



## پیش‌بینی و مدل‌سازی رفتار نفوذ و پیمایش قطره مایع داخل محیط متخلخل با استفاده از روش جریان دو فازی حجم سیال

آرش نوربخش سعدآباد<sup>۱</sup>، فاطمه افسونی<sup>۲</sup>، سیدامیررضا عبداللهی<sup>۳\*</sup>، مهدی نامی خلیله ده<sup>۲</sup>، سیدفارمزرانجبر<sup>۳</sup>

- ۱- دانشجوی دکتری تخصصی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.  
 ۲- دانشجو کارشناسی ارشد مکانیک، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران.  
 ۳- استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

### چکیده

در این مقاله پدیده نفوذ قطره مایع داخل محیط متخلخل به کمک روش حجم سیال دوفازی مطالعه شده است. با توجه به اهمیت جریان‌های دو و چند فازی و دستیابی به کم‌ترین خطا در شبیه‌سازی این پدیده، در این پژوهش مدلی برای شبیه‌سازی جریان دو فازی نفوذ قطره در محیط متخلخل پیشنهاد شده است، با توجه به اینکه مهم‌ترین نکته در شبیه‌سازی جریان دوفازی نفوذ قطره در محیط متخلخل انطباق با نتایج تجربی است تمرکز این پژوهش بر ارائه مدلی با خطای کم‌تر نسبت به دیگر روش‌های ارائه شده در گذشته است که دستیابی به خطای کم‌تر نسبت به نتایج تجربی مهم‌ترین نوآوری این پژوهش محسوب می‌شود. شبیه‌سازی‌ها در این پژوهش با روش حجم سیال انجام شده است. تاثیر تغییر متغیرهای کشش سطحی، ویسکوزیته، زاویه تماس، ویسکوزیته و نفوذپذیری و سطح گسترش قطره در محیط متخلخل بررسی شده‌اند. زمانی که زاویه تماس قطره ۶۰ و ۲۰ درجه است تغییرات سطح گسترش تقریباً یکسان می‌باشد. سرعت پخش و نفوذ قطره آب بدون حضور نیروی گرانش با کشش سطحی ۰/۰۲ کمتر از دو کشش سطحی دیگر ۰/۰۰۱ و ۰/۰۰۷۲ است در حالی که حضور نیروی گرانش قطره آب با کشش سطحی ۰/۰۰۱ پخش و نفوذ بیشتری نسبت به دو حالت دیگر دارد. نتایج فیزیک مسئله مشابه در مقایسه با نتایج تجربی ۹ درصد دقت مناسب‌تری داشته است.

واژه‌های کلیدی

جریان دوفازی، حجم سیال، نفوذ قطره، محیط متخلخل، پیمایش قطره.

## Prediction and simulation of diffusion of a droplet in a porous media using two-phase control volume

Nourbakhshsadabad Arash<sup>1</sup>, Fatemeh Afsouni<sup>2</sup>, Abdollahi Seyyed Amirreza<sup>2\*</sup>, Nami Khalilehdeh Mahdi<sup>2</sup>, Ranjbar Seyyed Faramarz<sup>3</sup>

- 1- Ph.D. Candidate, Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran  
 2- Master's student, faculty of mechanical engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran  
 3- Professor, Department of Mechanical Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran

### Abstract

In this article, diffusion of a droplet in a porous media using a two-phase fluid volume is studied. Considering the importance of two-phase flow in achieving an accurate solution, this method is used in this study. The most important aspect of modeling two-phase flow in a porous media is conformity with empirical results. In this study the main focus is to provide a model based on simulations done with fluid volume method. The impact of parameters such as surface tension, viscosity, contact angle, diffusivity and expansion surface of a droplet in a porous media are studied. When the contact angle of 20 and 60 degree is considered, surface changes are almost negligible. Diffusivity of the droplet when gravity is not present with surface tension of 0.02 is less compared to 0.001 and 0.0072 values for surface tension while in the presence of gravity, the droplet with surface tension of 0.001 diffusivity is more than two other cases. Results indicate that the method of fluid volume utilized in this study, has 9 percent more accuracy compared to Boltzmann network method based on Shaun and Chen.

### Keywords

Two-phase flow, fluid volume, Droplet diffusivity, Porous media, Droplet diffusion.

## ۱- مقدمه

توده‌ای حرکت نمی‌کنند [۳].

مدل حجم سیال مدلی است که برای دو یا چند سیال مخلوط نشدنی استفاده می‌شود که سطح مشترک بین دو فاز حائز اهمیت است. در این مدل، یک سری معادله مومنتوم برای سیال‌ها در نظر گرفته می‌شود و کسر حجمی برای هر سیال در هر سلول دامنه مساله حل می‌شود. مدل حجم سیال برای مدل کردن جریان لایه لایه، جریان‌های سطح آزاد، پر شدن یک مخزن، تکان خوردن سطح مایع در اثر اغتشاش، حرکت حباب‌های بزرگ در یک جریان مایع و ردیابی گذرا یا پایای سطح مشترک گاز-مایع استفاده می‌شود [۴].

تقیلیو و رحیمیان [۵] به بررسی جریان دوفازی با نسبت چگالی و لزجت یک در داخل محیط متخلخل به روش شان و چن پرداختند. اما با تغییر میدان متخلخل و زاویه تماس تأثیر پارامترهای مربوط به محیط متخلخل از قبیل عدد دارسی و زاویه تماس را مطالعه نمودند. رقابت میان نیروی مخالف در برابر حرکت قطره و اثر موینگی در اثر حضور ذرات محیط متخلخل به کمک عدد دارسی توصیف شد. همچنین تأثیر زاویه تماس میان فازهای مایع-گاز و سطح جامد بر میزان نفوذ قطره در داخل محیط متخلخل ارزیابی گردید. به علت محدودیت ذاتی روش مورد بررسی آن‌ها و ضعف آن در کنترل مستقل کشش سطحی، تأثیر پارامترهایی نظیر عدد رینولدز، وبر و فرود ارزیابی نشده بود که در پژوهش حاضر سعی در بررسی آنها شده است. آل‌آمین و همکاران [۶] به بررسی رفتار انتقال نانوذرات را با استفاده از تکنیک‌های یادگیری ماشین، از جمله رگرسیون تقویت‌کننده گرادیان، درخت‌های تصمیم‌گیری، جنگل‌های تصادفی و شبکه‌های عصبی مصنوعی پرداختند. آنها روش‌های مختلفی را برای پردازش داده‌ها برای پیش‌بینی رفتار سیال در محیط متخلخل بررسی کردند. برای ارزیابی مدل‌ها از میانگین خطای مطلق و ریشه میانگین مربعات خطا استفاده شده

طبیعت پیچیده جریان‌های دوفازی یا چند فازی ناشی از سطوح مشترک متعدد در حال حرکت و تغییر شکل پذیر و همچنین میدان‌های جریان پیچیده نزدیک سطح مشترک می‌باشند. لازم به ذکر است که جریان‌های تک فاز براساس ساختار جریان به جریان‌های آرام، گذرا و آشفته دسته بندی می‌شوند. در حالیکه جریان‌های دوفازی بر مبنای ساختار سطح مشترک به چندین گروه اصلی تقسیم می‌شود که هر یک از آنها رژیم جریان یا الگوی جریان نامیده می‌شود. شد دینامیک جریان دوفازی از پدیده‌های بسیار پیچیده است، زیرا علاوه بر مشکلات جریان تک فاز، مشکلاتی در مکان‌های مرزی سطح مشترک، مومنتوم درون فاز، انتقال حرارت، جرم و واکنش‌های درون فازی دارد [۱].

با افزایش دبی فاز گازی حباب‌ها به هم می‌چسبند. در جریان اسلاگ، قطر حباب‌های بخار یا گاز با قطر لوله تقریباً برابر می‌شود. دماغه حباب‌ها شکل کروی دارد و گاز داخل حباب‌ها از دیواره لوله توسط یک فیلم نازک مایع که به سمت پایین حرکت می‌کند جدا می‌شود، همچنین در پشت حباب‌های اصلی ممکن است حباب‌های گازی کوچکتر دیده شود. جریان چرن از شکستن حباب‌های بزرگ که در جریان اسلاگ تشکیل شده بودند به وجود می‌آید [۲]. گاز یا بخار به صورت بی‌نظم در داخل مایع و دور از دیواره لوله حرکت می‌کند. ماهیت جریان نیز متغیر با زمان است. به این جریان، جریان نیمه حلقوی یا حلقوی اسلاگ نیز اطلاق می‌شود. جریان حلقوی از فیلم مایع بر روی دیواره لوله و هسته بخار یا گاز تشکیل می‌شود. بر روی سطح فیلم، امواج با دامنه بزرگ تشکیل می‌شوند که از شکستن این امواج مقادیر قابل توجهی قطره مایع وارد هسته بخار یا گاز می‌شوند. به همین دلیل، نقطه تمایز این جریان از جریان حلقوی باریک در این می‌باشد که قطرات جدا از هم هستند و به صورت

رژیم ویسکوز فینگرینگ و نزدیک شدن به رژیم کاپیلاری فینگرینگ به کمک آبدوست نمودن سطوح پرداخته شد. اوزاکی و اوایقی [۱۰] روش شبکه بولتزن را برای مطالعه تراوایی یک آرایش مربعی و یک آرایش تصادفی از کره‌ها به همراه عبارت‌های مختلف برخورد مورد استفاده قرار دادند. مطالعات آن‌ها به صورت تک فاز صورت گرفت. در حالت دو فاز به بررسی عددی یک سیال دو فازی درون محیط متخلخل در حالت سه بعدی پرداختند. مطالعه آنها به بررسی تحت نیروی ویسکوز بالا و پایین و حالاتی با درصد اشباع مختلف معطوف بود. آن‌ها نتایج خود را در قالب دیاگرام‌هایی جهت طبقه بندی رفتار جریان دو فاز درون محیط متخلخل ارائه کردند. بررسی جریان تک فاز و دو فاز از میان بستر یک محیط متخلخل متشکل از ماسه سنگ به صورت سه بعدی پرداخته و حساسیت محاسبه تراوایی نسبت به سایز نمونه، تفکیک شبکه حل و انتخاب پارامترهای مدل را به صورت تجربی مورد مطالعه قرار دادند. در کار بایهات و پار [۱۱] یک جریان چند گوه‌ای در حالت سه بعدی در بستر متشکل از ماسه سنگ مدل شان و چن بررسی شد. در این مطالعه جایگزینی یک سیال با سیال دیگر به خوبی مدل شد و تراوایی نسبی برای فازهای تر شده مختلف محاسبه شد که با مقادیر تجربی به خوبی مطابقت داشت. یک جریان چندفازی درون محیط متخلخل با ویسکوزیته و نسبت چگالی متغیر براساس مدل پیشنهادی گانستنسن پرداختند. آن‌ها محدودیت‌ها و مشکلات روش شبکه بولتزن در مسائل واقعی را مورد بررسی قرار دادند.

در تحقیقات انجام گرفته در گذشته پیش‌بینی رفتار جریان دوفازی نفوذ قطره در محیط متخلخل در بیشتر موارد از روش‌های بولتزن شبکه‌ای بر پایه روش شان و چن استفاده شده بود و بررسی روش حجم سیال و دقت این روش برای پیش‌بینی جریان دوفازی کم‌تر مورد مطالعه قرار گرفته بوده است که در این پژوهش

لست و گریو [۷] به بررسی نفوذ قطرات و فیلم آب بر روی محیط متخلخل پرداختند. با بررسی روش‌های مختلف یک پوشش آبریز برای استفاده روی سطوح متخلخل پیشنهاد دادند. مشاهدات میکروسکوپ الکترونی روبشی نشان داد که فرآیند پوشش دهی روی محیط متخلخل منجر به تشکیل حوزه‌های نانوذرات  $TiO_2$  آبدوست و تکه‌های اسید استئاریک آبریز می‌شود که امکان مرطوب شدن ناهمگن را فراهم می‌کند. چپی و همکاران [۸] به یافتن دینامیک انتشار و جذب قطره با استفاده از مبانی و در عین حال تقریب‌های مربوطه برای محاسبه دینامیک شعاعی و عمودی پرداختند. آنها رفتار نفوذ قطره در محیط متخلخل را شبیه‌سازی کردند و با بررسی روش‌های مختلف مدل پیشنهاد کردند که زمان محاسبات داشت. نتایج با داده‌های تجربی منتشر شده برای حالت مرطوب‌سازی کامل مقایسه شد و مشخص شد که همخوانی خوبی با داده‌های تجربی منتشر شده برای دینامیک قطرات و دینامیک نفوذ در بستر متخلخل وجود دارد.

صالح آبادی و همکاران [۹]، پدیده نفوذ فیلم مایع و همچنین قطره داخل محیط متخلخل لایه‌ای به کمک مدل شان و چن دو فازی و روش شبکه بولتزن را بررسی کردند. الگوی نفوذ سیال داخل محیط متخلخل، هم بصورت فیلم مایع و هم به شکل قطره مورد بررسی قرار گرفت و دو رژیم نفوذ ویسکوز فینگرینگ و کاپیلاری فینگرینگ مشاهده و بررسی شد. تاثیر نسبت تخلخل و ویژگی آبدوست یا آبریز بودن سطح بر روی آهنگ نفوذ نیز بررسی گردید. نتایج نشان داد که در کل افزایش میزان تخلخل و آبریز نمودن سطوح موجب افزایش آهنگ پخش شده است. با توجه به لایه‌ای بودن محیط متخلخل، اثر استفاده از لایه‌ها با نسبت تخلخل‌های مختلف و دارای یک نسبت تخلخل معین در مجموع لایه‌ها، بر روی بهبود آهنگ نفوذ سیال در محیط متخلخل مورد بحث قرار گرفت. همچنین به چگونگی تغییر الگوی نفوذ از

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot v = 0 \quad (1)$$

$\rho$  و  $\bar{v}$  به ترتیب چگالی و بردار سرعت جریان می‌باشند. با فرض تراکم ناپذیر بودن فازها، بخش تغییر چگالی از رابطه بالا حذف می‌شود. معادله حاکم بر رفتار جریان‌های چندفازی، لزج، تراکم ناپذیر و غیر دائمی برای هر دو سیال (هوا و آب) که توسط معادلات ناویر-استوکس بیان می‌شود به صورت زیر بیان می‌شود [۱۲]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v) + \nabla \cdot (\rho v v) = -\nabla p + \nabla \cdot \mu (\nabla v + \nabla^T v) + \rho g + F_s \quad (2)$$

در معادله فوق جمله  $(\nabla v + \nabla^T v)$  تانسور نرخ تغییر شکل  $T = (\nabla v + \nabla^T v) / 2$ ، در قالب اپراتوری می‌باشد و مولفه‌های آن در شکل نوشتاری تانسوری عبارت است از  $T_{ij} = (v_{i,j} + v_{j,i}) / 2$ ،  $v$  میدان سرعت،  $p$  فشار،  $\rho$  چگالی،  $\mu$  ویسکوزیته و  $F_s$  که به عنوان جمله منبع به معادله مومنتوم اضافه شده، ناشی از کشش سطحی در سطح مشترک دوفاز است که با استفاده از قضیه‌ی دیورژانس می‌توان آن را به عنوان نیروی حجمی و به صورت رابطه زیر تعریف کرد [۱۲] و [۱۳]:

$$F_s = \sigma k \nabla \alpha \quad (3)$$

$\sigma$  کشش سطحی روی سطح مشترک است که در جهت عمود بر سطح محاسبه می‌شود.  $K$  انحنای سطح مشترک است که به صورت زیر است [۱۳]:

$$k = \nabla \cdot \left( \frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \right) \quad (4)$$

معادله بقای کسر حجمی نیز در مدل حجم سیال به صورت زیر است [۱۲]:

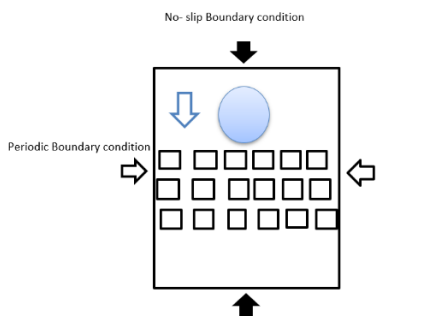
مطالعه می‌شود. افزایش دقت پیش‌بینی رفتار نفوذ قطره نسبت به دیگر روش‌های عددی ارائه شده در گذشته نوآوری این پژوهش است. از ویژگی‌های تحقیق حاضر، این بوده که با بررسی چندین متغیر و تاثیر آن‌ها روی رفتار قطره روی محیط متخلخل امکان پیش‌بینی رفتار قطره بوجود می‌آید که نتایج ارائه شده در این پژوهش قابل استفاده در طراحی بهینه تر مواردی با فیزیک مشابه در صنایعی چون چاپ‌گرهای جوهر افشان، جریان‌های الکترواسمز و مبادله‌کننده‌های گرمایی و جداکننده‌ها در صنایع نفتی خواهد شد، که پیش‌بینی دقیق رفتار قطره، موجب پیش‌بینی مسیر نفوذ قطره مایع و عبور آن از مسیر مشخص، داخل محیط متخلخل می‌شود.

## ۲- مبانی و روش‌ها

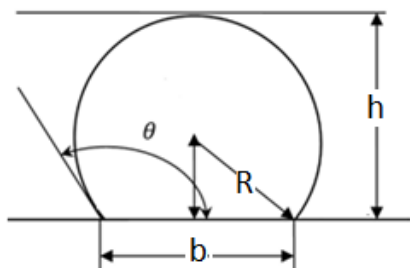
### ۲-۱- مدل سازی عددی

در این مقاله جریان دو فازی هوا و آب به صورت غیر قابل تراکم و مخلوط نشدنی مدل سازی شده است. از جمله مشکلات موجود در جریان دو فازی، وجود سطح مشترک بین چندفاز است که این سطح مشترک سبب ناپیوستگی در کمیت‌های موجود در مرز مشترک می‌شود و همچنین این ناپیوستگی‌ها مدلسازی و اعمال شرایط مرزی در این مرزها را سخت و پیچیده می‌کند. در مقاله حاضر سطح مشترک دو فاز به روش حجم سیال شبیه سازی شده به این دلیل که این روش بقای جرم را نسبت به سایر روش‌ها بهتر حفظ می‌کند و نسبت به دیگر روش‌ها سادگی بیشتری دارد و در انجام محاسبات صرفه‌جویی می‌شود. در این مقاله برای شبیه‌سازی نفوذ یک قطره دو بعدی درون محیط متخلخل منظم از روش حجم سیال و از نرم افزار تجاری انسیس فلونت ۲۰۲۱ و گمبیت و در مواردی از کد نویسی در نرم افزار تجاری متلب ۲۰۱۷ برای انجام محاسبات شده است.

معادله بقای جرم یا معادله پیوستگی به صورت زیر می‌باشد [۱۲]:



شکل ۲: هندسه قطره ورودی به محیط متخلخل



شکل ۳: هندسه قطره ورودی به محیط متخلخل

در این پژوهش معادلات حاکم در شرایط ناپایا با حضور نیروی گرانش و یکبار هم بدون حضور نیروی گرانش حل شده‌اند. همچنین سرعت اولیه ۱ m/s تنظیم شده است. اختصاص شرایط مرزی مناسب و به کارگیری نودهای کافی از شرایط ضروری هر حل عددی است. در این مسئله، روی دیواره پایینی و بالایی از شرط مرزی عدم لغزش و در دیواره‌های جانبی از شرط مرزی تناوبی استفاده می‌شود. برای انجام این مقاله فرضیات زیر بر پایه کار تقیلو و رحیمیان [۵] در نظر گرفته شده است:

۱- شرط جریان دوفازی در حالت ناپایا

۲- شرط جاذبه در نظر گرفته شده است.

۳- خواص آب و هوا ثابت و در دمای ۲۵ درجه سانتیگراد فرض شده است.

زاویه تماس، زاویه ای است برای یک مایع (قطره) که میان سطح تماس مایع یا بخار با جایی که مایع سطح جامد را لمس می‌کند تعریف می‌شود. زاویه تماس یک قطره از مایع با سطح آن در تعیین ترشوندگی، موثر است.

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (v\alpha) = 0 \quad (5)$$

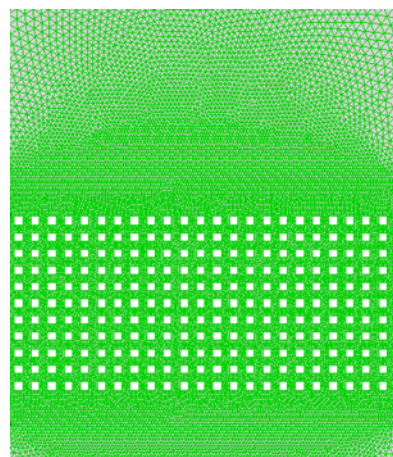
خواص جریان دو فازی، مانند چگالی و لزجت مطابق رابطه زیر محاسبه می‌شوند [۱۲]:

$$\beta(x, t) = \beta_L \alpha + (1 - \alpha) \beta_G \quad (6)$$

آلفا ( $\alpha$ ) یک پارامتر اسکالر است و مقدار بین ۰ تا ۱ دارد. اگر سلول حاوی سیال مایع باشد  $\alpha = 1$  و اگر حاوی سیال گاز باشد  $\alpha = 0$  است. سلول‌های با مقدار  $\alpha$  بین ۰ و ۱، سطح مشترک مایع و گاز را تشکیل دهند [۱۲].

۲-۲- فیزیک مسئله و شرایط مرزی

در این مقاله به بررسی نفوذ قطره آب در محیط متخلخل منظم با در نظر گرفتن کشش سطحی و بدون نیروی گرانش و با سرعت اولیه و بار دیگر با حضور نیروی گرانش و با استفاده از نرم افزار فلوئنت و روش حجم سیال پرداخته می‌شود. در شکل ۱ نیز شبکه بندی مسئله که به صورت دو بعدی طراحی شده است دیده می‌شود. هندسه محیط متخلخل مورد مطالعه، متشکل از موانعی مربعی است که به طور منظم و به فاصله  $\Delta X = 0.5$  میلی متر از هم قرار گرفته‌اند، همان‌طور که در شکل ۲ مشاهده می‌شود. در شکل ۳ شماتیک قطره ورودی به محیط متخلخل نشان داده شده است.



شکل ۱- شبکه بندی مسئله.

جدول ۱- اعتبار سنجی روش حجم سیال عدد مورد استفاده تجربی کار استاروف و همکاران [۱۶]

مدت زمان سپری شده از ورود قطره به محیط متخلخل	شعاع قطره در محیط متخلخل (نتایج شبیه سازی پژوهش حاضر)	شعاع قطره در محیط متخلخل بر حسب میلیمتر (نتایج تجربی)	درصد خطا نسبت به نتایج تجربی
۰/۰۴	۱/۲۲۶	۱/۲۱۷	۰/۰۱٪
۰/۰۸	۱/۴۸۹	۱/۴۸۶	۰/۰۱۹٪
۰/۱۶	۱/۶۷۹	۱/۶۹۷	۱/۰۵٪
۰/۲۳	۱/۸۲۴	۱/۸۵۱	۱/۴۸٪
۰/۴۶	۲/۱۴۹	۱/۱۶۷	۰/۸۴٪
۰/۶۹	۲/۳۵۷	۲/۳۴۸	۰/۳۸٪
۰/۸۰	۲/۴۶۵	۲/۴۳۸	۱/۱۰٪
۱/۰۴	۲/۵۸۲	۲/۵۵۵	۱/۰۵٪
۱/۲۸	۲/۶۱۹	۲/۶۴۶	۱/۰۳٪
۱/۵۱	۲/۷۰۹	۲/۷۲۷	۰/۶۶٪
۱/۹۲	۲/۷۷۲	۲/۷۹۹	۰/۹۷٪
۲/۹۴	۲/۹۶۲	۲/۹۸۹	۰/۹۱٪
۳/۳۱	۳/۰۶۱	۳/۰۷۹	۰/۵۹٪
۴/۸۳	۳/۰۲۶	۳/۰۴۴	۰/۵۹٪
۵/۸۴	۳/۰۷۲	۳/۱۰۸	۱/۱۷٪
۷/۹۴	۳/۱۳۵	۳/۱۸۹	۱/۷۲٪
۱۰/۰۶	۳/۱۷۲	۳/۱۹۹	۰/۸۵٪

آزمایش لاپلاس

هرچه زاویه تماس به صفر نزدیک تر باشد ترشوندگی بیشتر است و هرچه زاویه تماس به ۱۸۰ نزدیک تر باشد آب گریزی افزایش می یابد. به حداکثر زاویه تماس یک قطره با سطح، زاویه پیشروی و کمینه زاویه تماس را زاویه پسروی می گویند. برای پیش بینی میزان زاویه تماس از معادله یانگ که مطابق رابطه زیر است استفاده شده است. در این رابطه  $\sigma_{s1}$  و  $\sigma_{s2}$  به ترتیب میزان کشش میان سیال یک و سیال دو را با سطح جامد نشان می دهد و  $\sigma_{12}$  نیز مقدار کشش سطحی میان سیال ۱ و ۲ را تعیین می کند [۱۴]:

$$\cos(\theta) = \frac{\sigma_{s2} - \sigma_{s1}}{\sigma_{12}} \quad (7)$$

برای اندازه گیری زاویه تماس قطره با سطح، قطره ای با شعاع های ۰/۱۵/۰، ۰/۲/۰ و ۰/۳/۰ متر با زاویه های تماس ۵۰°، ۹۰° و ۱۲۰° در داخل میدان محاسباتی به ابعاد ۱۵۰×۱۰۰ متر مربع به صورت مماس بر دیواره پایینی قرار داده می شود. بعد از حدود ۲۰۰۰۰ تکرار که میدان به حالت پایا درآمد به کمک پارامترهای هندسی و رابطه ۸ می توان زاویه تماس میان قطره و سطح را محاسبه کرد [۱۵]:

$$\theta = \pi - \arctan\left[\frac{b}{2(r-h)}\right] \quad (8)$$

که در آن  $\theta$  زاویه تماس،  $b$  طول تماس با سطح،  $h$  ارتفاع قطره و  $r$  شعاع قطره است (شکل ۳). برای اعتبار سنجی حل عددی انجام گرفته در این پژوهش، روش عددی استفاده شده در این پژوهش با نتایج تجربی کار استاروف و همکاران [۱۶] در جدول ۱ مقایسه شده است.

به منظور ارزیابی دقیق تر و نیز به دست آوردن مقدار عددی کشش سطحی از آزمایش لاپلاس استفاده می کنیم. قانون لاپلاس دلالت بر این موضوع دارد که اختلاف فشار بین داخل و خارج قطره به صورت خطی با معکوس شعاع قطره تغییر می کند، به طوری که شیب این خط مقدار کشش سطحی را نشان می دهد. طبق این قانون اختلاف فشار در داخل و خارج قطره از رابطه زیر پیروی می کند [۱۷]:

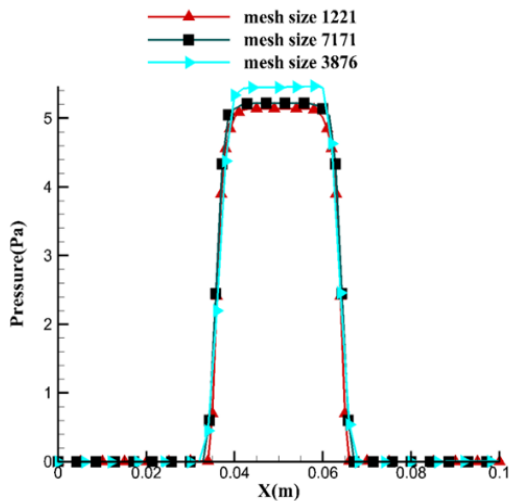
$$\Delta p = p_{in} - p_{out} = \frac{2\sigma}{R} \quad (9)$$

برای به دست آوردن کشش سطحی، قطره ای با شعاع معین در یک میدان محاسباتی با ابعادی مشخص قرار داده

جدول ۲- نتایج آزمایش لاپلاس.

تعداد گره	R	$P\Delta$	$\sigma$
۳۸۷۶	۰/۰۱۵	۵/۴۵	۰/۰۸۱
	۰/۰۲	۳/۸۰	۰/۰۷۶
	۰/۰۳	۲/۶۰	۰/۰۷۸
۷۱۷۱	۰/۰۱۵	۵/۲۱	۰/۰۷۸
	۰/۰۲	۳/۷۷	۰/۰۷۵
	۰/۰۳	۲/۵۰	۰/۰۷۵
۱۲۲۲۱	۰/۰۱۵	۵/۱۳	۰/۰۷۶
	۰/۰۲	۳/۹۲	۰/۰۷۸
	۰/۰۳	۲/۶۲	۰/۰۷۸

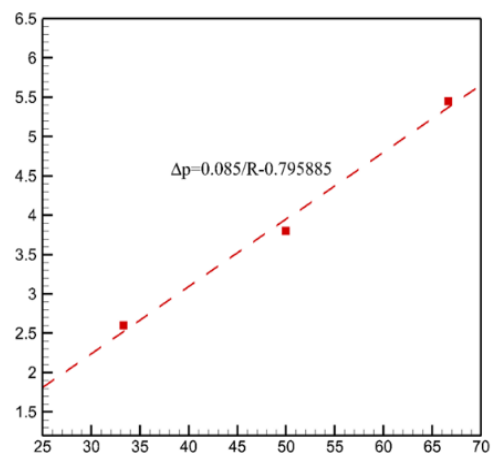
همچنین برای تست استقلال از شبکه، در شبکه هایی که در بالا ذکر شده نمودارهای اختلاف فشار قطره به شعاع های ۰/۱۵/۰ و ۰/۳/۰ متر رسم شده است. (شکل ۵، شکل ۶).



شکل ۵-آزمون استقلال از شبکه اختلاف فشار قطره با شعاع ۰/۰۱۵ متر.

می شود. بعد از آنکه قطره به حالت تعادل رسید، کشش سطحی آن را محاسبه کرده. بدین صورت اختلاف فشار متناظر با شعاع به دست می آید و سپس این کار را برای مقادیر متفاوتی از شعاع ها تکرار می کنیم [۱۸]. با وصل کردن نقاط حاصل خطی به دست می آید که شیب آن بیانگر کشش سطحی قطره می باشد. برای تایید قانون لاپلاس در این مقاله، ابتدا قطرات دایروی با شعاع های مختلف ۰/۱۵/۰، ۰/۲/۰ و ۰/۳/۰ متر در مرکز میدان محاسباتی که یک صفحه ی مستطیلی شکل به ابعاد ۱۰۰×۱۵۰ متر است، قرار داده می شوند.

بعد از حدود ۱۰۰۰۰ تکرار، قطره ای کاملاً دایروی به دست می آید و مقدار کشش سطحی از رابطه ی ۸ محاسبه می شود. نتایج عددی و نظری به دست آمده از رابطه ی ۸ در شکل ۴ و جدول ۲ نشان داده شده است. همچنین شیب خط نشان داده شده در شکل ۴ همان کشش سطحی بوده و حدوداً برابر با ۰/۰۷۵ n/m می باشد. برای تست استقلال از شبکه ی آزمایش، همین روند در شبکه هایی با تعداد ۷۱۷۱ یا ۲۷۲۴۹ المان و ۱۲۲۲۱ گره یا ۴۶۸۸۴ المان مثلثی مرتبه دوم که توسط نرم افزار گمبیت<sup>۱</sup> طراحی شده، انجام شده است و نتایج آن در جدول ۲ نشان داده شده است و همان طور که در شکل ۴ مشاهده می شود، نتایج عددی به طور تقریبی با پیش بینی نظری برابر هستند.



شکل ۴- اعتبار سنجی قانون لاپلاس.

<sup>۱</sup> Gambit

### ۳- نتایج و بحث

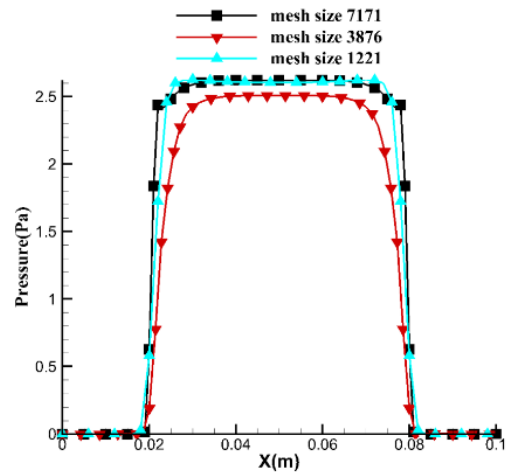
#### ۳-۱- نفوذ پذیری قطره آب در محیط متخلخل

در این مقاله همانطور که در بالا نیز به آن اشاره شده ابتدا یک قطره دایروی با شعاع ۰/۰۱۵ متر و سرعت اولیه ۱ m/s در یک شبکه مستطیلی به ابعاد ۱۲۰×۱۰۰ متر مربع به صورت مماس به محیط متخلخل با تخلخل ۴۰ درصد قرار داده می شود. در روی دیواره پایینی و بالایی شرط مرزی عدم لغزش و در دیواره‌های جانبی از شرط مرزی تناوبی استفاده شده است. سپس با تغییر کشش سطحی، ویسکوزیته، سرعت اولیه و همچنین زاویه تماس به میزان نفوذ پذیری قطره در محیط متخلخل و همچنین سطح گسترش قطره نسبت به زمان و میزان تغییرات عدد رینولدز و وبر براساس تغییرات ذکر شده، یکبار بدون حضور نیروی گرانش و یکبار هم با حضور نیروی گرانش پرداخته شده است.

برای بررسی تغییر عدد رینولدز، ویسکوزیته قطره ای به شعاع ۰/۰۱۵ متر و سرعت ۱ m/s را تغییر داده شده است. با توجه به این که عدد رینولدز نشان دهنده نسبت اینرسی به نیروهای ویسکوز است که به دلیل حرکت سیال به وجود می آید، بنابراین می توان گفت با افزایش این عدد نیروی اینرسی قدرت بیشتری نسبت به نیروی لزج پیدا کرده و می تواند باعث تغییر شکل قطره شود. برای بررسی تغییر عدد وبر نیز، کشش سطحی قطره ای به شعاع ۰/۰۱۵ متر و سرعت ۱ m/s را تغییر داده و نتایج به دست آمده با یکدیگر مقایسه شده اند. عدد وبر، عددی بدون بعد است و از رابطه زیر به دست می آید، با کاهش کشش سطحی، عدد وبر افزایش پیدا می کند.

$$We = \frac{\rho v^2 D}{\sigma} \quad (10)$$

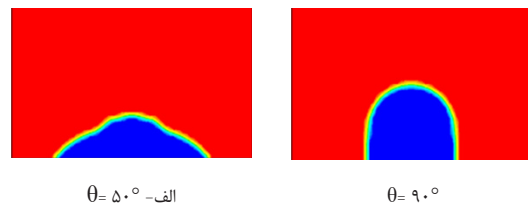
در ادامه کانتورهای فاز، برای قطره آب در زمان های بی بعد ۰/۰۳، ۰/۱۳، ۰/۲۶، ۰/۴، ۰/۵۳، ۰/۶۶، ۰/۸، ۰/۹۳، ۱/۰۶، ۱/۲، ۱/۳۳، ۱/۴۶، ۱/۶ و ۱/۶۶ و با کشش سطحی ۰/۰۷۲ n/m، سرعت اولیه



شکل ۶-آزمون استقلال از شبکه اختلاف فشار قطره با شعاع ۰/۰۳ متر.

همچنین کانتور فاز قطره آب با زاویه تماس ۵۰°، ۹۰° در

شکل ۷ نشان داده شده است.



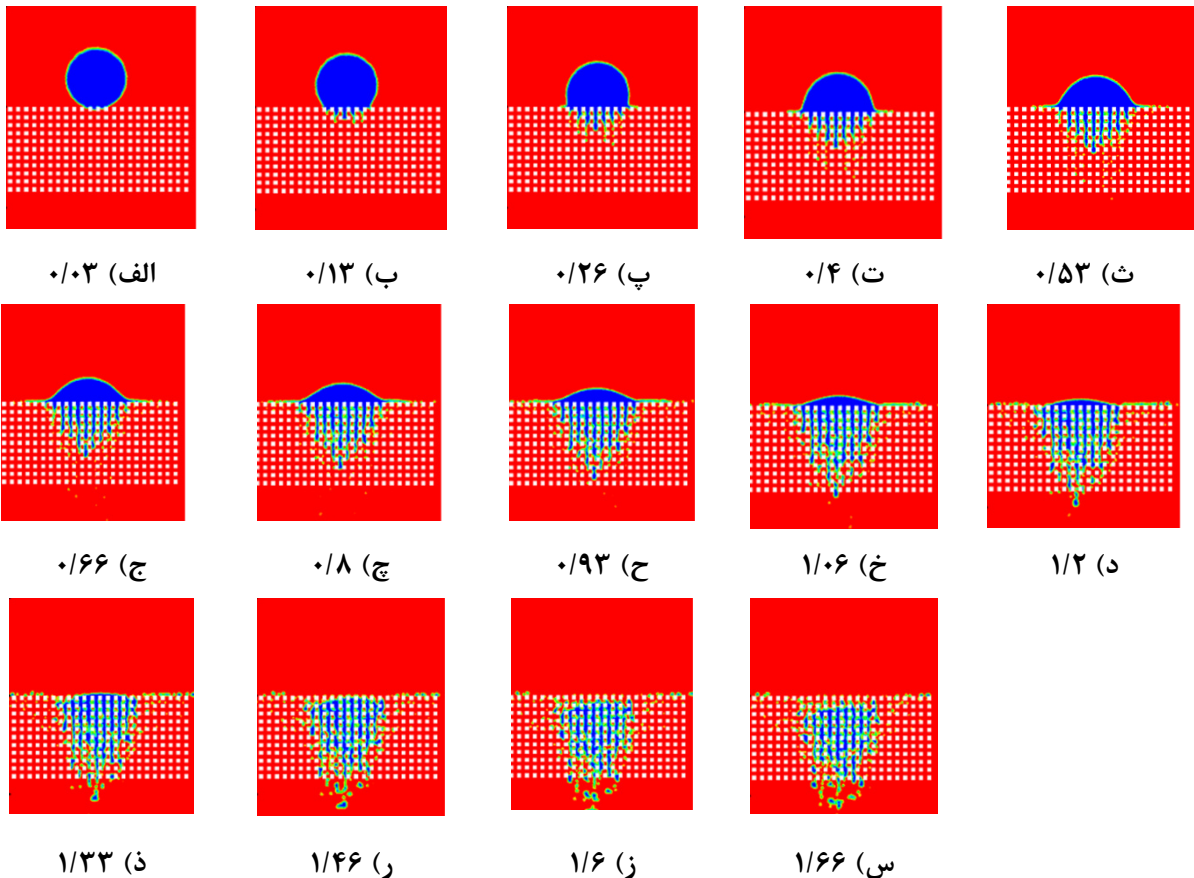
شکل ۷- کانتور فاز قطره آب با زاویه تماس

برای تست استقلال از شبکه، دو بار دیگر همین روند را برای شبکه هایی با تعداد ۷۱۷۱ و ۱۲۲۲۱ گره، تکرار شده است. در این مقاله ابتدا یک قطره دایروی با شعاع ۰/۰۱۵ متر و سرعت اولیه ۱ m/s در یک شبکه مستطیلی به ابعاد ۱۲۰×۱۰۰ متر مربع با تعداد ۲۱۴۵۴ گره به صورت مماس به محیط متخلخل با تخلخل ۴۰ درصد قرار داده می شود. برای تست استقلال از شبکه قطره، همین روند را در شبکه ای با اندازه ۴۰۳۶۶ گره تکرار می کنیم. کانتورهای فاز مربوط به تست استقلال از شبکه، در شبکه هایی با اندازه ۲۱۴۵۴ و ۴۰۳۶۶ گره در زمان های بی بعد ۰/۰۳، ۰/۱۳، ۰/۲۶، ۰/۴، ۰/۵۳، ۰/۶۶، ۰/۸، ۰/۹۳، ۱/۰۶، ۱/۲، ۱/۳۳، ۱/۴۶، ۱/۶ و ۱/۶۶ با هم مقایسه شده و متوجه می شویم که تغییر قابل ملاحظه ای در آن ها دیده نمی شود



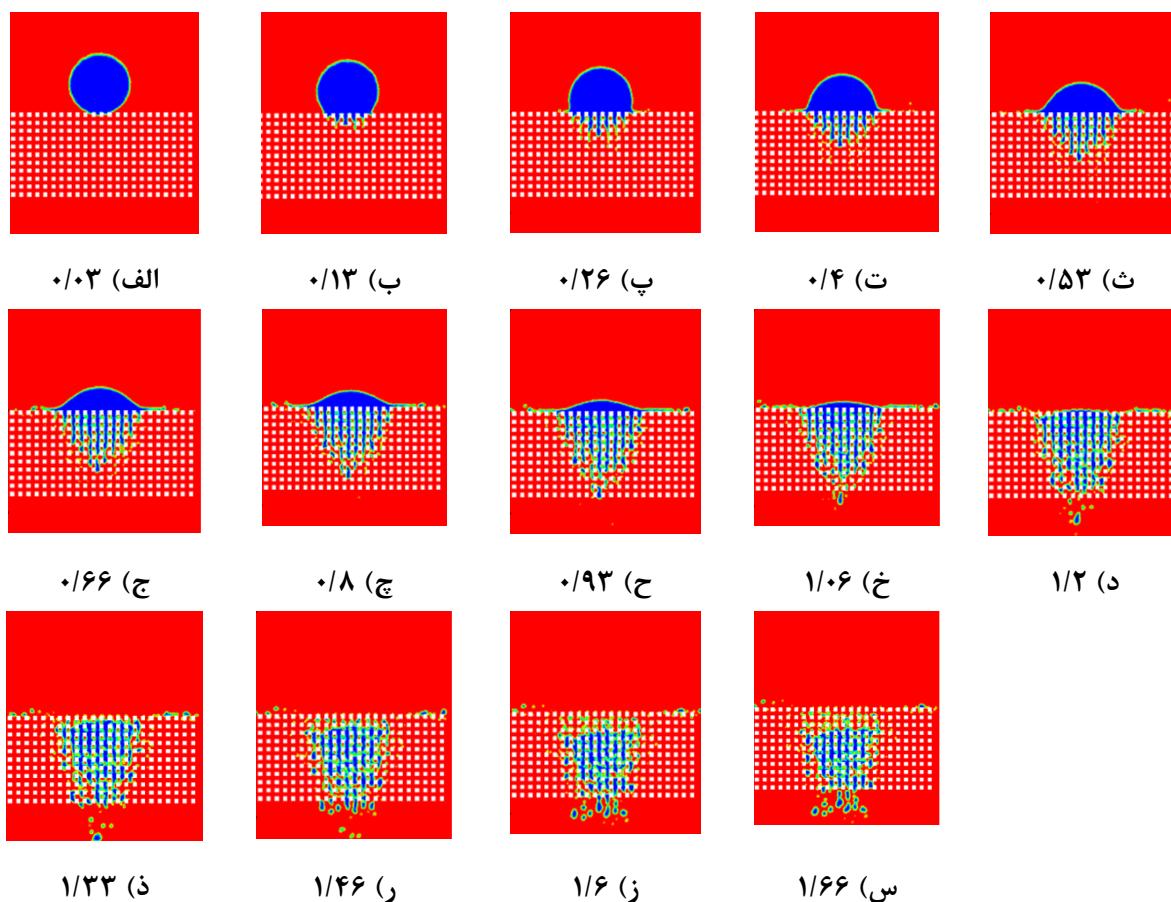
به هوا و رنگ آبی مربوط به قطره آب است. در شکل ۸ قطره آب به دلیل وجود موئینگی در محیط متخلخل نفوذ می‌کند ولی در شکل ۹ کانتورهای فاز قطره آب با حضور نیروی گرانش نشان داده شده است.

۱ m/s و زاویه  $60^\circ$  بدون حضور نیروی گرانش در شکل ۸ نمایش داده شده است. لازم به یادآوری است که این محاسبات به روش حجم سیال و با استفاده از نرم افزار فلونت در شبکه‌ای به تعداد ۴۰۳۶۶ گره انجام شده است. در این کانتورها رنگ قرمز مربوط



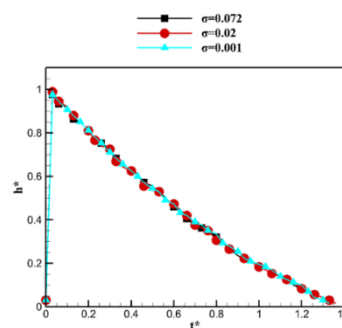
شکل ۸- نمایش کانتور نفوذ فاز قطره آب در زمان های بی بعد و بدون حضور نیروی گرانش

در شکل ۹ قطره آب به دلیل وجود موئینگی و نیروی گرانش در محیط متخلخل نفوذ و از آن خارج می‌شود. همچنین از مقایسه شکل ۸ و ۹ می‌توان متوجه شده که سرعت پخش و خروج قطره آب از محیط متخلخل در زمانی که نیروی گرانش وجود دارد بسیار سریع‌تر از زمانی است که نیروی گرانشی وجود ندارد. اکنون برای به دست آوردن میزان نفوذ پذیری و سطح گسترش قطره آب نسبت به زمان در محیط متخلخل، نتایج به دست آمده برای اعداد بی بعد مختلف در یک نمودار قرار داده و با هم مقایسه شده است. در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ تغییرات کشش سطحی روی نفوذ پذیری قطره بررسی شده است.

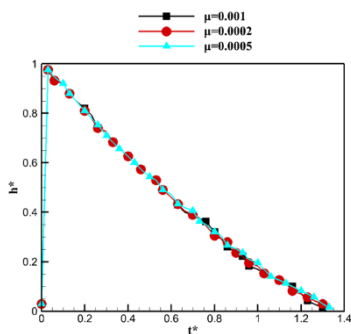


شکل ۹- نمایش کانتور نفوذ فاز قطره آب در زمان های بی بعد و با حضور نیروی گرانش

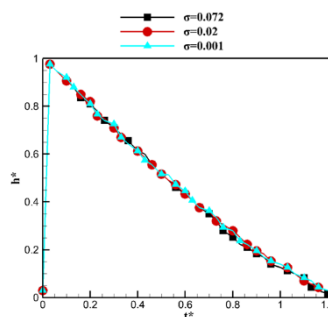
همان طور که در شکل ۱۰ مشاهده می شود سرعت پخش و نفوذ قطره آب بدون حضور نیروی گرانش با کشش سطحی ۰/۰۱ کمتر از دو حالت دیگر و قطره آب با کشش سطحی ۰/۰۲ با حضور نیروی گرانش بیشتر از دو حالت دیگر است و همچنین سرعت پخش و نفوذ قطره آب در محیط متخلخل با حضور نیروی گرانش بیشتر از حالت بدون نیروی گرانش است. در شکل ۱۲ و ۱۳ تغییرات ویسکوزیته بررسی شده است.



شکل ۱۰- نفوذ پذیری قطره آب براساس تغییرات کشش سطحی.

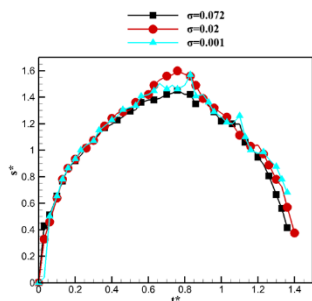


شکل ۱۲- نفوذ پذیری قطره آب براساس تغییرات ویسکوزیته.

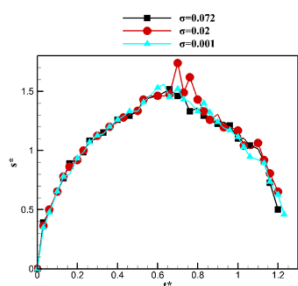


شکل ۱۱- نفوذ پذیری قطره آب با حضور نیروی گرانش براساس تغییرات کشش سطحی.

نیروی گرانش وجود دارد سرعت پخش و نفوذ قطره با زاویه تماس ۹۰ درجه نسبت به شکل ۱۵ و دو حالت دیگر بیشتر می‌باشد. در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ تغییرات کشش سطحی روی سطح گسترش قطره بررسی شده است.

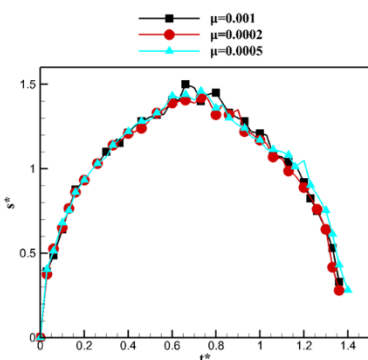


شکل ۱۶- سطح گسترش قطره براساس تغییرات کشش سطحی.

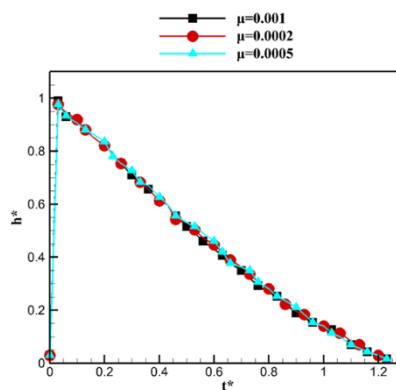


شکل ۱۷- سطح گسترش قطره با حضور نیروی گرانش براساس تغییرات کشش سطحی.

در شکل ۱۶ سرعت گسترش و نفوذ قطره آب با کشش سطحی ۰.۲/۰ کمتر از دو حالت دیگر می‌باشد و شکل ۱۷ که نیروی گرانش در آن وجود دارد سریعتر از حالتی است که در آن نیروی گرانش وجود ندارد. در شکل‌های ۱۸ و ۱۹ تغییرات ویسکوزیته روی سطح گسترش قطره بررسی شده است

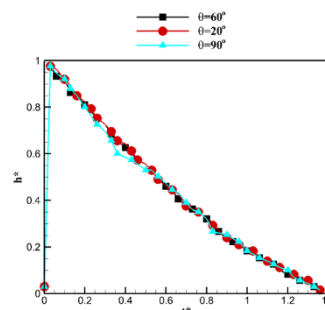


شکل ۱۸- سطح گسترش قطره آب براساس تغییرات ویسکوزیته.

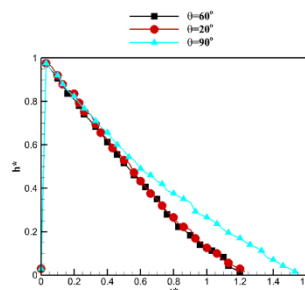


شکل ۱۳- نفوذ پذیری قطره آب با حضور نیروی گرانش براساس تغییرات ویسکوزیته.

همان‌طور که در شکل ۱۲ و ۱۳ قابل مشاهده است، با افزایش ویسکوزیته سرعت پخش و نفوذ قطره آب در محیط متخلخل افزایش می‌یابد و همان‌طور که بالا نیز ذکر شد در حالت بدون گرانش سرعت نفوذ و پخش قطره آب بیشتر از حالتی است که نیروی گرانش وجود دارد. در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ تغییرات زاویه تماس بررسی شده است



شکل ۱۴- نفوذ پذیری قطره آب براساس تغییرات زاویه تماس.



شکل ۱۵- نفوذ پذیری قطره آب با حضور نیروی گرانش براساس تغییرات ویسکوزیته.

با توجه به شکل ۱۴ می‌توان گفت تغییرات در هر سه حالت تقریباً یکسان می‌باشد اما در شکل ۱۵ که

سرعت پخش و نفوذ قطره در حالتی که نیروی گرانش وجود دارد بسیار کمتر از حالتی است که نیروی گرانش وجود ندارد. در جدول ۳ مشخصات پژوهش انجام گرفته در مقایسه با کار و کار بررسی و مقایسه شده اند.

جدول ۳- مقایسه روش حجم سیال با دیگر مراجع [۹]، [۱۶].

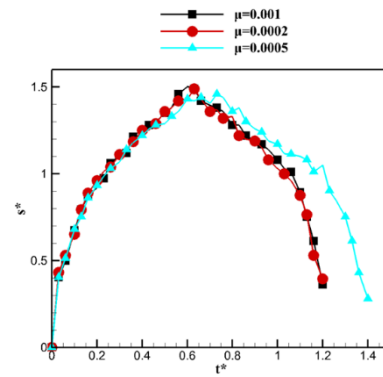
خطای محاسبه	بهبود دقت نسبت به کار مرجع [۹]	روش مورد استفاده	خطای محاسبه
R نسبت به نتایج تجربی مرجع [۱۶]	در مقایسه با نتایج تجربی کار [۱۶]	در محاسبات	R نسبت به نتایج تجربی مرجع [۱۶]

پژوهش حاضر ۰٫۰۱۶۶۶ حجم سیال ۹٪

مدل شان و چن در غالب روش بولتزمن شبکه‌ای ۰٫۰۱۸۳۵ [۹]

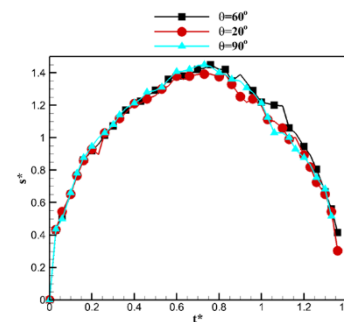
#### ۴- جمع بندی

در مقاله حاضر نفوذ قطره آب در داخل محیط متخلخل مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور برخورد یک قطره دو بعدی با سطح متخلخل به روش حجم سیال شبیه‌سازی گردید. استفاده از روش حجم سیال موجب کاهش حجم محاسبات و افزایش دقت نسبت به روش بولتزمن شبکه‌ای شده است. از میان تمام پارامترهای موجود در مسئله، تاثیر کشش سطحی، ویسکوزیته، زاویه تماس و همچنین نفوذ پذیری و سطح گسترش قطره در محیط متخلخل بررسی شد. با استفاده از این شبیه‌سازی، تغییرات اعداد بی بعد رینولدز و وبر مورد ارزیابی قرار گرفت و مشاهده می شود که با افزایش ویسکوزیته عدد رینولدز کاهش و با افزایش کشش سطحی عدد وبر نیز کاهش پیدا می کند اما زاویه تماس هیچ تاثیری در این دو عدد بی بعد ندارد.

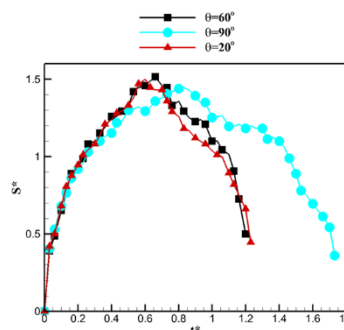


شکل ۱۹- سطح گسترش قطره آب با حضور نیروی گرانش براساس تغییرات ویسکوزیته.

در شکل ۱۸ تغییرات در سه حالت تقریباً یکسان می‌باشد، اما در شکل ۱۹ در حالتی که ویسکوزیته ۰/۰۰۰۵ می‌باشد، سرعت پخش و نفوذ سطح گسترش بسیار کمتر از دو حالت دیگر است. در شکل ۲۰ و ۲۱ سطح گسترش قطره با توجه به تغییرات زاویه تماس بررسی شده است.



شکل ۲۰- سطح گسترش قطره براساس تغییرات زاویه تماس.



شکل ۲۱- سطح گسترش قطره با حضور نیروی گرانش و براساس تغییرات زاویه تماس.

از مقایسه شکل ۲۰ و ۲۱ می‌توان متوجه شد، زمانی که زاویه تماس قطره ۶۰ و ۲۰ درجه است تغییرات سطح گسترش تقریباً یکسان می‌باشد. اما در زاویه ۹۰ درجه

## ۵- نمادها

## علائم انگلیسی

10.1021/acs.langmuir.8b03472.		
[5] Taghilo, M. and Rahimian, M., "Simulation of two-dimensional drop penetration inside porous media using lattice Boltzmann method," Modares Mechanical Engineering, 13, No. 13, pages 43 to 56. 2016.	زمان	$t(s)$
[6] El-Amin, M. F., Alwated, B., and Hoteit, H. A., "Machine Learning Prediction of Nanoparticle Transport with Two-Phase Flow in Porous Media," Energies, vol. 16, no. 2, 2023, doi: 10.3390/en16020678.	سرعت	$v(ms^{-1})$
[7] Helseth, L. E. and Greve, M. M., "Wetting of porous thin films exhibiting large contact angles," J. Chem. Phys., vol. 158, no. 9, 2023, doi: 10.1063/5.0138148.	فشار	$P(pa)$
[8] Chebbi, R., "Absorption and Spreading of a Liquid Droplet over a Thick Porous Substrate," ACS Omega, vol. 6, no. 7, 2021, doi: 10.1021/acsomega.0c05341.	نیروی کشش سطحی	$F_s(N)$
[9] Salehabadi, H., Nazari, M., and Kihani, M. H., "Two-phase modeling of fluid penetration and navigation in specific paths inside a layered porous medium using the Boltzmann network method," Mechanical Engineering, Tabriz University, D 47, No. 3, pages 129 to 138, 2016.	تابع انحناى سطح مشترک	$K(m^{-1})$
[10] Ozaki, H. and Aoyagi, T., "Prediction of steady flows passing fixed cylinders using deep learning," Sci. Rep., vol. 12, no. 1, 2022, doi: 10.1038/s41598-021-03651-8.	شعاع قطره در محیط متخلخل	$R(mm)$
[11] Bhat, N. U. H. and Pahar, G., "Depth-averaged coupling of submerged granular deformation with fluid flow: An augmented HLL scheme," J. Hydrol., vol. 606, 2022, doi: 10.1016/j.jhydrol.2021.127364.	عدد بی بعد رینولدز	$Re$
[12] Li, Y., Zhang, J., and Fan, L. S., "Numerical simulation of gas-liquid-solid fluidization systems using a combined CFD-VOF-DPM method: Bubble wake behavior," Chem. Eng. Sci., vol. 54, no. 21, 1999, doi: 10.1016/S0009-2509(99)00263-8.	عدد بی بعد وبر	$We$
[13] Liu, Q. and Luo, Z. H., "CFD-VOF-DPM simulations of bubble rising and coalescence in low hold-up particle-liquid suspension systems," Powder Technol., vol. 339, 2018, doi: 10.1016/j.powtec.2018.08.041.	شعاع قطره	$R(m)$
[14] Przykaza, K., Woźniak, K., Jurak, M., Wiącek, A. E., and Mroccka, R., "Properties of the Langmuir and Langmuir-Blodgett monolayers of cholesterol-cyclosporine A on water and polymer support," Adsorption, vol. 25, no. 4, 2019, doi: 10.1007/s10450-019-00117-2.	طول تماس قطره با سطح	$b(m)$
[15] Ding, B., Dong, M., Chen, Z., and Kantzas, A., "Enhanced oil recovery by emulsion injection in heterogeneous heavy oil reservoirs: Experiments, modeling and reservoir simulation," J. Pet. Sci. Eng., vol. 209, 2022, doi: 10.1016/j.petrol.2021.109882.	ارتفاع قطره از سطح	$h(m)$
[16] Navaz, H. K. et al., "Sessile droplet spread into porous substrates-Determination of capillary pressure using a continuum approach," J. Colloid Interface Sci., vol. 325, no. 2, 2008, doi: 10.1016/j.jcis.2008.04.078.	ضریب کشش سطحی	$\sigma(Nm^{-1})$
[17] Deng, H., Huang, Y., Yang, Y., Wu, S., and Chen, Z., "Three-dimensional numerical investigation on micro-me-	کسر حجمی	$\alpha$
	خواص جریان دوفازی	$\beta$
	زاویه تماس قطره با سطح	$\theta$

## ۶-مراجع

- [1] Ezzatneshan, E. and Goharimehr, R., "A Pseudopotential Lattice Boltzmann Method for Simulation of Two-Phase Flow Transport in Porous Medium at High-Density and High-Viscosity Ratios," Geofluids, vol. 2021, 2021, doi: 10.1155/2021/5668743.
- [2] Cerqueira, R. F. L., Paladino, E. E., Evrard, F., Denner, F., and Wachem, B. van, "Multiscale modeling and validation of the flow around Taylor bubbles surrounded with small dispersed bubbles using a coupled VOF-DBM approach," Int. J. Multiph. Flow, vol. 141, 2021, doi: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2021.103673.
- [3] Li, X., Hao, Y., Zhao, P., Fan, M., and Song, S., "Simulation study on the phase holdup characteristics of the gas-liquid-solid mini-fluidized beds with bubbling flow," Chem. Eng. J., vol. 427, 2022, doi: 10.1016/j.ces.2021.131488.
- [4] Fu, F., Li, P., Wang, K., and Wu, R., "Numerical Simulation of Sessile Droplet Spreading and Penetration on Porous Substrates," Langmuir, vol. 35, no. 8, 2019, doi:

ter droplet impact and penetration into the porous media with different velocities,” MATEC Web Conf., vol. 355, 2022, doi: 10.1051/mateconf/202235501009.

[18] Zarareh, A., Burnside, S. B., Khajepour, S., and Chen, B., “Improving the staircase approximation for wettability implementation of phase-field model: Part 2 – Three-component permeation,” Comput. Math. with Appl., vol. 109, 2022, doi: 10.1016/j.camwa.2022.01.005.