



مرکز ملی باوردهای علمی و فناوری

سازمان بنادر و دریانوردی به عنوان تنها مرجع حاکمیتی کشور در امور بندری، دریایی و کشتی‌رانی بازرگانی به منظور ایفای نقش مرجعیت دانشی خود و در راستای تحقق راهبردهای کلان نقشه جامع علمی کشور مبنی بر "حمایت از توسعه شبکه‌های تحقیقاتی و تسهیل انتقال و انتشار دانش و سامان‌دهی علمی" از طریق "استانداردسازی و اصلاح فرایندهای تولید، ثبت، داوری و سنجش و ایجاد بانک‌های اطلاعاتی یکپارچه برای نشریات، اختراعات و اکتشافات پژوهشگران"، اقدام به ارایه این اثر در سایت SID می‌نماید.



سازمان بنادر و دریانوردی

## شبیه‌سازی مسائل موج در جریان ویسکوز به روش MPS

حنیفه ایمانیان<sup>۱\*</sup>، مرتضی کلاهدوزان و امیررضا زرانی

تاریخ دریافت: ۹۴/۴/۲۰

\*نویسنده مسئول

تاریخ پذیرش: ۹۴/۶/۱۴

© نشریه صنعت حمل و نقل دریایی ۱۳۹۴، تمامی حقوق این اثر متعلق به نشریه صنعت حمل و نقل دریایی است.

### چکیده

در این مقاله، مدل لاگرانژی دوبعدی قائم با روش نیمه ضمنی ذره متحرک (MPS) جهت مدل‌سازی مسائل موج و برخورد با سازه‌های دریایی توسعه داده شده است. به منظور اعمال مدل به جریان ویسکوز، لازم است اثر تلاطم در نظر گرفته شود. با این هدف، از ویسکوزیته گردابی ثابت استفاده شده است. مدل عددی حاضر در چند مثال روند یابی موج در کانال و برخورد موج به دیواره به کار رفته است. مقایسه نتایج حاصل از مدل عددی حاضر با اطلاعات آزمایشگاهی و عددی موجود در ادبیات فنی نشان‌دهنده افزایش توانایی مدل در برآورد سطح آب به خصوص در مقایسه با سایر مدل‌های غیر ویسکوز است. همچنین میدان فشار برخلاف اکثر مدل‌های لاگرانژی به خوبی محاسبه شده است.

**واژه‌های کلیدی:** موج، مدل‌سازی عددی، لاگرانژی، روش MPS، مدل آشفتگی

## ۱- مقدمه

جریان‌های با سطح آزاد، به‌خصوص در مناطق دریایی یا کانال‌های موجدار به سبب نقش تجاری و اقتصادی خود، اهمیت هیدرولیکی خاصی دارند. شبیه‌سازی هیدرودینامیکی این مناطق به خاطر پیچیدگی‌هایی که در شرایط مرزی و سطح آزاد آنها وجود دارد، تا حدودی پیچیده می‌باشد. با وجود پیشرفته‌ای زیادی که در مدل‌سازی عددی سطوح آزاد آب به دست آمده است، همچنان دشواری‌هایی در شبیه‌سازی سطوح آزاد پیچیده یا اندرکنش سازه و آب وجود دارد. اخیراً روش‌های لاگرانژی در زمینه مدل‌سازی سطح آزاد بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. یکی از جدیدترین این روش‌ها، روش نیمه ضمنی ذره متحرک (MPS) است که اولین بار توسط Koshizuka & Oka (۱۹۹۶) معرفی شد [۱]. در گذشته روش MPS برای مدل‌سازی تعدادی از پدیده‌های هیدرولیکی چون شکست سد، شکست موج، خروج جت و جریان روی سرریز بکار گرفته شده است [۲، ۳].

Gotoh and Sakai (۲۰۰۶) یک مدل چند فازه MPS را برای شبیه‌سازی مسائل با فازهای مایع و گاز یا مایع و جامد، انتقال رسوب و اجسام شناور توسعه دادند [۴]. Ataie-Ashtiani and Farhadi (۲۰۰۶) توابع کرنل مختلف را با هم مقایسه کرده و رابطه‌ای جهت افزایش پایداری مدل لاگرانژی ارائه دادند [۵]. Shibata and Koshizuka (۲۰۰۷) مدل MPS سه‌بعدی را جهت شبیه‌سازی برخورد موج به عرشه کشتی و پیش‌بینی فشار ناشی از برخورد بکار بردند [۶]. Suzuki et al (۲۰۰۷) روش MPS را با روش هامیلتونی ترکیب کرده و روش جدیدی پیشنهاد نمود [۷]. فیاض (۱۳۸۶) متغیرهای دیگری مانند تنش سطحی به مدل چند فازه MPS افزود و پایداری و دقت مدل را ارتقا بخشید [۸]. Khayyer and Gotoh (۲۰۰۹) روی بخش بقای ممنوم مدل کار کردند و رابطه جدیدی برای تغییرات فشار پیشنهاد دادند [۳]. آنها همچنین برای غلبه بر نوسانات فشار کمی تراکم‌پذیری را برای سیال قائل شدند. سپس Khayyer and Gotoh (۲۰۱۰) مدل مرتبه بالاتری برای پایداری و ارتقای محاسبات فشار در مدل MPS معرفی کردند [۹]. Shakibaenia and Jin (۲۰۱۰) تراکم‌پذیری کمی را برای مدل MPS قائل شده و در شرایط مرزی، استراتژی جایگزینی ذرات را پیشنهاد نمودند [۱۰]. Tanaka and Masunaga (۲۰۱۰) برای هموارسازی نوسانات فشار در زمان و مکان تلاش‌هایی انجام دادند [۱۱]. Lee et al (۲۰۱۰) مسائل برخورد بین دو فاز مایع یا مایع و جامد را با روش MPS مدل‌سازی کردند [۱۲]. به‌منظور غلبه بر نوسانات غیرفیزیکی فشار، Kondo and Koshizuka (۲۰۱۰) رابطه جدیدی برای جمله منبع در معادله پواسن فشار پیشنهاد دادند [۱۳]. به‌طورکلی روش MPS تاکنون بیشتر برای مدل‌سازی جریان‌های غیر ویسکوز بکار رفته و اثر آشفتگی در مدل‌های چند فازه MPS دیده نشده است [۵، ۷]. فیاض (۱۳۸۶) تلاش‌هایی برای افزودن اثر آشفتگی به مدل چند فازه MPS با استفاده از مفهوم آشفتگی گردابی ثابت انجام داد [۸]. همچنین شیرازپور (۱۳۸۸) اثر مدل آشفتگی طول اختلاط پراتل و مدل دو معادله‌ای  $k-\epsilon$  را بر روی تغییرات سطح آزاد در مسئله شکست سد بررسی کرد [۱۴]. در پژوهش حاضر، روش MPS برای شبیه‌سازی سطح آزاد در جریان ویسکوز توسعه داده شده است. به این صورت که از ویسکوزیته گردابی ثابت استفاده شده و اثر آشفتگی با استفاده از این مدل در مسائل موج دیده شده است.

## ۲- روش تحقیق

### ۲-۱- معادلات حاکم

معادلات حاکم در جریان ویسکوز شامل معادلات پیوستگی و ممنوم به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla u = 0$$

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu_t \nabla^2 u + f$$

که در آن  $u$  بردار سرعت،  $t$  زمان،  $\rho$  چگالی سیال،  $P$  فشار،  $\nu_t$  ویسکوزیته گردابی سیال و  $f$  بردار شتاب گرانشی و تنش سطحی است.

در این روش برخلاف روش‌های اولری سطح آزاد جریان به‌طور خودکار برای ذرات به دست می‌آید. از این رو می‌توان ترم فشار را به‌صورت متغیر مستقل شامل مقادیر فشار استاتیکی و دینامیکی در نظر گرفت و با حل معادله پواسن فشار، مقدار آن را برای تمامی ذرات محاسبه کرد. معادله پواسن فشار به‌کاررفته به‌صورت رابطه (۳) می‌باشد [۱]:

$$\Delta \rho / \Delta t^2 = \nabla^2 P$$

### ۲-۲- منقطع سازی مدل

در روش MPS معادلات پیوستگی و ممنوم به معادلات اندرکنش ذرات با اپراتورهای مختلف تبدیل می‌شوند. همه اندرکنش‌ها در فاصله مشخصی به نام شعاع تأثیر محدود می‌گردند. وزن دهی به ذرات همسایه موجود در شعاع تأثیر یک ذره مشخص، با استفاده از تابع کرنل انجام می‌شود. در تحقیق حاضر از رابطه Quartic Spline به‌عنوان تابع کرنل استفاده شده است.

$$w(r) = \begin{cases} 1 - 6(r/r_e)^2 + 8(r/r_e)^3 - 3(r/r_e)^4 & 0 \leq r/r_e \leq 1 \\ 0 & 1 < r/r_e \end{cases}$$

که در آن  $r$  فاصله بین دو ذره،  $r_e$  شعاع تأثیر و  $w$  تابع کرنل است. تابع گردابی بین دو ذره همسایه با استفاده از تابع وزنی به‌صورت زیر بیان می‌گردد [۱]:

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{n^0} \sum_{j \neq i} \left[ \frac{\phi_j - \phi_i}{|r_j - r_i|} (r_j - r_i) w(|r_j - r_i|) \right]$$

که در آن کمیت فیزیکی،  $d$  ابعاد مسئله (۲ یا ۳ برای مسائل دو یا سه‌بعدی)،  $n$  چگالی استاندارد که برای سیال غیرقابل تراکم ثابت می‌ماند،  $r_i$  بردار مکان ذره  $i$  و حداقل مقدار مربوط به ذرات همسایه در شعاع تأثیر است.

$$\phi'_i = \min(\phi_j) \quad \text{for } \{w(|r_j - r_i|) \neq 0\}$$

تابع لاپلاس نیز به‌صورت زیر بیان می‌گردد [۱]:

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{n^0 \lambda} \sum_{j \neq i} [(\phi_j - \phi_i) w(|r_j - r_i|)]$$

در معادلات بالا،  $n_i$  چگالی ذره  $i$  در موقعیت  $r_i$  به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\langle n \rangle_i = \sum_{j \neq i} w(|r_j - r_i|)$$

MPS برای پیش‌بینی تغییرات پروفیل موج به‌خصوص مقدار و موقعیت قله آن استفاده شده است. در این مثال کانالی به طول ۷٫۵ متر و با عمق آب اولیه ۰٫۵ متر در نظر گرفته شده است. پروفیل اولیه موج با معادله زیر تعریف شده است [۱۷]:

$$\eta = \frac{H}{\cosh^2\left(x/\sqrt{\frac{4h^3}{3H}}\right)}$$

که در آن  $\eta$  تراز سطح آزاد موج،  $H$  ارتفاع موج،  $h$  عمق آب و  $x$  فاصله جهت طولی کانال است.

برای تولید موجی با ارتفاع ۰٫۲ متر و طول ۳ متر، معادله پروفیل اولیه موج با سرعت قائم صفر و سرعت افقی  $U$  با رابطه زیر به‌عنوان ورودی مدل عددی در نظر گرفته شده است [۱۷]:

$$U = \frac{\eta}{h} \sqrt{gh}$$

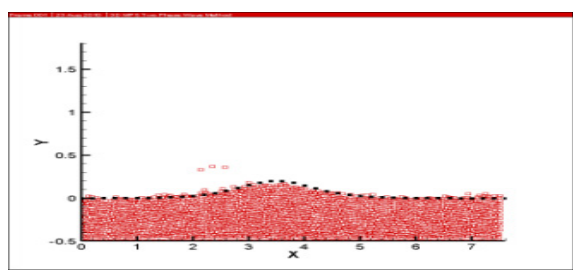
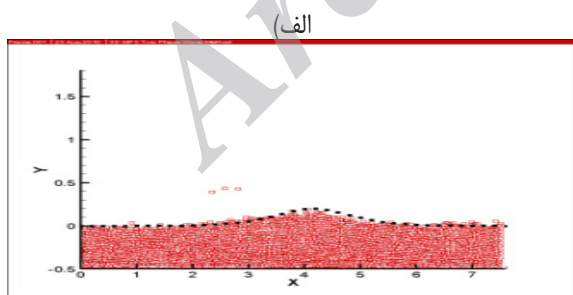
که در آن  $g$  شتاب ثقل است.

در هر مسئله پارامترهای بهینه بر اساس عدد کورانت طبق رابطه زیر انتخاب شده‌اند:

$$Cr = \frac{\Delta t V_{\max}}{r_0} \leq 0.1$$

که در آن  $r_0$  فاصله اولیه بین ذرات،  $\Delta t$  گام زمانی و  $V_{\max}$  حداکثر سرعت جریان است.

تغییرات تراز سطح آب در حالت‌های بدون ویسکوزیته و با ویسکوزیته ثابت توسط مدل عددی MPS به دست آمده است. مقایسه نتایج با رابطه تئوری انتقال موج بدون استهلاک در شکل ۱ نشان داده شده است. در این مثال قطر ذرات ۰٫۴۵ متر در نظر گرفته شده و جمعا از ۲۱۳۸ ذره در محاسبات استفاده شده است. عدد کورانت برابر ۰٫۰۵۹ به دست آمده است.



و ضریب  $\lambda$  به‌صورت زیر تعریف می‌گردد [۱]:

$$\lambda = \int w(r)r^2 dv / \int w(r)dv$$

### ۲-۳- روش حل عددی

روش MPS مورد استفاده در پژوهش حاضر به‌گونه‌ای است که معادلات حاکم به‌صورت نیمه صریح حل می‌شوند. برای افزایش سرعت همگرایی مدل از روش پروجکشن استفاده شده است. در این روش معادلات ناویر استوکس در دو نیم گام زمانی حل می‌شوند. در نیم گام زمانی اول، معادلات اول با حضور جملات ویسکوزیته و ثقل حل می‌شوند درحالی‌که از سایر جملات صرف‌نظر می‌شود. در این حالت موقعیت و سرعت هر ذره محاسبه می‌شود. سپس معادله پواسن فشار حل شده و مقادیر فشار برای کلیه ذرات به دست می‌آید. در نیم گام زمانی دوم مقادیر به‌دست‌آمده از نیم گام زمانی اول با حضور سایر جملات معادله ناویر استوکس مانند فشار و کشش سطحی، تصحیح می‌گردد [۱۳].

در ابتدای حل لازم است ویسکوزیته گردابی محاسبه گردد. پس از انتخاب ویسکوزیته آشفتگی برای هر ذره با تحلیل حساسیت، حل پروجکشن آغاز می‌شود. معادله نیم گام زمانی اول به بیان ریاضی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{Du}{Dt} = v_t \nabla^2 u + g$$

پس از حل معادله بالا به‌صورت صریح، مقادیر تغییرات سرعت برای هر ذره به دست می‌آید. با استفاده از آن می‌توان موقعیت و سرعت تصحیح‌شده ذرات را نیز محاسبه کرد.

$$u^{t+1/2} = \Delta u^{t+1/2} + u^t$$

$$r^{t+1/2} = u^{t+1/2} \Delta t + r^t$$

که در آن  $u^t$ ،  $r^t$ ،  $u^{t+1/2}$  و  $r^{t+1/2}$  به ترتیب سرعت و موقعیت هر ذره در گام زمانی فعلی  $t$  و نیم گام زمانی آینده  $t+1/2$  است.

برای یافتن مقادیر فشار معادله پواسن به‌صورت ضمنی حل می‌شود:

$$\langle \nabla^2 P_i^{t+1} \rangle = \frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{n_i^{t+1} - n^0}{n^0}$$

در نهایت با دانستن سرعت و موقعیت در نیم گام زمانی اول و مقادیر سرعت، گام دوم پروجکشن با حل معادله ناویر استوکس در حضور سایر جملات اجرا می‌شود.

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\nabla p$$

این معادله به‌طور ضمنی حل شده و مقادیر جدید سرعت و موقعیت برای هر ذره در گام زمانی آینده به دست می‌آید.

$$u^{t+1} = \Delta u + u^{t+1/2}$$

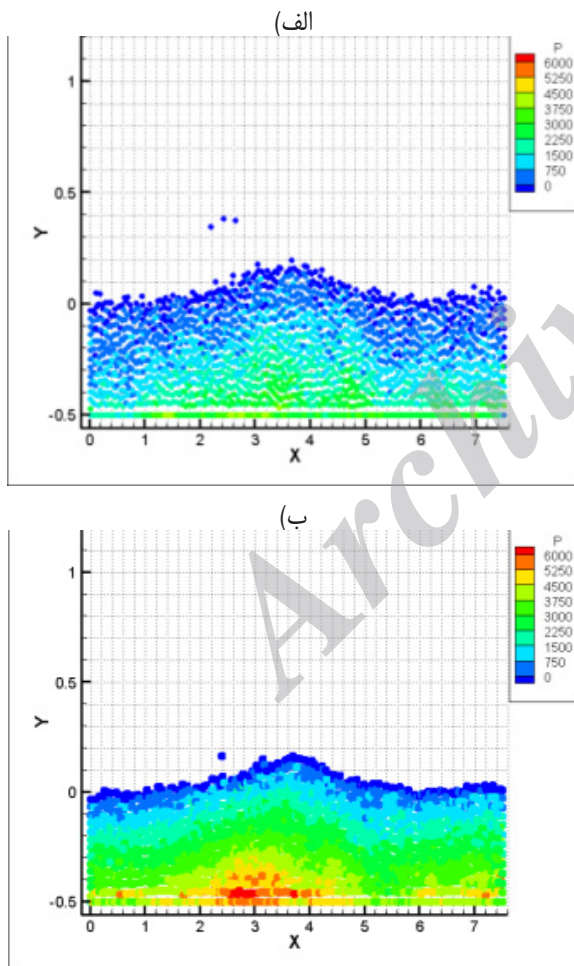
$$r^{t+1} = u^{t+1} \Delta t + r^{t+1/2}$$

### ۳- تجزیه و تحلیل داده‌ها و بیان نتایج

#### ۳-۱- صحت سنجی و ارزیابی مدل

جهت روندیابی موج در یک کانال مستقیم، از مدل دوبعدی قائم

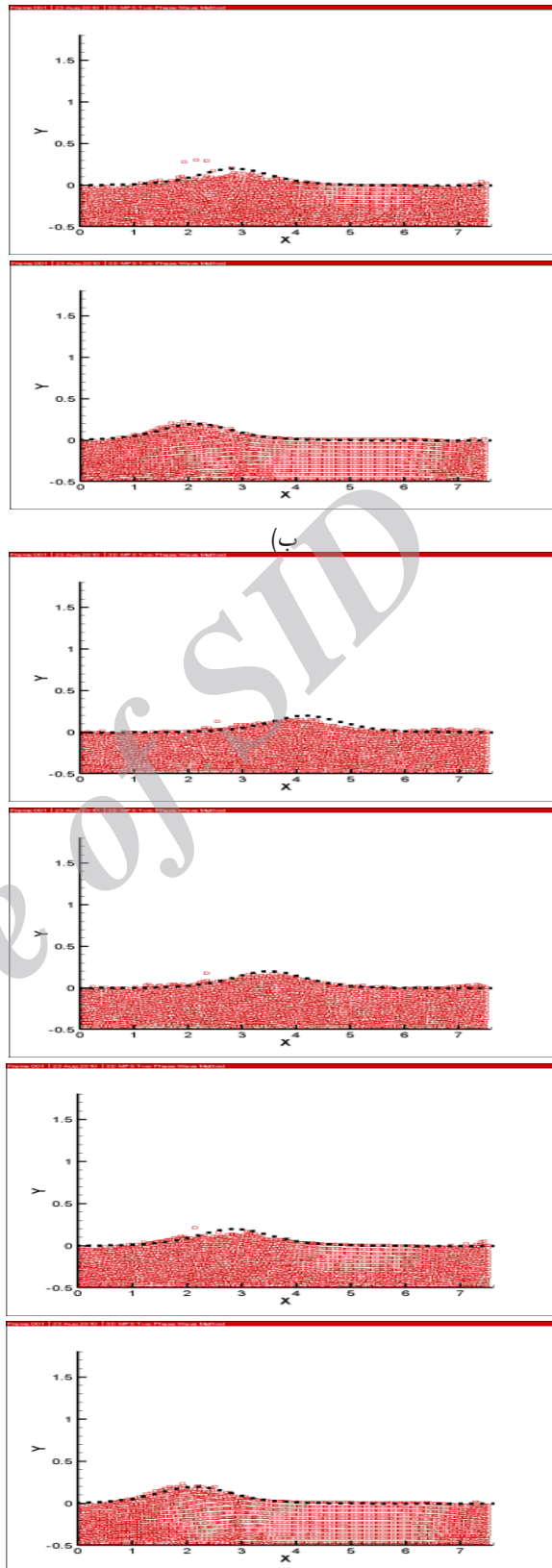
پراکنده شده‌اند. ولی در حالت ب که مدل‌سازی آشفته‌گی انجام شده است، سطح آب به‌صورت هموارتری به دست آمده است. مقایسه موقعیت و مقدار قله موج پیش‌بینی شده توسط مدل عددی MPS در زمانه‌ای مختلف با مقدار تئوری آن نشان می‌دهد موقعیت قله موج در هر دو حالت در کلیه زمان‌ها با پروفیل تئوری تطابق دارد. ارتفاع موج در حالت الف مدل عددی (بدون ویسکوزیته) با پروفیل تئوری منطبق است ولی در حالت ب به علت آنکه اثر ویسکوزیته جریان و استهلاک ناشی از آشفته‌گی توسط مدل آشفته‌گی دیده شده است، ارتفاع کمتری برای موج به دست آمده است. در شکل ۲ تغییرات میدان فشار در حالت‌های مختلف در نظرگیری ویسکوزیته در زمان ۰/۸۱ ثانیه نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که به غیر از حالت بدون ویسکوزیته، حالت با ویسکوزیته گردابی ثابت به خوبی توانسته است لایه‌های افزایش فشار از کف کانال تا سطح آزاد را پیش‌بینی نماید. همچنین یک منطقه پرفشار زیر قله موج به علت فشارهای دینامیکی ناشی از تغییرات شدید سطح آزاد آب دیده می‌شود. این موضوع با انتظار ما برای تغییرات فشار تطابق داشته و می‌تواند نحوه پیش‌بینی فشار را تأیید نماید.



شکل (۲): تغییرات فشار زیر موج پس از گذشت زمان ۰/۸۱ ثانیه در حالت‌های الف) بدون ویسکوزیته ب) با ویسکوزیته ثابت برابر ۰/۰۰۲

### ۳-۲- حرکت تک موج در محفظه ساده

مدل لاگرانژی برای مطالعه حرکت تک موج در یک محفظه ساده



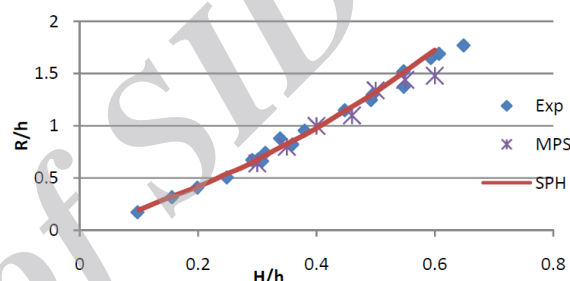
شکل (۱): مقایسه پروفیل موج مدل عددی با پروفیل تئوری بدون استهلاک، از چپ به راست پس از زمان ۰/۲۴، ۰/۵۱، ۰/۷۵ و ۱ ثانیه در حالت الف) بدون ویسکوزیته ب) ویسکوزیته گردابی ثابت برابر ۰/۰۰۲

همانگونه که در شکل ۱ قابل مشاهده است شبیه‌سازی در حالت‌های الف) بدون ویسکوزیته) سطح آب ناهموار بوده و تعدادی از ذرات در هوا

- عمران و محیطزیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران
- Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y., "Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 26, 1998, pp. 751-769
  - Shakibaenia, A. and Jin Y.C., "Lagrangian modeling of flow over spillways using the moving particle semi-implicit methods", 33rd IAHR Congress: Water Engineering for a Sustainable Environment, 2009, pp. 1809-1816
  - Khayer A. and Gottoh, H., "Modified moving particle semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure", Coastal Engineering, Vol. 56, 2009, pp. 419-440
  - Gotoh, H. and Sakai, T., "Key issues in the particle method for computation of wave breaking", Coastal Engineering, Vol. 53, 2006, pp. 171-179
  - Ataei-Ashtiani, B. and Farhadi, L., "A stable moving-particle semi-implicit method for free surface flows", Fluid Dynamics Research, Vol. 38, 2006, pp. 241-256
  - Shibata, K. and Koshizuka, S., "Numerical analysis of shipping water impact on a deck using a particle method", Ocean Engineering, Vol. 34, 2007, pp. 585-593
  - Suzuki, Y., Koshizuka, S. and Oka, Y., "Hamiltonian moving-particle semi-implicit (HMPS) method for incompressible fluid flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 196, 2007, pp. 2876-2894
  - Khayer A. and Gottoh, H., "A higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method", Applied Ocean Research, Vol. 32, 2010, pp. 124-131
  - Shakibaenia, A. and Jin Y.C., "A weakly compressible MPS method for modeling of open-boundary free-surface flow", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 63, 2010, pp. 1208-1232
  - Tanaka, M. and Masunaga, T., "Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by quasi-compressibility", Journal of Computational Physics, Vol. 229, 2010, pp. 4279-4290
  - Lee, B.H., Park, J.C., Kim, M.H., Jung, S.J., Ryu, M.C. and Kim, Y.S., "Numerical simulation of impact loads using a particle method", Ocean Engineering, Vol. 37, 2010, pp. 164-173
  - Kondo, M. and Koshizuka, S., "Improvement of stability in moving particle semi-implicit method", International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2010, unpublished
  - Viroleau, D. and Issa, R., "Numerical modeling of complex turbulent free-surface flows with the SPH method: an overview", International Journal for Numerical Method in Fluid, Vol. 53, 2006, pp. 277-304
  - Shao, S.D., "Simulation of breaking wave by SPH method coupled with k-ε model", Journal of Hydraulic Research, Vol. 44, No. 3, 2006, pp. 338-349
  - Monaghan, J.J. and Kos, A., "Solitary waves on a cretan beach", Journal of Waterways, Port, Coastal and Ocean Engineering, Vol. 125, No. 3, 1999, pp. 145-154

با دیواره‌های قائم بکار گرفته شده است. موج در حالت اولیه با معادله پروپیل  $\eta$  و با سرعت عمودی صفر و سرعت افقی  $U$  توسط روابط (۱۷) و (۱۸) تولید شده است [۱۷].

طول محفظه ۳ متر و عمق آب ۰٫۵ متر در نظر گرفته شده است. موج با ارتفاع‌های مختلف از ۰٫۱۵ تا ۰٫۳ متر در سمت چپ محفظه تشکیل شده و به سمت راست پیشروی می‌کند. پس از برخورد موج به دیواره عمودی محفظه به صورت قائم روی آن بالا می‌رود. میزان بالاروی روی دیواره قائم به کمک عمق آب بی‌بعد شده است. مقادیر محاسبه شده توسط مدل عددی لاگرانژی در حالت بدون ویسکوزیته با نتایج آزمایشگاهی Camfield and Street (۱۹۶۸) و مدل عددی SPH Monaghan and Kos (۱۹۹۹) در شکل ۳ مقایسه شده است [۱۷]. برای نسبت ارتفاع موج به عمق آب‌های ۰٫۳ تا ۰٫۶، از ۹۰۰ تا ۱۸۰۰ ذره محاسباتی با قطر ۰٫۰۳۳ تا ۰٫۰۵ در مدل عددی استفاده شده است.



شکل (۳): مقایسه نتایج مدل عددی MPS حاضر با داده‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی عددی SPH

مقادیر خطای محاسباتی نسبت به مقادیر آزمایشگاهی با استفاده از رابطه RMSE زیر برای روش SPH برابر ۱٪ و برای مدل MPS حاضر برابر ۳٫۷٪ به دست آمده است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

مدل MPS دوبعدی قائم برای شبیه‌سازی مسائل موج توسعه داده شده است. به منظور اعمال مدل به جریان ویسکوز، مدل‌سازی آشفتگی به روش ویسکوزیته گردابی ثابت با مدل هیدرودینامیک ترکیب شده است. کاربرد مدل حاضر در مثال‌های موجود در ادبیات فنی و مقایسه نتایج به دست آمده با داده‌های تئوری، تجربی و عددی، بیانگر ارتقای توانایی مدل در پیش‌بینی تغییرات سطح آزاد آب می‌باشد. همچنین افزودن مدل‌سازی آشفتگی به مدل عددی سبب افزایش پایداری و هموارسازی سطح آزاد آب شده است. به خصوص محاسبه میدان فشار برخلاف اکثر مدل‌های لاگرانژی به خوبی انجام شده است.

#### مراجع

- فیاض، م.، (۱۳۸۶). "مدل‌سازی عددی اندرکنش امواج با سازه‌های ساحلی"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران و محیطزیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران
- شیرازپور، س.، (۱۳۸۸). "مدل‌سازی عددی جریان در نزدیک موج‌شکن‌های شناور"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی