

همسان سازی کانال های چند مسیره دارای نقاط پوچ فرکانسی در سیستم های مخابراتی

حجت اله زمانی^{۱*}، آرش امینی^۲

۱- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

۲- استادیار، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

*Hojatollah.zamani@ee.sharif.edu

ارسال: اسفندماه ۹۶ پذیرش: فروردین ۹۷

چکیده

در این مقاله، مساله همسان سازی اثر کانال چندمسیره در سیستم های مخابراتی مورد بررسی قرار می گیرد. داده در زمان انتقال از فرستنده به گیرنده از یک کانال عبور می کنند که باعث ایجاد اعوجاج و تداخل بین سمبلی می شود. وجود نقطه پوچ در حوزه فرکانسی کانال باعث ناپایداری الگوریتم های همسان ساز کانال می شود. روشی برای مقابله با اثر کانال های دارای چندین نقطه پوچ در حوزه فرکانس در این مقاله پیشنهاد می شود. روش پیشنهادی ابتدا نقاط پوچ را شناسایی می کند و با حل یک مساله بهینه سازی بر روی دنباله راهنما دریافتی، ضرائب بهینه را بدست می آورد، سپس سیگنال را تصحیح و اثر نقاط پوچ کانال را جبران می کند. الگوریتم پیشنهادی به الگوریتم های معمول همسان ساز اثر کانال مانند همسان ساز حداقل میانگین مربعات خطا اضافه می شود تا بهبود جبران اثر کانال حاصل شود. شبیه سازی ها نشان می دهد که روش پیشنهادی با افزودن اندکی پیچیدگی به همسان ساز به خوبی اثر مخرب نقاط پوچ کانال را برطرف می کند و نسبت به همسان سازهای کنونی اثر کانال با کیفیت بهتری برطرف می کند.

کلمات کلیدی: همسان ساز کانال، کانال چندمسیره، نقطه پوچ کانال، سیستم های مخابراتی، مدولاسیون دیجیتال.

۱- مقدمه

یکی از چالش های مهم در سیستم های مخابراتی دیجیتال، مسئله مقابله با کانال بین فرستنده و گیرنده است. کانال بسته به شرایط محیطی رفتار متفاوتی دارد [۱]. در حالت کلی، کانال ها چندمسیره هستند و در طول زمان شدت و تاخیر هر مسیر تغییر می کند. زمانی که دنباله ای از سمبل ها ارسال می شوند وجود کانال چندمسیره باعث برهم نهی سمبل های کناری می شود و تداخل بین سمبلی (ISI)^۱ رخ می دهد. در نتیجه کاهش کارآمدی سیستم مخابراتی را به همراه دارد [۲]. دو راه عمده برای مقابله با اثر ISI وجود دارد. راه اول، کاهش نرخ ارسال تا زیر حد تاخیر زمانی کانال است که از ایجاد ISI جلوگیری می کند. این روش باعث ایجاد محدودیت جدی نرخ ارسال می شود. در روش دوم پس از تخمین کانال، ISI ایجاد شده توسط آن به کمک روش های پردازشی خنثی می شود. این روش به همسان سازی^۲ شناخته می شود [۳]. البته جهت مقابله با کانال های چند مسیره برای کاهش خطای بیت، از کدگذاری کانال از جمله کدهای کانولوشنال استفاده می شود [۴، ۵].

¹ InterSymbol Interference (ISI)

² Equalization

ساده‌ترین مدل کانال که با فرض نامتناهی بودن طیف فرکانسی است، کانال AWGN است. با توجه به کمبود طیف فرکانسی معمولاً در سمت فرستنده از یک فیلتر فرکانس‌گزين استفاده می‌شود تا منابع فرکانسی به صورت محدود و بهینه بین فرستنده‌ها به اشتراک گذاشته شود. همچنین خیلی از کانال‌های عملی میان‌گذر هستند و حتی در فرکانس‌های مختلف پاسخ متفاوتی به دنباله ورودی می‌دهند که پراکندگی^۱ نام دارد. در مدل‌سازی ریاضی، معمولاً خاصیت پراکندگی کانال‌ها با یک فیلتر خطی مدل می‌شود. ساده‌ترین نوع پراکندگی، کانال باند محدود است که پاسخ ضربه آن یک فیلتر پایین‌گذر ایده‌آل است. در گیرنده‌های مخابراتی معمولاً برای مقابله با کانال از همسان‌ساز استفاده می‌شود. اکثر همسان‌سازها برای جبران اثر کانال نیاز به اطلاعات کانال دارند، لذا قبل از اعمال همسان‌ساز باید تخمین کانال صورت گیرد [۶].

۱-۱- کارهای مرتبط پیشین

تاکنون همسان‌سازهای متفاوتی برای جبران اثر کانال پیشنهاد شده‌اند که از مهمترین آنها می‌توان به موارد پیش رو اشاره کرد. در همسان‌ساز ZF^۲ سعی در اعمال معکوس کانال بر روی دنباله دریافتی با تقریب زدن معکوس کانال با یک فیلتر خطی است. این روش فقط اثر کانال را در نظر می‌گیرد و از نویز اضافه شده به داده‌ها صرف نظر می‌کند [۷]. همسان‌ساز MMSE^۳، فیلتری را طراحی می‌کند که خطای سیگنال خروجی فیلتر را با سیگنال ارسالی حداقل کند. این روش اثر نویز جمعی اضافه شده به سیگنال را در نظر می‌گیرد و در حالتی که از نویز صرف نظر شود به همسان‌ساز ZF ساده می‌شود [۸]. همسان‌ساز تصمیم‌گیر پس‌خور^۴ DFE، یک فیلتر است که از پس‌خور سمبل‌های آشکارسازی شده استفاده می‌کند تا خروجی کانال را تخمین بزند. این فیلتر سمبل‌های خروجی را از همسان‌ساز خطی FIR کم می‌کند تا خروجی نهایی را تولید می‌کند. اگر سمبل‌های ارسالی حقیقی باشند، فیلتر FIR نیز حقیقی و اگر سمبل‌ها مختلط باشند، فیلتر نیز مختلط است. از آنجایی که این فیلتر اطلاعات پسین را لازم دارد، معمولاً نیاز است که با یک همسان‌ساز خطی ترکیب شود [۹]. روش‌هایی مانند ZF، MMSE و DFE نیازمند اطلاعات اضافه کانال هستند. روش‌هایی برای همسان‌سازی وجود دارد که نیازمند اطلاعات کانال نیستند، این روش‌ها سیگنال ارسالی را فقط از روی آمارگان سیگنال دریافتی تخمین می‌زنند که اصطلاحاً به همسان‌ساز کور مشهورند. این روش‌ها بر مبنای عکس‌کانولوشن کور عمل کرده و بصورت آنلاین فیلتر همسان‌ساز را تخمین می‌زنند. در واقع این روش‌ها بطور مستقیم عکس پاسخ ضربه کانال را بجای خود پاسخ ضربه کانال تخمین می‌زنند. در نهایت همسان‌ساز تخمین زده شده با سیگنال دریافتی کانال می‌شود و سیگنال ارسالی را تخمین می‌زند [۱۰]. همسان‌سازهای وقتی معمولاً فیلترهای خطی یا DFE هستند که پارامترهای همسان‌ساز (مثلاً ضرائب فیلتر) را همزمان با پردازش داده بروزرسانی می‌کنند. این روش‌ها برای بروزرسانی پارامترها معمولاً تابع هزینه را میانگین مربعات خطا در نظر می‌گیرند [۱۱]. در [۱۲] همسان‌ساز ویتربی معرفی شده است. این همسان‌ساز جواب بهینه به مساله پیشینه شباهت به دنباله ارسالی را پیدا می‌کند. در این روش، هدف کمینه‌سازی احتمال رخداد خطا بر روی کل دنباله ورودی است. [۱۳] همسان‌سازی را با استفاده از الگوریتم BCJR (معروف به الگوریتم پیش‌رو-عقب‌رو) انجام می‌دهد. این روش با اعمال الگوریتم BCJR جواب پیشینه‌گر احتمال پسین (MAP) را می‌یابد. هدف کمینه کردن احتمال نادرستی سمبل تخمینی است. توربو همسان‌ساز، روش دیگری برای همسان‌سازی با استفاده از تکنیک توربو دیکودر است. این روش کانال را به عنوان یک کد کانولوشنی در نظر می‌گیرد و اثر کانال را از دنباله کم می‌کند [۱۴]. تمامی این روش‌ها سعی می‌کنند عکس

¹ Dispersive

² Zero-Forcing

³ Minimum Mean Square Error

⁴ Decision Feedback Equalizer

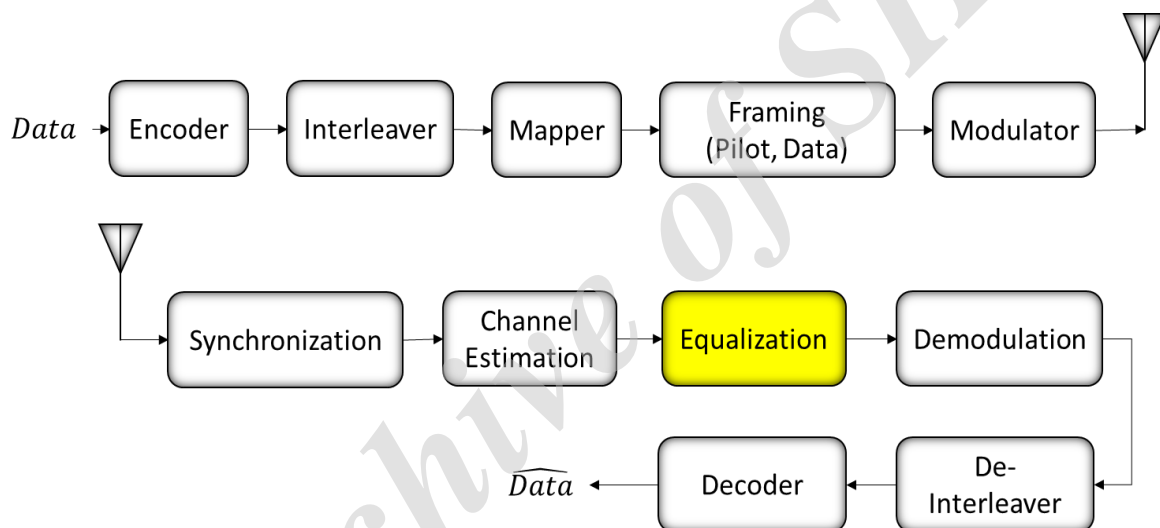
⁵ Maximum A Posteriori

اثر کانال را بر روی سیگنال دریافتی اعمال کنند. اما در شرایطی که کانال دارای نقاط پوچ فرکانسی باشد، معکوس کانال ناپایدار است و اعمال آن باعث ناپایداری سیگنال خروجی می‌شود. لذا تمامی این روش‌ها در این شرایط افت عملکرد خواهند داشت.

۲-۱- نوآوری‌های مقاله

در این مقاله، روشی برای مقابله با شرایط مخرب کانال‌های چندمسیره با چندین نقاط پوچ فرکانسی پیشنهاد می‌شود. این روش با استفاده از مقادیر دنباله راهنما در گیرنده و مقایسه آن با مقادیر دنباله راهنمای متناظر خروجی همسان‌ساز، تصحیحی بر روی دنباله خروجی همسان‌ساز انجام می‌دهد. این تصحیح سعی می‌کند با حل یک مساله بهینه‌سازی و با فرض اینکه تفاوت مقادیر دنباله دریافتی با مقادیر دنباله راهنمای اصلی ناشی از نقاط پوچ کانال است، دنباله راهنمای دریافتی را به دنباله راهنمای اصلی نزدیک کند. سپس نتیجه مساله بهینه‌سازی را به کل داده خروجی همسان‌ساز تعمیم می‌دهد. با این کار اثر مخرب نقاط پوچ فرکانسی جبران می‌شود.

ساختار این مقاله بدین صورت است. در بخش ۲ مدل سازی ریاضی مساله بیان می‌گردد. بخش ۳ با استفاده از مدل سازی در نظر گرفته شده، روش پیشنهادی را معرفی می‌کند. در بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی مطرح می‌گردد. و در نهایت در بخش ۵ نتیجه گیری مقاله انجام می‌شود.



شکل ۱- مراحل ارسال داده در فرستنده و گیرنده یک سیستم مخابراتی

۲-۲- مدل‌سازی ریاضی مساله

در این بخش، ابتدا مدل سازی یک سیستم مخابرات دیجیتال زمان گسسته بیان می‌شود و سپس مدل سازی مساله همسان‌سازی اثر کانال مطرح می‌گردد. بدین منظور سیستم مخابراتی نمایش داده شده در شکل ۱ را در نظر بگیرید. دنباله داده‌ها (Data) یک رشته از اعداد باینری $\{0,1\}$ است. فرض بر این است که این دنباله باینری داده خروجی کدگذار منبع است. ابتدا در فرستنده این دنباله از بخش کدگذار کانال عبور می‌کند. استفاده از کدگذار در تصحیح خطای بیت در گیرنده کمک بسزایی می‌کند. خروجی کدگذار کانال وارد بخش برهم‌ریختگی^۱ می‌شود تا با قاعده مشخصی مکان بیت‌ها در دنباله ورودی را جابه‌جا کند. استفاده از این بخش سیستم مخابراتی را در برابر قطعی ارتباط ناگهانی بین فرستنده گیرنده مقاوم می‌سازد. برای آنکه داده ورودی

¹ Interleaver

مدولاتور مهیا شود، دنباله بیت‌های به هم ریخته وارد بخش نگاشت گر^۱ می‌شود. نگاشت گر با توجه به مرتبه مدولاتور (M)، دنباله باینری ورودی را به دنباله‌ای از سمبل‌ها $a_i \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm (M-1)\}$ تبدیل می‌کند. اگرچه در این مرحله امکان اعمال دنباله سمبل‌ها به مدولاتور وجود دارد، اما معمولاً به دلیل مسائل عملی از جمله عدم همزمانی بین فرستنده و گیرنده، عدم اطلاع از زمان شروع ارسال داده، و یا زمان اتصال تصادفی گیرنده به فرستنده، برای آنکه گیرنده بتواند خود را با فرستنده همزمان و داده درستی را دریافت کند، لازم است طبق قراردادی بین فرستنده و گیرنده داده‌ها به صورت بسته‌ای ارسال شود. لذا قبل از آنکه داده‌ها وارد مدولاتور شوند وارد بخش قالب‌بندی^۲ می‌شوند. در این مرحله دنباله سمبل‌ها با طول مشخص قالب‌بندی می‌شوند. در حالت کلی هر قالب شامل بخش داده‌های تصادفی و بخش دنباله راهنما^۳ است که بین فرستنده و گیرنده مشخص است. بنابراین، گیرنده در زمان اتصال ابتدا سعی می‌کند دنباله راهنما را پیدا کرده، سپس با فرستنده همزمان شود. فرستنده خروجی بخش مدولاتور را ارسال می‌کند. داده ارسالی از کانال بین فرستنده گیرنده عبور می‌کند. کانال بسته به شرایط محیطی حالت‌های متفاوتی به خود می‌گیرد. در این مقاله کانال چندمسیره فرض شده است. در نهایت خروجی کانال با نویز سفید گوسی جمع‌شونده ترکیب می‌شود و به گیرنده می‌رسد.

وجود دنباله راهنما اطلاعات مفیدی در اختیار گیرنده قرار می‌دهد. گیرنده می‌تواند با استفاده از دنباله راهنما و مقایسه آن با دنباله راهنمای دریافتی، همزمان‌سازی^۴ گیرنده با فرستنده شامل یافتن نقطه شروع قالب، اصلاحات فاز و فرکانس را انجام دهد. همچنین می‌تواند وضعیت کانال موجود بین فرستنده و گیرنده را تخمین بزند و با استفاده از کانال تخمین زده شده به جبران اثر کانال در گیرنده پردازد. به این ترتیب، مراحل که گیرنده لازم است طی کند تا به داده‌های تصادفی ارسالی دست پیدا کند به شرح زیر است:

گیرنده ابتدا داده دریافتی از آنتن را وارد بخش همزمان‌سازی می‌کند تا وجود دنباله راهنما را در میان دنباله دریافتی آشکار کند. سپس مراحل همزمان‌سازی را با مقایسه دنباله راهنما با دنباله راهنمای دریافتی بر روی کل داده دریافتی اعمال می‌کند. در ادامه لازم است عمل معکوس کانال بر روی دنباله دریافتی انجام شود. از آنجایی که اطلاعات کانال در اختیار گیرنده نیست، گیرنده با استفاده از تغییرات بین دنباله راهنما و دنباله راهنمای دریافتی کانال را تخمین می‌زند. حال با استفاده از کانال تخمین زده شده می‌توان به جبران‌سازی اثر کانال پرداخت و با اعمال همسان‌سازی، داده دریافتی را همسان کرد. داده همسان شده وارد بخش آشکارساز می‌شود و دنباله سمبل‌ها به رشته بیت تبدیل می‌شود. بر روی این رشته باید ابتدا عمل عکس به هم‌ریختگی فرستنده اعمال شود و سپس عمل کدگشایی صورت گیرد تا گیرنده به داده تصادفی دست یابد.

در این مقاله، تمرکز بر روی بخش همسان‌سازی است که در شکل ۱ نیز مشخص شده است. لذا مدل ریاضی مساله از دنباله قالب ارسالی تا ورودی همسان‌سازی با فرض همزمان‌سازی و تخمین کانال به صورت زیر است:

فرض کنید دنباله سمبل a_k وارد مدولاتور با پالس شکل دهی $g(t)$ شود. $g(t)$ می‌تواند مستطیلی یا کسینوس برآمده با طول L_g سمبل باشد. خروجی مدولاتور به صورت (۱) خواهد بود.

$$s[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k g((n-k)T) \quad (1)$$

که در آن T بازه ارسال یک سمبل است. با عبور $s[n]$ از کانال $h[n]$ و اضافه شدن نویز به آن، دنباله دریافتی بصورت (۲) خواهد بود.

$$\mathbf{r}[n] = \mathbf{h}[n] \otimes \mathbf{s}[n] + \mathbf{z}[n] \quad (2)$$

¹ Mapper

² Framing

³ Pilot

⁴ Synchronization

که در آن \otimes نماد کانولوشن خطی است. $z[n]$ بردار نویز اضافه شده به دنباله دریافتی است. معیار خطای میانگین حداقل مربعات (MMSE)^۱ را می توان به ورودی گسسته (۲) اعمال کرد تا سیگنال ارسالی شناسایی شود. معیار MMSE برای تخمین دنباله ارسالی $\hat{s}[n]$ را بصورت (۳) است.

$$\varepsilon^2 = \mathbf{E} \left\{ \sum |s[n] - \hat{s}[n]|^2 \right\} \quad (3)$$

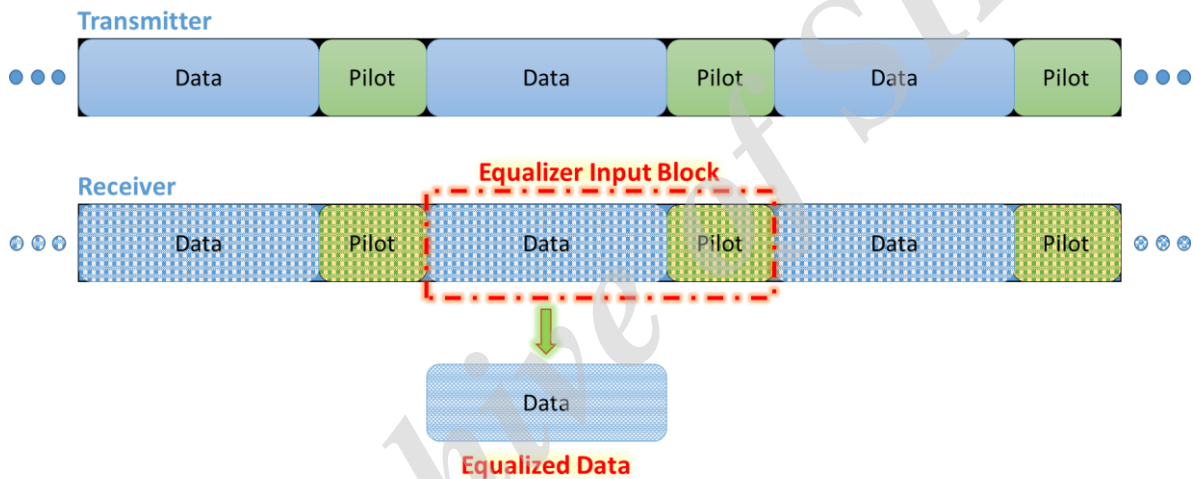
$\mathbf{E}\{\cdot\}$ عملگر امید ریاضی است. دنباله دریافتی در حوزه فرکانس با اعمال تبدیل فوریه گسسته از هر دو طرف (۲) بدست می آید

$$\mathbf{R}(f) = \mathbf{H}(f)\mathbf{S}(f) + \mathbf{Z}(f) \quad (4)$$

همسان ساز MMSE ($C(f)$) برای پاسخ ضربه کانال $h[n]$ و واریانس نویز N_0 در حوزه فرکانس بصورت (۵) بازنویسی می شود:

$$C(f) = \frac{\mathbf{H}^*(f)}{|\mathbf{H}(f)|^2 + N_0} \quad (5)$$

دنباله دریافتی در حوزه فرکانس در همسان ساز (۵) ضرب می شود و نتیجه به عنوان دنباله همسان شده در حوزه فرکانس بدست می آید. طول دنباله داده ورودی همسان ساز متناظر طول یک قالب (دنباله راهنما و دنباله داده تصادفی) است. بدین صورت دنباله قالب بندی شده ارسالی و دریافتی در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲ - شکل قالب بندی دنباله ارسالی و دریافتی

$$\mathbf{S}(f) = C(f) \square \mathbf{R}(f) \quad (6)$$

\square نماد ضرب نقطه ای است. دنباله داده همسان شده، با عمل عکس تبدیل فوریه به حوزه زمان تبدیل می شود ($\hat{s}[n] = F^{-1}\{\mathbf{S}(f)\}$ عملگر عکس تبدیل فوریه است). از دو قسمت دنباله ورودی همسان ساز فقط قسمت اول یعنی بخش داده خروجی همسان ساز است.

بنابراین، روش معمول همسان سازی بر اساس MMSE-FDE در الگوریتم ۱ بطور خلاصه بیان شده است.

الگوریتم ۱: روش همسان ساز MMSE-DFE

ورودی ها: $\mathbf{r}[n]$ دنباله دریافتی به طول $L_r = L_f + L_p$ ، $\mathbf{h}[n]$ دنباله کانال تخمین زده شده به طول L_p .

خروجی ها: $\hat{\mathbf{S}}[n]$ دنباله تمییز شده از اثر کانال

¹ Minimum Mean Square Error

گام ۱: اعمال تبدیل فوریه L_p بر روی ورودی‌ها

گام ۲: محاسبه همسان‌ساز فرکانسی از طریق (۵)

گام ۳: اعمال همسان‌ساز با محاسبه (۶)

گام ۴: محاسبه خروجی $\hat{S}[n]$ با اعمال عکس تبدیل فوریه.

۲-۱ - بیان چالش اساسی در همسان‌سازها

عملکرد همسان‌سازها بر پایه‌ی رفتار کانال است. زمانی که کانال رفتار مناسبی داشته باشد (هیچ نقطه پوچ‌ای در حوزه فرکانس نداشته باشد)، عملکرد مناسبی دارند. اما زمانی که کانال در حوزه فرکانس دارای چند نقطه پوچ باشد، با اعمال همسان‌ساز که نیازمند کانال است، داده‌ی خروجی در اثر چند نقطه پوچ دارای اعوجاج می‌شود. اکثر همسان‌سازها این شرایط کانال را در نظر نمی‌گیرند و فرض بر رفتار مناسب کانال است. لذا در این شرایط افت کارایی دارند. در بخش بعد، روشی برای مقابله با این پدیده مخرب با استفاده از دنباله راهنما ارائه می‌شود.

۳- روش پیشنهادی تصحیح‌کننده همسان‌سازها در زمان رخ دادن نقاط پوچ فرکانسی کانال چندمسیره

در این بخش، روش پیشنهادی برای برطرف کردن اثر مخرب نقاط پوچ کانال چندمسیره بر روی داده دریافتی ارائه می‌شود. ایده اساسی روش پیشنهادی بدین صورت است. فرض کنید کانال دارای نقاط پوچ فرکانسی است. در هنگام عبور دنباله داده از کانال بدلیل اثر ضربی کانال در دنباله در حوزه فرکانس، دنباله خروجی دچار اعوجاج می‌شود و بخشی از اطلاعات دنباله را از بین می‌برد. لذا خروجی همسان‌ساز در رابطه (۶) در نقاط متناظر با نقاط پوچ فرکانسی کانال دارای مقادیر نادرست است. برای رفع این مشکل اینگونه عمل می‌کنیم. از آنجایی که دنباله راهنما در دنباله ورودی کانال وجود دارد، درگیرنده دنباله راهنمای دریافتی در خروجی همسان‌ساز نیز دچار اعوجاج شده است. از طرفی گیرنده دنباله راهنمای درست را در اختیار دارد. با مقایسه مقادیر این تفاوت‌ها می‌توان این اثر مخرب کانال را برطرف کرد. لازم به ذکر است که روش‌های همسان‌ساز کنونی دنباله راهنما را برای همسان‌سازی نیاز دارند ولی از مقادیر آن برای همسان‌سازی استفاده نمی‌شود. اما روش پیشنهادی از مقادیر دنباله راهنما برای بدست آوردن ضرائب بهینه استفاده می‌کند. بدین منظور فرض کنید کانال در K نقطه مقدار پوچ دارد. دنباله راهنمای تخمین‌زده خروجی همسان‌ساز ($Estimated_{pilot}[n]$) را از دنباله راهنمای درست در دسترس ($True_{pilot}[n]$) کم می‌کنیم و به عنوان خطا ($e_{pilot}[n]$) در نظر می‌گیریم.

$$e_{pilot}[n] = True_{pilot}[n] - Estimated_{pilot}[n] \quad (7)$$

این خطا ناشی از نقاط پوچ کانال است. قصد داریم بخش تصحیحی را از روی این خطا محاسبه کنیم و دنباله خروجی همسان‌ساز را تصحیح کنیم. بدین منظور رابطه فوریه جزئی مربوط به نقاط پوچ را می‌نویسیم. هر نقطه فرکانسی ترکیب خطی از مولفه‌های حوزه زمان است. لذا به ازای نقطه پوچ فرکانسی f_{null} می‌توان بردار تبدیل فوریه آن را بصورت زیر نوشت

$$w(n) = e^{-j2\pi n f_{null}/N} \quad (8)$$

و برای K نقطه پوچ فرکانسی $f_{null}(k)$, $k=1,2,\dots,K$ ، یک ماتریس \mathbf{W} شامل K ستون N بعدی بصورت (۹) داریم

$$\mathbf{W} = [\mathbf{w}(1), \mathbf{w}(2), \dots, \mathbf{w}(K)]_{N \times K}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j2\pi f_{mult}(1)/N} & e^{-j2\pi f_{mult}(2)/N} & \dots & e^{-j2\pi f_{mult}(K)/N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j2\pi N f_{mult}(1)/N} & e^{-j2\pi N f_{mult}(2)/N} & \dots & e^{-j2\pi N f_{mult}(K)/N} \end{bmatrix} \quad (9)$$

این ماتریس را ماتریس فوریه جزئی ناشی از نقاط پوچ فرکانسی می نامیم. طول دنباله راهنما $N = N_p$ است. حال ضرائب تصحیح کننده را بگونه ای می یابیم که این خطا را حداقل کند. در واقع مساله بهینه سازی (۱۰) را می توان تشکیل داد

$$\min_{\mathbf{b} \in \mathbb{R}^K} \|\mathbf{Wb} - \mathbf{e}_{Pilot}\|^2 \quad (10)$$

تابع هزینه رابطه (۱۰) نرم ۲ یک تابع با عملگر خطی است، لذا تابع هزینه محدب است و نقطه حداقل کننده آن کلی^۱ است. تابع هزینه را نسبت به متغیره بهینه سازی می توان به صورت (۱۱) نوشت.

$$\begin{aligned} f(\mathbf{b}) &= \|\mathbf{Wb} - \mathbf{e}_{Pilot}\|^2 \\ f(\mathbf{b}) &= (\mathbf{Wb} - \mathbf{e}_{Pilot})^H (\mathbf{Wb} - \mathbf{e}_{Pilot}) \\ &= \mathbf{b}^H \mathbf{W}^H \mathbf{Wb} - \mathbf{b}^H \mathbf{W}^H \mathbf{e}_{Pilot} - \mathbf{e}_{Pilot}^H \mathbf{Wb} + \mathbf{e}_{Pilot}^H \mathbf{e}_{Pilot} \end{aligned} \quad (11)$$

با گرادیان گرفتن نسبت به متغیر بهینه سازی و برابر با صفر قرار دادن و اندکی ساده سازی مقدار بهینه (\mathbf{b}) بدست می آید

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{b}} f &= 2\mathbf{b}^H \mathbf{W}^H \mathbf{W} - 2\mathbf{e}_{Pilot}^H \mathbf{W} = 0 \\ \Rightarrow \mathbf{b} &= (\mathbf{W}^H \mathbf{W})^{-1} \mathbf{W} \mathbf{e}_{Pilot} \end{aligned} \quad (12)$$

$\nabla_{\mathbf{b}} f$ نشان دهنده گرادیان تابع f نسبت به متغیر \mathbf{b} است. حال که مقدار ضرائب بهینه برای حذف خطا بدست آمد، می توان خروجی همسان ساز را تصحیح کرد. برای تصحیح لازم است ماتریس فوریه جزئی \mathbf{W} شامل K ستون و هر ستون به طول بردار

خروجی همسان ساز یعنی $N = L_r$ را تشکیل داد. در این صورت برای دنباله خروجی نهایی همسان ساز خواهیم داشت

$$\hat{\mathbf{s}}_{new}[n] = \hat{\mathbf{s}}[n] + \mathbf{Wb} \quad (13)$$

بدین ترتیب می توان اثر مخرب نقاط پوچ فرکانسی کانال را جبران کرد. روش پیشنهادی با همسان ساز MMSE-FDE حوزه فرکانس در الگوریتم ۲ خلاصه شده است.

الگوریتم ۲: روش پیشنهادی با همسان ساز MMSE-FDE در حالت کانال دارای نقاط پوچ فرکانسی

ورودی ها: $r[n]$ دنباله دریافتی به طول $L_r = L_f + L_p$ ، $h[n]$ دنباله کانال تخمین زده شده به طول L_h .

خروجی ها: $\hat{\mathbf{s}}[n]$ دنباله تمیز شده از اثر کانال

گام ۱: تخمین دنباله تمیز شده با استفاده همسان ساز MMSE-FDE مطرح شده در الگوریتم ۱.

گام ۲: یافتن نقاط پوچ کانال در حوزه فرکانس.

گام ۳: محاسبه خطای ایجاد شده در بخش دنباله راهنما از طریق (۷)

گام ۴: تشکیل ماتریس فوریه جزئی \mathbf{W} برای دنباله راهنما (رابطه (۹))

گام ۵: محاسبه ضرائب بهینه تصحیح کننده خطا از (۱۲)

¹ Global

گام ۶: تشکیل ماتریس فوریه جزئی W برای دنباله خروجی همسان‌ساز.

گام ۷: تصحیح دنباله خروجی همسان‌ساز با محاسبه رابطه (۱۳)

۱-۳ - بررسی پیچیدگی الگوریتم پیشنهادی

همانگونه که در بخش قبل بیان شد، روش پیشنهادی اندکی پیچیدگی محاسباتی (تعداد عملیات جمع یا ضرب) بیشتری نسبت به یک همسان‌ساز معمول دارد. محاسبه مقدار پیچیدگی اضافه بر همسان‌ساز طبق الگوریتم ۲ چنین است. محاسبه رابطه (۷) نیازمند L_p تفریق است. رابطه (۱۲) حجم محاسباتی از مرتبه $L_p^3 (O(L_p^3))$ و رابطه (۱۳) نیازمند $L_r K$ ضرب و L_r جمع است. بطور خلاصه میزان عملیات اضافه شده به همسان‌ساز برابر است با

$$L_p + L_r(1+K) + O(L_p^3) \quad (14)$$

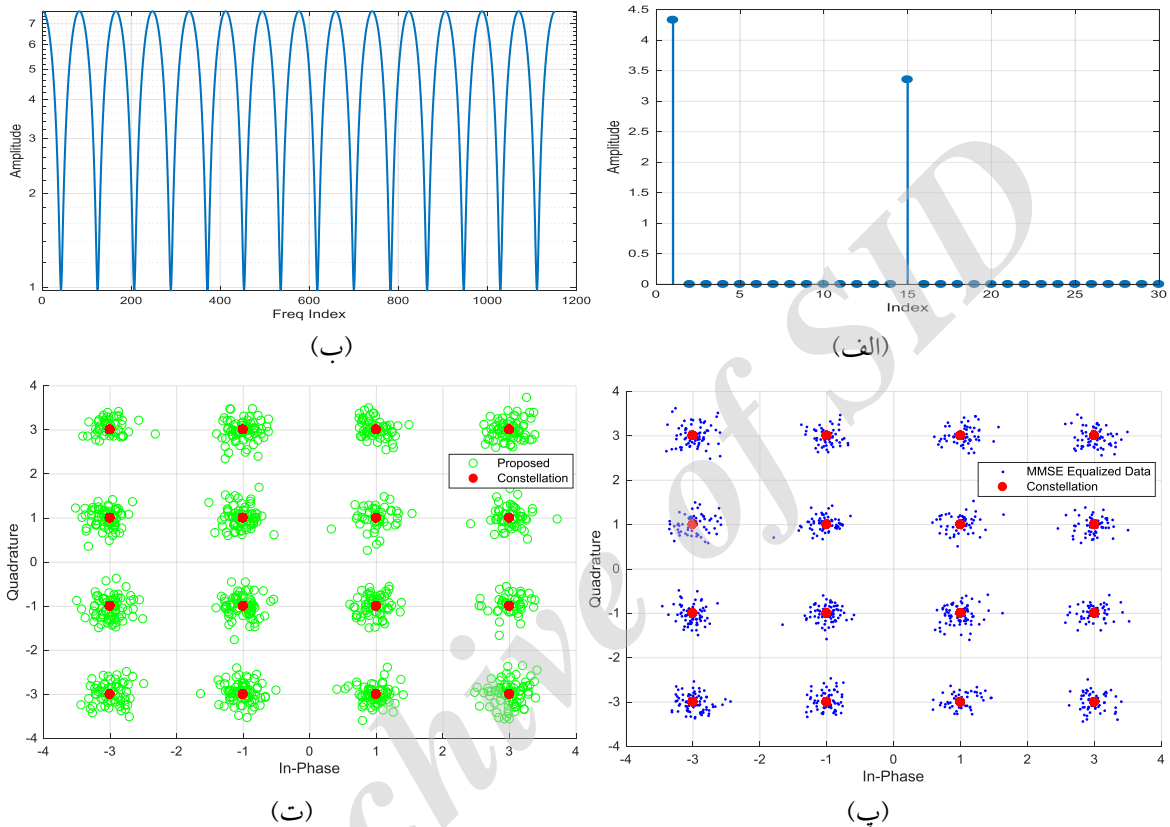
۴ - نتایج شبیه‌سازی‌ها و بحث

در این بخش شبیه‌سازی‌های انجام شده ارائه می‌شود تا در شرایط مختلف عملکرد الگوریتم پیشنهادی مورد بررسی قرار گیرد و با روش‌های پیشین مقایسه شود. بدین منظور لازم است قسمت‌های مختلف یک سیستم مخابراتی پیاده‌سازی شود. در شبیه‌سازی‌ها داده‌های ورودی مدولاتور به صورت قالب به قالب است. تنظیمات موبروپ به قالب‌بندی و مدولاتور برای شبیه‌سازی‌ها در جدول ۱ ارائه شده است. در جدول ۱، M مرتبه مدولاسیون، Nsps تعداد نمونه بر سمبل است. داده ارسالی به صورت قالب به قالب ارسال می‌شود و هر قالب شامل دنباله راهنما Pilot و دنباله داده تصادفی Data است. در شبیه‌سازی‌ها ۳ نوع کانال با شرایط متفاوت در نظر گرفته شده است. اولین کانال بدون نقاط پوچ فرکانسی است. این کانال برای ارزیابی صحت پیاده‌سازی روش‌های بکار گرفته شده است. دومین کانال دارای شرایط با نقاط پوچ ضعیف است بدین معنی که مولفه‌های پوچ کانال در حوزه فرکانس دارای مقادیر در حدود 10^{-2} است. دلیل بکارگیری این کانال بررسی رفتار همسان‌ساز پیشنهادی در مقایسه با همسان‌ساز MMSE-FDE و میزان موفقیت در همسان‌سازی در برابر قدرت نویزهای متفاوت است. بدلیل اینکه مقادیر نقاط پوچ ضعیف هستند، انتظار می‌رود روش MMSE-FDE در نویزهای کم عملکرد مناسبی داشته باشد. کانال سوم دارای چند نقطه پوچ فرکانسی شدید (مقدار نقاط پوچ فرکانسی در حدود 10^{-6}) است. این کانال شرایط سختی برای همسان‌سازی ایجاد می‌کند و هدف بررسی پایداری روش پیشنهادی است.

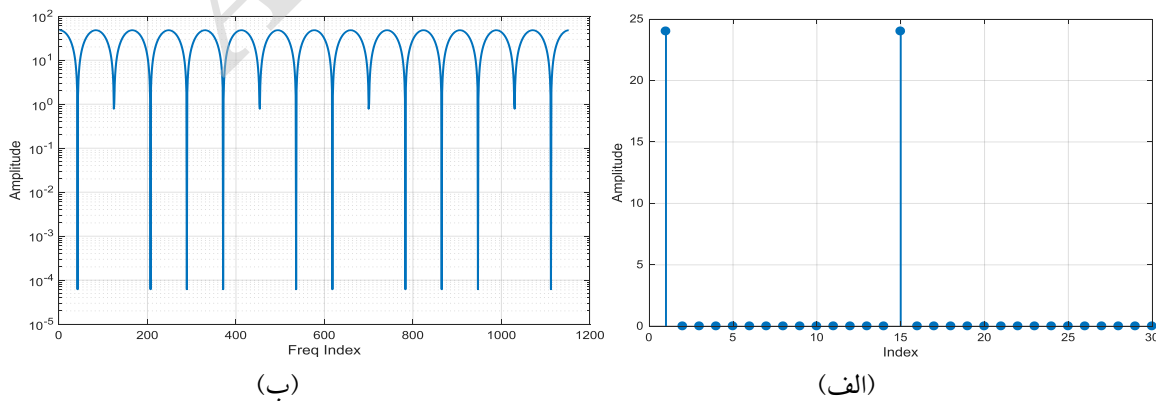
جدول ۱- پارامترهای در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی

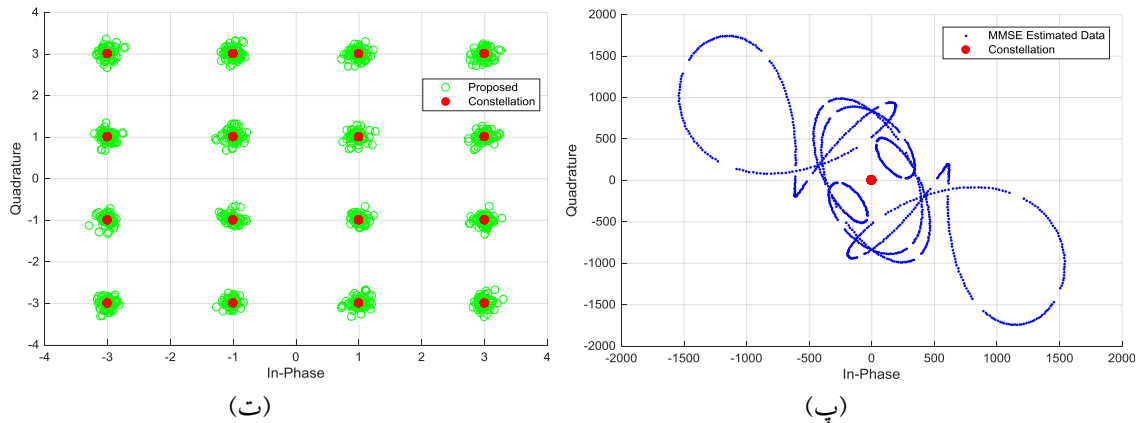
مقدار	نماد	متغیر
۱۶	M	مرتبه مدولاسیون
۴	Nsps	تعداد نمونه بر سمبل
۱۲۸	Pilot	دنباله راهنما (سمبل)
۸۹۶	Data	دنباله داده (سمبل)
۱۰۲۴	Frame	دنباله قالب

در آزمایش اول، همسان سازی روش پیشنهادی و روش MMSE_FDE را برای ۲ کانال یکی بدون نقاط پوچ و دیگری با ۱۰ نقطه پوچ مقایسه کنیم. میزان نویز اضافه شده خروجی کانال در هر دو حالت برابر 5dB است و به صورت نویز گوسی جمع شونده اضافه شده است. نتیجه آزمایش در شکل ۳ نمایش داده شده است. برای کانال بدون نقطه پوچ، مطابق انتظار عملکرد هر دو روش موفقیت آمیز بوده و هر دو روش توانسته اند داده دریافتی را همسان کنند. برای کانال دوم شرایط متفاوت است و خروجی همسان ساز MMSE-FDE به دلیل وجود نقاط پوچ شدید در کانال نتوانسته است داده ورودی را همسان کند. اما روش پیشنهادی بخوبی اثر مخرب کانال را جبران کرده است. مساله شناسایی تعداد نقاط پوچ فرکانسی با مقایسه طیف کانال با سطح آستانه تعیین می شود. نتیجه در شکل ۴ نشان داده شده است.



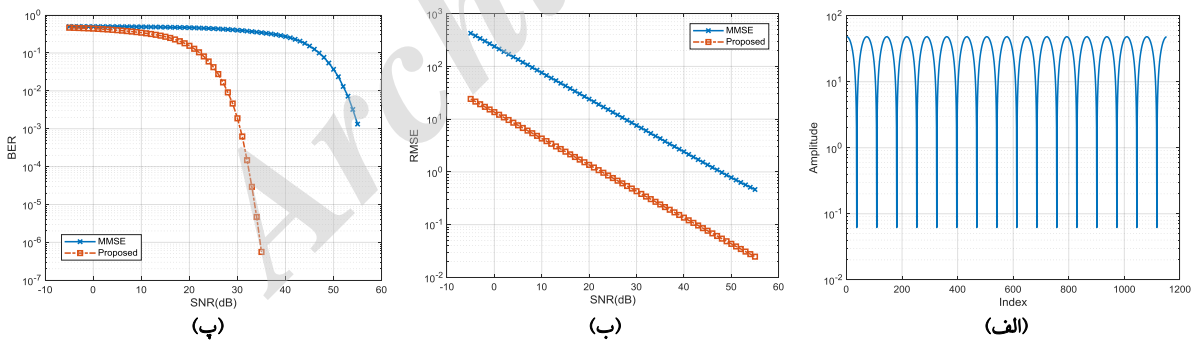
شکل ۳- نمونه کانال چندمسیره بدون نقطه پوچ فرکانسی و دنباله خروجی همسان ساز (الف) کانال چندمسیره در حوزه زمان (ب) کانال چندمسیره در حوزه فرکانس (پ) دنباله خروجی همسان ساز MMSE-FDE (ت) دنباله خروجی روش پیشنهادی





شکل ۴- نمونه کانال چندمسیره دارای نقطه پوچ فرکانسی و دنباله خروجی هم‌سان‌ساز (الف) کانال چندمسیره در حوزه زمان (ب) کانال چندمسیره در حوزه فرکانس (پ) دنباله خروجی هم‌سان‌ساز MMSE-FDE (ت) دنباله خروجی روش پیشنهادی

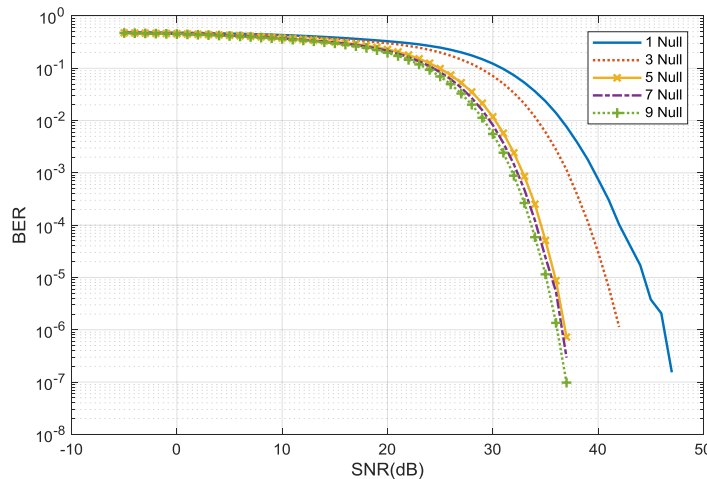
آزمایش دوم در حالتی انجام می‌شود که کانال دارای ۱۶ نقطه پوچ فرکانسی ضعیف مطابق با شکل ۵- (الف) است. خطای داده تمیز شده با داده اصلی با معیار RMSE به ازای تغییر شدت نویز جمعی با نسبت توان سیگنال به نویز از 5dB تا 55dB برای هر دو روش MMSE-FDE و روش پیشنهادی محاسبه شده است و در شکل ۵- (ب) نشان داده شده است. نتایج بدست آمده میانگین ۲۰۰۰۰ اجرای مستقل است. به ازای شدت نویز بالا روش MMSE-FDE میزان خطای بیش از 10^2 را داراست این در حالی است که روش پیشنهادی میزان خطای کمتر از 10 دارد. این آزمایش نشان می‌دهد که روش MMSE-FDE حتی در کانال‌هایی که پوچ نسبی فرکانسی دارد هم در هم‌سان‌سازی ناموفق است و ناپایداری روش را نشان می‌دهد. اما روش پیشنهادی به خوبی توانسته است داده را هم‌سان کند و نسبت به چنین کانال‌هایی پایدار باشد. برای بهتر نشان دادن تمایز عملکرد دو روش، میزان خطای بیت آشکارسازی شده بر حسب تغییر شدت نویز در شکل ۵- (پ) رسم شده است. مشاهده می‌شود که عملکرد روش پیشنهادی برتری به سزایی در مقابل روش معمول MMSE-FDE دارد بطوری که روش پیشنهادی عملکرد مشابهی با MMSE-FDE در 35dB شدت نویز بیشتر را دارد.



شکل ۵- منحنی میزان خطای خروجی هم‌سان‌ساز پیشنهادی و MMSE-FDE در حالت کانال چندمسیره با ۱۶ نقطه پوچ فرکانسی ضعیف

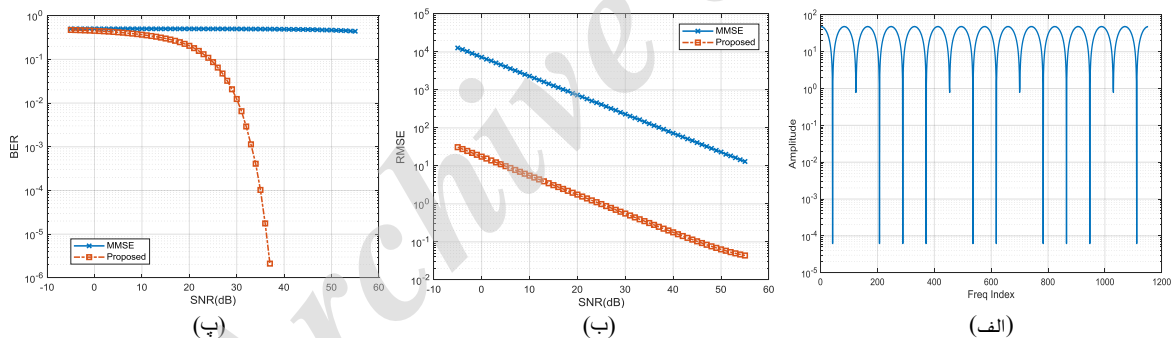
آزمایش سوم، در این آزمایش شرایط یک کانال چندمسیره با ۱۰ نقاط پوچ فرکانسی شدید نمایش داده شده در شکل ۷- (الف) در نظر گرفته شده است تا مقاومت روش پیشنهادی مورد بررسی قرار گیرد. ابتدا، اثر تعداد نقاط پوچ در نظر گرفته شده در روش پیشنهادی در هم‌سان‌سازی را مورد مطالعه قرار می‌دهیم، سپس روش پیشنهادی را با روش MMSE-FDE مقایسه می‌کنیم. آزمایش به ازاء تعداد ۲۰۰۰۰ اجرای مستقل در حضور نویز جمعی با نسبت توان سیگنال به نویز از 5dB تا 55dB انجام شده است. شکل ۶ نتیجه خطای بیت برای روش پیشنهادی به ازای در نظر گرفتن تعداد نقاط پوچ فرکانسی متفاوت از ۱ نقطه تا

۹ نقطه را نمایش می‌دهد. همانگونه که در شکل مشاهده می‌کنید، با افزایش در نظر گرفتن تعداد نقاط نتیجه بهبود پیدا کرده است و به خطای کمتری رسیده است.



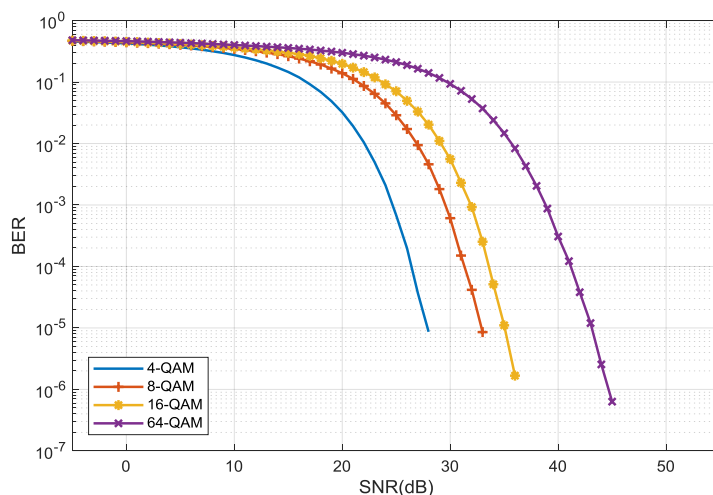
شکل ۶- منحنی نرخ خطای بیت روش پیشنهادی با در نظر گرفتن تعداد نقاط پوچ متفاوت در حالت کانال چندمسیره با ۱۰ نقطه پوچ فرکانسی

حال تعداد نقاط در نظر گرفته شده برای روش پیشنهادی را برابر با ۱۰ نقطه در نظر می‌گیریم و آزمایش را با روش معمول MMSE-FDE مقایسه می‌کنیم. از آنجایی که کانال دارای نقاط پوچ فرکانسی شدید است روش MMSE-FDE نتوانسته حتی در SNRهای بالا اثر مخرب کانال را از بین ببرد. این در حالی است که روش پیشنهادی با در نظر گرفتن نقاط پوچ به خوبی اثر مخرب کانال را از بین برده و داده را همسان کرده است. این نتیجه با معیار خطای RMSE داده همسان شده در شکل ۷- (ب) و میزان خطای بیت در شکل ۷- (پ) نشان داده شده است.



شکل ۷- منحنی نرخ خطای بیت در حالت کانال چندمسیره با ۱۰ نقطه پوچ فرکانسی

در آزمایش آخر، اثر مرتبه مدولاسیون را بر روی روش پیشنهادی بررسی می‌کنیم. مرتبه مدولاسیون را از ۴ تا ۶۴ تغییر می‌دهیم و به ازای هر حالت برای حالت کانال شکل ۷- (الف) نرخ خطای بیت را برای SNRهای مختلف از -5dB تا 55dB را بدست می‌آوریم. شکل ۸ نتایج بدست آمده را برای مرتبه مدولاسیونهای مختلف نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با افزایش مرتبه مدولاسیون نقاط منظومه به هم نزدیک‌تر می‌شود و برای رسیدن به احتمال خطای یکسان نیاز به SNR بالاتری است.



شکل ۸- منحنی نرخ خطای بیت در حالت کانال چندمسیره با ۱۰ نقطه پوچ فرکانسی به ازای مرتبه مدولاسیون‌های مختلف

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله به مساله همسان‌سازی در گیرنده‌های مخابراتی پرداخته شد. زمانی که کانال بین فرستنده و گیرنده چند مسیره متغیر با زمان باشد، بین سمبل‌های کناری دنباله دریافتی تداخل رخ می‌دهد. برای جبران اثر کانال گیرنده از همسان‌سازی استفاده می‌شود. در حالتی که کانال چند مسیره دارای مولفه‌های یکسان در حوزه زمان باشند در حوزه فرکانس باعث ایجاد نقاط پوچ و در نتیجه اعوجاج در سیگنال عبوری از کانال می‌شود. این اثر باعث ناکارآمدی همسان‌سازی معمول می‌شود. این مقاله، روشی جدیدی برای مقابله با اثر نقاط پوچ فرکانسی کانال در زمان همسان‌سازی بر پایه مقادیر دنباله راهنما و تشکیل ماتریس فوریه جزئی ارائه می‌دهد. روش پیشنهادی از منظر حجم محاسباتی، دارای پیچیدگی پایینی است و قابلیت اضافه شدن به سیستم‌های مخابراتی در عمل را دارد. در شبیه‌سازی‌ها با در نظر گرفتن شرایط مختلف کانال، نویز و تنظیمات متفاوت مدولاتور، روش پیشنهادی مورد آزمایش قرار گرفت و نتایج بدست آمده حاکی از بهبود کیفیت همسان‌سازی و پایداری آن در شرایط مخرب کانال با نقاط پوچ فرکانسی است.

۶- مراجع

1. T.S. Rappaport, Wireless Communications: Principles and practice, Second Edition, Prentice Hall, 2002
2. Lathi, B.P.; Ding, Zhi (2009). Modern Digital and Analog Communication Systems (Fourth ed.). Oxford University Press, Inc. p. 394.
3. John G. Proakis, "Digital Communications, 5th Edition", McGraw-Hill Book Co., 2007.
۴. عزمی پائیز، سرمدی محمد مهدی. تجزیه و تحلیل عملکرد کدهای کاتولوشنال تعریف شده در میدان حقیقی در کانال فیدینگ و در حضور نویز کواتیزاسیون. مجله مهندسی برق و الکترونیک ایران. ۱۳۸۷؛ ۵ (۱): ۳۰-۴۱
۵. قلی زاده سوته، احمد، خالقی بیزکی، حسین. تخمین پارامترهای کد کاتولوشنال نرخ k/n در شرایط نویزی. مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز. ۱۳۹۵؛ ۴۶ (۴): ۲۴۷-۲۵۸.
6. Barsocchi P. Channel models for terrestrial wireless communications: a survey. The document has been submitted to Journal: IEEE Communications Surveys and Tutorials, Technical report, 2006.
7. J. Mark and Weihua Zhuang. "Wireless Communications and Networking". Prentice Hall. p. 139, 2003.

8. Y. Jiang, M. K. Varanasi and J. Li, "Performance Analysis of ZF and MMSE Equalizers for MIMO Systems: An In-Depth Study of the High SNR Regime," in IEEE Transactions on Information Theory, vol. 57, no. 4, pp. 2008-2026, April 2011.
9. C. A. Belfiore and J. H. Park, "Decision feedback equalization," in Proceedings of the IEEE, vol. 67, no. 8, pp. 1143-1156, Aug. 1979.
10. C. R. Johnson, JR., et. el., "Blind Equalization Using the Constant Modulus Criterion: A Review", PROCEEDINGS of the IEEE, VOL. 86, NO. 10, October 1998.
11. Stephens, R., "Equalization: The Correction and Analysis of Degraded Signals". Agilent Technologies White Paper, 2005.
12. Stephan ten Brink, "Equalization using the Viterbi Algorithm," webdemo, Institute of Telecommunications, University of Stuttgart, Germany, Mar. 2018. [Online] Available: <http://webdemo.inue.uni-stuttgart.de>
13. Sichun Wang and François Patenaude, "A Systematic Approach to Modified BCJR MAP Algorithms for Convolutional Codes," EURASIP Journal on Applied Signal Processing, vol. 2006, Article ID 95360, 15 pages, 2006.
14. Koetter, R.; Singer, A.C.; Tuchler, M. "Turbo equalization". IEEE Signal Processing Magazine. 21: 67 2004.