



## Estimation of Pore Size and Permeability in Porous Media Using Image Processing

M. Kianinia<sup>1</sup>, S. M. Abdoli<sup>2\*</sup>, S. Shafiei<sup>3</sup>

1- M. Sc. in Chemical Engineering, Sahand University of Technology

2- Assistant Professor of Chemical Engineering, Sahand University of Technology

3- Professor of Chemical Engineering, Sahand University of Technology

Email: [abdoli@sut.ac.ir](mailto:abdoli@sut.ac.ir)

### Abstract

*In this study, the porous media's morphological information, such as pore and particle size distribution, number of particles, and porosity, was extracted using image processing by imaging the spherical particle bed. The findings revealed that the ratio between the average pore diameter and the mean particle diameter is logarithmically related to porosity. The pore network model was used to measure the permeability in porous media. To create a pore network, all of the information derived from the image was used. The pressure distribution, flow rate, and consequently, the permeability have been determined after applying the governing equations in the network. The simulation findings for validation were compared to the permeability calculated in the experiment and the Carmen-Kozeny and Rabbani et al. equations. It was observed that the experimental results are more consistent with the results of the pore network model due to considering the internal structure of the porous media in the form of pores and throats.*

Received: 16 November 2020

Accepted: 17 January 2021

Page Number: 36-49

### Keywords:

Image Processing,  
Pore Size Distribution,  
Pore Network Model,  
Permeability

### Please Cite this Article Using:

Kianinia, M., Abdoli, S. M., Shafiei, S., "Estimation of Pore Size and Permeability in Porous Media Using Image Processing", Iranian Chemical Engineering Journal, Vol. 20, No. pp. 116, 36-49, In Persian, (2021).



## تخمین اندازه حفره‌ها و نفوذپذیری در محیط متخلخل با استفاده از پردازش تصویر

مهسا کیانی‌نیا<sup>۱</sup>، سیدمجید عبدلی<sup>۲\*</sup>، سیروس شفیعی<sup>۳</sup>

۱- کارشناسی ارشد مهندسی شیمی، دانشگاه صنعتی سهند

۲- استادیار مهندسی شیمی، دانشگاه صنعتی سهند

۳- استاد مهندسی شیمی، دانشگاه صنعتی سهند

پیام نگار: [abdoli@sut.ac.ir](mailto:abdoli@sut.ac.ir)

### چکیده

در این پژوهش با تصویربرداری از بستر ذرات کروی و استفاده از پردازش تصویر، اطلاعات ریخت‌شناختی محیط متخلخل نظیر توزیع اندازه ذرات و حفره‌ها، تعداد ذرات و تخلخل استخراج شد. با بررسی داده‌های به دست آمده، مشاهده شد که نسبت میانگین قطر حفره‌ها به میانگین قطر ذرات با تخلخل رابطه لگاریتمی دارد. با توجه به اهمیت محاسبه ضریب نفوذپذیری در محیط‌های متخلخل، از مدل شبکه حفره‌ای استفاده شد. برای ساخت شبکه حفره‌ای کلیه اطلاعات استخراج شده از تصویر به کار رفت. بعد از اعمال معادلات حاکم در شبکه، توزیع فشار، دبی جریان و در نتیجه ضریب نفوذپذیری حساب شد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای اعتبارسنجی با ضریب نفوذپذیری اندازه‌گیری شده در آزمایش و معادلات تجربی کارمن-کوزنی و ربانی و همکاران مقایسه و مشاهده شد که نتایج آزمایشگاهی با نتایج مدل شبکه حفره‌ای به دلیل در نظر گرفتن ساختار داخلی محیط متخلخل به صورت حفره‌ها و گلوبی‌ها مطابقت بیشتری دارد.

### کلیدواژه‌ها:

پردازش تصویر،

توزیع اندازه حفره‌ها،

مدل شبکه حفره‌ای،

ضریب نفوذپذیری

\* تبریز، دانشگاه صنعتی سهند، گروه مهندسی شیمی

استناد به مقاله:

کیانی‌نیا، م. عبدلی، س. م. شفیعی، س. "تخمین اندازه حفره‌ها و نفوذپذیری در محیط متخلخل با استفاده از پردازش تصویر"، نشریه مهندسی شیمی ایران، سال بیستم، شماره ۱۱۶، صص. ۳۶-۴۹، (۱۴۰۰).

## ۱. مقدمه

امروزه بررسی جریان سیال و پدیده‌های انتقال در محیط‌های متخلخل به دلیل اهمیت آن در کاربردهای صنعتی، مهندسی، زیست‌شناختی و زیست‌محیطی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. هندسه، فضای حفره‌ها و توپولوژی از جمله شاخصه‌های کلیدی محیط متخلخل است؛ در صورتی که این مؤلفه‌ها به‌طور صحیح حساب شوند، نقش مهمی در تعیین خصوصیات محیط متخلخل ایفا می‌کنند؛ اما پیچیدگی و مقیاس کوچک هندسه حفره‌های طبیعی باعث می‌شود تا اندازه‌گیری و شبیه‌سازی مقیاس حفره‌ای جریان و انتقال فرایندها چالش برانگیز باشد و همواره توزیع و حرکت سیال را تحت تأثیر قرار دهد [۱]. لذا طی چند دهه گذشته، با توجه به ساختار پیچیده حفره‌ها و تغییرات شرایط محیطی، رویکردهای آزمایشگاهی و تجربی، نظری و روش‌های عددی بسیار زیادی برای مطالعه فرایندهای انتقال در محیط متخلخل پیشنهاد شده است [۲]. در منابع مختلف اساساً به‌طور گسترده از معادله کارمن-کوزنی برای جریان سیال در محیط‌های مختلف استفاده می‌شود [۳ و ۴]. این معادله مشهورترین رابطه بین نفوذپذیری و تخلخل است که نقطه شروع برای دیگر مدل‌های نفوذپذیری است [۵ و ۶]. خدور<sup>۱</sup> و همکاران، مدلی برای تخمین نفوذپذیری از روی توزیع اندازه حفره‌ها و خواص سیال به‌صورت تابعی از فشار متوسط سیال ارائه دادند؛ این مدل بر اساس یک مجموعه تصادفی از دسته لوله‌های مویین است که در آن اندازه حفره‌ها از بزرگ به کوچک مرتب شده است. اندازه فضای حفره‌ها با استفاده از روش آزمایشگاهی تزریق جیوه تعیین شد. مشاهده شد که نتایج به‌دست‌آمده با داده‌های آزمایشگاهی هم‌خوانی دارد [۷]. اکای<sup>۲</sup> و همکاران، با استفاده از الگوریتم خدور و همکاران نفوذپذیری نسبی گاز و مایع را در محیط متخلخل به‌صورت تابعی از اشباعیت مایع به دست آوردند. نتایج نشان داد که مدل ارائه‌شده، مطابقت خوبی با داده‌های آزمایشگاهی مختلف دارد [۸].

اخیراً به دلیل در دسترس بودن منابع قدرتمند رایانه‌ای و توسعه روش‌های توصیف‌شده در مقیاس حفره‌ای، مدل‌سازی مقیاس حفره‌ای، یکی از ابزارهای مهم برای مطالعه جریان و انتقال فرایندها و ارتباط آن‌ها با پدیده‌های ماکروسکوپی شده است که با ساده‌سازی

نمایش محیط متخلخل با بسته‌های کروی تصادفی یا منظم تکمیل می‌شود [۹ و ۱۰]. مطالعه فرایندهای مقیاس حفره‌ای برای بررسی جریان و انتقال سیال در سطح ماکرو ضروری است و کارهای آزمایشگاهی در مقیاس حفره‌ای در اغلب موارد به دلیل دشواری‌های زیاد از جمله هزینه بالا، دسترسی نداشتن به تمام تجهیزات و نمونه‌های لازم برای آزمایش، پیچیده و زمان‌بر بودن و در برخی مواقع خطرناک بودن آزمایش از لحاظ فنی، کاربرد چندانی ندارد. این امر باعث می‌شود که مدل‌سازی و روش‌های محاسباتی و رایانه‌ای و تصویربرداری برای بررسی محیط متخلخل جایگزین خوبی برای کارهای آزمایشگاهی باشند [۱۱]. تاکنون مدل‌های ریاضی متفاوتی به‌طور سنتی در مقیاس‌های ماکروسکوپی توسعه یافته است، ولی این مدل‌سازی‌ها، هندسه منافذ را به‌طور واضحی در نظر نمی‌گیرند [۱]. شبیه‌سازی مقیاس حفره‌ای جریان، مدل‌سازی و پژوهش‌های مقیاس آزمایشگاهی را بدون متوسط‌گیری از خواص محیط متخلخل ممکن می‌سازد. مدل‌سازی مقیاس حفره‌ای به دو دسته عمده تقسیم‌بندی می‌شود؛ دسته اول به‌عنوان شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS<sup>۳</sup>) معرفی می‌شود که این روش شامل روش دینامیک محاسباتی سیال (CFD<sup>۴</sup>)، روش شبکه بولتزمن (LBM<sup>۵</sup>) و هیدرودینامیک ذرات صاف (SPH<sup>۶</sup>) است. دسته دوم از مدل‌سازی مقیاس حفره‌ای، مدل‌سازی شبکه حفره‌ای (PNM<sup>۷</sup>) است که در این روش فضای حفره‌ای به‌صورت شبکه‌ای از حفره‌ها و گلوبی‌های بهم متصل شده، نمایش داده می‌شود. از این مدل به‌عنوان ابزاری قدرتمند در زمینه‌های مختلف تحقیقاتی از جمله مهندسی شیمی، نفت، زیست‌فناوری، مواد و برای بررسی پدیده‌های انتقال در محیط متخلخل و پیش‌بینی خواص مهم از جمله نفوذپذیری مطلق و نسبی، ضرایب انتقال جرم و حرارت و جز اینها استفاده می‌شود [۱۵-۱۲]. مدل‌سازی شبکه حفره‌ای یکی از روش‌های اصلی برای شبیه‌سازی رفتار هیدرولیکی محیط متخلخل در مقیاس کوچک (میکرو) است. مدل‌های شبکه‌ای که نمایان‌گر فضای خالی یک جامد متخلخل به‌وسیله شبکه‌ای از منافذ متصل به گلوبی‌ها هستند، می‌توانند نفوذپذیری نسبی را پس از مشخص شدن هندسه منافذ و اشباعیت آن پیش‌بینی کنند [۱۶].

3. Direct Numerical Simulation  
4. Computational Fluid Dynamic  
5. Lattice Boltzmann Method  
6. Smoothed Particle Hydrodynamics  
7. Pore Network Model

1. Khaddour  
2. Ecay

تخلیه سیلوها را با استفاده از پردازش تصویر بررسی کردند [۲۰]. شائو<sup>۴</sup> و همکاران [۲۱] یک روش پردازش تصویر برای اندازه‌گیری توزیع اندازه حباب‌ها ارائه کردند. این روش از پنج گام اصلی تقویت تصویر، بازسازی دیجیتال، تقسیم حباب کوچک، تقسیم‌بندی حباب بزرگ - خوشه و پس - پردازش<sup>۵</sup> تشکیل شده است. نتایج حاکی از آن بود که روش پیشنهادی برای توصیف حباب‌ها با وضوح بالا در جریان چندفازی، یک روش ارزان قیمت نسبت به روش‌های دیگر است. توابع مختلفی برای پردازش تصویر استفاده می‌شوند؛ از جمله توابع مهم می‌توان به الگوریتم آب‌خشان<sup>۶</sup> و انواع توابع مسافت<sup>۷</sup> اشاره کرد. تابع مسافت از جمله ابزار کاربردی در پردازش تصویر است. این تابع حداقل فاصله بین هر کدام از پیکسل‌های فضای خالی (فضای حفره‌ای) و پیکسل‌های اشغال‌شده به سینه ماتریس جامد (ذرات) را اندازه‌گیری می‌کند. به منظور استفاده از این تابع، تمام تصاویر بایستی به تصاویر دودویی تبدیل شوند. الگوریتم آب‌خشان، ابزاری قدرتمند برای تقسیم‌بندی تصاویر دوبعدی و سه‌بعدی در ریخت‌شناسی ریاضی است. در تجزیه تصاویر محیط متخلخل از این الگوریتم برای تشخیص ذرات یا حفره‌ها و استخراج اندازه میانگین آن‌ها استفاده می‌شود. این الگوریتم یک روش بسیار خوب و کاربردی در تقسیم‌بندی تصویر است و برای تشخیص مرز اشیا و توصیف ساختار سنگ در علم رایانه استفاده می‌شود. بالدوین<sup>۸</sup> و همکاران، برای اولین بار برای تقسیم‌بندی تصاویر یک محیط متخلخل مصنوعی از الگوریتم آب‌خشان استفاده کردند. آن‌ها بستر استوانه‌ای پر شده از ذرات کروی پخش شده به صورت تصادفی را بررسی کردند و مدلی برای توزیع عدد کئوردیناسیون شبکه حفره‌ای ارائه دادند [۲۲]. شپارد<sup>۹</sup> و همکاران یک روش ترکیبی از الگوریتم آب‌خشان و فاصله فعال برای تقسیم‌بندی فاصله مقیاس خاکستری نقشه‌های به دست آمده از تبدیل تصاویر باینری استفاده کردند [۲۳]. از آنجایی که روش آب‌خشان به نوزهای تصویر حساس است، یک فیلتر پخش ناهمسان‌گرد به کار بردند. در نهایت نوزها حذف و ویژگی‌های عینی قابل توجه حفظ شدند. کتچام<sup>۱۰</sup> [۲۴] از الگوریتم آب‌خشان برای جدا کردن ذرات به هم چسبیده و استخراج توزیع

استخراج شبکه حفره‌ای یک گام اساسی برای مدل‌سازی شبکه حفره‌ای است و با سه روش اصلی قابل اجراست: (۱) بیشینه کره محاطی و رویکرد فاصله حفره‌ها، (۲) اسکلت بندی، نازک‌سازی و تجزیه و تحلیل محور میانی، و (۳) تقسیم‌بندی آب‌خشان [۱۷]. برای تجزیه و تحلیل جریان و کارایی مواد متخلخل لازم است که اطلاعات مربوط به هندسه و توپولوژی فضای حفره‌ها مشخص شود. چندین روش برای توصیف ساختار فضای حفره‌ها وجود دارد. یکی از این روش‌ها، تصویربرداری است. تولید عکس‌های سه‌بعدی با تصویربرداری از ساختار داخلی واقعی نمونه‌های اصلی، ساختن عکس‌های سه‌بعدی هم‌نهشت‌شده از بخش‌های نازک و دوبعدی با وضوح بالا و با استفاده از روش‌های آماری و یا شبیه‌سازی فرایندهای زمین‌شناسی نمونه‌هایی از این روش هستند [۲]. بعد از تصویربرداری از محیط متخلخل، از جمله روش‌های مورد استفاده برای بررسی محیط، پردازش تصویر است. پردازش تصویر عبارت است از فرایندی که به کمک آن می‌توان با کار کردن بر روی عناصر تصویر، اطلاعات مفیدی از آن استخراج کرد. وظایف اصلی پردازش تصویر شامل کاهش نویز، تقویت تصویر (تغییر وضوح و روشنایی)، طبقه‌بندی پیکسل‌ها، ترکیب و فشرده‌سازی تصویر، خوشه‌بندی، میانگین‌گیری و دیگر وظایف است [۱۸]. با تجزیه و تحلیل تصاویر فضای محیط متخلخل، اندازه حفره‌ها، اندازه ذرات، سطح ویژه، تخلخل، عدد کئوردیناسیون و خاصیت و سبک بافت مواد قابل دستیابی است. امروزه علم پردازش تصویر با توجه به کاربردهایی که در بسیاری از علوم و صنایع دارد، پیشرفت چشم‌گیری داشته است. از جمله این کاربردها می‌توان به علم پزشکی، زمین‌شناسی، علوم نظامی و امنیتی، صنعت و غیره اشاره کرد. چای<sup>۱</sup> و همکاران [۱۹]، تجزیه الکترولیتی مایع یونی هیدروکسیل آمونیوم نیترات<sup>۲</sup> (HAN) در یک میکرو راکتور شفاف را به صورت مؤلفه‌ای با استفاده از روش پردازش تصویر بررسی کردند. در این پژوهش یک جفت الکتروود به‌عنوان مؤلفه مطلوب مشخص شد. به طوری که این مؤلفه قادر به تجزیه الکترولیتی مایع یونی HAN به طور مداوم حتی در ولتاژهای بالاست. یافته‌های حاصل از این تحقیق برای کنترل میزان واکنش کلی در مقیاس میکرو می‌تواند به کار رود. گروزویچ و سانکوفسکی<sup>۳</sup> جریان گرانشی فرایند

4. Shao  
 5. Post processing  
 6. Watershed segmentation  
 7. Distance transform  
 8. Baldwin  
 9. Sheppard  
 10. Ketcham

1. Chai  
 2. Hydroxyl ammonium nitrate  
 3. Grudzień and Sankowski

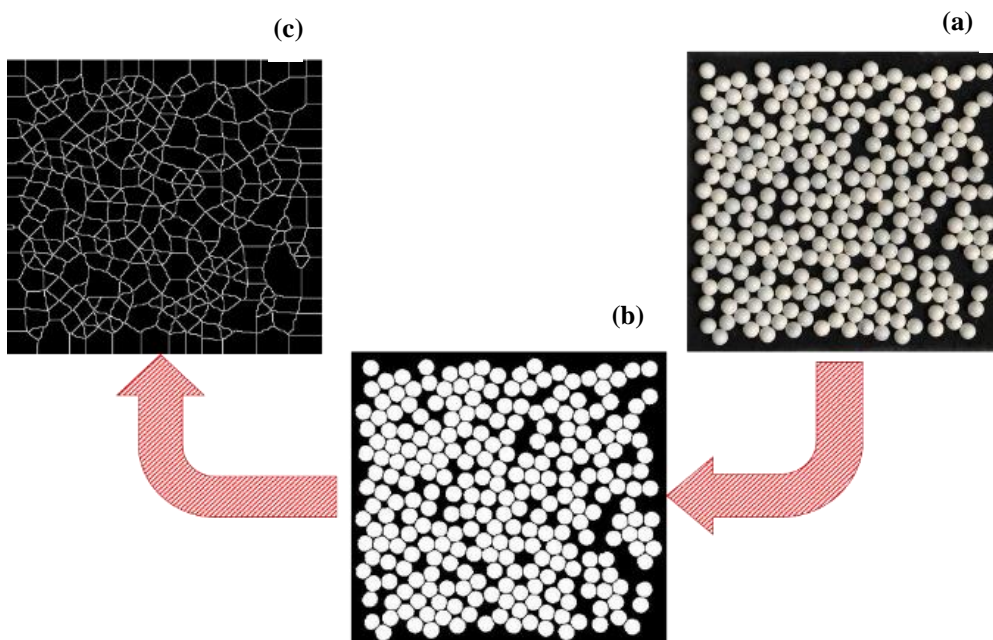
مکعب مستطیلی در سه اندازه متفاوت، از جنس پلکسی‌گلاس شفاف ساخته شد، سپس تعدادی ساچمه فلزی کروی به‌عنوان ذرات جامد محیط متخلخل در چهار اندازه ۶، ۷، ۸ و ۱۰ میلی‌متر، در هر کدام از جعبه‌ها، ریخته شد. با در نظر گرفتن مقدار تخلخل و با تغییر دادن تعداد و اندازه ذرات در هر کدام از بسترها، تصویرهای متفاوتی گرفته شد. تصاویر به‌دست آمده، در انواع حالت‌های مختلف به‌عنوان ورودی، به نرم‌افزار متلب<sup>۲</sup> وارد شدند. برای پردازش تصاویر، از جعبه‌ابزار پردازش تصویر<sup>۳</sup> در متلب استفاده شد. به‌عنوان اولین مرحله پردازش تصویر و به‌منظور ساده‌سازی تجزیه و تحلیل، تصاویر ورودی با کمک آرایه‌های دو بعدی به تصاویر باینری<sup>۴</sup> (دودویی) به رنگ سیاه و سفید که به‌ترتیب معرف فضای حفره‌ای و جامد هستند، تبدیل شدند. مراحل بعدی پردازش تصویر که شامل کاهش و حذف نویز و اشیای کوچک از تصویر، عملیات و تبدیلات ریخت‌شناختی، استفاده از تابع تبدیل مسافت سیتی بلاک<sup>۵</sup> و تقسیم‌بندی آپبخشان است، به‌ترتیب انجام شد. شکل (۱) مراحل گفته‌شده را نشان می‌دهد. این عملیات باعث می‌شود که نواحی خالی تصویر که به‌عنوان فضای حفره‌ای در نظر گرفته شده است، به چندین قسمت جداگانه به‌وسیله خطوط مرزی تقسیم شوند.

اندازه از تصاویر پرتو ایکس با وضوح بالا استفاده کردند. ویلدنشیلد و شیپارد<sup>۱</sup> [۱۷] از روش آپبخشان برای تقسیم‌بندی فضای خالی شن و ماسه استفاده کردند.

با توجه به پژوهش‌های مختلف مشخص است که عملکرد تمام فرایندها و سازوکارهای اتفاق افتاده در محیط متخلخل به‌طور مستقیم و یا غیر مستقیم به‌وسیله ساختار حفره‌ای کنترل می‌شود. همچنین برای بررسی و اهداف علمی و مهندسی صرفاً درک کیفی کافی نیست و باید به‌صورت کمی سنجیده شود؛ لذا به‌دست آوردن رابطه‌ای برای اندازه متوسط حفره‌ای می‌تواند نقش مؤثری در شناخت عملکرد محیط متخلخل داشته باشد. هدف از این مطالعه استفاده از تصویربرداری و پردازش تصویر برای استخراج اطلاعات ریخت‌شناختی محیط متخلخل و ارائه رابطه‌ای برای تخمین متوسط اندازه حفره‌ها است. سپس با استفاده از اطلاعات حاصل و مدل‌سازی شبکه حفره‌ای، نفوذپذیری محیط حساب می‌شود.

## ۲. روش مدل‌سازی و آزمایش

برای داشتن محیط متخلخل دوبعدی، ساخت بسترهای پر شده از ذرات کروی در نظر گرفته شده است. بنا بر این ابتدا جعبه‌های



شکل ۱. پردازش تصویر، (a) تصویر واقعی، (b) تصویر دودویی شده، (c) تقسیم‌بندی آپبخشان براساس تابع تبدیل سیتی بلاک

Figure 1. Image processing, (a) Real image, (b) Binary image, (c) Watershed segmentation based on cityblock distance transform function.

1. Wildenschild and Sheppard  
4. Binary

2. MATLAB  
5. Cityblock Distance Transform

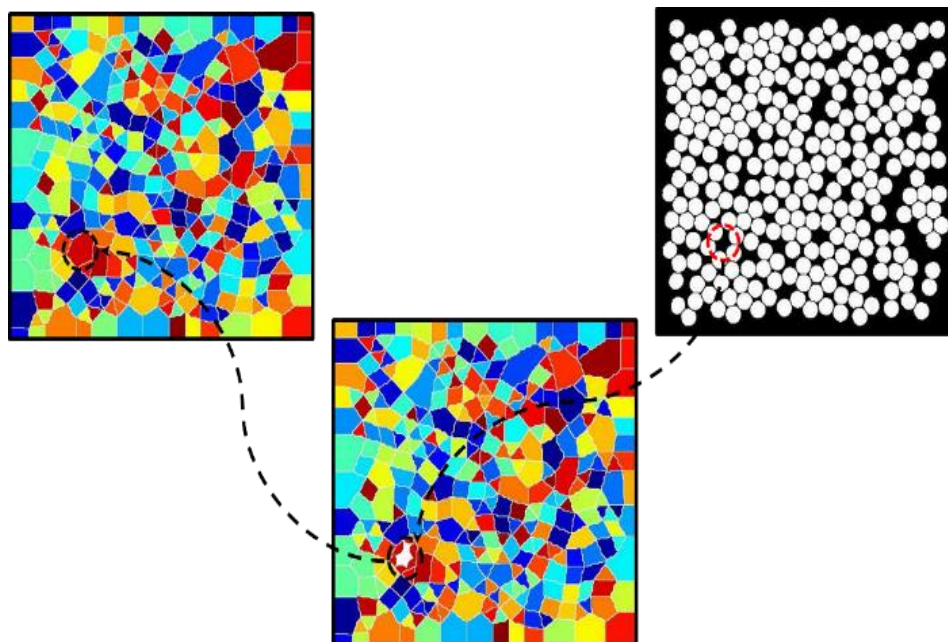
3. Image Processing Toolbox

کروی را تخمین زد. در این حالت اطلاعات شبکه با ماده متخلخل واقعی بیشتر مطابقت دارد و ارزش و اعتبار مدل و شبیه‌سازی افزایش می‌یابد.

در بخش دوم مطالعه حاضر از مدل شبکه حفره‌ای برای تخمین نفوذپذیری با استفاده از اطلاعات حاصل از قسمت پردازش تصویر استفاده می‌شود. مدل شبکه‌ای که در این تحقیق به کار رفته است، مدلی دوبعدی از حفره‌های بهم پیوسته به وسیله مجراهاست. در شبکه دوبعدی عدد کئوردیناسیون برابر چهار است؛ یعنی هر حفره داخلی شبکه به چهار حفره مجاور خود متصل است. اطلاعات مورد نیاز برای ساخت شبکه حفره‌ای عبارت است از طول شبکه حفره‌ای، تعداد کل حفره‌ها و مجراها، محل قرارگیری حفره‌ها، توزیع سائز حفره‌ها و مجراها، شکل هندسی حفره‌ها و مجراها و عدد کئوردیناسیون هر حفره. در شبکه مورد بحث تمامی مؤلفه‌های مطرح شده، از تصویربرداری و پردازش تصویر حاصل می‌شوند. پس از مشخص شدن شعاع حفره‌ها، شعاع گلوبی‌ها طبق رابطه (۱) حساب می‌شود.

$$R_{\text{throatij}} = \alpha \times \min[R_{pi}, R_{pj}] \quad (1)$$

در پژوهش حاضر، از ترکیب دو الگوریتم آب‌خشان و سیتی بلاک، برای شناسایی ساختار دقیق حفره‌ها و تقسیم‌بندی آن‌ها استفاده می‌شود. برای تشخیص و ثبت تک تک فضاهای جدا شده، از دستور برچسب زدن<sup>۱</sup> استفاده شد. بعد از برچسب‌گذاری اشیای مرتبط در تصویر، اطلاعات مهم موجود در آن‌ها، جهت دسته‌بندی، دانستن تعداد اشیاء، مقایسه، خوشه‌بندی یا بازشناسی اشیای مرتبط، به صورت ماتریس استخراج می‌شود. با بررسی پیکسل به پیکسل تصویر، سطح فضای حفره‌ای به عبارتی سطح قسمت سیاه موجود در هر یک از بخش‌ها، همان‌طور که در شکل (۲) به وسیله دایره‌ای محصور نشان داده شده، اندازه‌گیری شد. در نهایت با استفاده از نتایج حاصل و با فرض دایره‌ای شکل بودن سطح مقطع هر کدام از حفره‌ها، شعاع حفره‌ها به صورت تقریبی به دست آمد. با استفاده از این روش، مساحت تمام فضاهای خالی موجود در تصویر، حساب شد و می‌توان یک توزیع برای اندازه حفره‌ها به دست آورد. با توجه به اطلاعات حاصل، رابطه‌ای بر اساس تخلخل و میانگین اندازه ذرات برای تخمین میانگین اندازه حفره‌ها ارائه می‌شود، تا بتوان بدون دسترسی به امکانات آزمایشگاهی و تصویربرداری با استفاده از رابطه ارائه شده میانگین اندازه حفره‌ها بسترهای پر شده از ذرات



شکل ۲. نحوه استخراج و محاسبه شعاع حفره‌ها با استفاده از الگوریتم آب‌خشان و سیتی بلاک.  
 Figure 2. Extraction and calculation of pore radius with watershed segmentation and cityblock algorithm.

1. Labeling

$$\phi = \frac{\sum V_{\text{pore}} + \sum V_{\text{throat}}}{A \times (2 \times R_{\text{max}})} \quad (4)$$

طبق این رابطه  $\sum V_{\text{pore}}$  مجموع حجم حفره‌ها و  $\sum V_{\text{throat}}$  مجموع حجم گلوبی‌ها هستند. با توجه به این که شبکه مد نظر دو بعدی است، ضخامت شبکه برابر قطر بزرگترین شعاع حفره‌ها در نظر گرفته شده و A سطح مقطع شبکه برای عبور جریان است. بعد از مشخص شدن طول گلوبی، حجم گلوبی و حفره‌ها، مشخص و تخلخل شبکه حساب می‌شود. همان‌طور که پیش‌تر گفته شد، تخلخل شبکه با استفاده از ضریب  $\alpha$  کنترل می‌شود تا با تخلخل نمونه اصلی برابر شود. در شکل (۳)، طرحواره‌ای از چهار حفره در کنار هم به همراه علائم یاد شده در رابطه‌ها نشان داده شده است. برای تعیین ضریب نفوذپذیری به روش شبکه حفره‌ای لازم است که توزیع فشار و دبی جریان برای تمام حفره‌ها تعیین شود. با توجه به قانون بقای جرم در حالت پایا، مجموع جریان‌های ورودی به هر حفره برابر با مجموع جریان‌های خروجی از آن حفره هستند. با نوشتن موازنه جرم برای هر کدام از حفره‌ها رابطه (۵) به دست می‌آید.

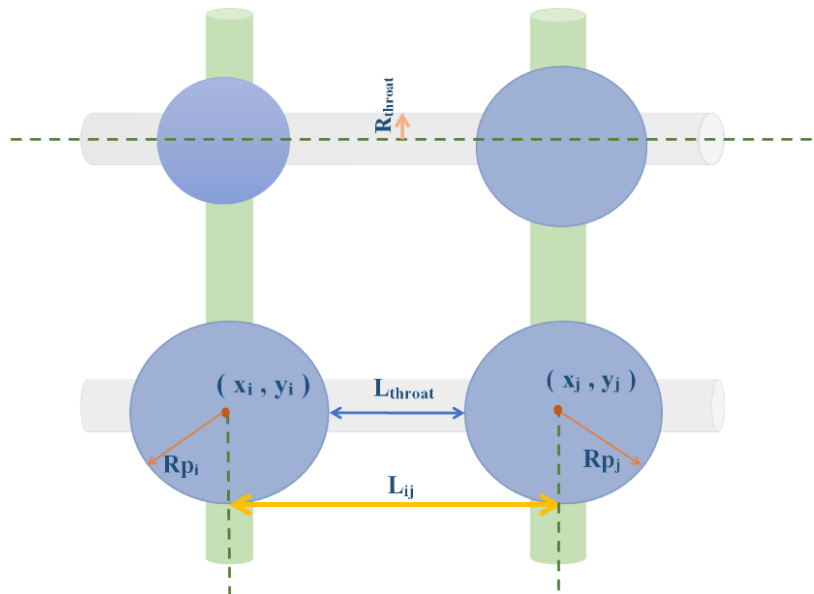
$$\sum_{i=1}^n Q_i = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0 \quad (5)$$

در این رابطه  $R_{pi}$  و  $R_{pj}$  به ترتیب برابر شعاع حفره i و j هستند و  $\alpha$  مؤلفه عددی است. با توجه به این که تخلخل استخراج شده از تصویر بیانگر تخلخل واقعی محیط متخلخل است، در نتیجه تخلخل شبکه نیز باید با آن برابر باشد. به این منظور در صورتی که طول شبکه ثابت فرض شود، با استفاده از ضریب  $\alpha$  مقدار تخلخل تنظیم می‌شود. فاصله مرکز تا مرکز حفره‌ها با استفاده از رابطه (۲) حساب می‌شود. که در آن  $(x_i, y_i)$  و  $(x_j, y_j)$  به ترتیب مختصات حفره i و j هستند. هر گلوبی دو حفره را به هم متصل می‌کند. فاصله بین دو حفره مجاور هم به عنوان طول مجرا شناخته می‌شود که طبق رابطه (۳) تعیین می‌شود.

$$L_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (2)$$

$$L_{\text{throat}} = L_{ij} - (R_{pi} + R_{pj}) \quad (3)$$

برای محاسبه حجم و سطح حفره‌ها و مجراها باید شکل هندسی آن‌ها مشخص شود که در مطالعه حاضر به ترتیب کروی و استوانه‌ای شکل فرض شده است. همچنین هر دو دسته حفره‌ها و مجراها دارای حجم فیزیکی هستند. تخلخل شبکه حفره‌ای طبق رابطه (۴) حساب می‌شود.



شکل ۳. طرحواره دو حفره مجاور هم در مدل شبکه حفره‌ای.

Figure 3. Schematic of two adjacent pore in the pore network model.

اندازه‌گیری اختلاف فشار ایجاد شده از روش مانومتری استفاده شده است؛ لذا از قسمت وجه پایینی جعبه، لوله‌ای نازک به قطر ۵ میلی‌متر به صورت U شکل نصب شده و سیال مورد استفاده در داخل لوله آب است که برای رؤیت بهتر اختلاف ارتفاع، کمی مایع ردیاب به آب اضافه شده است. جریان سیال عبوری از محیط متخلخل در آزمایش، هوا در نظر گرفته شده است. برای اندازه‌گیری سرعت جریان هوای خارج شده از کمپرسور ابتدا از یک سرعت‌سنج دیجیتالی استفاده شده است. طرحواره دستگاه آزمایشگاهی ساخته شده در شکل (۵) آورده شده است.

### ۳. نتایج و بحث

از بستر ذرات کروی ساخته‌شده، در بیش از ۱۰۰ حالت مختلف تصویربرداری شد که در تمام این حالات، تعداد و اندازه ذرات و ابعاد بستر با یکدیگر متفاوت بودند. برای هر کدام از تصاویر، با اعمال دستورات مطرح‌شده در جعبه‌ابزار پردازش تصویر متلب، توزیع اندازه ذرات، توزیع اندازه حفره‌ها و مقدار تخلخل حساب شد. برای بررسی نتایج حاصل در این قسمت، از بین تصاویر گرفته‌شده، تصویر بستری با ابعاد (۲۲۰×۲۰۰×۱۰ mm<sup>3</sup>)، حاوی ۴۶۰ عدد ذره کروی در سه اندازه متفاوت ۶، ۸ و ۱۰ میلی‌متر، با تخلخل ۰/۶۷۱، به‌عنوان نمونه در نظر گرفته شد. در شکل (۶) نمودارهای توزیع اندازه ذرات و حفره‌ها، استخراج شده از تصویر نمونه، نمایش داده شده است. همان‌طور که از شکل (۶) مشخص است، تعداد و اندازه ذرات حاصل از پردازش تصویر با تعداد و اندازه ذرات موجود در بستر مطابقت دارد. هم‌چنین برای صحت‌سنجی فرایند پردازش تصویر، مقدار تخلخل حاصل از پردازش تصویر نیز حساب شد که مقدار آن ۰/۶۶۲ است. با توجه به نتایج، مشاهده می‌شود که روش پردازش تصویر به‌کار گرفته شده از دقت مناسبی برخوردار بوده، به‌طوری‌که مقدار خطای محاسبه تخلخل از مقدار اندازه‌گیری شده کم‌تر از ۲ درصد است. این خطا ممکن است ناشی از کیفیت و وضوح تصویر گرفته‌شده از بستر باشد؛ لذا می‌توان به این نتیجه رسید که شناسایی ذرات و محاسبه اندازه قطر و تخلخل آن‌ها با نرم‌افزار پردازش تصویر تقریباً به‌درستی انجام شده است. با استناد بر صحت این دو مؤلفه می‌توان ادعا کرد که توزیع اندازه حفره‌ها نیز به‌طور صحیح اندازه‌گیری شده است.

لازم به‌ذکر است که Q با توجه به جهت جریان می‌تواند مثبت یا منفی باشد. با استفاده از معادله هاگن-پوازی<sup>۱</sup> می‌توان دبی جریان گلوبی‌ها را با اختلاف فشار بین دو حفره متصل طبق رابطه (۶) بیان کرد. در این رابطه، R<sub>گلوبی</sub> و L<sub>گلوبی</sub> به ترتیب شعاع و طول گلوبی z<sub>i</sub> و μ گرانیوی سیال عبوری است.

$$Q_i = \frac{\Delta P_{ij} \times \pi R_{گلوبی}^4}{8 \mu L_{گلوبی}} \quad (6)$$

فشار در حفره‌ها مجهول است. با نوشتن رابطه (۶) و (۵) برای هریک از حفره‌ها دستگاه معادلات خطی طبق رابطه (۷) حاصل می‌شود.

$$G.P=C \quad (7)$$

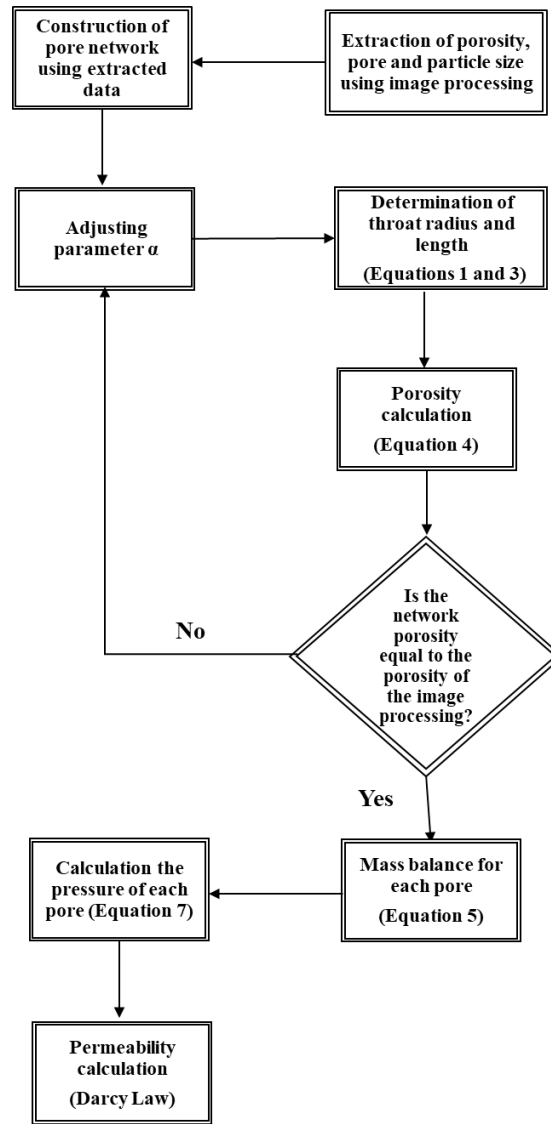
در این رابطه G یک ماتریس اسپارس شامل مقاومت جریان در گلوبی، P بردار فشارهای مجهول و C بردار ثوابت و معلومات هستند. فشار ورودی و خروجی شبکه مشخص است، در نتیجه تعداد معلومات و مجهولات برابر است. با حل دستگاه معادلات جبری، توزیع فشار برای هر یک از حفره‌ها حساب می‌شود. پس از مشخص شدن فشار، با استفاده از معادله (۶)، دبی جریان گلوبی‌ها مشخص می‌شود. در صورتی که دبی ورودی و خروجی حفره‌ها یا به عبارتی دبی عبوری از مرز گلوبی‌ها جمع زده شود، دبی جریان کل شبکه حفره‌ای حساب می‌شود. ضریب نفوذپذیری برای شبکه حفره‌ای با استفاده از قانون دارسی طبق رابطه ۸ به‌دست می‌آید. شکل (۴)، الگوریتم محاسبه ضریب نفوذپذیری را به‌طور خلاصه نشان می‌دهد.

$$K = - \frac{Q.L.\mu}{\Delta P.A} \quad (8)$$

برای اندازه‌گیری ضریب نفوذپذیری از راه آزمایش، از یک جعبه شفاف به ابعاد ۸×۱۰×۷ میلی‌متر مکعب استفاده شده است. این جعبه از ساچمه‌های فلزی سفید رنگ و هم اندازه با قطر تقریبی ۷ میلی‌متر به‌عنوان محیط متخلخل پر می‌شود. در قسمت ابتدا و انتهای جعبه برای جریان سیال، لوله‌هایی نصب شده و برای پخش یک‌نواخت سیال دو عدد پخش‌کن دندانه‌دار تعبیه شده است. برای

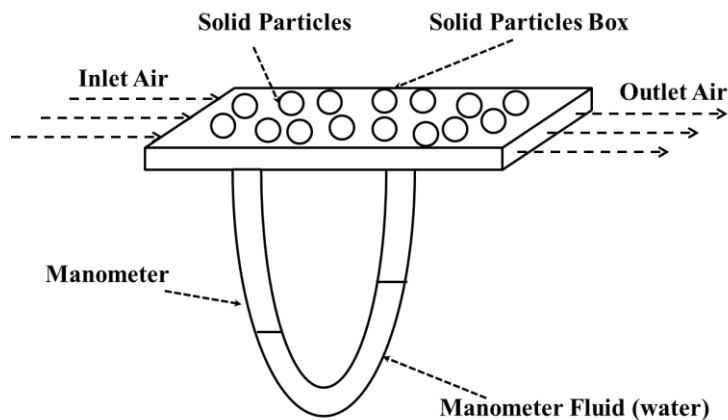
1. Hagen-Poiseuille





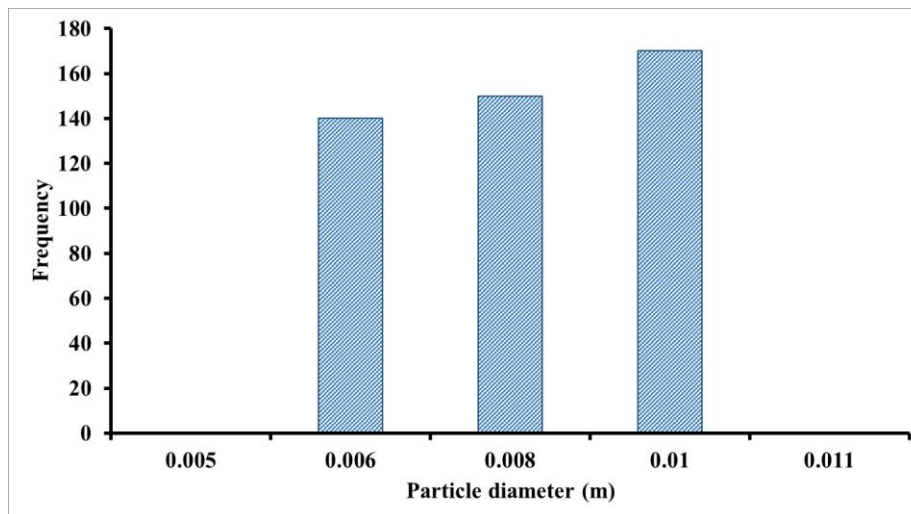
شکل ۴. نمودار جریان الگوریتم محاسبه ضریب نفوذپذیری مورد استفاده در این مطالعه.

Figure 4. Flowchart of permeability coefficient calculation algorithm used in this study.

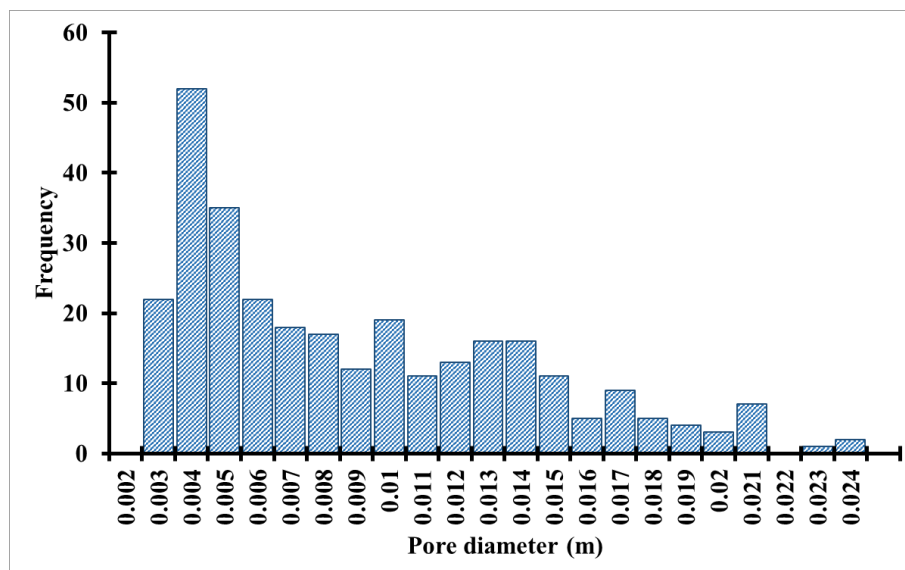


شکل ۵. طرحواره دستگاه آزمایشگاهی ساخته شده برای محاسبه ضریب نفوذپذیری.

Figure 5. Schematic of the experimental setup for the permeability coefficient calculation.



(a)



(b)

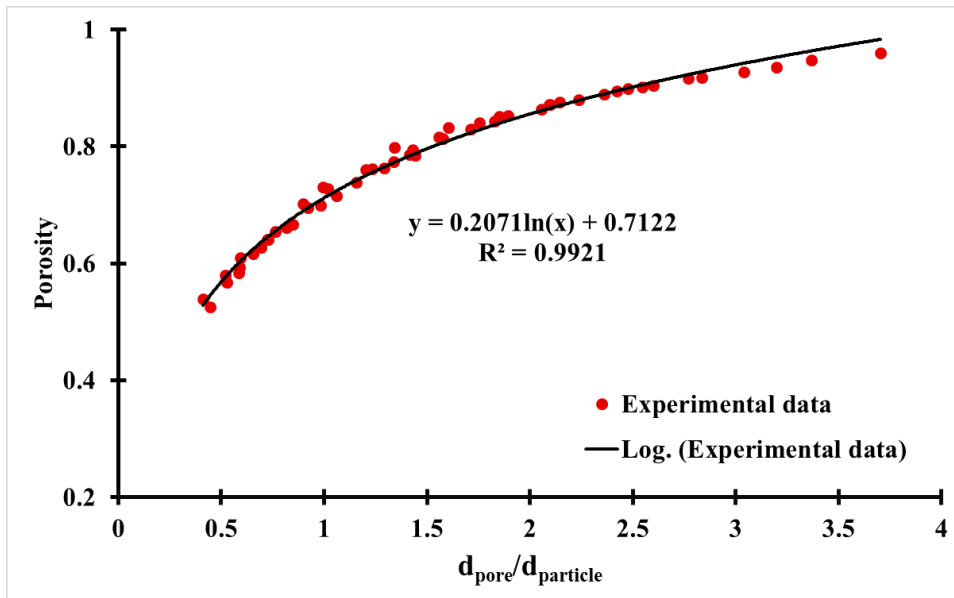
شکل ۶. اطلاعات استخراج شده از تصویر بستر با ابعاد  $(220 \times 200 \times 10 \text{ mm}^3)$  و با اندازه ذرات متفاوت،

(a) توزیع اندازه ذرات، (b) توزیع اندازه حفره‌ها.

Figure 6. Extracted data from the image of packed bed with dimensions  $(220 \times 200 \times 10 \text{ mm}^3)$  and with different particle sizes, (a) particle size distribution, (b) pore size distribution.

این نسبت مطابق شکل (۷) رسم شد. با برازش انواع روابط مختلف ریاضی و بررسی نتایج حاصل مشخص شد که رابطه لگاریتمی بهتر از روابط دیگر، داده‌های جمع‌آوری شده را برازش می‌کند. رابطه (۹) بیان‌گر رابطه استخراج شده است. با استفاده از این رابطه می‌توان با در دست داشتن مقدار تخلخل و میانگین اندازه ذرات برای یک بستر پر شده از ذرات کروی نظیر کاتالیست‌ها و جاذب‌ها، میانگین اندازه حفره‌ها را حساب کرد.

بعد از اعتبارسنجی اطلاعات هندسی حاصل از پردازش تصویر، تمام داده‌های استخراج شده از تصاویر گرفته شده در حالت‌های مختلف اعم از اندازه و تعداد ذرات، اندازه و تعداد حفره‌ها و تخلخل گردآوری شدند. سعی بر این است که بتوان رابطه‌ای کلی برای تخمین میانگین اندازه حفره‌ها، با استفاده از سایر مؤلفه‌ها ارائه داد. با الهام گرفتن از رابطه تخلخل، نسبت میانگین قطر حفره‌ها به میانگین قطر ذرات حساب و نمودار مقدار تخلخل برحسب



شکل ۷. تغییرات تخلخل بر اساس نسبت میانگین قطر حفره‌ها به میانگین قطر ذرات و برازش داده‌ها با استفاده از رابطه لگاریتمی.

Figure 7. Porosity vs. the ratio of the average pore diameter to the mean particle diameter and a logarithmic fit to the data.

جدول ۱. اطلاعات هندسی به کار برده شده در شبیه‌سازی.

Table 1. Geometric information used in the simulation.

Image NO.	Porosity	Average particle diameter (m)	Average pore diameter (m)
1	0.4956	0.006	0.00209
2	0.541	0.008	0.003471
3	0.665	0.008	0.00635
4	0.789	0.01	0.014545
5	0.799	0.01	0.015272
6	0.8103	0.006	0.009682

حفره‌ای به دلیل در نظر گرفتن ساختار داخلی محیط متخلخل به صورت حفره‌ها و گلوله‌ها به نتایج رابطه ربانی و همکاران نزدیک‌تر است.

$$k = \frac{D_p^2}{180} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (10)$$

$$k = \frac{D_p^2}{17.87} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \quad (11)$$

$$d_{\text{pore}} = d_{\text{particle}} * \exp\left(\frac{\phi - 0.7122}{0.207}\right) \quad (9)$$

برای اندازه‌گیری ضریب نفوذپذیری، بعد از تصویربرداری، پردازش تصویر انجام و داده‌های میکروسکوپی استخراج شد. در جدول (۱) به چند نمونه از داده‌های میکروسکوپی حاصل از تصاویر اشاره شده، که از همین داده‌ها برای شبیه‌سازی شبکه حفره‌ای استفاده شده است. با توجه به دو بعدی بودن شبکه، تعداد حفره‌ها باید در هر دو بعد شبکه در نظر گرفته شود. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، عدد کوردیناسیون برای تمام شبکه‌ها برابر چهار در نظر گرفته شده است.

در این مطالعه برای صحت‌سنجی نتایج مدل‌سازی شبکه حفره‌ای، دو رابطه تجربی کارمن-کوزنی و ربانی و همکاران به کار برده شده است. رابطه کارمن-کوزنی به کمک رابطه (۱۰) بیان شده است. رابطه ربانی و همکاران [۲۵]، تصحیح رابطه کارمن-کوزنی از راه محاسبه سطح ویژه از پردازش تصویر است و فقط ضریب آن از ۱۸۰ به ۱۷/۸۷ تغییر داده شده است که طبق رابطه ۱۱ ارائه شده است. در این روابط  $D_p$  بیان‌گر میانگین قطر ذرات و  $\phi$  تخلخل بستر است. نتایج حاصل از محاسبه ضریب نفوذ پذیری مطابق جدول (۲) است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که نتایج نفوذپذیری شبکه

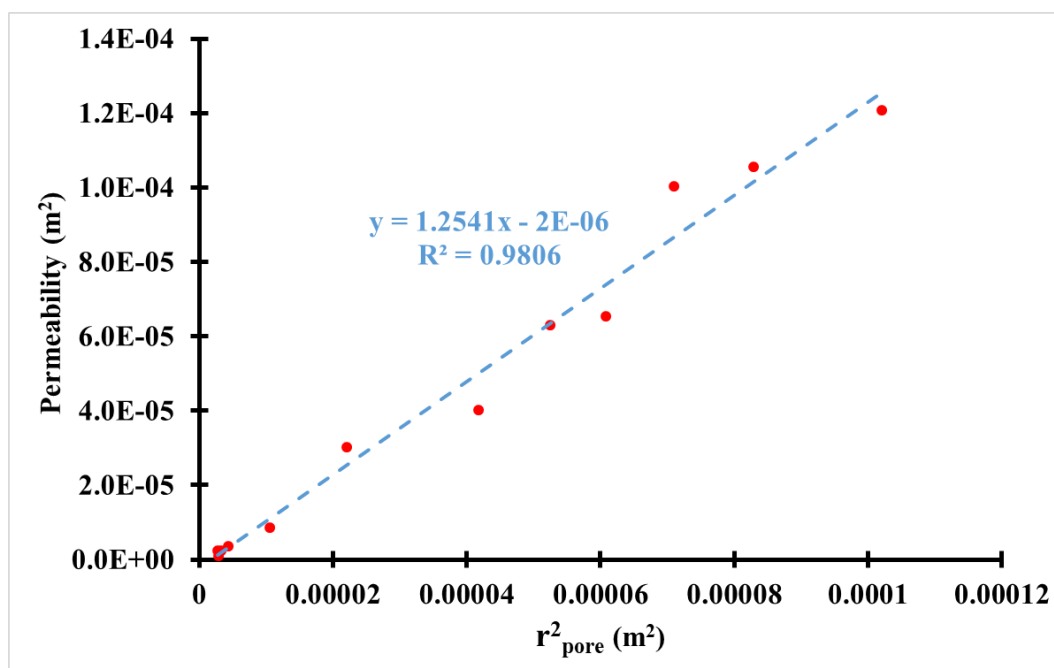
جدول ۲. نتایج نفوذپذیری شبیه‌سازی شبکه حفره‌ای و معادلات تجربی.

Table 2. The permeability results from pore network simulations and empirical equations.

Image NO.	Porosity	Permeability (m <sup>2</sup> )		
		Pore Network (current study)	Rabbani et. al.	Carman-Kozeny
1	0.4956	8.694×10 <sup>-8</sup>	9.5692×10 <sup>-8</sup>	9.6388×10 <sup>-7</sup>
2	0.541	2.4949×10 <sup>-6</sup>	2.6917×10 <sup>-6</sup>	2.6722×10 <sup>-7</sup>
3	0.665	8.67×10 <sup>-6</sup>	9.3849×10 <sup>-6</sup>	9.3171×10 <sup>-7</sup>
4	0.789	6.3×10 <sup>-5</sup>	6.0123×10 <sup>-5</sup>	5.9689×10 <sup>-6</sup>
5	0.799	6.4395×10 <sup>-5</sup>	7.0652×10 <sup>-5</sup>	7.0142×10 <sup>-6</sup>
6	0.8103	3.0101×10 <sup>-5</sup>	2.9784×10 <sup>-5</sup>	2.9569×10 <sup>-6</sup>

با مربع شعاع میانگین حفره‌ها متناسب است و رابطه‌ای تقریباً خطی دارد؛ از این رو نفوذپذیری یک مؤلفه شدیداً وابسته به شعاع حفره‌هاست. در مطالعات دیگر نیز این نتیجه مشاهده شده است [۲۶ و ۲۷].

برای بررسی تأثیر اندازه میانگین حفره‌ها بر روی ضریب نفوذپذیری، نمودار مربع شعاع میانگین حفره‌ها بر حسب نفوذپذیری مطابق شکل (۸) رسم شد. همان‌طور که از این شکل مشخص است، با افزایش شعاع حفره‌ها نفوذپذیری بیشتر شده به طوری که نفوذپذیری



شکل ۸. نمودار بررسی رابطه بین نفوذپذیری و مربع شعاع میانگین حفره‌ها.

Figure 8. Relation between permeability and square of the average radius of the pore.

مشاهده شد که روش پردازش تصویر به‌کار گرفته شده از دقت مناسبی برخوردار بوده، به طوری که مقدار خطای محاسبه تخلخل از مقدار اندازه‌گیری شده کم‌تر از ۲ درصد است. از این رو با استفاده از این رابطه می‌توان با محاسبه اندازه میانگین حفره‌ها، بدون نیاز به تصویربرداری و پردازش تصویر با استفاده از انواع توابع توزیع، توزیع محیط متخلخل نظیر نفوذپذیری را پیش‌بینی کرد. در نهایت به کمک تمام داده‌های هندسی استخراج شده، شبکه حفره‌ای دوبعدی معادل محیط متخلخل واقعی ساخته شد. با اعمال و معادلات حاکم بر شبکه، و شبیه‌سازی جریان، ضریب نفوذپذیری حساب شد. برای اعتبارسنجی مدل انجام‌شده، از معادلات تجربی کارمن-کوزنی، ربانی و همکاران و روش آزمایشگاهی استفاده شد. به دلیل در نظر گرفتن ساختار داخلی محیط متخلخل به صورت حفره‌ها و گلوبی‌ها، مشاهده شد که نتایج آزمایشگاهی با نتایج مدل شبکه حفره‌ای مطابقت بیشتری دارد.

### مراجع

- [1] Bear, J., Cheng, A. H. -D. Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport. Springer Netherlands, Dordrecht, 1<sup>st</sup> ed., XXI, p. 834, (2010).
- [2] Xiong, Q., Baychev, T. G., Jivkov, A. P., "Review of Pore Network Modelling of Porous Media: Experimental Characterisations, Network Constructions and Applications to Reactive Transport", Journal of Contaminant Hydrology, Vol. 192, pp. 101-117, (2016).
- [3] Rahrah, M., Lopez-Peña, L. A., Vermolen, F., Meulenbroek, B., "Network-Inspired versus Kozeny-Carman Based Permeability-Porosity Relations Applied to Biot's Poroelasticity Model", Journal of Mathematics in Industry, Vol. 10, No. 1, p. 19, (2020).
- [4] Guo, Z., Ren, X., Nong, M., "A Novel Kozeny-Carman-Based Permeability Model for Hydrate-Bearing Sediments", Earth and Space Science Open Archive, (2020).
- [5] Singh, H., Myshakin, E. M., Seol, Y., "A Novel Relative Permeability Model for Gas and Water Flow in Hydrate-Bearing Sediments With Laboratory and Field-Scale Application", Scientific Reports, Vol. 10, No. 1, p. 5697, (2020).
- [6] Henderson, N., Bréttas, J. C., Sacco, W. F., "A Three-Parameter Kozeny-Carman Generalized Equation for Fractal Porous Media", Chemical Engineering Science, Vol. 65, No. 15, pp. 4432-4442, (2010).

برای اعتبارسنجی نتایج مدل شبکه حفره‌ای علاوه بر روابط تجربی، از نتایج آزمایشگاهی نیز استفاده شده است؛ لذا ابتدا از بستر آزمایشگاهی مورد نظر، تصویربرداری و سپس با استفاده از پردازش تصویر، داده‌های ماکروسکوپی استخراج شده‌اند. در نهایت به وسیله اطلاعات به دست آمده، ضریب نفوذپذیری برای بستر آزمایشگاهی به روش‌های مدل شبکه حفره‌ای، آزمایشگاهی و با استفاده از روابط تجربی حساب شد. تخلخل بستر برابر  $0.5723$  است. با استفاده از معادله دارسی، میانگین ضریب نفوذپذیری برای بستر مورد آزمایش حساب شد. نتایج محاسبه این ضریب با استفاده از تمام روش‌ها برای بستر مورد آزمایش در جدول (۳) ارائه شد. با توجه به جدول مشاهده می‌شود که ضریب نفوذپذیری حساب شده از روش مدل‌سازی شبکه حفره‌ای، به نتیجه حاصل از روش آزمایشگاهی نزدیک‌تر از سایر روش‌هاست و دورترین جواب، نتیجه روش کارمن-کوزنی است. دلیل اختلاف زیاد نتیجه کارمن-کوزنی را می‌توان به لحاظ نکردن ساختار داخلی ماده متخلخل در این رابطه ربط داد.

### جدول ۳. نتایج محاسبه نفوذپذیری.

Table 3. Results of permeability calculation.

Method	Experimental	Pore Network	Rabbani et al.	Carman-Kozeny
Permeability coefficient ( $m^2$ )	$2.28 \times 10^{-6}$	$2.4364 \times 10^{-6}$	$2.712 \times 10^{-6}$	$2.7922 \times 10^{-7}$

### ۴. نتیجه‌گیری کلی

در این مطالعه، اطلاعات ماکروسکوپی محیط متخلخل اعم از توزیع اندازه ذرات و حفره‌ها، تعداد ذرات و تخلخل با استفاده از پردازش تصویر در نرم‌افزار متلب، استخراج شد. با توجه به نتایج، مشاهده شد که نسبت قطر میانگین حفره‌ها به میانگین قطر ذرات با تخلخل رابطه لگاریتمی دارد. به این منظور با برازش منحنی لگاریتمی، رابطه‌ای جدید برای محاسبه اندازه میانگین حفره‌ها براساس اندازه میانگین ذرات و تخلخل برای بسترهای پرشده ذرات کروی ارائه شد. برای صحت‌سنجی فرایند پردازش تصویر، تخلخل، تعداد و اندازه ذرات حاصل از پردازش تصویر با تخلخل، تعداد و اندازه ذرات موجود در بستر آزمایشی مقایسه و با توجه به نتایج،

- [7] Khaddour, F., Grégoire, D., Pijaudier-Cabot, G., "A Hierarchical Model for the Computation of Permeation Properties of Porous Materials and Their Enhancement Due to Microcracks", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 144, No. 2, p. 04017160, (2018).
- [8] Ecay, L., Grégoire, D., Pijaudier-Cabot, G., "On the Prediction of Permeability and Relative Permeability from Pore Size Distributions", *Cement and Concrete Research*, Vol. 133, p. 106074, (2020).
- [9] Gunjal, P. R., Ranade, V. V., Chaudhari, R. V., "Computational Study of a Single-Phase Flow in Packed Beds of Spheres", *AIChE Journal*, Vol. 51, No. 2, pp. 365–378, (2005).
- [10] Yang, X., Mehmani, Y., Perkins, W. A., Pasquali, A., Schönherr, M., Kim, K., Perego, M., Parks, M. L., Trask, N., Balhoff, M. T., Richmond, M. C., Geier, M., Krafczyk, M., Luo, L.-S., Tartakovsky, A. M., Scheibe, T. D., "Intercomparison of 3D Pore-Scale Flow and Solute Transport Simulation Methods", *Advances in Water Resources*, Vol. 95, pp. 176–189, (2016).
- [11] Raoof, A., Nick, H. M., Hassanizadeh, S. M., Spiers, C. J., "PoreFlow: A Complex Pore-Network Model for Simulation of Reactive Transport in Variably Saturated Porous Media", *Computers & Geosciences*, Vol. 61, pp. 160–174, (2013).
- [12] Nukunya, T., Devinsky, J. S., Tsotsis, T. T., "Application of a Pore Network Model to a Biofilter Treating Ethanol Vapor", *Chemical Engineering Science*, Vol. 60, No. 3, pp. 665–675, (2005).
- [13] Dullien, F. A. L. *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*. Elsevier, California, 2<sup>nd</sup> ed., p. 574, (1992).
- [14] Rajabbeigi, N., Elyassi, B., Tsotsis, T. T., Sahimi, M., "Molecular Pore-Network Model for Nanoporous Materials. I: Application to Adsorption in Silicon-Carbide Membranes", *Journal of Membrane Science*, Vol. 335, Nos. 1–2, pp. 5–12, (2009).
- [15] Sok, R. M., Knackstedt, M. A., Sheppard, A. P., Pinczewski, W. V., Lindquist, W. B., Venkatarangan, A., Paterson, L., "Direct and Stochastic Generation of Network Models from Tomographic Images; Effect of Topology on Residual Saturations", *Transport in Porous Media*, Vol. 46, No. 2/3, pp. 345–371, (2002).
- [16] Dong, H., Blunt, M. J., "Pore-Network Extraction from Micro-Computerized-Tomography Images", *Physical Review E*, Vol. 80, No. 3, p. 036307, (2009).
- [17] Wildenschild, D., Sheppard, A. P., "X-Ray Imaging and Analysis Techniques for Quantifying Pore-Scale Structure and Processes in Subsurface Porous Medium Systems", *Advances in Water Resources*, Vol. 51, pp. 217–246, (2013).
- [18] Kaestner, A., Lehmann, E., Stampanoni, M., "Imaging and Image Processing in Porous Media Research", *Advances in Water Resources*, Vol. 31, No. 9, pp. 1174–1187, (2008).
- [19] Chai, W. S., Cheah, K. H., Koh, K. S., Chin, J., Chik, T. F. W. K., "Parametric Studies of Electrolytic Decomposition of Hydroxylammonium Nitrate (HAN) Energetic Ionic Liquid in Microreactor Using Image Processing Technique", *Chemical Engineering Journal*, Vol. 296, pp. 19–27, (2016).
- [20] Grudzień, K., Sankowski, D., "Methods for Monitoring Gravitational Flow in Silos Using Tomography Image Processing", *Informatics Control Measurement in Economy and Environment Protection*, Vol. 7, No. 1, pp. 24–29, (2017).
- [21] Shao, S., Li, C., Hong, J., "A Hybrid Image Processing Method for Measuring 3D Bubble Distribution Using Digital Inline Holography", *Chemical Engineering Science*, Vol. 207, pp. 929–941, (2019).
- [22] Baldwin, C. A., Sederman, A. J., Mantle, M. D., Alexander, P., Gladden, L. F., "Determination and Characterization of the Structure of a Pore Space from 3D Volume Images", *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 181, No. 1, pp. 79–92, (1996).
- [23] Sheppard, A. P., Sok, R. M., Averdunk, H., "Techniques for Image Enhancement and Segmentation of Tomographic Images of Porous Materials", *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 339, Nos. 1–2, pp. 145–151, (2004).
- [24] Ketcham, R. A., "Three-Dimensional Grain Fabric Measurements Using High-Resolution X-Ray Computed Tomography", *Journal of Structural Geology*, Vol. 27, No. 7, pp. 1217–1228, (2005).
- [25] Rabbani, A., Jamshidi, S., "Specific Surface and Porosity Relationship for Sandstones for Prediction of Permeability", *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 71, pp. 25–32, (2014).
- [26] Nishiyama, N., Yokoyama, T., "Permeability of Porous Media: Role of the Critical Pore Size", *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, Vol. 122, No. 9, pp. 6955–6971, (2017).
- [27] Sarout, J., "Impact of Pore Space Topology on Permeability, Cut-off Frequencies and Validity of Wave Propagation Theories", *Geophysical Journal International*, Vol. 189, No. 1, pp. 481–492, (2012).