

## تحلیل حساسیت پارامترهای معادله مانینگ کانالهای هیدرولیکی باز با استفاده از معادلات دیفرانسیل

میلاد ارجمند<sup>۱\*</sup>، فراز فرمانی خراجو<sup>۲</sup>، مهدی رضائی<sup>۳</sup>، رضا رضوی فر<sup>۴</sup>، علیرضا کاظمی مطلق<sup>۵</sup>

- ۱- باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد مراغه، دانشگاه آزاد اسلامی، مراغه، ایران
- ۲- دانشجوی کارشناسی عمران، واحد مراغه، دانشگاه آزاد اسلامی، مراغه، ایران
- ۳- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوتکنیک، واحد مراغه، دانشگاه آزاد اسلامی، مراغه، ایران
- ۴- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی سواحل، بندر و سازه های دریایی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران
- ۵- دانشجوی کارشناسی ارشد ژئوتکنیک، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

\*[Arjomand.civil@gmail.com](mailto:Arjomand.civil@gmail.com)

ارسال: اردیبهشت ۹۷ پذیرش: تیر ۹۷

### چکیده

هدف اصلی مقاله حاضر مطالعه ی پارامترهای تاثیر گذار بر معادله مانینگ در کانالهای هیدرولیکی باز می باشد. در این روش معادله مانینگ به کمک معادله دیفرانسیل بررسی شده است. با توجه به خشکسالی های چند سال اخیر، مدیریت بهینه منابع آب از اهمیت بالایی برخوردار می باشد، بدین جهت بر آورد خوب دبی جریان آبهای سطحی از ارکان این مدیریت به شمار می آید. یکی از معادلات پر کاربرد در زمینه بر آورد دبی جریان، معادله مانینگ است. بنابراین درک مولفه های این معادله از اهمیت به سزایی برخوردار می باشد. در این مطالعه داده های رودخانه الموترود استان قزوین مورد بررسی قرار گرفت و نتایج بدست آمده نشان دهنده آن است که معادله مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به ضریب زبری و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد.

کلمات کلیدی: مولفه های معادله مانینگ، ضریب زبری، تحلیل حساسیت، معادلات دیفرانسیل، الموترود.

### ۱- مقدمه

خشکسالی های چند سال اخیر کشور را با یک بحران جدی تهدید می کند به همین منظور مدیریت و بهره برداری مناسب از آبهای سطحی که توزیع مکانی و زمانی نا همگونی دارد، اهمیت پیدا می کند. به همین دلیل مهندسان آب برای محاسبه دبی جریان از یک معادله پر کاربرد بنام معادله مانینگ استفاده می کنند. از این رو مطالعات زیادی در این زمینه انجام شده است که به چند نمونه اشاره می شود: ارجمند و نجاری (۱۳۹۷) با بررسی ضریب زبری معادله مانینگ در کانالهای هیدرولیکی باز با استفاده از معادلات دیفرانسیل که رودخانه صوفی جای شهرستان مراغه را مورد بررسی قرار داده بودند به این نتیجه رسیدند که معادله

مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به ضریب زبری و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد [۱]. یوسفی و بانژاد (۱۳۹۲) با مطالعه رود خانه الموت در استان قزوین به این نتیجه رسیدند که معادله مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به سطح مقطع و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد [۲]. این معادله در سیستم واحدها متریک عبارت است از:

$$Q = \frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

که در این معادله:

Q: دبی جریان

N: ضریب زبری

A: سطح مقطع

R: شعاع هیدرولیکی (نسبت سطح مقطع به محیط ترشده)

S: شیب طولی آبراهه.

در این معادله سطح مقطع، شعاع هیدرولیکی، شیب طولی پارامترهای هندسی هستند که با عملیات مساحی و نقشه برداری با دستگاه‌های به روز قابل اندازه‌گیری می‌باشند. در بین این پارامترها تنها ضریب زبری می‌باشد که به صورت چشمی و تجربی براساس دانه بندی مصالح بستر و... تعیین می‌شود، بنابراین احتمال به وجود آمدن خطا نیز بیشتر می‌شود. در ادامه به چند روش تجربی که براساس دانه بندی مصالح بستر ضریب زبری را به کمک آنها تعیین می‌کنند اشاره شده است. این فرمولها عبارتند از: فرمول استریکلر (۱۹۲۳) برای بستر ماسه ای با قطر ذرات یکنواخت:

$$n = \frac{d_6^{\frac{1}{6}}}{21} \quad (2)$$

در معادله (۲) قطر مصالح بستر بوده و بر حسب متر اندازه‌گیری می‌شود. فرمول مییر- پیتر و مولر (۱۹۴۸) برای بستر ماسه ای با قطر ذرات غیر یکنواخت:

$$n = \frac{d_{90}^{\frac{1}{6}}}{26} \quad (3)$$

در معادله (۳)،  $d_{90}$  قطر مصالح بستر بوده و بر حسب اینچ می‌باشد که ۹۰ درصد ذرات از آن ریزترند. فرمول لین و کارلسون (۱۹۵۳):

$$n = \frac{d_{75}^{\frac{1}{6}}}{39} \quad (4)$$

در معادله (۴)  $d_{75}$  قطر مصالح بستر بوده بر حسب اینچ می‌باشد که ۷۵ درصد ذرات از آن ریزترند.

## ۲- مواد و روش

برای بررسی ضریب زبری معادله مانینگ از معادلات دیفرانسیل استفاده شده است که به شرح زیر می‌باشد:

اگر  $S_1$ ، مقدار بدست آمده از اندازه‌گیری متغیری بوده، در حالی که مقدار واقعی آن S باشد در این صورت بنا به تعریف  $u_1 - u$

را خطای مطلق اندازه‌گیری می‌گویند. از طرفی  $u_1 - u$  که همان خطای مطلق می‌باشد را با  $\Delta u$  نشان می‌دهند.

طبق تعریف، خطای نسبی را  $\frac{\Delta u}{u}$  می‌نامیم. با توجه به اینکه  $du \approx \Delta u$ ، بنابراین  $du$  را خطای مطلق تقریبی و  $\frac{du}{u}$  را خطای

نسبی تقریبی می‌نامیم. علت تقریبی بودن به شرح زیر می‌باشد:

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (5)$$

$$\rightarrow \varepsilon + y' = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (6)$$

$$\Delta y = y' \cdot \Delta x + \varepsilon \cdot \Delta x \quad (7)$$

از طرفی طبق تعریف دیفرانسیل توابع داریم:

$$dy = y' \cdot dx \quad (8)$$

در تعریف دیفرانسیل از عبارت  $\varepsilon \cdot \Delta x$  به دلیل کوچکی آن صرف نظر شده است. بنابراین برای محاسبه میزان خطای متغیر وابسته می توان مشتق آن را نسبت به متغیر مستقل مورد نظر یافته و در میزان خطای متغیر مستقل ضرب نمود. معادله فوق را میتوان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dy}{dx} = y' \quad (9)$$

یعنی خطای نسبی متغیر وابسته نسبت به خطای متغیر مستقل مساوی مقدار مشتق متغیر وابسته نسبت به متغیر مستقل می باشد. در مورد معادله مانینگ خطای برآورد دبی نسبت به خطای برآورد ضریب زبری به شرح زیر می باشد:

$$dQ = \frac{-AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n^2} dn \quad (10)$$

$$dQ = \frac{-AR^{\frac{2}{3}}S^{\frac{1}{2}}}{n} \frac{dn}{n} \quad (11)$$

$$dQ = -Q \frac{dn}{n} \quad (12)$$

$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dn}{n} \quad (13)$$

یعنی خطای نسبی برآورد دبی با فرمول مانینگ مساوی قرینه خطای نسبی برآورد ضریب زبری می باشد. همانطوری که دیده می شود دبی با ضریب زبری رابطه معکوس دارند و علامت منفی در معادله اخیر نشان دهنده این واقعیت است. یعنی هرچه ضریب زبری بیشتر شود، دبی کمتر خواهد شد و برعکس.

### ۳- مطالعه موردی

رودخانه الموت از کوه های هفت خانی در ارتفاعات البرز سرچشمه می گیرد و پس از دریافت آب ۱۵ رود دیگر، به صورت یک رودخانه بزرگ و پر آب به نام الموت جریان می یابد. در جنوب صائین کلایه اند جرود نیز به آن می پیوندد و سرانجام در روستای شیرکوه با طالقان رود یکی می شود و شاهرود را تشکیل می دهد. منطقه الموت خود متشکل از دو قسمت رودبار الموت غربی و رودبار الموت شرقی در رشته کوه های البرز، واقع در شمال شرقی یکی از بخش های شهرستان قزوین در استان قزوین، جنوب مازندران و گیلان، باختر طالقان و خاور رودبار زیتون قرار دارد. مطالعه موردی در این تحقیق به شرح زیر می باشد: رودخانه الموت رود- ایستگاه هیدرومتری باغ کلایه - تاریخ قرائت ۹۱/۲/۱۴- اشل: 195cm

$$A=28.84 m^2$$

$$P=17.74 m$$

$$S=0.0103$$

$$N=0.034$$

دبی بدست آمده از طریق معادله مانینگ برابر است با:

$$Q = 119 \frac{m^3}{sec}$$

جداول زیر نشان دهنده میزان خطای نسبی دبی با استفاده از معادله مانینگ و براساس تغییر مولفه های آن به میزان صفر درصد،  $\pm 2.5\%$ ،  $\pm 5\%$ ،  $\pm 7.5\%$ ،  $\pm 10\%$  می باشند.

جدول ۱- محاسبه خطای نسبی دبی نسبت به خطای نسبی ضریب زبری

خطای N	0%	2.5%	-2.5%	5%	-5%	7.5%	-7.5%	10%	-10%
N=	0.034	0.0349	0.0332	0.036	0.0323	0.037	0.0315	0.0374	0.0306
Q=	119	116.1412	122.10	112.60	125.50	109.55	128.70	108.40	132.50
خطای Q	0%	-2.4%	2.6%	-5.38%	5.46%	-7.94%	8.15%	-8.91%	11.34%
EQ/EN	0	-0.96	-1.04	-1.08	-1.1	-1.06	-1.1	-0.89	-1.134

جدول ۲- محاسبه خطای نسبی دبی نسبت به خطای نسبی سطح مقطع

خطای A	0%	2.5%	-2.5%	5%	-5%	7.5%	-7.5%	10%	-10%
A=	28.84	29.561	28.2	30.3	27.4	31.003	26.7	31.724	25.956
Q=	119	122.20	116.57	125.251	113.3	128.16	110.37	131.14	107.3
خطای Q	0%	2.7%	-2.04%	5.253%	-4.8%	7.7%	-7.25%	10.20%	-9.84%
EQ/EA	0	1.08	0.816	1.051	0.96	1.03	0.97	1.02	0.984

جدول ۳- محاسبه خطای نسبی دبی نسبت به خطای نسبی شیب

خطای S	0%	2.5%	-2.5%	5%	-5%	7.5%	-7.5%	10%	-10%
S=	0.0103	0.0106	0.01	0.011	0.0098	0.0111	0.0095	0.01133	0.0093
Q=	119	120.94	117.5	123.20	116.30	123.76	114.50	125.034	113.30
خطای Q	0%	1.63%	-1.30%	3.53%	-2.30%	4%	-3.80	5.1%	-4.80%
EQ/ES	0	0.652	0.52	0.706	0.46	0.53	0.51	0.51	0.48

جدول ۴- محاسبه خطای نسبی دبی نسبت به خطای نسبی شعاع هیدرولیکی

خطای R	0%	2.5%	-2.5%	5%	-5%	7.5%	-7.5%	10%	-10%
R=	1.626	1.67	1.6	1.71	1.545	1.75	1.5	1.8	1.46
Q=	119	121.4	117.95	123.32	115.22	125.25	112.96	127.634	110.931
خطای Q	0%	2.02%	-0.88%	3.63%	-3.20%	5.252%	-5.1%	7.255%	-6.8%
EQ/ER	0	0.808	0.352	0.726	0.64	0.7	0.68	0.7255	0.68

#### ۴- نتایج

نتایج بدست آمده نشان می دهد که معادله مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به ضریب زبری و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد. این در حالی است که طبق مطالعات کامران یوسفی و حسین با نژاد [۲] که آنها نیز رود خانه الموترود استان قزوین و داده های ایستگاه هیدرومتری باغ کلایه را با مولفه های خطای صفر درصد،  $\pm 1\%$ ،  $\pm 5\%$ ،  $\pm 10\%$  مورد بررسی قرار داده اند، نتایج بدست آمده با این مطالعه متفاوت می باشد. در این بررسی معادله مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به ضریب زبری و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد، در حالی که در مطالعات قبلی معادله مانینگ بیشترین حساسیت را نسبت به سطح مقطع و کمترین حساسیت را نسبت به شیب دارد. پیشنهاد می شود با توجه به نتایج بدست آمده مولفه های خطا را تغییر داده و مجددا پارامترها بررسی شوند.

## ۵- مراجع

۱. ارجمند، میلاد، نجاری، ودود، ۱۳۹۷، بررسی ضریب زبری معادله مانینگ در کانالهای هیدرولیکی باز با استفاده از معادلات دیفرانسیل، کنفرانس عمران، معماری و شهرسازی کشورهای جهان اسلام.
۲. یوسفی، کامران، بانژاد، حسین، ۱۳۹۲، تحلیل حساسیت فرمول مانینگ نسبت به ضریب زبری با روش معادلات دیفرانسیل، اولین همایش ملی چالش های منابع آب و کشاورزی.
۳. نیکوکار، مسعود، درویشی، محمدتقی، ۱۳۹۱، محاسبات عددی، انتشارات گسترش علوم پایه.
۴. محمد ولی سامانی، کامران، جمال، واعظ تهرانی، مهسا، ۱۳۸۶، عدم قطعیت در برآورد دبی جریان و حساسیت آن به ضریب زبری مانینگ، مجموعه مقالات ششمین کنفرانس هیدرولیک ایران.
۵. کوچک زاده، صلاح، یوسفی، کامران، ۱۳۹۱، تئوری و کاربرد انتقال رسوب، انتشارات دانشگاه تهران.

Archive of SID