یک می‌گردد و مطابق با رابطه (۴۶) خواهد بود.

بنابراین همان‌طور که ملاحظه می‌شود دو آبشار مدل Q و QI در شرایطی خاص حتماً مدل R هستند. به عبارتی دیگر هر آبشار R و Q حتماً QI هستند، اما هر آبشار QI لزوماً تطبیق یافته نیست. از آن‌جا که برای مدل‌سازی آبشار R باید دو جزء را از میان اجزای خوراک انتخاب نمود که جرم مولکولی جزء  $k_1$  از جرم مولکولی جزء  $k_2$  کم‌تر باشد، بنابراین تنها  $\frac{N_c(N_c - 1)}{2}$  آبشار تطبیق یافته R قابل تعریف است که همگی حالت خاصی از آبشار QI برای جزء  $k_1$  می‌باشد و آبشار QI گستره وسیعی از آبشارها را در مدل‌سازی دربر می‌گیرد که امکان دسترسی به آبشار بهینه را فراهم می‌کند. اگر مقدار برش جزیی ایزوتوپ مورد نظر نیز برابر با  $\theta_{i,s} = \frac{\beta_{i,j,s}}{(\beta_{i,j,s} + 1)}$  و  $M^*$  در آبشار Q برابر میانگین جرمی دو ایزوتوپ کلیدی قرار گیرد، قطعاً مدل‌های Q و QI، تطبیق یافته هستند.

جدول ۲. غنای ایزوتوپ‌های تنگستن در خوراک

ایزوتوپ	W-۱۸۰	W-۱۸۲	W-۱۸۳	W-۱۸۴	W-۱۸۶
غنا	۰.۰۰۰۰۹۳	۰.۰۰۰۰۹۳	۰.۰۱۹۱۷	۰.۲۶۴۴	۰.۰۴۰۸

لازم است یک واحد از تعداد مراحل تهی‌سازی و از تعداد کل مراحل زنجیره کم شود. بدین منظور، از تعداد مراحل یکی کم شده و هم‌چنین مرحله ورود خوراک نیز یک واحد به عقب برده می‌شود. بدین ترتیب تا زمانی که شرط غنا در جریان مورد نظر فراهم شود الگوریتم طراحی ادامه می‌یابد. در صورتی که ایزوتوپ مطلوب در جریان سنگین غنی و در جریان سبک تهی شود، تمام موارد فوق اعمال می‌شود تنها با این تفاوت که شروط میانی در الگوریتم عکس می‌شوند.

در الگوریتم شبیه‌سازی دو آبشار جریان برگشتی از نوع تطبیق یافته R و QI نیز ابتدا جریان در مراحل مختلف آبشار به عنوان حدس اولیه در نظر گرفته می‌شود. سپس با استفاده از روش تکرار Q مقدار غلظت تمام ایزوتوپ‌ها در جریان‌های مختلف محاسبه می‌شود. پس از آن با استفاده از روش حل معادلات غیرخطی ناحیه اطمینان و روش کمکی تکنیک پیوسته تمام پارامترها در آبشارهای مدل محاسبه می‌شوند که به تفصیل در مراجع [۹، ۲۴] آورده شده است.

جهت شبیه‌سازی Q نیز از روابط تحلیلی استفاده می‌شود. با تعیین پارامتر  $M^*$  و استفاده از روابط (۲۶) و (۲۷)، مقدار  $Y_{KP}$  و  $X_{KW}$  محاسبه و با مقادیر نهایی یعنی  $Y_{P,Fin}$  و  $X_{W,Fin}$  مقایسه می‌شود. بسته به مقدار اعداد محاسبه شده در الگوریتم نیز، مسیر طراحی پیش می‌رود.

قبل از این‌که به ارائه نتایج پرداخته شود، صحت‌سنجی نتایج کدهای تهیه شده با مراجع بررسی می‌شود. در جدول ۱، مقایسه نتایج طراحی تحلیلی آبشار R برای ایزوتوپ  $^{78}\text{Kr}$  در مرجع [۲۰] ( $Y_{P,Fin} > 0.2$  و  $Y_{W,Fin} > 0.12$ ) و نتایج عددی طراحی آبشار R در این مقاله ارائه می‌شود.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، نتایج کد R با مراجع مطابقت کامل دارد. از طرفی در ادامه نشان داده خواهد شد که آبشارهای Q و QI در شرایطی خاص همان آبشار R هستند. بنابراین صحت تمام کدهای تهیه شده تأیید می‌شود.

جدول ۱. مقایسه کد عددی طراحی آبشار R با مرجع [۲۰]

این تحقیق	مرجع [۲۰]	پارامتر
۵	۵	$S_f$
۲۶	۲۶	s
۱	-	$k_1$
۴	-	$k_2$
-	۸۰.۵۰	$M^*$



جدول ۳: پارامترهای اصلی زنجیره‌های مدل R, QI و Q در تست اول

شماره	$Y_{f,s}$	$X_{f,s}$	$Z_s$	$\theta_s$	$\theta_{f,s}$	$\theta_{\Delta,s}$	$R''_{(f,\Delta),s}$	$R'_{(f,\Delta),s}$	$R_{(f,\Delta),s}$
۱	۰٫۷۱۶۵	۰٫۷۵۸۴	۷٫۴۰۸۹	۰٫۴۹۰۴	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۲۵۸۱	۰٫۳۱۲۳	۰٫۲۸۳۹
۲	۰٫۶۹۳۵	۰٫۷۳۷۸	۱۴٫۵۷۴۹	۰٫۴۹۱۷	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۲۸۳۹	۰٫۳۴۳۵	۰٫۳۱۲۳
۳	۰٫۶۶۹	۰٫۷۱۵۹	۲۱٫۵۸۵۲	۰٫۴۹۳۱	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۳۱۲۳	۰٫۳۷۷۸	۰٫۳۴۳۵
۴	۰٫۶۴۳۲	۰٫۶۹۲۴	۲۸٫۵۳۱۶	۰٫۴۹۴۶	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۳۴۳۵	۰٫۴۱۵۶	۰٫۳۷۷۸
۵	۰٫۶۱۵۸	۰٫۶۶۷۵	۳۵٫۵۱۳۵	۰٫۴۹۶۳	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۳۷۷۸	۰٫۴۵۷۲	۰٫۴۱۵۶
۶	۰٫۵۸۷۱	۰٫۶۴۱۰	۴۲٫۶۴۱۴	۰٫۴۹۸۱	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۴۱۵۶	۰٫۵۰۲۹	۰٫۴۵۷۲
۷	۰٫۵۵۷۱	۰٫۶۱۳۰	۵۰٫۰۴۰۵	۰٫۵۰۰۱	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۴۵۷۲	۰٫۵۵۳۲	۰٫۵۰۲۹
۸	۰٫۵۲۵۷	۰٫۵۸۳۴	۵۷٫۸۵۶۷	۰٫۵۰۲۲	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۵۰۲۹	۰٫۶۰۸۵	۰٫۵۵۳۲
۹	۰٫۴۹۳۳	۰٫۵۵۲۵	۶۶٫۲۶۳۰	۰٫۵۰۴۵	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۵۵۳۲	۰٫۶۶۹۳	۰٫۶۰۸۵
۱۰	۰٫۴۵۹۸	۰٫۵۲۰۲	۷۵٫۴۶۸۳	۰٫۵۰۷۰	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۶۰۸۵	۰٫۷۳۶۲	۰٫۶۶۹۳
۱۱	۰٫۴۲۵۷	۰٫۴۸۶۶	۸۵٫۷۲۹۱	۰٫۵۰۹۶	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۶۶۹۳	۰٫۸۰۹۹	۰٫۷۳۶۲
۱۲	۰٫۳۹۱۰	۰٫۴۵۲۱	۹۷٫۳۶۴۳	۰٫۵۱۲۵	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۷۳۶۲	۰٫۸۹۰۸	۰٫۸۰۹۸
۱۳	۰٫۳۵۶۲	۰٫۴۱۶۸	۱۱۰٫۷۷۴۶	۰٫۵۱۵۵	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۸۰۹۸	۰٫۹۷۹۹	۰٫۸۹۰۸
۱۴	۰٫۳۲۱۶	۰٫۳۸۱۱	۱۲۶٫۴۶۸۲	۰٫۵۱۸۶	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۸۹۰۸	۱٫۰۷۷۹	۰٫۹۷۹۹
۱۵	۰٫۲۸۷۶	۰٫۳۴۵۴	۱۴۵٫۰۹۴۶	۰٫۵۲۱۹	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۹۷۹۹	۱٫۱۸۵۶	۱٫۰۷۷۸
۱۶	۰٫۲۶۳	۰٫۳۱۸۶	۱۲۵٫۰۲۳۷	۰٫۵۲۴۱	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۱٫۰۷۷۹	۱٫۳۰۴۲	۱٫۱۸۵۶
۱۷	۰٫۲۳۹۳	۰٫۲۹۲۳	۱۰۴٫۰۴۶۱	۰٫۵۲۶۲	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۱٫۱۸۵۶	۱٫۴۳۴۶	۱٫۳۰۴۲
۱۸	۰٫۲۱۶۴	۰٫۲۶۶۸	۸۱٫۶۹۱۶	۰٫۵۲۸۴	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۱٫۳۰۴۲	۱٫۵۷۸۱	۱٫۴۳۴۶
۱۹	۰٫۱۹۴۷	۰٫۲۴۲۰	۵۷٫۳۹۲۶	۰٫۵۳۰۶	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۲۵۸۱	۰٫۳۱۲۳	۰٫۲۸۳۹
۲۰	۰٫۱۷۴۰	۰٫۲۱۸۲	۳۰٫۴۵۱۶	۰٫۵۳۲۸	۰٫۵۲۳۸	۰٫۴۷۶۲	۰٫۲۸۳۹	۰٫۳۴۳۵	۰٫۳۱۲۳

تست ۲

در این بخش مقایسه و بررسی آبشارهای مدل R و Q و QI برای غنی‌سازی جزء چهارم زینان انجام می‌شود. جدول ۴ غلظت ایزوتوپ‌های زینان را در جریان خوراک نشان می‌دهد. از آنجایی که در محاسبات آبشار مدل R انتخاب  $k_1$  و  $k_2$  یکی از مراحل اصلی کار است، بررسی‌ها برای  $k_1$  و  $k_2$ های مختلف نیز انجام می‌گیرد. هدف از این محاسبات دستیابی به غنای ۲۰٪ در جریان سبک و غنای ۲۲٫۷۰٪ در جریان سنگین می‌باشد. مطابق شکل ۳ در صورتی که اجزاء  $k_1$  و  $k_2$  به ترتیب اجزاء ۲ و ۶ انتخاب شوند مقدار  $y_{f,p}$  در جریان سنگین به بیش‌ترین مقدار معادل ۲۴٪ می‌رسد که در این حالت  $x_{f,sv}$  برابر با ۲۲٫۵۹٪ خواهد بود. هم‌چنین بررسی‌ها برای بهترین آبشار Q نیز در  $M^*$ های مختلف انجام می‌شود. مقدار  $M^*$  مطابق شکل ۴ برابر با ۱۲۸٫۴۷ برای آبشار Q می‌باشد. از طرفی دیگر طراحی آبشار QI در برش‌های مختلف انجام می‌شود. محاسبات برای فاکتور جداسازی ۱٫۱۴ و نرخ جریان خوراک ۱۰۰۰ mg/s انجام شده است. مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای

به ترتیب ۳۰۵۰۳ mg/s، ۳۰۲۹۸ mg/s و ۲۸۲۸۸٫۷ mg/s برای آبشارهای R، Q و QI به‌دست آمده که نتایج اصلی در جدول ۵ ارائه شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود تعداد آبشار QI وجود دارد که علاوه بر دستیابی به غنای مورد نظر از ایزوتوپ هدف، کم‌ترین نرخ جریان میان مرحله‌ای را نیز به خود اختصاص می‌دهد. پس از آن نیز آبشار Q جهت دستیابی به شرایط بهینه پیشنهاد می‌گردد.

لازم به ذکر است که جهت تعیین برش جزئی ایزوتوپ مورد نظر از الگوریتم هوشمند جستجوی هارمونیک استفاده شده است. زیرا با توجه به توضیحات ارائه شده بی‌نهایت حالت برای در نظر گرفتن مقدار برش جزئی وجود دارد. در این راستا با استفاده از تابع هدف مینیمم نرخ جریان بین مرحله‌ای در آبشار QI و با در نظر گرفتن قیود مربوط به مقدار غلظت ایزوتوپ هدف، پارامترهای آن تعیین شد. پارامترهای بهینه‌سازی نیز در این الگوریتم شامل برش مراحل و مرحله ورود خوراک در آبشار می‌باشد. بنابراین هم‌چون مدل‌های Q و R نمی‌توان یک نمودار مشخص برای پاسخ‌های مدل QI ترسیم نمود.





جدول ۴. غنای ایزوتوپ‌های زینان در خوراک

Xe-۱۳۶	Xe-۱۳۴	Xe-۱۳۲	Xe-۱۳۱	Xe-۱۳۰	Xe-۱۲۹	Xe-۱۲۸	Xe-۱۲۶	Xe-۱۲۴	ایزوتوپ غنا
۰٫۰۸۸۷	۰٫۱۰۴۴	۰٫۲۶۸۹	۰٫۲۱۱۸	۰٫۰۴۰۸	۰٫۲۶۴۴	۰٫۰۱۹۱۷	۰٫۰۰۰۹	۰٫۰۰۰۹۳	

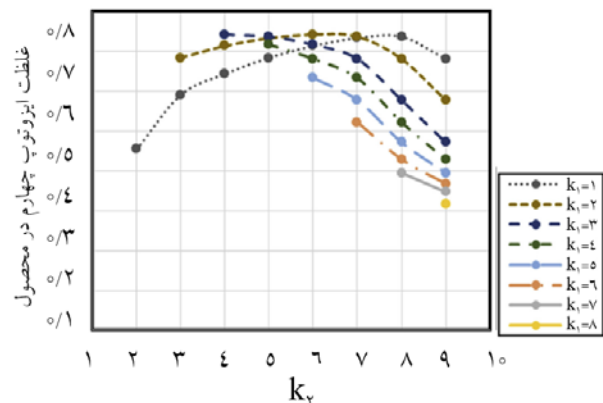
جدول ۵: مقایسه نتایج مدل‌های Q, R, و QI برای جداسازی ایزوتوپ چهارم در تست دوم

$\theta_{f,s}$		$X_{f,s}$			$Y_{f,s}$			$Z_s$			شماره	
Q	R	Q-I	Q	R	Q-I	Q	R	Q-I	Q	R		Q-I
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۹۱۰	۰٫۲۲۷۰	۰٫۲۲۵۹	۰٫۲۲۵۱	۰٫۳۰۶۷	۰٫۳۰۵۵	۰٫۳۰۴۵	۱۵۶۷٫۷	۱۵۶۶٫۵	۱۵۸۵٫۹	۱
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۳۷	۰٫۲۵۹۶	۰٫۲۵۸۵	۰٫۲۵۸۲	۰٫۳۴۱۵	۰٫۳۴۰۳	۰٫۳۳۹۸	۲۶۷۹٫۳	۲۶۸۰٫۹	۲۷۱۴٫۷	۲
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۵۱۵۹	۰٫۲۸۹۴	۰٫۲۸۸۴	۰٫۲۸۸۱	۰٫۳۷۲۷	۰٫۳۷۱۶	۰٫۳۷۱۱	۳۵۱۶٫۲	۳۵۲۲٫۷	۳۷۵۴٫۵	۳
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۶۳	۰٫۳۱۶۵	۰٫۳۱۵۶	۰٫۳۱۹۶	۰٫۴۰۰۴	۰٫۳۹۹۴	۰٫۴۰۰۳	۴۱۷۸٫۲	۴۱۹۰٫۷	۴۵۹۶٫۹	۴
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۹۱۵	۰٫۳۴۰۸	۰٫۳۴۰۱	۰٫۳۸۹۳	۰٫۴۲۴۶	۰٫۴۲۳۹	۰٫۴۲۳۹	۴۷۲۳٫۵	۴۷۴۲٫۸	۳۴۲۰٫۸	۵
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۸۳۵	۰٫۴۱۲۸	۰٫۴۱۱۸	۰٫۴۵۳۸	۰٫۴۹۰۹	۰٫۴۸۹۹	۰٫۴۸۹۹	۳۴۷۹٫۷	۳۵۰۳٫۶	۲۶۱۹٫۶	۶
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۵۰۵۸	۰٫۴۷۸۴	۰٫۴۷۷۱	۰٫۵۱۱۱	۰٫۵۴۸۶	۰٫۵۴۷۵	۰٫۵۴۷۵	۲۶۴۲٫۷	۲۶۶۷٫۵	۲۰۹۰٫۱	۷
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۵۰۸۶	۰٫۵۳۶	۰٫۵۳۴۶	۰٫۵۶۱۹	۰٫۵۹۷۵	۰٫۵۹۶۳	۰٫۵۹۶۳	۲۰۴۴٫۳	۲۰۶۸٫۲	۱۷۸۴٫۶	۸
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۵۱۰۸	۰٫۵۸۵۲	۰٫۵۸۳۷	۰٫۶۰۶۴	۰٫۶۳۷۸	۰٫۶۳۶۶	۰٫۶۳۶۶	۱۵۹۴٫۱	۱۶۱۶٫۱	۱۵۵۳٫۶	۹
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۶۶۲	۰٫۶۲۶۳	۰٫۶۲۴۹	۰٫۶۴۴۹	۰٫۶۷۰۲	۰٫۶۶۹۲	۰٫۶۶۹۲	۱۲۴۰٫۴	۱۲۶۰٫۰	۱۲۵۵٫۱	۱۰
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۵۰۰۲	۰٫۶۵۹۸	۰٫۶۵۸۵	۰٫۶۷۵۵	۰٫۶۹۵۶	۰٫۶۹۴۸	۰٫۶۹۴۸	۹۵۲٫۲	۹۶۹٫۱	۹۶۰٫۴	۱۱
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۵۰۰۵	۰٫۶۸۶۶	۰٫۶۸۵۵	۰٫۷۰۰۷	۰٫۷۱۴۹	۰٫۷۱۴۲	۰٫۷۱۴۲	۷۱۰٫۰	۷۲۳٫۹	۷۸۲٫۲	۱۲
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۹۹۸	۰٫۷۰۷۳	۰٫۷۰۶۴	۰٫۷۲۱۲	۰٫۷۲۸۷	۰٫۷۲۸۳	۰٫۷۲۸۳	۵۰۱٫۰	۵۱۱٫۸	۶۱۸٫۲	۱۳
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۱۲۹	۰٫۷۲۲۸	۰٫۷۲۲۱	۰٫۷۳۷	۰٫۷۳۷۷	۰٫۷۳۷۶	۰٫۷۳۷۶	۳۱۶٫۸	۳۲۴٫۲	۳۸۹٫۸	۱۴
۰٫۴۸۲۷	۰٫۴۸۳۶	۰٫۴۶۸۷	۰٫۷۳۳۵	۰٫۷۳۳۱	۰٫۷۴۶۷	۰٫۷۴۲۲	۰٫۷۴۲۴	۰٫۷۴۲۴	۱۵۱٫۳	۱۵۵٫۱	۱۵۹٫۳	۱۵

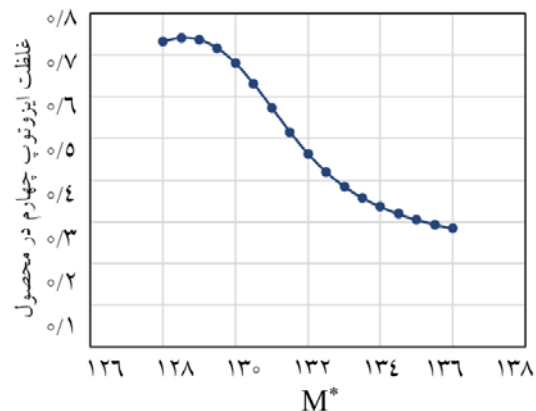
### تست ۳

در این بخش مقیاسه آیشارهای مدل R و Q و QI برای غنی‌سازی جزء نهم زینان انجام می‌شود. هدف از این محاسبات دستیابی به غنای ۷۰٪ در جریان سنگین و غنای ۳۶٫۷٪ در جریان سبک می‌باشد. براساس شکل ۵، در صورتی که اجزاء  $k_1$  و  $k_2$  به ترتیب اجزاء ۸ و ۹ انتخاب شوند مقدار  $x_{q,p}$  در جریان سنگین به بیش‌ترین مقدار معادل ۷۰٪ می‌رسد که در این حالت  $y_{q,p}$  برابر با ۳۶٫۵ خواهد بود.

مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای برای آیشار R،  $28737/78 \text{ mg/s}$  می‌باشد. مشابه آیشار R، این بررسی‌ها برای آیشار Q در  $M^*$ های مختلف مطابق شکل ۶ انجام شده است. مقدار  $M^*$  برابر با  $135/05$  برای آیشار Q می‌باشد و مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای برابر با  $28490 \text{ mg/s}$  به دست آمده است. اما براساس محاسبات آیشار QI وجود دارد که مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای در آن  $270/12/06 \text{ mg/s}$  می‌باشد و نسبت به دو آیشار مدل دیگر کمتر است. این آیشار نه تنها مقادیر غلظت مورد نظر برای ایزوتوپ نهم را فراهم می‌کند بلکه مقدار نرخ جریان میان مرحله‌ای در آن نیز کمتر بوده و به عبارتی دیگر از تعداد ماشین‌های سانتریفیوژ کمتری استفاده می‌نماید. در مورد شکل ۶ با توجه به این که  $M^*$  جرم ایزوتوپ فرضی است، بنابراین می‌توان مقدار آن را برای اعداد بیش‌تر از ۱۳۶ در نظر گرفت، همان‌طور که تمام جرم‌های کم‌تر از ۱۳۶ نیز به جز ۹

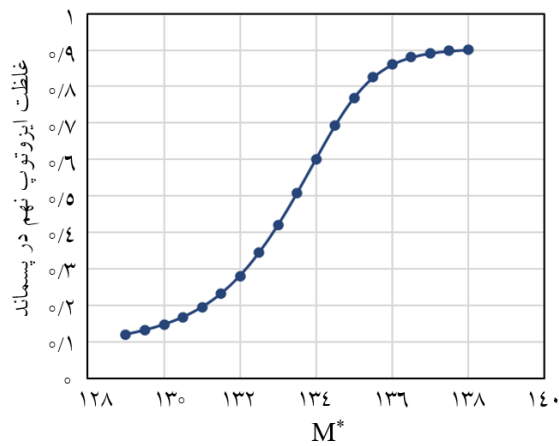


شکل ۳. تغییرات غنای Xe-۱۲۹ برحسب  $k_1$  و  $k_2$  در جریان سبک.



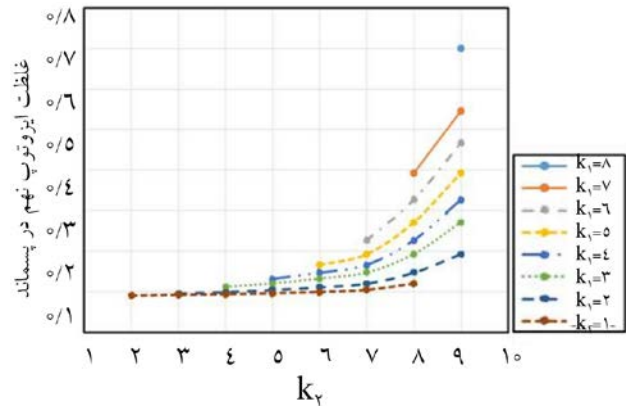
شکل ۴. تغییرات غنای Xe-۱۲۹ برحسب  $M^*$  در جریان سبک.





شکل ۶. تغییرات غنای Xe-136 بر حسب M\* در جریان سنگین.

ایزوتوپ، جرم ایزوتوپ‌های واقعی نیستند. جدول ۶ اطلاعات اصلی برای سه زنجیره Q, R, QI را نشان می‌دهد. در این بخش نیز مطابق توضیحات ارائه شده در تست ۲، از الگوی جستجوی هارمونیک جهت تعیین پارامترهای بهینه‌ی آشار QI استفاده شده است.



شکل ۵. تغییرات غنای ایزوتوپ Xe-136 بر حسب k1 و k2 در جریان سنگین.

جدول ۶: مقایسه نتایج مدل‌های Q, R, QI برای جداسازی ایزوتوپ نهم در تست سوم

θ <sub>q,s</sub>			X <sub>q,s</sub>			y <sub>q,s</sub>			Z <sub>s</sub>			شماره
Q	R	Q-I	Q	R	Q-I	Q	R	Q-I	Q	R	Q-I	
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۴۷۸۷	۰.۷۰۷۹	۰.۷۰۰۶	۰.۷۱۱	۰.۶۳۱۶	۰.۶۲۳۲	۰.۶۱۹۳	۱۵۱.۸	۱۵۶.۰۲	۱۵۹.۶۲	۱
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۴۴۷۳	۰.۶۶۹۹	۰.۶۶۲۲	۰.۶۶۰۵	۰.۵۸۶۵	۰.۵۷۷۹	۰.۵۷۵۵	۳۰.۵	۳۱۲.۸۴	۳۰۶.۰۰	۲
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۵۵۶۸	۰.۶۲۶۹	۰.۶۱۸۸	۰.۶۲۰۱	۰.۵۳۶۵	۰.۵۲۷۷	۰.۵۳۶۲	۴۶۶.۲	۴۷۷.۵۱	۵۵۱.۹۰	۳
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۴۵۷۹	۰.۵۷۸۲	۰.۵۷	۰.۵۶۸۶	۰.۴۸۱۲	۰.۴۷۲۶	۰.۴۷۶۱	۶۴۵.۳	۶۵۹.۹۳	۸۱۱.۲۷	۴
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۴۱۵۶	۰.۵۲۳۶	۰.۵۱۵۵	۰.۵۱۳۰	۰.۴۲۱۲	۰.۴۱۳۱	۰.۴۱۷۹	۸۵۷	۸۷۵.۰۸	۹۰۵.۱۵	۵
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۵۶۹۱	۰.۴۶۲۹	۰.۴۵۵۳	۰.۴۶۲۹	۰.۳۵۷۴	۰.۳۵۰۲	۰.۳۶۹۰	۱۱۲۵	۱۱۴۶.۸۰	۱۳۲۹.۴۰	۶
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۴۲۱۱	۰.۳۹۶۹	۰.۳۹۰۲	۰.۳۹۸۰	۰.۲۹۱۸	۰.۲۸۵۹	۰.۲۹۹۸	۱۴۸۹.۱	۱۵۱۵.۰۰	۱۷۷۸.۰۶	۷
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۴۰۱۵	۰.۳۲۷۶	۰.۳۲۱۹	۰.۳۳۳۴	۰.۲۲۷۵	۰.۲۲۲۹	۰.۲۴۰۳	۲۰۱۹.۴	۲۰۴۹.۱۰	۱۸۲۳.۸۷	۸
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۳۵۷۰	۰.۲۵۷۸	۰.۲۵۳۶	۰.۲۷۸۵	۰.۱۶۷۹	۰.۱۶۴۸	۰.۱۹۰۹	۲۸۴۳.۴	۲۸۷۵.۶۰	۱۷۲۰.۲۵	۹
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۵۲۵۲	۰.۱۹۲	۰.۱۸۹۱	۰.۲۳۸۸	۰.۱۱۶۷	۰.۱۱۴۸	۰.۱۵۹۴	۴۲۰۲.۲	۴۲۳۱.۶۰	۲۲۵۴.۹۰	۱۰
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۳۷۶۵	۰.۱۶۳۳	۰.۱۶۰۴	۰.۱۸۸۲	۰.۰۹۷۲	۰.۰۹۵۳	۰.۱۱۶۳	۳۸۸۸.۹	۳۹۱۱.۶۰	۲۹۲۹.۳۰	۱۱
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۵۰۵۳	۰.۱۳۶۶	۰.۱۳۳۷	۰.۱۴۶۸	۰.۰۷۹۵	۰.۰۷۷۸	۰.۰۸۷۹	۳۵۲۲.۲	۳۵۳۸.۶۰	۴۱۴۶.۸۲	۱۲
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۴۲۳۳	۰.۱۱۱۹	۰.۱۰۹۳	۰.۱۱۵۹	۰.۰۶۳۷	۰.۰۶۲۱	۰.۰۶۶۳	۳۰۵۹.۳	۳۰۶۹.۳۰	۳۸۹۵.۸۶	۱۳
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۴۰۶۷	۰.۰۸۹۴	۰.۰۸۷۱	۰.۰۸۸۳	۰.۰۴۹۷	۰.۰۴۸۳	۰.۰۴۸۸	۲۴۲۶.۱	۲۴۳۰.۰۰	۲۸۳۳.۷۷	۱۴
۰.۴۶۹۰	۰.۴۶۷۲	۰.۴۳۵۳	۰.۰۶۹۴	۰.۰۶۷۶	۰.۰۶۷۲	۰.۰۳۷۶	۰.۰۳۶۵	۰.۰۳۶۲	۱۴۸۹.۴	۱۴۸۸.۸۰	۱۵۶۵.۸۹	۱۵

۴. جمع‌بندی

در این تحقیق آشارهای مدل Q, QI, R مورد ارزیابی قرار گرفت:

۱. با انتخاب مناسب اجزاء کلیدی k<sub>۱</sub> و k<sub>۲</sub> در یک آشار تطبیق یافته R و M\* در آشار Q و برش جزئی در آشار QI، مقدار غلظت ایزوتوپ مورد نظر در جریان سبک و سنگین به بیشینه و کمینه خود می‌رسد.
۲. آشار جریان برگشتی مدل تطبیق یافته R حالت خاصی از آشار مدل QI می‌باشد که θ<sub>k<sub>۱</sub>,s</sub> به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\theta_{k_1,s} = \frac{\beta_{(k_1, k_2),s}}{(\beta_{(k_1, k_2),s} + 1)}$$

۳. آشار جریان برگشتی مدل Q و آشار مدل QI مطابق رابطه زیر با یکدیگر رابطه دارند که θ<sub>k<sub>۱</sub>,s</sub> به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\theta_{k_1,s} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{Q_k} \right)$$

۴. در آشار جریان برگشتی مدل Q زمانی که

$$M^* = \frac{M_{k_1} + M_{k_2}}{2}$$



## مراجع

1. M. Ragheb, *Isotopic separation and enrichment*, University of Illinois, Urbana- Champaign Course Materials (2012).
2. K. Cohen, *The Theory of Isotope Separation as Applied to the Large-Scale Production of U 235*, National Nuclear Energy Series, Division III, Vol. IB, New York (1951).
3. A.G. Kudziev, *Production and application of stable enriched isotopes in the USSR*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, **282**, 1 (1989).
4. A. De la Garza, G.A. Garret, J.E. Murphy, *Multicomponent isotope separation in cascade*, Chem. Eng. Sci., **15**, 188 (1961).
5. A. De la Garza, *A generalization of the matched abundance-ratio cascade for multicomponent isotope separation*, Chem. Eng. Sci., **18**, 73 (1963).
6. R.Ya. Kucherov, V.P. Minenko, *Theory of cascade for separating multi-component isotope mixtures*, At. Energy., **19**, 4 (1965).
7. N.A. Kolokol'tsov, et al., *Design of cascades for separating isotope mixtures*, At. Energy., **29**, 6 (1970).
8. A. Apelblat, Y. Ilamed-Lehrer, *The theory of a real isotope enriching cascade*, Nucl. Energy., **22**, 1 (1968).
9. S. Zeng, Y. Cheng, *A numerical method of cascade analysis and design for multicomponent isotope separation*, Chem. Eng. Res. Des., **92**, 2649 (2013).
10. I. Yamamoto, *Simple formulae for analyzing match abundance ratio cascade with constant separation factors for multicomponent isotope separation*, Nucl. Sci. Technol., **24** (1987).
11. S. Zeng, et al., *The Q Cascade Explanation*, Sep. Sci. Tech., **47**, 1591(2012).
12. G.A. Sulaberidze, V.D. Borisevich, X. Quanxin, *Quasi-Ideal Cascades with an Additional Flow for Separation of Multicomponent Isotope Mixtures*, Theo. Found. Chem. Eng., **40**, 5 (2005).
13. R.C. Raichura, M.A.M. Al-Janabi, G.M. Langbein, *The effect of the 'KEY' molar mass on the design of a cascade handling a multi-isotopic mixture*, Annals. Nucl. Energy., **18**, 327 (1991).
14. S. Zeng, Y. Chuntong, *A method of separating a middle component in multicomponent isotope mixtures by gas centrifuge cascades*, Sep. Sci. Tech., **35**, 2173 (2000).
15. A.Y. Smirnov, G.A. Sulaberidze, *Features of mass transfer of intermediate components in square gas centrifuge cascade for separating multicomponent mixtures*, Theo. Found. Chem. Eng., **48**, 629 (2014).
16. S. Khooshechin, et al., *Optimization of flexible square cascade for high separation of stable isotopes using enhanced PSO algorithm*, Prog. Nucl. Energy., **140** (2021).
17. T.E. Azizov, A.Y. Smirnov, G.A. Sulaberidze, *Optimization of a square cascade of centrifuges for separation of multicomponent mixtures of stable isotopes*, At. Energy., **128**, 291 (2020).

عملکرد آن دقیقاً مشابه آشبار مدل تطبیق یافته R خواهد شد. یعنی این که آشبار QI نسبت به آشبار Q و این دو آشبار نسبت به مدل R گستره وسیعی از آشبارها را برای جزء  $k_1$  بر می‌گیرد و با انتخاب صحیح برش برای جزء مورد نظر در آشبار می‌توان به شرایط بهینه‌ای دست یافت که در آن علاوه بر دستیابی به غنای مورد نظر از ایزوتوپ مطلوب کم‌ترین ماشین‌های سانتریفیوژ در آن استفاده شود. در این راستا یک کد محاسباتی نیز تهیه شد و نتایج به شکل عددی نیز ارائه گردید. مطابق محاسبات انجام گرفته برای ایزوتوپ‌های ۴ و ۹ زینان مقدار جریان میان مرحله‌ای کل به دست آمده در محاسبات آشبار QI در حالت بهینه‌ای نسبت به دو مدل دیگر قرار دارد. بنابراین آشبار مدل QI جهت مدل‌سازی اولیه پیشنهاد می‌شود.

## فهرست علائم و اختصارات

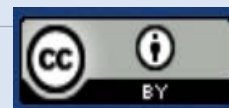
نماد	توضیحات
$\alpha_0$	فاکتور جداسازی برای اختلاف جرم واحد
$\theta_s$	برش مرحله‌ی sام
$\theta_{k,s}$	برش جزئی ایزوتوپ kام در مرحله‌ی s
M	جرم مولکولی
s	شماره مرحله
$S_f$	شماره مرحله ورود خوراک
$R'_{(k_1, k_2), s}$	نسبت فراوانی جزء $k_1$ به جزء $k_2$ در جریان سبک
$R_{(k_1, k_2), s}$	نسبت فراوانی جزء $k_1$ به جزء $k_2$ در جریان خوراک
$R''_{(k_1, k_2), s}$	نسبت فراوانی جزء $k_1$ به جزء $k_2$ در جریان سنگین
F	نرخ جریان خوراک آشبار
$Z_{i,F}$	غلظت ایزوتوپ‌ها در جریان خوراک
P	نرخ جریان محصول آشبار
W	نرخ جریان پسماند آشبار
$Z_s$	نرخ جریان ورودی به مراحل
$M_s$	نرخ جریان بالارونده از مراحل
$N_s$	نرخ جریان پایین رونده از مراحل
$M^*$	جرم مولکولی در ایزوتوپ فرضی آشبار Q
$Q_i$	پارامتر آشبار Q جهت گروه‌بندی ایزوتوپی
$x_{i,s}$	غلظت ایزوتوپ‌ها در جریان پسماند آشبار
$y_{i,s}$	غلظت ایزوتوپ‌ها در جریان محصول آشبار
$z_{i,s}$	غلظت ایزوتوپ‌ها در جریان خوراک آشبار
$y_{P,Fin}$	غلظت ایزوتوپ هدف در جریان محصول
$x_{W,Fin}$	غلظت ایزوتوپ هدف در جریان پسماند



18. G.A. Sulaberidze, V.D. Borisevich, Q. Xie, *Comparison of optimal and model cascades for the separation of multicomponent mixtures at arbitrary stage numbers*, *Theo. Found. Chem. Eng.*, **42**, 347 (2008).
19. V.D. Borisevich, S. Zeng, G.A. Sulaberidze, *New approach to optimize Q cascades*, *Chem. Eng. Sci.*, **66**, 393 (2011).
20. T. Song, et al., *Comparative study of the model and optimum cascades for multicomponent isotope separation*, *Sep. Sci. Tech.*, **45**, 2113 (2010).
21. F. Mansourzadeh, et al., *Utilization of harmony search algorithm to optimize a cascade for separating multicomponent mixtures*, *Prog. Nucl. Energy.*, **111**, 165 (2019).
22. G.A. Sulaberidze, et al., *Classification of model cascades for separation of multicomponent isotope mixtures*, *Sep. Sci. Tech.*, **56**, 1060 (2020).
23. Y. Lehrer-Ilamd, *On the Value Function for Multicomponent Isotope Separation*, *Nucl. Energy.*, **23**, 559 (1969).
24. F. Mansourzadeh, et al., *Performance comparison of match abundance ratio cascade with optimal conditions for the separation of stable xenon isotopes*, *Nucl. Sci. Tech.*, **94**, 4 (2021).

**COPYRIGHTS**

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

فاطمه منصورزاده، علی نوروزی (۱۴۰۲)، بررسی ارتباط آشارهای مدل R, Q و QI در سیستم‌های چندجزیی به روش سانتیفریوژ گازی، ۱۰۶، ۲۷-۳۸

DOI: [10.24200/nst.2023.1213.1787](https://doi.org/10.24200/nst.2023.1213.1787)Url: [https://jonsat.nstri.ir/article\\_1544.html](https://jonsat.nstri.ir/article_1544.html)