مجله علوم و فنون هسته ای، دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲

Journal of Nuclear Science and Technology Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024



### پیادهسازی الگوریتم ترابرد نوترون وابسته به زمان با استفاده از ردیابی بستهای به روش مشخصه در دو بعد

سحر قاسمی نژاد<sup>ا</sup>، کمال حداد<sup>®۱</sup>، محمد هادی پرهمت<sup>۳</sup>، عطاءاله ربیعی<sup>و۲</sup>

۱. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، صندوق پستی: ۷۱۹۳۶۱۶۵۴۸، شیراز – ایران ۲. مرکز تحقیقات ایمنی دانشگاه شیراز، کدپستی: ۷۱۹۳۶۱۶۵۴۸، شیراز - ایران ۳. پژوهشکده رآکتور و ایمنی هستهای، پژوهشگاه علوم و فنون هستهای، سازمان انرژی اتمی ایران، صندوق پستی: ۱۳۳۹–۱۴۱۵۵، تهران – ایران

\*Email: hadadk@shirazu.ac.ir

مقالهی پژوهشی تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۴/۲۵ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۶/۱۴

### چکیدہ

در این تحقیق به پیادهسازی الگوریتم اعمال شده برای حل معادله ترابرد نوترون وابسته به زمان دو بعدی، در یک محیط ناهمگن پرداخته شده است. یک الگوریتم ردیابی بستهای جدید که در آن نوترونها اجازه دارند مسیر طولانی تری را قبل از حذف از ساختار طی کنند، برای محاسبه گذرا به کار گرفته شده است. معادله ترابرد نوترون گذرا مورد محاسبه گذرا به کار گرفته شده است. مشتق زمانی شار زاویهای به عنوان منبع اصلی چالش در پیادهسازی معادله ترابرد نوترون گذرا مورد محاسبه گذرا به کار گرفته شده است. ای معادله ترابرد نوترون گذرا مورد مراسی قرار گرفته و در آن دو حالت برای مشتق زمانی شار زاویهای به عنوان منبع اصلی چالش در پیادهسازی معادله ترابرد نوترون گذرا مورد محاسب گذرا به کار گرفته فده است: اول این که وابستگی زاویهای مشتق زمانی شار زاویهای مشتو زمانی اعمال میشود. در ادامه، تجزیه و تحلیل حساسیت در اندازه گام حفظ میشود و در حالت دوم، تقریب شار اسکالر همسانگرد به مشتق زمانی اعمال میشود. در ادامه، تجزیه و تحلیل حساسیت در اندازه گام زمانی به عنوان یک پارامتر مؤثر برای دقت و هزینه محاسباتی بررسی شده است. برای ساز گاری دقت و هزینه محاسباتی بررسی شده است. برای ساز گاری دقت و هراین شار زاویهای در نظر گرفته شده است. برای این که وابستگی زاویهای مشتق زمانی شار زاویهای در نظر گرفته شده است. اول این که وابستگی زاویه مشتق زمانی شار زامن می شود. در ادامه، تجزیه و تحلیل حساسیت در اندازه گام زمانی به عنوان یک پارامتر مؤثر برای دقت و هزینه محاسباتی بررسی شده است. برای برایی ساز گاری عددی الگوریتم ارائه شده و همچنین زمانی به عنوان یک پارامتر مؤثر برای دقت و هزینه محاسباتی بررسی هده است. برای برایی نوترونهای تأخیری همراه با معادله ترابرد با توجه به نقش اساسی نوترونهای تأخیری در فرایندهای گذرا، سه مدل ریاضی چندگروهی برای نوترونهای تأخیری همراه با معادله ترابرد مورون ارتورونهای تأخیری همراه با معادله ترابرد و ترورون ارزیابی می شوند. برای صحت بری الگوریتم پیادهسازی شده، معیار معروف TWIGL مدل سازی شده و نتایج با کدهای DPACT مقاسه و از ا Decart مقاست.

كليدواژهها: ترابرد نوترون وابسته به زمان، روش مشخصه، معيار صحتسنجي TWIGL، نوترون تأخيري

### Implementation of the time dependent neutron transport algorithm in 2D utilizing modular ray tracing by method of characteristic framework

S. Ghaseminejad<sup>1</sup>, K. Hadad<sup>\*1</sup>, M.H. Porhemmat<sup>3</sup>, A. Rabiee<sup>1,2</sup>

1. School of Mechanical Engineering, Shiraz University, P.O.Box: 7193616548, Shiraz - Iran

2. Security Research Center, Shiraz University, Postalcode: 7193616548, Shiraz - Iran

3. Reactor and Nuclear Safety Research School, Nuclear Science and Technology Research Institute, AEOI, P.O.Box: 14155-1339, Tehran - Iran

Research Article Received 16.7.2022, Accepted 5.9.2022

#### Abstract

This paper discusses the implementation of an algorithm for solving 2D time-dependent neutron transport equations in heterogeneous media. A novel modular ray tracing algorithm where neutrons are allowed to travel a longer path before being removed from the structure, is adopted for the transient calculation. The time derivative of angular flux is considered as a major source of challenges in implementing the neutron transport equation, in which two cases for the time derivative of angular flux are included, first, the angular dependency of the time derivative is preserved and second mode, isotropic scalar flux approximation is applied to the time derivative. Sensitivity analysis on time step size has been investigated as an effective parameter on both computational accuracy and cost. Investigating the compatibility of the proposed numerical algorithm as well as considering the substantial role of delayed neutrons in transient processes, three multigroup mathematical models for delayed neutrons are evaluated along with the neutron transport equation. For the implementation of the verification algorithm, the well-known TWIGL benchmark is modeled and the results are compared with MPACT and DeCART codes.

Keywords: Time dependent neutron transport, Characteristic method, TWIGL benchmark, Delayed neutron

Journal of Nuclear Science and Technology Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 46-54 مجله علوم و فنون هستهای دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۴۶-۵۴



۴۷

### ۱. مقدمه

اهمیت شبیهسازی فرایندهای گذرا برای دستیابی به محدوده کاری ایمن در طراحی رآکتورهای هستهای نقش اساسی دارد. با توجه به مسأله قابل تعريف و امكانات محاسباتي، رفتار وابسته به زمان در رآکتورهای هستهای را میتوان تحت عناوین سینتیک و دینامیک مورد بررسی قرار داد [۱، ۲]. طبقهبندی سینتیک شامل فرایندهای گذرا در دورههای زمانی کوتاه از مرتبه ثانیه تا دقيقه است كه تغييرات ايجاد شده در تركيب سوخت ناديده گرفته می شود. از سوی دیگر، محاسبات دینامیک به حوزهای گفته می شود که فرایندهای گذرا از مرتبه زمانی ساعت تا سال را مورد بررسی قرار میدهد. معادلات ترابرد و پخش نوترون، ابزارهای اساسی برای شبیهسازی رفتار وابسته به زمان در رآکتورهای هستهای هستند [۳]. در قلب رآکتورهایی که سلول های مجاور حاوی مواد با تفاوت های قابل توجه در سطح مقطع میباشد، گرادیان زیاد شار در سلوهای مجاور باعث می شود که تقریب پخش کارایی خود را از دست بدهد، همچنین خطای حاصل از همگنسازی سلولی برای آمادهسازی محاسبات از طریق معادلات یخش نوترون در چنین قلبهایی با ناهمگنی بالا، قابل توجه میباشد، با توجه به مسائل ذکر شده رویکرد انجام محاسبات کل قلب با استفاده از معادله ترابرد امروزه مورد توجه قرار گرفته است [۴-۶].

روشهای مختلفی برای حل معادلات ترابرد گذرا استفاده شده است، مانند روش  $S_N$  [Y] و روش احتمال برخورد  $\gamma$ (CPM) [ $\Lambda$ ]. با توجه به ناهمگونی قابل توجه در طراحی پیکربندی قلب رآکتور هستهای نسل جدید، علاقه به پیادهسازی معادله ترابرد نوترون با استفاده از روش مشخصه (MOC) به عنوان کاندیدای مطمئن در مقایسه با روشهای دیگر وجود دارد [Y-1].

در روش مشخصه در حالت پایدار، خطوط مشخصه مسیرهای ذرات نوترون را نشان میدهد که به طور مؤثر مناطق فضایی مجاور را به هم متصل میکند و امکان انتشار شارهای نوترونی را در این مناطق فراهم میکند (شکل ۱) [۱۳].



<sup>2</sup> Collision Probability Method

- 3. Method of Characteristic (MOC)
  - جله علوم و فنون هستهای ره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۴۶–۵۴

سحر قاسمی نژاد، کمال حداد، محمد هادی پرهمت، عطاءاله ربیعی



طبق شکل ۱ صفحه سمتی نیز توسط خطوط مشخصه با زاویه معین ( $\theta_a$ ) و فاصله خطوط ( $\delta_a^a$ ) گسسته می شود.

هنگامی که روش مشخصه برای معادله ترابرد نوترون وابسته به زمان اعمال میشود، حرکت نوترون نسبت به زمان در طول مسیر بر روی خطوط مشخصه به راحتی قابل تعریف و پیگیری است. اگرچه روش مشخصه مکانی- زمانی مزیت افزایش دقت با ردیابی مستقیم ذرات و همچنین حفظ ماهیت و فیزیک حرکت ذرات را دارد، اما منجر به افزایش زیادی در حافظه و هزینه محاسباتی در مقایسه با روشهای گسسته زمانی متداول میشود [۱۴]. بنابراین اجرای این روش مستلزم استفاده از تقریبهای مکانی و زمانی مناسب است. تحقیقات زیادی برای کاهش هزینه محاسباتی روش مشخصه و کاربرد آن در محاسبات ترابرد قلب انجام شده است [۱۵].

### ۲. تئوری

همان طور که در بخش مقدمه ذکر شد، هدف اصلی این تحقیق توسعه روش مشخصه وابسته به زمان، سپس پیاده سازی و اعتبار سنجی این روش برای ارزیابی کاربرد آن برای یک ساختار بحرانی دوبعدی است. برای فراهم کردن شرایط اولیه در محاسبات گذرا، معادله ترابرد باید در حالت پایدار حل شود. با توجه به نحوه پیاده سازی عددی مشتق زمانی شار زاویه ای، چندین دیدگاه ممکن در مورد این مسأله بررسی شده است. در این تحقیق، روش تتا<sup>6</sup> در نظر گرفته شده است [۱۶].

استخراج معادله ترابرد نوترون وابسته به زمان به روش مشخصه از معادله عمومی بولتزمن که نظریه جنبشی گازها را توصیف میکند، شروع میشود. ترابرد نوترون در امتداد خط مشخصه (*S*) که در آن مکان، انرژی و جهت گسسته شدهاند، به صورت معادله زیر است.

<sup>4.</sup> Azimuthal Plane

<sup>5.</sup> Theta Method

Journal of Nuclear Science and Technology

Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 46-54

47

$$\frac{d\Phi_{d,k}^{i,g}(s)}{ds}\Big|_{T+1} + \widetilde{\Sigma}_{tr}^{i,g} \Phi_{d,k}^{i,g}(s)\Big|_{T+1} = \widetilde{Q}_{d}^{i,g}, \qquad (f)$$

که در آن سطح مقطع ترابرد مؤثر و عبارتهای چشمه نوترونی به صورت زیر تعریف میشوند.

$$\widetilde{\overline{\Sigma}}_{tr}^{i,g} = \left(\frac{1}{V^g \cdot \Delta t \cdot \theta} + \overline{\Sigma}_{tr}^{i,g}\right). \tag{(a)}$$

$$\widetilde{\mathcal{Q}}_{d}^{i,g} = \left(\frac{1}{\theta} - 1\right) \cdot \overline{\mathcal{Q}}^{i,g} |_{T} + \overline{\mathcal{Q}}^{i,g} |_{T+1} \\
+ \left[\frac{1}{V^{g} \cdot \Delta t \cdot \theta} - (\frac{1}{\theta} - 1) \cdot \overline{\Sigma}_{tr}^{i,g}\right] \cdot \Phi_{d,k}^{i,g}(s) |_{T} \\
- \left(\frac{1}{\theta} - 1\right) \cdot \frac{d}{ds} \Phi_{d,k}^{i,g}(s) |_{T},$$
(8)

$$\overline{Q}^{i,g}\Big|_{T} = \overline{Q}^{i,g}_{scatter}\Big|_{T} + \overline{Q}^{i,g}_{prompt}\Big|_{T} + \overline{Q}^{i,g}_{delay}\Big|_{T} , \qquad (Y)$$

$$\overline{\mathcal{Q}}_{scatter}^{i,g} \Big|_{T} = \frac{1}{\mathfrak{r}_{\pi}} \sum_{g=1}^{G} \overline{\Sigma}_{s}^{i,g' \to g} \,\overline{\phi}^{i,g'} \Big|_{T} , \qquad (\Lambda)$$

$$\overline{Q}_{prompt}^{i,g}\Big|_{T} = \frac{1}{4\pi} \chi_{p}^{g} (1-\beta) \sum_{g'=1}^{G} \overline{\nu} \Sigma_{f}^{i,g'} \overline{\phi}^{i,g'}\Big|_{T}, \qquad (9)$$

$$\bar{Q}_{delay}^{i,g} \Big|_{T} = \frac{1}{\mathfrak{r}_{\pi}} \cdot \chi_{d}^{g} \sum_{\ell} \lambda_{\ell} \bar{C}_{\ell}^{i} \Big|_{T} , \qquad (1 \cdot)$$

با تغییر شاخص T به ۲+۱، همان روابط برای حالت ضمنی به دست میآید، با این تفاوت که چشمه نوترونهای تأخیری به صورت زیر تعریف میشود.

$$\begin{split} \bar{Q}_{delay}^{i,g} \Big|_{T+1} &= \frac{1}{\Re \pi} \cdot \chi_d^g \sum_{\ell} \lambda_\ell \{ \gamma_\ell \overline{C}_\ell \Big|_T \\ &+ \gamma_\ell \beta_\ell \Delta t \sum_{g=1}^G \overline{\nu} \overline{\Sigma}_f^{i,g} \overline{\phi}^{i,g} \Big|_{T+1} \}, \end{split}$$

$$(11)$$

$$\quad + \gamma_\ell \beta_\ell \Delta t \sum_{g=1}^G \overline{\nu} \overline{\Sigma}_f^{i,g} \overline{\phi}^{i,g} \Big|_{T+1} \},$$

$$\cdot \gamma_\ell = (1 + \lambda_\ell \Delta t)^{-1} \sum_{g=1}^G \overline{\nu} \overline{\Sigma}_f^{i,g} \overline{\phi}^{i,g} \Big|_{T+1} \}$$

همان طور که در معادله () مشاهده می شود، سطح مقطع ترابرد توسط عبارت  $\frac{1}{V^{\frac{8}{2}}\Delta t.\theta}$  تقویت شده است. طبق ادعای کد های ترابرد نوترون MPACT [۱۷] وDeCART [۱۸]، این تقویت سطح مقطع ترابرد عامل ناپایداری معرفی شده است، علت ذکر شده، پدیدار شدن سطح مقطع تقویت در عامل نمایی در معادلات روش MOC می باشد که بر روند تضعیف شار نوترون تأثیر می گذارد. بدیهی است که معادله () شبیه معادله

Journal of Nuclear Science and Technology

Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 46-54

پیادهسازی الگوریتم ترابرد نوترون وابسته به زمان با استفاده از ردیابی . . .

$$\frac{1}{V^{g}} \frac{\partial}{\partial t} \Phi_{d,k}^{i,g}(t) = -\frac{\partial}{\partial s} \Phi_{d,k}^{i,g}(t) - \overline{\Sigma}_{tr}^{i,g}(t) \Phi_{d,k}^{i,g}(t) + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{g=1}^{G} \overline{\Sigma}_{s}^{i,g' \to g}(t) \overline{\phi}^{i,g'}(t) + \chi_{p}^{g}(1-\beta) \sum_{g=1}^{G} \overline{\Sigma}_{s}^{j,g'}(t) \overline{\phi}^{i,g'}(t) + \chi_{d}^{g} \sum_{\ell} \lambda_{\ell} \overline{C}_{\ell}^{i}(t)],$$
(1)

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{C}_{\ell}^{i}(t) = \beta_{\ell} \sum_{g=1}^{G} \overline{\upsilon} \overline{\Sigma}_{f}^{i,g'}(t) \overline{\phi}^{i,g'}(t) - \lambda_{\ell} \overline{C}_{\ell}^{i}(t).$$
(7)

که در آن  $\Phi$ ،  $\Sigma_{f}$ ,  $\Sigma_{s}$ ,  $\Sigma_{fr}$ ,  $\Sigma_{sr}$  و  $\chi$  به ترتیب بیانگر شار زاویهای، سطح مقطع ترابرد، سطح مقطع پراکندگی، سطح مقطع شکافت، سرعت نوترون و طیف نوترونهای حاصل از شکافت خواهند بود. علاوه بر این،  $i \cdot g \cdot i$  و k به ترتیب شماره سلول، انرژی، جهت و شماره خطوط مشخصه را نشان میدهند. در معادله (۲)،  $C_{\ell}^{i}$  غلظت نیاهستههای نوترون تأخیری برای گروه تأخیری  $\ell$  و  $\lambda$  متوسط ثابت واپاشی برای هسته در گروه  $\ell$  میباشد.

چندین رویکرد برای حل این معادلات جفت شده وجود دارد، مهمترین مسأله نحوه برخورد با مشتق زمانی شار زاویهای است. شار زاویهای با تعداد زیادی متغیر مستقل، بزرگترین سربار محاسباتی را در اجرای عددی معادله ترابرد تحمیل می کند [۱۵].

در این تحقیق روش تتا برای حل معادلات گذرا استفاده شده است که در آن دامنه زمانی با روش اختلاف محدود<sup>۱</sup> به تعداد معینی از گامهای زمانی تقسیم می شود. شکل کلی معادله ترابرد نوترون با استفاده از روش تتا در زیر نشان داده شده است:

$$\frac{\Phi_g^{I+1} - \Phi_g^{I}}{V^g, \Delta t_T} = \theta R_g^{d,T+1} + (1-\theta) R_g^{d,T}, \qquad (\texttt{``)}$$

در معادله (۳)،  $\theta$  یک ضریب وزنی میباشد که در بازه صفر تا یک قابل تغییر است، همچنین عبارتهای باقیمانده  $R_g^{d,T}$  و  $R_g^{d,T+1}$  به ترتیب به حالات صریح<sup>۲</sup> و ضمنی<sup>۳</sup> اشاره دارد. با بسط روابط باقیماندهها و جایگزینی آنها در معادله (۳)، معادله زیر به دست میآید:

<sup>3.</sup> Implicit



<sup>1.</sup> Finite Difference Method

<sup>2.</sup> Explicit

سحر قاسمی نژاد، کمال حداد، محمد هادی پرهمت، عطاءاله ربیعی رایجترین تقریب مورد استفاده این است که مشتق زمانی شار زاویهای را همسانگرد در نظر بگیریم و آن را با شار اسکالر تقریب کنیم.

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi(\vec{r},E,t)\approx\frac{1}{\Re\pi}\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\vec{r},E,\hat{\Omega},t).$$
(1Δ)

دو مسأله مهم در این رویکرد وجود دارد. اول اینکه، ذخیره شار اسکالر برای استفاده در مرحله زمانی بعدی به حافظه بسیار کمتری نسبت به شار زاویهای نیاز دارد. ثانیاً، از آنجایی که تقریب در اختلاف شار اعمال میشود و نه برای خود شار زاویه ای، تأثیر زیادی در دقت ندارد. با جایگزینی معادله ( در معادله ()، فرم جدید تعریف شده معادله () به شرح زیر می باشد.

$$\frac{d\Phi_{d,k}^{i,g}(s)}{ds}\Big|_{T+1} + \overline{\Sigma}_{tr}^{i,g} \Phi_{d,k}^{i,g}(s)\Big|_{T+1} = \widetilde{Q}_{d}^{i,g}$$
(19)

همان طور که مشاهده می شود در این حالت تقویت سطح مقطع ترابرد رخ نمی دهد، از این رو عبارت چشمه همسانگرد جدید در حالت ضمنی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\widetilde{\overline{Q}}_{d}^{i,g} = \overline{Q}^{i,g} \Big|_{T+1} - \frac{1}{\Re \pi} \left( \frac{\phi^{i,g} \Big|_{T+1} - \phi^{i,g} \Big|_{T}}{V^{g} \cdot \Delta t} \right).$$
(1Y)

در این مطالعه، برای تکمیل معادله جفت شده سینتیک رآکتور، سه تقریب به معادله نیاهسته اعمال میشود. اول، گسستهسازی ضمنی مشتق زمانی نیاهسته،

$$\frac{\overline{C}_{\ell}^{i}|_{T+1} - \overline{C}_{\ell}^{i}|_{T}}{\Delta t} = \beta_{\ell} \sum_{g=1}^{G} \upsilon \overline{\Sigma}_{f}^{i,g'} \overline{\phi}^{i,g'}|_{T+1} - \lambda_{\ell} \overline{C}_{\ell}^{i}|_{T+1}.$$
(1A)

با سادهسازی معادله بالا برحسب  $\left. \overline{C}^i_\ell \right|_{T+1}$  معادله زیر بهدست میآید.

$$\bar{C}_{\ell}^{i}|_{T+1} = \gamma_{\ell}\bar{C}_{\ell}^{i}|_{T} + \gamma_{\ell}\beta_{\ell}\Delta t \sum_{g'=1}^{G} \upsilon \bar{\Sigma}_{f}^{i,g'} \bar{\phi}^{i,g'}|_{T+1}, \qquad (19)$$

که در آن،  $(-\lambda_{\ell} \lambda_{\ell}) = \gamma_{\ell}$ . در حالتهای دوم و سوم، فرض می شود که شار اسکالر به ترتیب به صورت خطی و درجه دوم در یک گام زمانی تغییر می کند. اگر بسط خطی باشد، غلظت نیاهسته به صورت زیر به Journal of Nuclear Science and Technology

Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 46-54

مشخصه در حالت پایدار است و میتواند با انتگرالگیری بر روی متغییر مکانی حل شود، که حل کلی آن به شرح زیر است:

$$\Phi_{d,k}^{i,g}(s)\Big|_{T+1} = \Phi_{d,k}^{i,g}\Big|_{in}^{T+1} e^{-\widetilde{\Sigma}_{tr}^{i,g}[s-s_{in}]} + \int_{s_{in}}^{s} \left[ \overline{Q}^{i,g} + \frac{1}{V^{s} \Delta t} \Phi_{d,k}^{i,g}(s') \Big|_{T} \right] e^{-\widetilde{\Sigma}_{tr}^{i,g}[s'-s_{in}]} ds'.$$
(17)

با در نظر گرفتن حالت ضمنی (۱=heta) معادله () به فرم زیر بازنویسی میشود:

$$\begin{split} \Phi_{d,k}^{i,g}(s)\Big|_{T+1} &= \Phi_{d,k}^{i,g}\Big|_{in}^{T+1} e^{-\widetilde{\Sigma}_{tr}^{i,g}} [s-s_{in}] \\ &+ \int_{S_{in}}^{S} \left[\widetilde{\mathcal{Q}}^{i,g}\right] e^{-\widetilde{\Sigma}_{tr}^{i,g}} [s'-s_{in}] ds'. \end{split}$$
(17)

همان طور که در معادله () مشاهده میشود، شار زاویهای، همان طور که در معادله () مشاهده میشود، شار زاویهای، Tفروری میباشد. در این مطالعه، از تقریب شار زاویهای ثابت فروری میباشد. در این معالعه، از تقریب شار زاویهای بر روی استفاده شده است، به این معنی که توزیع شار زاویهای بر روی یک مسیر مشخص ثابت در نظر گرفته میشود. بنابراین، معادله () برای یک شار زاویهای ثابت به صورت زیر بازنویسی میشود،  $\Phi_{d,k}^{i,g}(s)\Big|_{out}^{T+1} = \Phi_{d,k}^{i,g}\Big|_{in}^{T+1} e^{-\sum_{lr}^{i,g}\Delta s_{d,k}}$  $+\frac{1}{\sum_{lr}^{i,g}}\left[\overline{\mathcal{Q}}^{i,g} + \frac{1}{V^{\frac{g}{\Delta t}}}\overline{\Phi}^{i,g}_{d,k}\Big|_{T}\Big|_{n-e}^{1-\sum_{lr}^{i,g}\Delta s_{d,k}}\Big|_{n}$ 

که در آن  $\left. \frac{\overline{\Phi}_{d,k}^{i,g}}{d,k} \right|_{T}$  معادل شار زاویه ای متوسط بر روی خطوط مشخصه k در گام زمانی قبلی می باشد. از آن جایی که در این تقریب ها، شار وابستگی زاویه ای خود را حفظ می کند و همگن سازی زاویه ای انجام نمی شود، دقت حل برای مسائل با ناهمسانگردی بالا حفظ می شود. از طرف دیگر در هر مرحله زمانی، شار زاویه ای باید برای مرحله زمانی بعدی ذخیره شود که باعث مصرف زیادی از حافظه می شود و هزینه محاسباتی را افزایش می دهد. با توجه به این دو ویژگی و میزان دقت مورد نیاز برای مسأله مورد مطالعه، تقریب برای شار زاویه ای اجتناب ناپذیر است.

> مجله علوم و فنون هسته ای دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۴۶–۵۴

۵۰

نقش  $\frac{1}{V^{\$}\Delta t}$  در شرایط احتمال برخورد (  $\frac{1}{V^{\$}\Delta t}$  می توان به صورت و عدم احتمال برخورد (  $\Delta s_{d,k}^{*}$  می را می توان به صورت زیر توضیح داد. هنگامی که  $\Delta t$  به طور دلخواه کوچک تعریف می شود، طبق معادله ()،  $\frac{1}{V^{\$}\Delta t}$  بسیار بزرگتر از  $\frac{1}{V^{*}}$  است، می شود، طبق معادله ()،  $\frac{1}{V^{\$}\Delta t}$  بسیار بزرگتر از  $\frac{1}{V^{*}}$  است، بنابراین اثرات مواد مربوطه در حل معادله ترابرد وابسته به زمان از بین می رود. اگر اندازه گام زمانی تعیین شده برای پیمودن طول خط مشخصه توسط نوترون از مقدار حاصل از رابطه (طول واکنشی و به طور غیرواقعی از محاسبه حذف می شود. بنابراین، اندازه گام زمانی نباید کم تر از مقدار آستانه باشد. با توجه به این که نوترون های حرارتی با کم ترین سرعت به طولانی ترین گام این ای برای عبور از طول  $\Delta t$  نیاز دارند، تعیین حداقل آستانه در گام زمانی توسط سرعت نوترون های حرارتی محدود

طول مسیر پارامتری است که اهمیت روش ردیابی بستهای را تعیین می کند. اگر روش ردیابی بستهای به ذره اجازه می دهد تا مسیر طولانی تری را در نتیجه پراکندگی قبل از جذب یا نشت محیط طی کند، بر این اساس یک مرحله زمانی بزرگتر می تواند در نظر گرفته شود. گام زمانی بزرگتر، از حذف نوترون در زمانی کوچک بود می توانست رخ دهد. این شرایط تخمین زمانی کوچک بود می توانست رخ دهد. این شرایط تخمین بهتری از شار نوترون ارائه می دهد و به پایداری روش همان طور که توضیح داده شد کمک می کند. همان طور که در شکل ۲ نشان داده شده است [۲۰]، ردیابی بستهای جدید ما بزرگترین طول مسیر ممکن را در طول حرکت نوترون برای جاروب کردن ساختار تعریف شده فراهم می کند.



**شکل ۲.** الگوریتم جاروب ردیابی بستهای جدید.

دست میآید که با عنوان time-integrated شناخته میشود [۱۹].

$$\begin{aligned} \bar{C}_{\ell}^{i}(s) |^{T+i} &= \bar{C}_{\ell}^{i}(s) |^{T} e^{-\lambda_{\ell} \Delta t} \\ &+ \beta \sum_{g} v \bar{\Sigma}_{f}^{i,g'} \left[ \left( \frac{1}{\lambda_{\ell}} \right) \left( 1 - \frac{1 - e^{-\lambda_{\ell} \Delta t}}{\lambda_{\ell} \Delta t} \right) \bar{\phi}^{i,g'}(s) |^{T+i} \\ &+ \left( \frac{1}{\lambda_{\ell}} \right) \left( \frac{1 - e^{-\lambda_{\ell} \Delta t}}{\lambda_{\ell} \Delta t} - e^{-\lambda_{\ell} \Delta t} \right) \bar{\phi}^{i,g'}(s) |^{T} \right]. \end{aligned}$$

$$(\Upsilon \cdot )$$

با اعمال بسط درجه دوم غلظت نیاهسته، نوترونهای تأخیری به صورت زیر تعیین می شوند:

$$\begin{split} S_d \Big|_{T+1} &= \sum_{\ell=1}^L \lambda_\ell C_\ell \Big|_T e^{\lambda_\ell \Delta t_{T+1}} + \sum_{t=T-1}^{T+1} \sum_{\ell=1}^L \beta_\ell \Omega_\ell^t \psi^t \\ &= \tilde{S_d} \Big|_T + \omega \Big|_{T+1} \psi \Big|_{T+1} \end{split} \tag{(Y1)}$$

جزییات بحث در مورد این نوترونهای تأخیری بهطور کامل در کتابچه راهنمای تئوری PARCS ارائه شده است [۱۶].

۱۰۲ مسائل مهم در الگوریتم های ترابرد نوترون گذرا در مطالعه حاضر، دو موضوع مهم در پیادهسازی روش ترابرد نوترون گذرا در نظر گرفته شده است. اول، معیارهای پایداری ردیابی بستهای<sup>۱</sup>، و دوم، بررسی الگوریتم برای حل ترابرد نوترون وابسته به زمان.

### ۱۰۱۰۲ معیارهای پایداری ردیابی بستهای

با بازنویسی حل نهایی در معادله (۱۴)، معادله زیر به دست می آید.

$$\begin{split} \Phi_{d,k}^{i,g}(s) \Big|_{out}^{T+i} &= \Phi_{d,k}^{i,g} \Big|_{in}^{T+i} e^{-\widetilde{\Sigma}_{r}^{i,g} \Delta s_{d,k}} \to i \\ &+ \frac{\overline{Q}^{i,g}}{\widetilde{\Sigma}_{tr}^{i,g}} \left( 1 - e^{-\widetilde{\Sigma}_{r}^{i,g} \Delta s_{d,k}} \right) \to i \end{split}$$

$$(YY)$$

$$&+ \frac{1}{V^{g} \Delta t} \overline{\Phi}_{d,k}^{i,g} \Big|_{T} \left( 1 - e^{-\widetilde{\Sigma}_{r}^{i,g} \Delta s_{d,k}} \right) \to i \end{split}$$

$$(YT)$$

$$\Delta s \text{ cr} \overline{L} s \text{ cr} s$$

1. Modular Ray Tracing

. دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۴۶–۵۴

۲.۱.۲ بررسی الگوریتم برای حل ترابرد نوترون وابسته به زمان از آنجایی که معادله ترابرد وابسته به زمان یک معادله مقدار ویژه نیست، تفاوتهایی را در پیادهسازی الگوریتم نسبت به الگوریتم حالت پایدار از دو بخش تکرار درونی و تکرار بیرونی<sup>۲</sup> تشکیل شده است. در تکرار داخلی، کرنل ترابرد و رفتن به کلم زملی یعنی چشمه پراکندگی بهروزرسانی میشوند و در تکرار بیرونی، **أ** خبر چشمه شکافت که از آن مقدار ویژه کرنل که محاسبه شده کامل شدن پردازش تیلی داددها 🔸 است، بهروزرسانی می شود. کاربرد این فرایند در حالت وابسته به به روز کردن غلقت نیاهنته نوترونهای تلغیری



به طور کلی، دو الگوریتم مبنی بر ردیابی بستهای جدید در این مطالعه پیادهسازی شدهاند: الگوریتم ۱ با الگوریتمی شبیه حالت پایدار که در آن ترمهای چشمه به روش متفاوت ذکر شده با حالت پایدار بهروزرسانی می شود، و تقریبی بر مشتق زمانی شار زاویهای اعمال نمی شود. نتایج این الگوریتم تأیید می کنند که سطح مقطع ترابرد تقویت شده علی رغم ادعای کد DeCART باعث ناپايدارى نمى شود. الگوريتم ۲ مشابه الگوریتم ۱ است، با این تفاوت که مشتق زمانی شار زاویهای با شار اسکالر تقریب زده می شود. شکل ۳ الگوریتمهای گذرا ییادہسازی شدہ را نشان میدھد که TDTRANMOC نامیدہ مىشوند.

### ۳. تحليل نتايج ۱.۳ مسأله TWIGL ۲G

برای صحتسنجی کد ترابرد نوترون وابسته به زمان پیادهسازی شده، یک رویداد آغازشده با راکتیویته<sup>۳</sup> مرجع، معیار صحتسنجی شناخته شده TWIGL\_۲G، شبیهسازی شده و نتایج با کدهای شناخته شده DeCART و MPACT مقایسه شده است.

وره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۴۶–۵۴

شكل الگوريتم محاسباتي روش مشخصه ۳. (Backward Differenced) الگوریتم ۱ و الگوریتم ۲

شکل ۴ یک چهارم ساختار متقارن را برای معیار TWIGL\_۲G نشان میدهد که از سه ناحیه همگن تشکیل شده است: ناحیه در معرض اختلال<sup>۴</sup> به عنوان ناحیه ۱، ناحیه بدون اختلال<sup>4</sup> به عنوان ناحیه ۲، و ناحیه (ناحیه ۳) خنثی<sup>۶</sup> که قلب را از همه طرف احاطه کرده است. شرایط مرزی نیز در شکل ۴ نشان داده شده است [۹].

پارامترهای گذرا و سلسله مراتب زمانی وارد شدن تغییرات راکتیویته برای این مسأله به ترتیب در جدول ۱ و جدول ۲ آورده شده است [۱۷]. تغییر در قدرت به دلیل تغییر در سطح مقطع جذب<sup>۷</sup> است. وقتى سطح مقطع جذب كاهش مىيابد، توان به حداکثر مقدار خود در ۰٫۲ ثانیه افزایش مییابد و در حالتهای بعدی که سطح مقطع جذب افزایش مییابد، توان در نتيجه راكتيويته ورودى پله أو شيب وكاهش مىيابد تا به حداقل مقدار خود در ۴/۰ ثانیه برسد. با برگرداندن ساختار قلب به حالت اولیه، توان گذرا مقدار اولیه خود را در حالت نهایی بهدست می آورد (شکل ۵).

جدول ۳ موارد احتمالی را به عنوان ترکیبی از دستگاههای زاویهای (quadrature sets) و روشهای پیادهسازی نوترون تأخيري نشان ميدهد.



لحله علوم و فنون هستهای

حالت پایدار دارد.

زمان مناسب نیست.

<sup>1.</sup> Inner Iteration

<sup>2.</sup> Outer Iteration

<sup>3.</sup> Reactivity Initiated Scenario

سحر قاسمی نژاد، کمال حداد، محمد هادی پرهمت، عطاءاله ربیعی ېښېردازش دادمها شروع گلم زمانی په روز کردن چنسه نوترونهای تأخیری معاطه (۱۱) ىروع تكرار داخلى ¥ مدانیه توزیع شار زاریه ای ـ معادله (۱۴) محاسبه نرزیع شار اسکار ـ معلقه (۵ () ¥ بهٔ روز رسلی چلم پراکنتگی و چلمه رازونهای آنیستاذنه و (۱) ¥ هنگرا شدن تبار اسکلر؟ ...↓ تحاد ماکریمم تکرار داخلی؟

<sup>4.</sup> Perturbed seed

<sup>5.</sup> Unperturbed Seed

<sup>6.</sup> Blanket

<sup>7.</sup> Capture Cross Section

<sup>8.</sup> Step

<sup>9.</sup> Ramp

Journal of Nuclear Science and Technology

Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 46-54

۵۲

مومی برای TWIGL_۲G	<b>جدول ۴</b> . مشخصات پارامترهای ع
مقدار	پارامترها
• ,• ٣	فاصله خطوط، (cm)
18+×18+	تعداد ناحيه flat source
۵, •	اندازه مش، (cm)

ں حالت پایا برای معیار TWIGL_۲G	<b>جدول ۵</b> . مقدار ضریب تکثیر (k <sub>eff</sub> ) برای
k <sub>eff</sub>	کد
۰,۹۱۶۰۵	DeCART
•,٩١۶•١	MPACT
•,٩١۶•١	<b>TDTRANMOC</b>



شکل ۵. مقایسه توان بهنجار شده برای معیار TWIGL\_۲G- حالت ۰۱.



شکل ۶. مقایسه توان بهنجار شده برای معیار TWIGL\_۲G - حالت ۰۴.

تجزیه و تحلیل حساسیت برای پارامترهای مکانی و زاویهای در حالت پایدار انجام شده است و مقادیر نهایی برای تجزیه و تحلیل گذرا اعمال شده است.

همانطور که قبلاً ذکر شد، در این مطالعه از سه روش غلظت نیاهسته استفاده میشود. مقایسه پیک توان برای این روشها و دو نوع دستگاه زاویهای (quadrature set) در جدول ۶ قابل مشاهده است. مقایسه نتایج برای دو گام زمانی مختلف نیز در جدول ۷ نشان داده شده است. علاوه بر این، یک مقایسه کلی بین الگوریتم ۲ از کد TDTRANMOC و کدهای مختلف برای سایز گامهای زمانی مختلف در جدول ۸ آورده شده است. Journal of Nuclear Science and Technology

Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 46-54



شکل ۴. هندسه برای مسأله دو بعدی TWIGL\_۲G.

سأله TWIGL_۲G	گذرا برای م	<b>ا</b> . پارامترهای	جدول ا
---------------	-------------	-----------------------	--------

مقادير	پارامترها
١	تعداد نیا هستههای نوترون تأخیری
• / • <b>A</b>	ثابت واپاشی (λ)، <sup>۱</sup> -sec
•,••۶۴	کسر نوترونهای تأخیری (β)
ι,·Εγ .ι,·E۵	سرعت نوترون، cm/sec
۱٬۰ ٬۰٬	طيف نوترونهاي تأخيري
• ,0	زمان شبیهسازی، sec
ν <sub>1</sub> · Εν .ν <sub>1</sub> · Εδ ν <sub>1</sub> · .· <sub>1</sub> · · <sub>1</sub> δ	کسر نونرونهای تاخیری (۲) سرعت نوترون، cm/sec طیف نوترونهای تأخیری زمان شبیهسازی، sec

**جدول ۲.** سلسله مراتب زمانی وارد شدن تغییرات راکتیویته

	نهایی		آغاز	_ ^
تركيب	زمان	تركيب	زمان	سرح
۴	٠,٢	١	• , •	تغيير خطى
۵	• , ٢ • • • • ١	۴	۲,٠	تغيير پله
۶	٠٫۴	۵	• , ۲ • • • • ١	تغيير خطى
١	٠٫۴۰۰۰۱	۶	٠٫۴	تغيير پله

جدول ۳. حالتهای مورد مطالعه برای معیار صحتسنجی TWIGL\_۲G

$\mathbf{S}_{\star}$		. دش های غلظت نیا هسته	
Legendre-chebyshev	Level Symmetric	روسهای عقطت کیا تعسب	
٠١	••	Quadratic	
٠٣	• ۲	Time -integrated	
٠۵	٠۴	Implicit	

جدول ۴ مشخصات شبکهبندی ردیابی را برای معیار TWIGL\_۲G در حالتهای گذرا نشان میدهد جدول ۵ مقدار TWIGL\_۲G به دست آمده در حالت پایدار بین کدهای MPACT ،TDTRANMOC و DeCART را نشان میدهد. بهعلاوه شکل ۵ روند توان قلب را در طول تغییرات راکتیویته با سایز گامهای زمانی مختلف نشان میدهد.

همان طور که قبلاً ذکر شد، در این مطالعه دو الگوریتم مورد بررسی قرار گرفته است. شکل ۵ به الگوریتم ۲ اشاره دارد و شکل ۶ نتایج به دست آمده از الگوریتمهای ۱ و ۲ را نشان میدهد.

> کم مجله علوم و فنون هسته ای کم دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۴۶-۵۴



مقایسه پیک قدرت قلب بین الگوریتم ۱ و الگوریتم ۲ در جدول ۹ آورده شده است. همانطور که در جدول ۱۰ نشان داده شده است الگوریتم ۲ به حافظه کمتری نیاز دارد.

توان بهنجارشده متوسط ناحیهای برای گام زمانی ۱۰ میلیثانیه در جدول ۱۱ نشان میدهد که ۲DTRANMOC با DeCART با خطای کمتر از ۰٬۰۲٪ و با MPACT با خطای کمتر از ۰٬۱۲٪ تطابق خوبی دارد.

جدول ۶. مقایسه پیک قدرت برای معیار TWIGL\_۲G با گام زمان ۰،۰۱ ثانیه (حالت ۰۰، حالت ۰۱، حالت ۰۲، حالت ۰۲ حالت ۲۰

پیک قدرت (ثانیه ۲ <sub>۱</sub> ۲ = ۰)			
Legendre-chebyshev Level Symmetric		روسهای غلطت نیا هسته	
2,12014	r,198.7	Implicit	
2,1228	۲, ۱۹ • ۵۲	Time -integrated	
7,1XTVV	۲, ۱۹۰۳۷	Quadratic	

جدول ۷. مقایسه پیک قدرت برای معیار TWIGL\_۲G با گام زمانی

	۰٬۰۱ تانیه (حالت ۰٬۰۱
پيک قدرت	گام زمانی (ثانیه)
<b>T</b> /1X•YT	• /• • <b>Δ</b>
T, IATYY	• / • )

# rchive of SID.ir

رهمت، عطاءاله ربيعي	حداد، محمد هادی پ	ژاد، کمال	سحر قاسمی ن
---------------------	-------------------	-----------	-------------

ا کام زمانے	I WIGL_	، برای معیار ۲ <b>G</b>	مقايسه پيک فدرت	جدول ۸.	
				۰٬۰۱ ثانیه	
	MDACT	۲DTRANMOC	۲DTRANMOC		
JECAKI	MPACI	(حالت (٠)	(حالت (۰)		

		(حالت ۲۱)	(حالت ۰۱)	
				اندازه گام
•,•• <b>\</b>	۰, • • ۵	• , • • <b>۵</b>	• ، • ٢	زمانی
				(ثانيه)
~	-	~ \ \	~	پيک
1/1/1	1/131	1/1/	1/1/1	قدرت

جدول ۹. مقایسه پیک قدرت برای معیار TWIGL\_۲G با گام زمانی ۲۰۱۱ ثانیه (حالت ۰۴)

	, ,	
پیک قدرت (ثانیه ۲٫۲=t)	الگوريتم	-
۲,۱۹۲۰۸	١	-
7,198.5	٢	
		-

**جدول ۱۰**. حافظه مورد نیاز برای الگوریتمهای ارائه شده برای معیار TWIGL\_۲G

حافظه (MB)	الگوريتم
V& 1/V	١
۳۸ • ٬۶	٢

ول ۱۱. توان متوسط دیری شده بر روی هر تاخیه برای معیار ۲۵_LOD ۱۷ I
---

DeCART (•,••Δ)		MPACT (•,••۲۵)		۲DTRANMOC (۰٫۰۱)		
•،• ۱	۳ • ۷۵٫۱	۳. ۲	۱,۵۶۹۹	۱,۵۷۰۲	١	
•/• 1	1,9941	۰,۰۵	۱/۹۹۳۵	1/994.	٢	•
•,••	•,40.4	• / • ۲	•,۴۵•۶	• /40 • 4	٣	
۰,۰۱	1,8184	•,• 1	۱,۶۱۸۳	1,8184	١	
•,• ٢	1,9898	•,•۶	1,989.	۱,٩۶٩۶	٢	٠٫٢
•,••	•,447	• , • ٣	•,4440	• / 4412	٣	
•,••	۱,۵۲۵۶	• / • 1	1,5755	1/2228	١	¢
•,• <b>\</b>	۲,۰ ۱۶۹	• , • <b>۵</b>	51.180	۲,۰۱۷۰	٢	• / ٢
•,••	• /۴۵۳•	• , • ٣	•,۴۵۳۳	• /404.	٣	
•,• 1	۱٬۵۶۸۸	• / ١ •	۱٬۵۶۹۹	۱,۵۶۸۹	١	
•،• ١	1,9948	•,17	۵۳۶۹۱	1,9947	٢	• , ۵
•,••	•,40.4	• /• ٢	•,40.8	• ,40 • 4	٣	

### ۴. نتیجه گیری

این مطالعه به بررسی الگوریتمهایی برای حل معادله ترابرد نوترون وابسته به زمان با استفاده از روش مشخصه می پردازد. در این راستا، روش ردیابی بستهای، که قبلاً در حالت پایدار پیادهسازی شده بود، برای کرنل مشخصه وابسته به زمان پیادهسازی شده است. در این الگوریتمها اندازه گام زمانی به عنوان عامل محدودکننده پایداری در روش مشخصه بررسی می شود. با توجه به الگوریتمهای ردیابی بستهای که تاکنون ارائه شده است، الگوریتم ردیابی بستهای جدید ما مسیر طولانی تری را برای مسیر نوترون فراهم می کند که در نتیجه آن، سایز گام زمانی بزرگتر قابل دستیابی است. همان طور که نتایج الگوریتم را نشان می دهد، برای گامهای زمانی بزرگتر، این الگوریتم در

مقایسه با الگوریتمهای گذرا شبیه حالت پایدار پیشنهادی، پایدار است [۴]. علاوه بر این، علیرغم تقویت سطح مقطع ترابرد در الگوریتم ۱، پایداری آن حفظ میشود [۹، ۱۷]. در الگوریتم ۲، با اعمال تقریب به مشتق زمانی شار زاویهای، هزینه محاسباتی برای ذخیره شار زاویهای به طور قابل توجهی کاهش مییابد. سه روش عددی برای اجرای غلظت تأخیری نوترون بررسی شدهاند. دو نوع دستگاه زاویهای (angular quadrature sets) نیز در این مطالعه بررسی شده است. طبق نتایج ذکر شده تمامی این روشها با الگوریتمهای ارائه داده شده سازگاری لازم را دارا میباشند. در نهایت، برای تأیید الگوریتمهای پیادهسازی شده، معیار صحتسنجی TWIGL با دو گروه انرژی شبیهسازی شده است.

54

مراجع

- 1. G.R. Keepin, *Physics of nuclear kinetics*, Addison-Wesley Publishing Company (1965).
- 2. D.L. Hetrick, Dynamics of Nuclear Reactors, (1971).
- G.I. Bell, S. Glasstone, *Nuclear reactor theory*, US Atomic Energy Commission, Washington, DC (United States) (1970).
- 4. J.B. Taylor, A.J. Baratta, A time-dependent method of characteristics for 3D nuclear reactor kinetics applications, (2009).
- A. Talamo, Numerical solution of the time dependent neutron transport equation by the method of the characteristics, Journal of Computational Physics, 240, 248-267 (2013).
- 6. K. Tsujita, et al., *Higher order treatment on temporal derivative of angular flux for time-dependent MOC*, in Proceedings of the 2013 International Conference on Mathematics and Computational Methods Applied to Nuclear Science and Engineering-M and C 2013, (2013).
- B. Carlson, G. Bell, Solution of the transport equation by the Sn method, Los Alamos Scientific Lab., N. Mex (1958).
- 8. P.M. Keller, J.C. Lee, A time-dependent collision probability method for one-dimensional space-time nuclear reactor kinetics, Nuclear Science and Engineering, **129(2)**, 124-148 (1998).
- 9. J. Cho, et al., *Transient capability of the DeCART code*, Korea Atomic Energy Research Institute (2005).
- D.G. Cacuci, Handbook of Nuclear Engineering: Vol. 1: Nuclear Engineering Fundamentals; Vol. 2: Reactor Design; Vol. 3: Reactor Analysis; Vol. 4: Reactors of Generations III and IV; Vol. 5: Fuel Cycles, Decommissioning, Waste Disposal and Safeguards, Vol. 1. (2010): Springer Science & Business Media (2010).

- 11. M. Hursin, Full core, heterogeneous, time dependent neutron transport calculations with the 3D code DeCART, UC Berkeley (2010).
- 12. B. Collins, B. Kochunas, S. Stimpson, *Consortium for Advanced Simulation of LWRs*, (2019).
- M. Porhemmat, K. Hadad, M. Mahzoon, *Modular* ray tracing in 2D whole core transport with MOC, Progress in Nuclear Energy, 99, 103-109 (2017).
- 14. B. Collins, B. Kochunas, T. Downar, Assessment of the 2D MOC solver in MPACT: Michigan parallel characteristics transport code, American Nuclear Society, 555 North Kensington Avenue, La Grange Park, IL (2013).
- 15. B.M. Kochunas, A Hybrid Parallel Algorithm for the 3-D Method of Characteristics Solution of the Boltzmann Transport Equation on High Performance Compute Clusters, (2013).
- 16. T. Downar, et al., Theory manual for the PARCS kinetics core simulator module. Department of Nuclear Engineering and Radiological Sciences University of Michigan, USA, (2009).
- 17. A. Zhu, et al., *Transient methods for pin-resolved* whole core transport using the 2D-1D methodology in MPACT, Proc. M&C 2015, 19-23 (2015).
- 18. B. Kochunas, M. Hursin, T. Downar, *DeCART-v2*. 05 Theory Manual, University of Michigan, (2009).
- 19. S.C. Shaner, *Transient method of characteristics via the Adiabatic*, Theta, and Multigrid Amplitude Function methods, Massachusetts Institute of Technology (2014).
- M. Porhemmat, et al., Improved memory management for solving neutron transport via a novel Modular Ray Tracing (MRT) approach embedded in parallel method of characteristic (MOC) framework, Progress in Nuclear Energy, 132, 103590 (2021).



Journal of Nuclear Science and Technology Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 46-54 کم مجله علوم و فنون هستهای کم دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۴۶–۵۴

