



تحلیل شکست توده‌های سنگی ترک‌دار تحت بار فشار-برشی

جواد اکبر دوست^{۱*}، مهسا طهماسبی^۲، میلاد سنگ سفیدی^۲

^{۱*} استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران (Akbar دوست@khu.ac.ir).

^۲ دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران.

(تاریخ دریافت مقاله: ۹۸/۷/۲۱، تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۱۲/۱۲)

چکیده

سنگ که به عنوان ماده اصلی موجود در معادن، سدها، چاه‌های نفت و گاز و بسیاری دیگر از سازه‌های مهندسی مورد مطالعه محققین است، ساختاری شکننده دارد. این شکنندگی ناشی از وجود ریز ترک‌های فراوان در سنگ می‌باشد که تحت اثر بارگذاری‌های مختلف همانند زلزله، شروع به رشد می‌کنند و باعث خرابی سازه‌های مهندسی و تحمیل هزینه‌های سنگین می‌شوند. ترک‌ها بسته به موقعیت قرارگیری‌شان، می‌توانند تحت بارهای مختلفی کشش، برش و فشار قرار گیرند. توده‌های سنگی که در زیر زمین قرار دارند، به واسطه‌ی وجود توده‌های بالادستی، همواره تحت فشار قرار می‌گیرند. بنابراین، در اینگونه سنگ‌ها، بارگذاری فشاری-برشی مود غالب بوده و باید مورد بررسی قرار گیرد. لذا، در این مقاله، به تحلیل شکست قطعات سنگی ترک‌دار تحت بارگذاری فشاری-برشی پرداخته می‌شود. برای این منظور، یک روش تنش-پایه، بر اساس معیار بیشینه تنش محیطی ارائه می‌گردد. ابتدئاً، ترک به صورت یک شیار U شکل باریک در نظر گرفته می‌شود تا از پیچیدگی‌های تعریف تماس در لبه‌های ترک اجتناب گردد. سپس تنش مماسی در اطراف شیار با کمک روش اجزا محدود محاسبه می‌گردد. در آخر، با یک تناسب ساده، بار شکست قطعه‌ی سنگی تخمین زده می‌شود. برای ارزیابی، روش پیشنهادی، از نتایج آزمایشگاهی که در مقالات علمی چاپ شده است، استفاده می‌گردد. ارزیابی‌ها نشان می‌دهد که روش پیشنهادی قادر به تخمین بار شکست با درضد قابل قبولی می‌باشد.

کلمات کلیدی

شکست سنگ، قطعه ترک دار، بارگذاری فشار-برش، روش تناسبی، اجزا محدود.



Fracture Analysis of Cracked Rock Masses under Compression-Shear Loading

Javad Akbaridoost^{1*}, Mahsa Tahmasebi², Milad Sangsefidi²

^{*1} Assistant professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran (Akbaridoost@khu.ac.ir).

² Ms. C student, Department of Mechanical Engineering, Faculty of engineering, Kharazmi University, Tehran, Iran.

(Date of received: 13/10/2019, Date of accepted: 02/03/2020)

ABSTRACT

The rock masses have naturally a large number of cracks and discontinuities which cause to be prone to damage under dynamic loading. The earthquake as a kind of dynamic loading may propagate the inherent cracks in rock masses and leads to failure of the rock structures such as mines, oil and gas wells, tunnels, dams, etc. Therefore, the fracture of rock masses due to cracks under earthquake should be considered by civil, mining and even mechanical engineers and researchers. Fracture mechanics as a branch of mechanical engineering science has been frequently employed for investigating the fracture behaviour of cracked rock structures. According to the orientation of crack relative to applied load, the cracked parts may be subjected to pure or combined mode loading I, II and III. The underground rock masses are often subjected to a compressive loading due to the pressure of upper rock masses. In the first sight, the crack flanks under compression are pressured together and the geometry discontinuity is vanished. However, the crack faces may be subjected to sliding loading and the vulnerability of cracked rock masses is still remained. Therefore, the fracture analysis of cracked rock masses under compression-shear loading should be investigated. Similar to the mixed mode I/II loading, there are several studies in the literature investigated the fracture of cracked specimens under compression-shear loading both experimentally (Al-Shayea, 2005) and theoretically (Li et al., 2009). From the theoretical viewpoint, the compression is considered as a compressive stress in the stress field around the crack tip and then the fracture criteria based on new stress field is utilized for predicting the fracture resistance of cracked specimens. The aim of this paper is to present a new approach for predicting the fracture load of cracked rock samples under compression-shear loading. The new approach is based on the maximum tangential stress (MTS) criterion which is one of the classical fracture criteria in fracture mechanics.

Keywords:

Rock fracture, Compression-shear loading, Cracked Brazilian disk, MTS criterion.



۱- مقدمه

زلزله به عنوان یک نوع بارگذاری می‌تواند باعث خرابی سازه‌های سنگی شود. به دلیل وجود ترک های فراوان در ساختار سنگ‌ها که باعث ایجاد تمرکز تنش شدید می‌شوند، این ماده دارای مقاومت کمتری نسبت به بارگذاری‌های مکانیکی مختلف همچون زلزله می‌باشد. لذا برای جلوگیری از وارد آمدن خسارات و هزینه‌های سنگین، باید همواره یکی از موارد مورد توجه مهندسیین معدن و عمران باشد. برای بررسی رفتار شکست قطعات سنگی از مفاهیم علم مکانیک شکست استفاده می‌شود. مکانیک شکست یکی از شاخه‌های تخصصی مهندسی مکانیک می‌باشد که به بررسی قطعات ترک دار تحت بارگذاری های مختلف می‌پردازد و به صورت متناوب توسط مهندسیین معدن، مهندسیین عمران و پژوهش‌گران مختلف برای بررسی مسیر رشد ترک مورد استفاده قرار گرفته است. پیدایش ترک در یک قطعه معمولاً در جهات مختلف می‌باشد و ممکن است ترک نسبت به بارگذاری دارای زوایای مختلف باشد. در صورتی که جهت بارگذاری و ترک نسبت به هم به گونه‌ای باشند که صفحات ترک بدون هیچ لغزشی نسبت به یکدیگر، باز شوند حالت مود I خالص اتفاق افتاده است و همچنین در صورتی که صفحات ترک نسبت به یکدیگر لغزش بدون باز شدگی داشته باشند حالت مود II خالص رخ داده است. در صورتی که مود I و II به طور هم زمان رخ دهند اصطلاحاً به این حالت مود ترکیبی I/II گفته می‌شود. در توده‌های سنگی که در اعماق زمین قرار دارند، همواره نیروی فشاری ناشی از توده‌های بالادستی وجود دارد و لبه‌های ترک تحت فشار هستند. چنانچه لبه‌های ترک فقط تحت بار فشاری خالص قرار گیرد، ترک به عنوان یک تمرکز تنش شدید عمل نخواهد کرد. عبارت دیگر، وجود ترک نقشی در شکست قطعه ندارد. اما، چنانچه بار برشی همراه بار فشاری به قطعه‌ی ترک دار وارد شود، تمرکز تنش ناشی از برش وجود دارد و باید شدت تنش در اطراف ترک مورد بررسی قرار گیرد. در تحقیقات بسیاری به بررسی رفتار شکست مواد دارای ترک تحت بار گذاری کششی-برشی پرداخته اند که از جمله آن ها می توان به علیها و همکاران [۱]، اکبر دوست و همکاران [۲] و تنج و همکاران [۳] اشاره نمود. از سوی دیگر بررسی رفتار شکست مواد دارای ترک تحت بار فشاری-برشی نیز از اهمیت بالایی برخوردار می باشد. الشایعه [۴] در سال ۲۰۰۵ به صورت آزمایشگاهی به بررسی رفتار مواد دارای ترک تحت بارگذاری فشاری-برشی پرداخت. در سال ۲۰۰۹ لی و همکاران [۵] به صورت تحلیلی نمونه ترک دار تحت بار فشاری-برش را بررسی نمودند. هدف از این مقاله ارائه روش جدیدی برای پیش بینی رفتار شکست نمونه های ترک دار تحت بار گذاری فشاری-برشی می باشد. روش ارائه شده بر مبنای معیار بیشینه تنش مماسی (MTS) می باشد. این روش ابتدا توسط اردوغان و سیه [۶] برای بررسی رفتار مواد ترد تحت بارگذاری مرکب (مود ۱ و ۲) مورد استفاده قرار گرفت. این معیار بیان می کند که ترک در راستای بیشینه تنش مماسی شروع به شد می کند و شکست هنگامی اتفاق می افتد که میزان تنش مماسی به مقدار بحرانی خود $\sigma_{\theta\theta c}$ برسد. در مقاله پیش رو میزان تنش مماسی بحرانی در فاصله بحرانی از نوک ترک به طور مستقیم از الزام محدود محاسبه می گردد. هنگامی که نیرو فشاری به لبه های ترک وارد می گردد، تماس بین دو لبه ترک باید مورد توجه قرار گیرد. برای برطرف نمودن این مسئله، ترک به صورت شیار بسیار نازک U شکل طراحی می گردد.

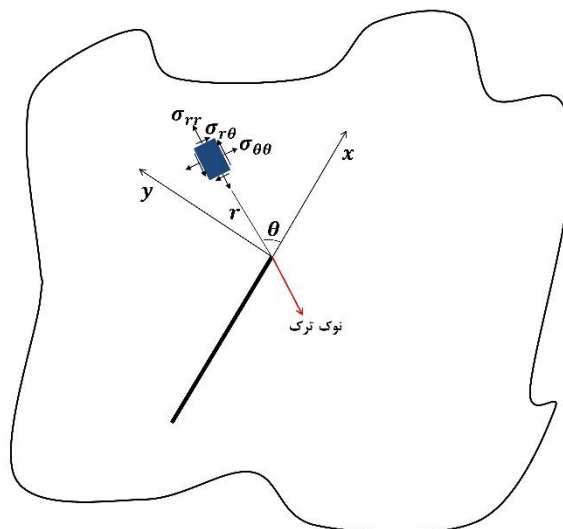
۲- معیارهای شکست

یکی از معیارهای بررسی شکست در قطعات ترک دار، معیار بیشینه تنش محیطی (MTS) [۶] می‌باشد. براساس این معیار ترک در راستای بیشینه مقدار تنش محیطی رشد می‌کند. همچنین رشد ترک زمانی آغاز می‌شود که مقدار تنش محیطی در راستای بیشینه‌ی خود و در فاصله مشخصی از نوک ترک (r) به حد بحرانی خود ($\sigma_{\theta\theta c}$) برسد. تنش مماسی (شعاعی) در اطراف نوک ترک به صورت زیر محاسبه می‌گردد.



$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta\right) \quad (1)$$

که در این رابطه، r و θ مختصات قطبی نوک ترک می‌باشند که در شکل ۱ نشان داده شده اند. همچنین K_I و K_{II} ضرایب شدت تنش هستند. با مشتق گیری از رابطه (۱) و برابر صفر قرار دادن آن می‌توان زاویه بحرانی که رشد ترک در آن جهت اتفاق می‌افتد را محاسبه نمود (حل رابطه (۲)).



شکل ۱: مشخصات و تنش در نوک ترک.

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} < 0 \quad (2)$$

برای به دست آوردن مقدار بحرانی تنش مماسی، ابتدا باید فاصله بحرانی r_c برای ماده تعیین گردد. برای محاسبه r_c روابط مختلفی موجود می‌باشد. در این مقاله از رابطه‌ای که توسط اشمیت [۷] ارائه شده است استفاده می‌شود (رابطه (۳)).

$$r_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{IC}}{f_t}\right)^2 \quad (3)$$

در این رابطه K_{IC} برابر مقدار چقرمگی شکست ماده و f_t برابر مقدار مقاومت کششی ماده می‌باشند. با توجه به بزرگ بودن میدان تنش در اطراف نوک ترک، معیار MTS مه فقط جملات اول بسط سری تنش را در نظر می‌گیرد، نمی‌تواند پیش بینی دقیقی از شکست قطعات سنگی نشان دهد. همچنین، روابط تنش ویلیامز برای حالت کشش-برش تبیین شده است و در حالت بارگذاری فشاری-برشی باید از روابط دیگری استفاده نمود. بنابراین، در این تحقیق پیشنهاد می‌شود از تحلیل اجزا محدود برای محاسبه تنش اطراف ترک در حالت فشاری-برشی استفاده کرد. بدینصورت که، ابتدا قطعه‌ی ترک دار در شبیه‌سازی شود، سپس، مؤلفه‌ی تنش مماسی اطراف ترک در فاصله بحرانی r_c محاسبه گردد. از آنجا که تنش در شرایط الاستیک خطی محاسبه می‌گردد، مقدار تنش با



مقدار بار رابطه مستقیم دارد و با افزایش بار، به صورت خطی افزایش می‌یابد. بنابراین، با یک تناسب ساده بین بار دلخواه وارده در شبیه‌سازی PFEM، مقدار تنش اندازه‌گیری شده در شبیه‌سازی $\sigma_{\theta\theta}(r_c, \theta_0)$ و استحکام کششی f_t می‌توان بار شکست را پیش بینی نمود:

$$P_f = f_t \frac{P_{FEM}}{\sigma_{\theta\theta}(r_c, \theta_0)_{FEM}} \quad (4)$$

با توجه به اینکه در این روش از اجزای محدود استفاده شده است، روش پیشنهادی، MTS-FEM نامیده می‌شود. شایان ذکر است که زاویه شروع شکست 0 را می‌توان با توجه به معیار بیشینه تنش محیطی، راستایی که بیشترین تنش مماسی در شبیه‌سازی اجزا محدود مشاهده می‌شود، در نظر گرفت. نکته اساسی دیگری که در روش پیشنهادی این تحقیق باشد ذکر کرد، معادل‌سازی ترک با یک شیار U شکل بسیار نازک می‌باشد. دلیل اصلی این کار، اجتناب از تعریف تماس بین لبه‌های ترک در حالت فشاری-برشی می‌باشد. بر اثر بارگذاری فشاری در لبه‌های ترک، فرورفتگی به وجود می‌آید که باید تماس بین لبه‌های ترک تعریف گردد. با در نظر گرفتن شیار U شکل، می‌توان این مشکل را حل نمود. البته، ضخامت شکاف باید به اندازه‌ای نازک باشد تا روابط تنش اطراف ترک برای شیار مورد نظر نیز قابل استفاده باشد. در ادامه نتایج آزمایشگاهی الشایعه [۴] برای ارزیابی روش پیشنهادی مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۳- ارزیابی

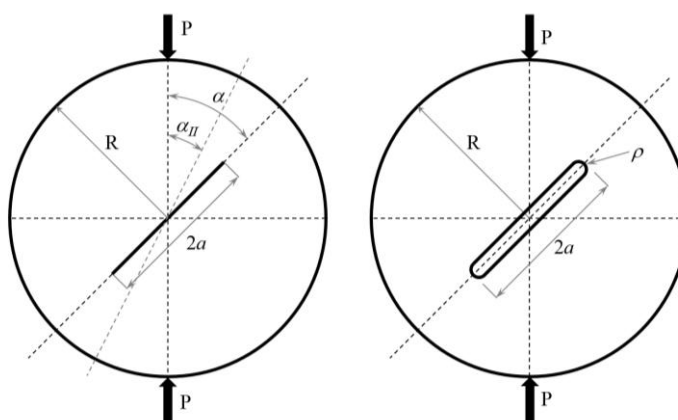
برای ارزیابی روش MTS-FEM در تخمین شرایط شکست قطعات سنگی ترک‌دار تحت بار فشار-برش از نتایج آزمایشگاهی الشایعه [۴] استفاده می‌شود. الشایعه قطعات دیسکی شکل با ترک مرکزی (۱) (CCCD) را از جنس سنگ آهک تهیه کرد و تحت بار فشاری قطری آزمایش نمود. شماتیکی از قطعه‌ی CCCD در شکل ۲ نشان داده شده است. در قطعه‌ی CCCD می‌توان ترکیبات مختلفی از بارگذاری کششی-برشی را با تغییر دادن راستای ترک با بار فشاری به وجود آورد. چنانچه ترک در راستای بار وارده باشد، لبه‌های ترک بدون هیچگونه لغزشی از هم باز می‌شوند و حالت بارگذاری مود I خالص ایجاد می‌گردد. با تغییر راستا، لبه‌های ترک علاوه بر بازشدگی، دچار لغزش هم می‌شوند. در یک زاویه خاص (α_{II}) لبه‌های ترک بدون هیچ بازشدگی و یا فشردگی روی هم می‌لغزند و حالت مود II خالص به وجود می‌آید. با افزایش زاویه α لبه‌های ترک علاوه بر لغزش، روی هم فشرده می‌شوند و حالت بارگذاری فشاری-برشی به وجود می‌آید. در جدول (۱) ابعاد و شرایط بارگذاری قطعات آزمایش شده توسط الشایعه بیان شده است. با توجه به نسبت طول ترک به شعاع قطعه برای نمونه‌های آزمایش شده ($a/R=0.5$) زاویه α_{II} برابر با ۲۳ درجه می‌باشد [۸]. بنابراین، فقط سه زاویه ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین بار شکست گزارش شده توسط الشایعه [۴] نیز در جدول (۱) بیان شده است. همانطور که اشاره شد، برای اجتناب از تعریف تماس برای لبه‌های ترک، پیشنهاد می‌گردد از یک شیار U شکل با پهنای باریک به جای ترک استفاده شود. شکل ۲ شماتیکی از یک دیسک برزیلی با شیار U شکل مرکزی که معادل با قطعه‌ی CCCD در نظر گرفته شده است، را نشان می‌دهد. با توجه به تحلیل‌های انجام شده و خوانش تنش‌های اطراف شیار، مناسبترین شعاع شیار ۰/۱ م.م. برای معادل سازی ترک با شیار U شکل به دست آمده است.

¹ - central-cracked circular disk



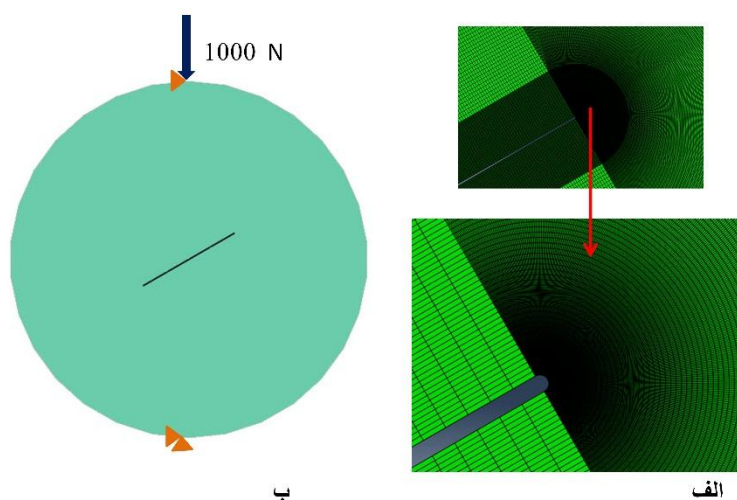
جدول ۱. ابعاد قطعات CCD و شرایط آزمایش‌های انجام شده توسط الشایعه [۴].

شعاع قطعه R (mm)	طول ترک 2a (mm)	ضخامت قطعه t (mm)	زاویه بارگذاری α (°)	بار شکست f_t (N)
49	50	22	30	7644
49	50	22	45	7154
49	50	22	60	6958



شکل ۲: دیسک برزیلی با ترک مرکزی و شیار U شکل معادل ترک.

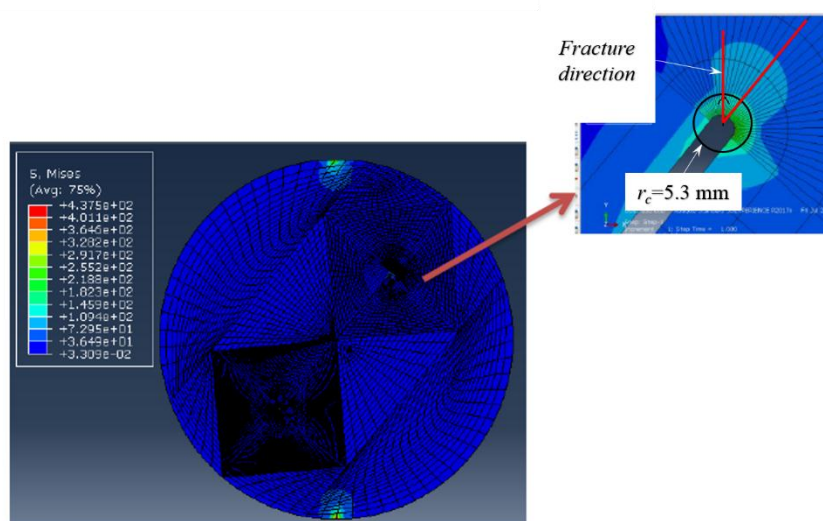
حال می‌توان، یک مدل اجزا محدود از نمونه‌های آزمایش شده، تهیه کرد و یک بار دلخواه (در این تحقیق ۱۰۰۰ نیوتن در نظر گرفته شده است) بر روی قطعه دیسک شیاردار وارد نمود. در شکل ۳ هندسه‌ی شبکه‌بندی شده‌ی یک مدل به همراه شرایط بارگذاری و مرزی نشان داده شده است.



شکل ۳: الف) مش بندی نمونه ب) بارگذاری و شرایط مرزی.



برای محاسبه زاویه شروع شکست و سپس بار شکست، باید فاصله بحرانی r_c را از رابطه (۳) محاسبه کرد. برای این منظور، باید مقدار مقاومت کششی و چقرمگی شکست سنگ مورد آزمایش را دانست. الشایعه [۴] این دو مقدار را به ترتیب برابر با 2.31 MPa و 0.42 MPav/m گزارش کرده است. با جاگذاری این مقادیر در رابطه (۳)، مقدار r_c برابر 5.3 mm خواهد داشت. بنابراین، در ابتدا، یک دایره به شعاع $5/3 \text{ م.م}$ از نوک شیار در نظر گرفته شده است. سپس مقادیر تنش مماسی در این دایره خوانده شده و راستایی که بیشینه مقدار تنش مماسی در آن وجود دارد، به عنوان راستای شروع شکست θ_0 ثبت می گردد. در انتها نیز، مقدار بیشینه تنش مماسی اندازه گیری شده و برای تخمین بار شکست در رابطه (۴) جاگذاری می گردد. در شکل ۴ نمونه‌ای از هندسه مدل شده و کانتور تنش مماسی نشان داده شده است. لازم به ذکر است که برای محاسبه تنش مماسی در مدل‌های اجزا محدود، باید قوانین چرخش دستگاه مختصات در تانسورهای مرتبه دوم رعایت گردد.



شکل ۴: توزیع تنش در نوک شیار به همراه فاصله‌ی بحرانی.

پس از اندازه‌گیری تنش مماسی از تحلیل اجزا محدود و جاگذاری در رابطه (۴)، مقدار بار شکست برای نمونه‌های آزمایش شده مطابق با جدول (۲) تخمین زده شده است. همچنین، جدول (۲) بار شکست تجربی که توسط الشایعه [۴] گزارش شده است، را به منظور مقایسه‌ی بار تخمینی نشان می‌دهد. همانطور که در جدول (۲) مشاهده می‌شود، بار شکست تخمین زده شده توسط روش MTS-FEM با تقریب مهندسی خوبی (حدود ۲۰٪) قادر است تا بار شکست قطعات سنگی ترک‌دار تحت بار فشار-برشی را تخمین بزند. بنابراین، می‌توان از روش MTS-FEM برای پیش‌بینی شرایط شکست توده‌های سنگی بزرگ تحت بار فشار-برش ناشی از زلزله نیز استفاده نمود.



جدول ۲. مقایسه بار شکست روش MTS-FEM و آزمایشگاهی تحت بار فشاری-برشی.

Dimension	Load angle (degree)	Fracture load(N)		Discrepancy (%)
		MTS-FEM	Experiment [4]	
R= 49 mm, a=25 mm	30°	9390	7644	22
R= 49 mm, a=25 mm	45°	8430	7154	17
R= 49 mm, a=25 mm	60°	8816	6958	26

۴- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله، یک روش جدید برای تخمین شکست قطعات ترک‌دار سنگی تحت بار فشاری-برشی ارائه گردید. روش پیشنهادی که روش MTS-FEM نام دارد، بر پایه‌ی روش بیشینه تنش مماسی (MTS) استوار است که در آن، تنش مماسی اطراف ترک با استفاده از روش اجزا محدود (FEM) محاسبه می‌گردد. روش MTS بیان می‌کند که شکست در راستایی که بیشینه تنش مماسی وجود دارد، رخ می‌دهد. همچنین، ترک زمانی رشد می‌کند که بیشینه تنش مماسی به حد بحرانی خود برسد. در روش MTS-FEM، به منظور اجتناب از تعریف تماس بین لبه‌های ترک در حالت بارگذاری فشاری-برشی، ترک با یک شیار لاشکل که دارای شعاع شیار کوچک می‌باشد، معادل سازی می‌گردد. به منظور ارزیابی روش MTS-FEM، نتایج آزمایشگاهی الشایعه [۴] که بر روی قطعات دیسکی شکل با ترک مرکزی (CCCD) مورد توجه قرار گرفت. نتایج ارزیابی نشان داد که روش MTS-FEM قادر به تخمین بار شکست قطعات سنگی ترک‌دار در حالت فشاری-برشی می‌باشد و می‌توان از آن برای پیش‌بینی شرایط شکست توده‌های سنگی بزرگ تحت بار فشار-برش ناشی از زلزله استفاده نمود.

۵- مراجع

- [1]- Aliha, M. R. M., Ashtari, R., and Aystollshi, M. R., 2006, **Mode I and mode II fracture toughness testing for a Coarse Grain Marble**, Applied Mechanics and Materials, 5-6, pp.181-188.
- [2]- Akbardoost, J., Ayatollahi, M. R., Aliha, M. R. M., Pavier, M. J. and Smith, D. J., 2014, **Size-dependent fracture behavior of Guiting limestone under mixed mode loading**, International journal of rock mechanics & mining sciences, pp.369-380
- [3]- Tang, S. B., Bao, C. Y., and Liu, H. Y., 2017, **Brittle fracture of rock under combined tensile and compressive loading conditions**, Canadian Geotechnical Journal, 54, 1, pp.81-101
- [4]- Al-Shayea, N. A., 2005, **Crack propagation trajectories for rocks under mixed mode I-II fracture**, Engineering Geology, 81, pp.84- 97.
- [5]- Li, X. F., Liu, G. L., and Lee, K. Y., 2009, **Effects of T-stresses on fracture initiation for a closed crack in compression with frictional crack faces**, International Journal of Fracture, 160, pp.19-30.
- [6]- Erdogan, F. and Sih, G. C., 1963, **On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear**, Journal of Basic Engineering, Transactions of ASME, 85, pp.519-25.
- [7]- Schmidt, R. A., 1980, **A microcrack model and its significance to hydraulic fracturing and fracture toughness testing**, Proc 21st US Symp On Rock Mech, pp.581-590.
- [8]- Ayatollahi, M. R. and Aliha, M. R. M., 2007, **Wide range data for crack tip parameters in two disc-type specimens under mixed mode loading**, Computational Materials Science, 38, pp.660-70.