

## ارائه و بهینه‌سازی مدل چندهدفه زمان‌بندی جریان کارگاهی به منظور کاهش مصرف انرژی، زمان اتمام و زمان دیرکرد

محسن باقری\*، ندا بابایی میبیدی، امیرحسین انضباطی

دانشکده مدیریت و مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی سجاد، مشهد، ایران.

### چکیده

اخیراً در صنایع تولیدی، مسائل مرتبط با مصرف انرژی اهمیت یافته است. در مسایل کلاسیک زمان‌بندی، تلاش‌ها عمدتاً در جهت بهینه‌سازی معیارهای عملکرد مرتبط با زمان بوده است و کمتر به بررسی معیارهای مربوط به مصرف انرژی پرداخته شده است. در این تحقیق، ما به دنبال جبران این نقص می‌باشیم که با ارائه یک مدل سه‌هدفه عدد صحیح مختلط در محیط جریان کارگاهی به بررسی کاهش مصرف انرژی، زمان اتمام و زمان دیرکرد کارها پرداخته‌ایم. بعد از اعتبارسنجی مدل با حل مثال عددی در مقیاس کوچک به روش مجموع وزنی و روش دقیق اسپیلون-محدودیت<sup>۱</sup> در نرم‌افزار گمز<sup>۲</sup>، مدل را در مقیاس بزرگ و متوسط توسط الگوریتم‌های فراابتکاری NSGA-II و SPEA-II حل می‌نماییم. نتایج مقایسات میان روش دقیق و روش‌های فراابتکاری نشان می‌دهد که این الگوریتم‌ها کارایی لازم برای حل مدل را دارا هستند. از این میان، الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری را از لحاظ دو معیار کیفیت و نظم نقاط پارتو ارائه داده است.

واژه‌های کلیدی: مدل‌سازی ریاضی، زمان‌بندی جریان کارگاهی، مصرف انرژی، زمان اتمام، زمان دیرکرد، الگوریتم‌های فراابتکاری.

پذیرش: ۱۳۹۷/۷/۳

اصلاح: ۱۳۹۷/۶/۵

دریافت: ۱۳۹۷/۳/۲۶

### ۱- مقدمه

با توجه به اهمیت و میزان قابل استفاده بودن انرژی در قرن بیست و یکم، مصرف آن برای مردن مهم به شمار می‌آید؛ بنابراین رسیدگی به مصرف انرژی و هزینه‌های آن در طول برنامه‌ریزی، یک راه برای افزایش بهره‌وری انرژی می‌باشد. بهینه‌سازی مصرف انرژی و زمان اتمام، یک مشکل مهم در سیستم‌های تولیدی می‌باشد؛ مدیریت بهینه انرژی به دنبال استفاده از مکانیزم‌هایی در به حداقل رساندن پرت و اتلاف انرژی است (ستو<sup>۳</sup> و رحیم‌فرد، ۲۰۱۱). مفهوم زمان‌بندی، ترتیب و زمان اختصاص داده شده به فعالیت‌های یک کار را تعریف می‌کند؛ به عبارت دیگر زمان‌بندی ساختار یک جدول زمانی مشروح است که نشان می‌دهد در چه زمان یا تاریخی باید کارها شروع شوند و در چه زمانی خاتمه یابند (شهسواری‌پور و همکاران، ۱۳۹۴). برنامه‌ریزی سیستم‌های تولید با انرژی کارآمد، نیازمند دانش دقیق بر روی رفتار مصرف انرژی در دستگاه‌های تولیدی است؛ هم‌چنین برای اینکه قادر به برنامه‌ریزی برای بهره‌وری انرژی باشیم، داشتن دانش دقیق از تقاضای انرژی در محیط‌های تولید ضروری است (وینرت<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۱۱).

<sup>1</sup>  $\varepsilon$ \_Constraint

<sup>2</sup> Gams

<sup>3</sup> Seow

<sup>4</sup> Weinert



مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی عبارت است از یافتن توالی بهینه کارهای مختلف بر روی تعدادی ماشین که از جمله مسائل مشکل در حوزه زمان‌بندی می‌باشد. در این مسائل الگوریتم‌های جستجوی دقیق قادر به حل در زمان قابل قبول نیست و عمدتاً از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل استفاده می‌شود (هادی‌پور، ۱۳۹۰).

در این پژوهش یک مدل جدید پیشنهاد داده شده است که به بررسی هم‌زمان زمان اتمام، دیرکرد کارها و مصرف انرژی پرداخته است. لحاظ نمودن این سه تابع هدف در محیط جریان کارگاهی در ادبیات موضوع به چشم نمی‌خورد. هم‌چنین مصرف انرژی در صنایع تولیدی از اهمیت زیادی برخوردار است که با افزایش مصرف آن ممکن است با کمبود انرژی روبرو شویم؛ بنابراین با داشتن یک برنامه زمان‌بندی مناسب و شناسایی اتلافات انرژی، زمانی که ماشین‌آلات در حال پردازش و بیکاری به سر می‌برند می‌توان تا حد زیادی مصرف انرژی را کاهش داد. با توجه به این مطالب و مصرف رو به رشد انرژی بر آن شدیم تا با ورود به این حوزه و استفاده از تکنیک‌های مهندسی صنایع در زمینه زمان‌بندی، بتوانیم پژوهش و خدمت ارزشمندی به صنعت تولید کشور عرضه کنیم. با توجه به پیچیدگی محاسباتی بالای مسئله، برای حل مدل پیشنهادی نیز از دو الگوریتم فراابتکاری استفاده و کارایی آن‌ها را با هم مقایسه کرده‌ایم.

در ادامه مقاله، در بخش دوم به مرور ادبیات و نوشته‌جات در زمینه زمان‌بندی تولید و مصرف انرژی پرداخته شده است. سپس در بخش سوم، مدل ریاضی ارائه و صحت آن با یک مثال عددی کوچک با استفاده از نرم‌افزار گمز (نسخه ۳/۴/۲۴) بررسی شده است. در بخش چهارم، روش حل مسئله با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری چندهدفه شرح داده شده است. در بخش پنجم، با استفاده از مسائل نمونه در ابعاد بزرگ به حل مدل با استفاده از دو روش دقیق و فراابتکاری پرداخته شده است؛ تمامی الگوریتم‌ها در نرم‌افزار متلب کدنویسی شده است و در سیستم شخصی با پردازنده Intel® Core™ i5-460M Processor ۲/۵۳GHz و با حافظه رم ۴GB (RAM) اجرا شده است؛ در نهایت، در بخش ششم نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی برای ادامه پژوهش در این زمینه بیان شده است.

## ۲- ادبیات موضوع

پس از بیان مفاهیم کلی و آشنایی با مقدمات، در این بخش به مرور ادبیات و بررسی پژوهش‌های انجام شده در این حوزه می‌پردازیم. در این قسمت، مقالات بررسی شده مربوط به زمان‌بندی تولید با توجه به بهینه‌سازی مصرف انرژی را ارائه می‌کنیم.

دای<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۱۳) مسئله زمان‌بندی انرژی کارآمد چندهدفه، با دو هدف زمان اتمام و مصرف انرژی در سیستم‌های تولیدی را بررسی کردند. آن‌ها یک مدل ریاضی در محیط جریان کارگاهی ارائه دادند و از الگوریتم شبیه‌سازی تیرید برای سنجش بین زمان اتمام و مصرف انرژی استفاده کردند. نیلاگتن<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۱۵) با ارائه الگوریتم ازدحام ذرات، زمان سیکل و هم‌چنین مصرف انرژی را به طور هم‌زمان در خط مونتاژ رباتیک کاهش دادند. دای و همکاران (۲۰۱۵) مدل برنامه‌ریزی پویای انرژی کارآمد در محیط جریان کارگاهی منعطف ارائه دادند و برای حل آن از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده کردند؛ هدف این مقاله رسیدگی به مسئله برنامه‌ریزی پویا با کاهش مصرف انرژی و زمان اتمام برای زمان‌بندی جریان کارگاهی منعطف بود. به دلیل سخت<sup>۳</sup> بودن مسئله، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات را مورد استفاده قرار دادند و در نهایت با استفاده از آزمایش‌های عددی، عملکرد و کارایی رویکرد ارائه شده را ارزیابی کردند. ارن<sup>۴</sup> و گونر<sup>۵</sup> (۲۰۰۶) مسئله تک ماشین دو معیاره با زمان‌های آماده‌سازی وابسته به ترتیب را مطالعه کردند و مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح با توابع هدف حداقل سازی مجموع وزنی زمان‌های تکمیل و دیرکرد کارها را ارائه دادند؛ به دلیل سخت بودن مسئله از روش‌های

<sup>1</sup> Dai

<sup>2</sup> Nilakantan

<sup>3</sup> Np-Hard

<sup>4</sup> Eren

<sup>5</sup> Guner



فراابتکاری استفاده کردند. منصوری و همکاران (۲۰۱۶) با ارائه مقاله برنامه‌ریزی سبز جریان کارگاهی دوماشینه، سنجش بین زمان اتمام و مصرف انرژی را بررسی کردند. مدل ریاضی توسعه داده شده، موضوعات اصلی کارگاه: سطح سرویس دهی و مصرف انرژی را ترکیب کرده است. برای حل مسائل در مقیاس بزرگ از الگوریتم اکتشافی استفاده شده است. لیو<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۱۳) مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی جایگشتی برای کاهش مصرف انرژی را ارائه دادند. به گفته آن‌ها مصرف انرژی در هر ماشین به دو قسمت تقسیم می‌شود: یک قسمت مفید که عملیات به اتمام می‌رسد بدون این‌که انرژی بیکار باشد و قسمت دیگر، قسمت زائد که انرژی در زمان بیکاری مصرف می‌شود. هدف مطرح شده در مقاله، کاهش کل مصرف انرژی زائد است در حالی که به زمان‌های بیکاری هر ماشین وزن داده شده است و با استفاده از الگوریتم شاخه و کران آن را توسعه داده‌اند. لانگر<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۱۴) به کنترل بهینه‌سازی هزینه انرژی پرداخته‌اند و یک رویکرد مبتنی بر مدل صرفه‌جویی انرژی برای در نظر گرفتن فرآیندهای تولید یک پارچه و مربوطه را معرفی کرده‌اند. دیتمر<sup>۳</sup> و ورل<sup>۴</sup> (۲۰۰۹) یک روش کلی در مدل رفتار مصرف انرژی از ماشین‌ها و کارخانه‌ها بر اساس برنامه‌ریزی آماری پیشنهاد دادند که این مدل می‌تواند به صورت مستقیم در فرآیندهای برنامه‌ریزی برای پیش‌بینی کردن مصرف انرژی بر اساس اطلاعات در دسترس استفاده شود. وانگ<sup>۵</sup> و همکاران (۲۰۱۸a) به بررسی مساله زمان‌بندی کارها در محیط کارگاهی منعطف پرداخته‌اند. تابع هدف آن‌ها مجموع مصرف انرژی و روش حل آن‌ها ابتکاری دو مرحله‌ای می‌باشد که در مراحل اول و دوم به ترتیب از روش‌های فراابتکاری ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات استفاده نموده‌اند. وانگ و همکاران (۲۰۱۸b) به ارائه مدل دوهدفه در محیط زمان‌بندی ماشین‌های موازی و یکسان پرداخته‌اند که اهداف آن‌ها مجموع انرژی مصرفی و زمان اتمام کارها می‌باشد. آن‌ها از روش اسپیلون محدودیت برای حل دقیق مدل خود استفاده نموده‌اند.

با لحاظ نمودن مدل‌های موجود در ادبیات موضوع، به نظر می‌رسد مدل ارائه شده در مقاله حاضر، مدلی جدید در حوزه زمان‌بندی جریان کارگاهی است که سه موضوع مهم (زمان اتمام، زمان دیرکرد و انرژی مصرفی) را در اهداف خود لحاظ نموده است؛ هم‌چنین در پژوهش حاضر تلاش شده است از کاراترین روش‌های موجود در ادبیات موضوع برای حل استفاده شود.

### ۳- مدل ریاضی

در این پژوهش از شیوه مدل‌سازی ریاضی برای بیان مسئله بهینه‌سازی بهره گرفته شده است. همانطور که بیان کردیم مدل ریاضی یک مدل سه‌هدفه است که هدف اول آن کاهش زمان دیرکرد، هدف دوم کاهش زمان اتمام و هدف سوم کاهش مصرف انرژی است. مفروضات مدل شامل موارد زیر می‌باشد:

- زمان انجام کار در محیط قطعی می‌باشد.
- پردازش کارها در محیط جریان کارگاهی صورت می‌گیرد.
- ماشین‌آلات، فاقد خرابی می‌باشد.
- زمان پردازش هر کار بر روی هر ماشین متفاوت با سایر کارهاست.

مدلی که در این پروژه آورده شده بر پایه مدل منصوری و همکاران (۲۰۱۶) می‌باشد. آن‌ها با ارائه مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی دوماشینه که ماشین‌ها سرعت متغیر دارند، رابطه بین زمان اتمام و مصرف انرژی را مورد بررسی قرار دادند. به بیان آن‌ها عملیات ماشین‌کاری با سرعت‌های متغیر باعث می‌شود مصرف انرژی در سطوح مختلف متفاوت باشد و برای پردازش کارها سرعت را در نظر گرفتند. بر اساس مدل پایه، مدلی که در اینجا آورده شده سه‌هدفه می‌باشد، اهداف شامل کاهش زمان دیرکرد، زمان اتمام و مصرف انرژی است. قبل از بیان ریاضی مدل، نمادهای به‌کار رفته در مدل را بیان می‌کنیم.

<sup>1</sup> Liu  
<sup>2</sup> Langer  
<sup>3</sup> Dietmair  
<sup>4</sup> Verl  
<sup>5</sup> Wang

اندیس ماشین‌آلات ( $i=1, \dots, m$ )	I
اندیس کارها ( $j, k=1, \dots, n$ )	j, k
اندیس سرعت پردازش	L
تعداد کارها	N
تعداد ماشین‌آلات	M
فاکتور سرعت پردازش ( $l=1, 2, 3$ ) پردازش به ترتیب سرعت‌های آهسته، متوسط و تند)	$v_l$
فاکتور تبدیل برای سرعت پردازش l	$\alpha_l$
فاکتور تبدیل برای زمان بیکاری ماشین i	$\beta_i$
یک مقدار بسیار بزرگ	M
زمان پردازش کار زروی ماشین i	$p_{ij}$
زمان اتمام کار زروی ماشین i	$c_{ij}$
زمان بیکاری ماشین i	$\theta_i$
زمان اتمام کل	$C_{max}$
زمان دیرکرد کل	$T_{max}$
دیرکرد کار z	$T_j$
تأخیر کار z	$L_j$
موعد تحویل کار z	$d_j$
زمان اتمام کار z	$c_j$
مصرف انرژی کل بر حسب کیلو وات ساعت	TEC



متغیرهای باینری

اگر کار z بلافاصله قبل از کار k برنامه‌ریزی شده باشد ۱ می‌گیرد، در غیر این صورت ۰ می‌گیرد.	$y_{jk}$
اگر کار z با سرعت l روی ماشین i پردازش شده باشد ۱ می‌گیرد، در غیر این صورت ۰ می‌گیرد.	$x_{ijk}$
اگر کار z اولین کار باشد ۱ می‌گیرد، در غیر این صورت ۰ می‌گیرد.	$\Omega_j$

پس از توصیف نمادهای به کار رفته در مدل، به بیان مدل و تشریح آن می‌پردازیم.

تابع هدف

$$\min T_{max} \quad (۱)$$

$$\min C_{max} \quad (۲)$$

$$\min TEC \quad (۳)$$

$$\sum_l x_{ijl} = 1 \quad \forall i, j \quad (4)$$

$$c_{1j} \geq \frac{p_{1j}}{v_l} x_{1jl} \quad \forall j, l \quad (5)$$

$$c_{ij} \geq \frac{p_{ij}}{v_l} x_{ijl} + c_{(i-1)j} \quad \forall i, j, l \quad (6)$$

$$M \Omega_k + M (1 - y_{jk}) + c_{ik} \geq c_{ij} + \frac{p_{ik}}{v_l} x_{ikl} + y_{jk} \quad (7)$$

$$\forall i = 2, \dots, m, j, k, l \mid j \neq k$$

$$C_{max} \geq c_{ij} \quad \forall i, j \quad (8)$$

$$\theta_i = c_{max} - \sum_j \sum_l \frac{p_{ij}}{v_l} x_{ijl} \quad \forall i \quad (9)$$

$$TEC = \sum_i \sum_j \sum_l \frac{\alpha_l p_{ij}}{v_l} x_{ijl} + \sum_i \beta_i \theta_i \quad (10)$$

$$c_j = \max \{c_{ij}\} \quad \forall i, j \quad (11)$$

$$L_j = c_j - d_j \quad \forall j \quad (12)$$

$$T_j \geq L_j \quad \forall j \quad (13)$$

$$T_{max} \geq T_j \quad \forall j \quad (14)$$

$$\sum_j \Omega_j = 1 \quad (15)$$

$$\sum_k y_{jk} = 1 \quad \forall j \mid j \neq k \quad (16)$$

$$\sum_j y_{jk} = 1 \quad \forall k \mid j \neq k \quad (17)$$

$$\Omega_j, x_{ijl}, y_{jk} \in \{0, 1\}, \quad (18)$$

$$\theta_i, T_{max}, c_{ij}, T_j, L_j, c_j, C_{max}, TEC \geq 0$$

توابع هدف (۱) و (۲) زمان دیرکرد و زمان اتمام کل کارها را کمینه می‌کنند؛ تابع هدف (۳) مصرف انرژی را کمینه می‌نماید؛ محدودیت (۴) بیان می‌کند برای هر کاری فاکتور سرعت انتخاب شده است؛ محدودیت (۵) زمان اتمام کار بر روی ماشین اول را نشان می‌دهد؛ محدودیت (۶) زمان اتمام آخرین کار را نشان می‌دهد؛ محدودیت (۷) تضمین می‌کند که زمان اتمام کارهای پشت سر هم در حال افزایش است (بر اساس زمان اتمام کار قبلی)؛ محدودیت (۸) محاسبه زمان اتمام کل که باید از زمان اتمام آخرین کار روی ماشین بیشتر باشد را بیان می‌کند؛ محدودیت (۹) زمان بیکاری ماشین آلات را نشان می‌دهد؛ محدودیت (۱۰) مصرف انرژی کل را نشان می‌دهد (بر حسب کیلو وات ساعت)؛ محدودیت (۱۱) زمان اتمام کار زرا نشان می‌دهد؛ محدودیت (۱۲) تاخیر، مدت زمانی که تکمیل کار نسبت به موعد تحویل آن تاخیر دارد را نشان می‌دهد؛ محدودیت (۱۳) دیرکرد، مدتی که تکمیل کار نسبت به موعد تحویل آن بیشتر باشد را نشان می‌دهد؛ محدودیت (۱۴) دیرکرد کل را نشان می‌دهد؛ محدودیت (۱۵) تضمین می‌کند که تنها یک کار اول وجود دارد؛ محدودیت‌های (۱۶) و (۱۷) رعایت توالی کارها را نشان می‌دهند؛ رابطه (۱۸) متغیرهای باینری و نامنفی را نشان می‌دهد.

نکته:  $\Omega_j$  تعیین کننده اولین کار می‌باشد و همه محاسبات زمان اتمام بر مبنای آن انجام می‌شود؛ محدودیت (۷) برای کارهای پشت سر هم الزام آور می‌باشد.



برای نشان دادن ویژگی‌های مسئله، مدل سه‌هدفه ارائه شده برای یک مثال با مقیاس کوچک با استفاده از مدل ریاضی حل می‌گردد که این اهداف شامل کمینه‌سازی مصرف انرژی، زمان اتمام و زمان دیرکرد کارها می‌باشد.

مدل ارائه شده به روش مجموع وزن دار حل و از نرم‌افزار گمز نسخه ۳/۴/۲۴ استفاده شده است. نتایج حاصل از حل بهینه مثال با در نظر گرفتن هر یک از توابع هدف در جدول ۱ آمده است. در این جدول، در سطر اول، جواب بهینه با در نظر گرفتن تابع هدف اول، یعنی کمینه سازی زمان دیرکرد، در سطر دوم، جواب بهینه با در نظر گرفتن تابع هدف دوم، یعنی کمینه سازی زمان اتمام و در سطر سوم، جواب بهینه با در نظر گرفتن تابع هدف سوم، یعنی کمینه‌سازی مصرف انرژی آورده شده است.

جدول ۱- پاسخ‌های بهینه برای مثال در مقیاس کوچک.

توابع هدف	ترتیب پردازش کارها		
	تابع هدف سوم	تابع هدف دوم	تابع هدف اول
جواب بهینه هدف ۱	۱۳۶/۰۱	۳۹/۱۶۷	۳۱/۱۶۷
جواب بهینه هدف ۲	۱۳۹/۳۵	۳۹/۱۶۷	۳۳/۱۶۷
جواب بهینه هدف ۳	۱۰۷/۴۰	۴۶	۳۹

#### ۴- روش حل مسئله

##### ۴-۱ روش دقیق

همان طور که بیان شد مدل برنامه‌ریزی ارائه شده چندهدفه می‌باشد. در مسائل چندهدفه اهداف معمولاً با هم در تضاد می‌باشند، این بدان معنی است که بهبود یافتن مقدار یکی از توابع هدف ممکن است باعث بدتر شدن حداقل یکی از اهداف دیگر شود؛ به همین خاطر راه‌حلی‌هایی که منجر به بهبودی یک هدف می‌شوند راه‌حل‌های ناکارآمد هستند و باید به دنبال راه‌هایی باشیم که همزمان همه اهداف را بهینه می‌کنند. اینجاست که مفهوم جبهه پارتو مطرح می‌شود. در واقع جبهه پارتو مجموعه‌ای از جواب‌های شدنی در فضای جواب است که این جواب‌ها در بردارنده مقادیری از توابع هدف هستند که بهتر شدن مقدار یکی از توابع هدف در ازای بدتر شدن مقدار حداقل یکی از توابع دیگر است. بر اساس این تعریف، یافتن رویکردی برای به دست آوردن جواب‌های بهینه پارتو برای مسائل چندهدفه امری ضروری و اجتناب‌ناپذیر است (رضایی، ۱۳۹۴). روش اسپیلون - محدودیت تکمیلی که نسخه جدیدی از روش اسپیلون - محدودیت سنتی است، توسط مارتاس<sup>۱</sup> (۲۰۰۹) ارائه شد.

در ادامه در مورد پیاده‌سازی این روش به اختصار توضیحاتی بیان می‌کنیم. در این روش، متغیرهای کمبود<sup>۲</sup> و مازاد<sup>۳</sup> در محدودیت‌های مربوط به توابع هدف در نظر گرفته می‌شود و به عنوان عبارت دوم در تابع هدف اصلی قرار می‌گیرد؛ این امر موجب می‌شود که مدل، تنها جواب‌های کارا تولید کند. به منظور مقابله با افزایش زمان حل، مسئله زمانی که ناموجه می‌شود از حلقه‌های داخلی خارج می‌شود که این موضوع سرعت الگوریتم را به طرز قابل توجهی افزایش می‌دهد. این چالش با ساختن جدول عایدی<sup>۴</sup> حل می‌شود. این جدول شامل بهترین و بدترین جواب هر تابع هدف است. برای به دست آوردن جدول عایدی، هر یک از توابع هدف را یک بار به عنوان تابع هدف اصلی در نظر می‌گیریم و سایر توابع هدف را همراه با دیگر



<sup>1</sup> Mavrotas

<sup>2</sup> Slack Variable

<sup>3</sup> Surplus Variable

<sup>4</sup> Payoff Table

محدودیت‌های اصلی مسأله به شکل محدودیت تساوی در مدل قرار می‌دهیم، با این روش به تعداد توابع هدف پاسخ‌هایی را برای هر سه تابع هدف محاسبه می‌کنیم که برای مدل ارائه شده به یک جدول عایدی  $3 \times 3$  می‌رسیم.

جدول ۲- جدول عایدی.

$T_{max}$	$C_{max}$	TEC
۳۱/۱۷	۳۹/۱۷	۱۳۱/۷
۳۳/۱۷	۳۹/۱۷	۱۱۵/۹۴
۳۸	۴۶	۱۰۷/۴

بعد از به دست آوردن جدول عایدی، یکی از توابع هدف را به عنوان تابع هدف اصلی انتخاب می‌کنیم و بازه تغییرات دو تابع هدف دیگر که اختلاف بهترین و بدترین پاسخ می‌باشد را از جدول عایدی محاسبه می‌کنیم. بهترین مقدار وقتی برای تابع هدف اتفاق می‌افتد که خود تابع هدف به عنوان تابع هدف اصلی قرار داده شود و بدترین آن ممکن است در هر یک از دو تابع دیگر رخ دهد؛ سپس تعداد دلخواه فاصله برابر، داخل بازه انتخاب می‌کنیم. در اینجا ۳ فاصله در نظر می‌گیریم و ۴ مقدار اسپیلون برای توابع هدف فرعی به دست می‌آوریم؛ در نتیجه معادل حداکثر ۱۳ جواب کارا به دست می‌آید. لازم به ذکر است در طی این گام‌ها سایر محدودیت‌های مدل به قوت خود باقی هستند. بدین ترتیب تابع هدف دوم و سوم تغییر می‌کند و مقدار تابع هدف اول نیز می‌تواند با تغییر آن‌ها تغییر کند و جبهه پارتو به دست می‌آید. در این مورد چون مسأله کوچک است و توابع هدف می‌توانند بدون هیچ‌گونه اثر منفی بر یکدیگر بهترین مقدار خود را همزمان داشته باشند، پنج نقطه پارتو برای این مسأله بر هم منطبق هستند.

جدول ۳- جدول جواب‌های کارا.

$T_{max}$	$C_{max}$	TEC
۳۱/۱۷	۳۹/۱۷	۱۱۸/۶۵
۳۱/۱۷	۳۹/۱۷	۱۱۸/۶۵
۳۱/۱۷	۳۹/۱۷	۱۱۸/۶۵
۳۱/۱۷	۳۹/۱۷	۱۱۸/۶۵
۳۱/۱۷	۳۹/۱۷	۱۱۸/۶۵
۳۱/۵۰	۳۹/۱۷	۱۱۸/۰۵
۳۲/۴۲	۴۰/۰۰	۱۱۵/۳۷
۳۲/۵۸	۳۹/۵۸	۱۱۵/۴۵
۳۳/۴۲	۴۱/۱۷	۱۱۲/۷
۳۳/۵۸	۴۰/۶۷	۱۱۲/۷۸
۳۴/۷۵	۴۲/۵۰	۱۰۹/۹۷
۳۵/۰۰	۴۲/۰۰	۱۰۹/۷۷
۳۸/۰۰	۴۶/۰۰	۱۰۷/۴۰

نتایج حاصل از حل مدل با استفاده از این روش و با بهره‌گیری از مسائل در مقیاس بزرگ در بخش پنجم ارائه شده است. اما با افزایش اندازه مسئله، این روش دیگر در زمان منطقی قادر به پاسخ‌گویی نیست؛ به همین خاطر برای مسائل بهینه با اندازه بزرگ از الگوریتم‌های فراابتکاری چندهدفه استفاده نموده‌ایم که این الگوریتم‌ها جواب بهینه یا نزدیک به بهینه را در زمان کمتر به دست می‌آورند.

#### ۲-۴ الگوریتم NSGA-II

یک روش متداول برای حل مسائل با چندین تابع هدف، الگوریتم NSGA<sup>۱</sup> است که اساس آن بر مبنای الگوریتم ژنتیک می‌باشد. این الگوریتم روشی کارآمد برای حل مسائل با چند تابع هدف می‌باشد، اما از دو جهت دارای ضعف است: اول،

<sup>۱</sup> Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm



پیچیدگی محاسباتی و دوم، انتخاب ذره‌های غالب؛ از این روش اصلاح شده‌ای از این الگوریتم تحت عنوان NSGA-II توسط دپ و همکاران (۲۰۰۲) توسعه داده شد. گام‌های الگوریتم به شرح زیر می‌باشد:

گام ۱: جمعیت اولیه‌ی تصادفی  $P_0$  با اندازه جمعیت  $N$  را ایجاد کنید و  $t = 0$  قرار دهید.

گام ۲: عملگرهای ترکیب و جهش را روی  $P_0$  به‌کار بگیرید (به‌منظور ایجاد جمعیت فرزندان  $Q_0$  با اندازه  $N$ ).

گام ۳: اگر شرایط خاتمه محقق شده است، الگوریتم متوقف و  $P_t$  برگردانده می‌شود.

گام ۴: قرار دهید  $R_t = P_t \cup Q_t$ .

گام ۵: از الگوریتم مرتب‌سازی نامغلوب سریع به‌منظور شناسایی جبهه‌های نامغلوب  $F_1, \dots, F_K$  در  $R_t$  به‌کار گرفته می‌شود.

گام ۶: به‌ازای  $i = 1, \dots, k$  گام‌های زیر را انجام دهید:

گام ۶-۱: محاسبه فاصله ازدحامی در جبهه  $F_i$ .

گام ۶-۲: ایجاد جمعیت  $P_{t+1}$  به‌صورت زیر:

حالت ۱: اگر  $|P_{t+1}| + |F_i| \leq N$ ، سپس قرار دهید  $P_{t+1} = P_{t+1} \cup F_i$ .

حالت ۲: اگر  $|P_{t+1}| + |F_i| > N$ ، سپس تعداد  $N - |P_{t+1}|$  از پاسخ‌ها را با کم‌ترین مقادیر فاصله ازدحامی  $F_i$  به  $P_{t+1}$  اضافه کنید.

گام ۷: با استفاده از انتخاب رقابت دوتایی بر اساس فاصله ازدحامی، والدین را از  $P_{t+1}$  انتخاب کنید. عملگرهای ترکیب و جهش را روی  $P_{t+1}$  اعمال کنید تا جمعیت  $Q_{t+1}$  با اندازه  $N$  ایجاد شود.

گام ۸: قرار دهید  $t = t + 1$ ، سپس به گام ۳ بروید.

۴-۲-۱ عملگر ترکیب

مهم‌ترین عملگر در الگوریتم ژنتیک، عملگر ترکیب است. ترکیب فرآیندی است که در آن نسل قدیمی کروموزوم‌ها با یکدیگر مخلوط و ترکیب می‌شوند تا نسل تازه‌ای از کروموزوم‌ها به وجود بیاید. جفت‌هایی که در قسمت انتخاب به عنوان والد در نظر گرفته شدند، در این قسمت ژن‌هایشان را با هم مبادله می‌کنند و اعضای جدید به وجود می‌آورند. ترکیب در الگوریتم ژنتیک باعث از بین رفتن پراکندگی یا تنوع ژنتیکی جمعیت می‌شود زیرا اجازه می‌دهد ژن‌های خوب یکدیگر را بیابند. اپراتور ترکیب در نظر گرفته شده برای کروموزوم‌های تعریف شده، ترکیب یک نقطه‌ای<sup>۱</sup> می‌باشد که در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شیوه ترکیب، ابتدا تمامی ژن‌های قبل از نقطه تقاطع از والد اول و تمامی ژن‌های پس از نقطه تقاطع از والد دوم، به فرزند اول، کپی شده و پیش‌نمایش فرزند اول، ایجاد می‌گردد. سپس به منظور ایجاد یک توالی شدنی در صورتی که ژن‌هایی تکرار شده باشند (مانند ژن‌های ۸ و ۶ در پیش‌نمایش فرزند اول و ژن‌های ۴ و ۷ در پیش‌نمایش فرزند دوم)، این ژن‌ها با توالی پیشین ژن‌های باقی مانده از والد جایگزین می‌شوند؛ فرزند دوم نیز به صورت مشابه تولید می‌گردد.

<sup>1</sup> One Point Crossover

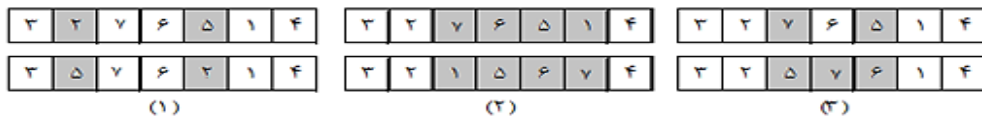




شکل ۱- عملگر ترکیب یک نقطه‌ای.

#### ۲-۲-۴ عملگر جهش

جهش نیز عملگر دیگریست که جواب‌های ممکن دیگری را ایجاد می‌کند. در الگوریتم ژنتیک بعد از اینکه یک عضو در جمعیت جدید به وجود آمد، هر ژن آن با احتمال جهش، جهش می‌یابد. در جهش ممکن است ژنی از مجموعه ژن‌های جمعیت حذف شود یا ژنی که تا به حال در جمعیت وجود نداشته است به آن اضافه شود. جهش یک ژن، به معنای تغییر تصادفی آن ژن است. در اینجا سه روش با نام‌های (۱) جایگزینی جفتی<sup>۱</sup>، (۲) معکوس‌سازی<sup>۲</sup> و (۳) درج<sup>۳</sup> برای اپراتور جهش در نظر گرفته شده است که در شکل ۲ آمده است. برای جزئیات بیشتر این الگوریتم به دپ و همکاران (۲۰۰۹) مراجعه کنید.



شکل ۲- اپراتورهای (۱) جایگزینی جفتی، (۲) معکوس‌سازی و (۳) درج.

#### ۳-۴ الگوریتم SPEA-II

الگوریتم‌های SPEA و SPEA-II هر دو الگوریتم‌های کارایی هستند که از یک آرشیو خارجی<sup>۴</sup> برای ذخیره پاسخ‌های نامغلوبی که در طی جستجوی الگوریتم یافت می‌شود، استفاده می‌کنند. در الگوریتم SPEA ضعیف‌هایی در محاسبه مقادیر قوت و برزندگی وجود داشت، هم‌چنین معیار ثانویه‌ای برای مقایسه پاسخ‌های نامغلوب در آن گنجانده نشده بود؛ از این رو زیتزلر<sup>۵</sup> و همکاران (۲۰۰۰) نسخه ثانویه این الگوریتم را که ضعیف‌های اشاره شده را رفع نموده بود ارائه نمودند. چارچوب کاری الگوریتم SPEA-II در ادامه تشریح می‌شود:

$N_E$ : حداکثر اندازه آرشیو پاسخ‌های نامغلوب E.

$N_p$ : اندازه جمعیت.

K: پارامتر محاسبه تراکم  $(K = \sqrt{N_E + N_p})$ .

گام ۱: یک جمعیت از پاسخ‌های اولیه  $P_0$  ایجاد کنید و قرار دهید  $E(0) = \emptyset$ .

<sup>1</sup> Paired Wise Interchange (Swap)  
<sup>2</sup> Reversion  
<sup>3</sup> Insertion  
<sup>4</sup> Strength Pareto Evolutionary Algorithm  
<sup>5</sup> External Archive  
<sup>6</sup> Zitzler



گام ۲: برازندگی هر پاسخ  $i$  در مجموعه  $P(t) \cup E(t)$  را به صورت زیر محاسبه کنید:

۱-۲ ابتدا برازندگی خام پاسخ  $i$  را از رابطه (۱۹) محاسبه کنید:

$$R(i) = \sum_{j \in P_t \cup E_t, \delta j > i} s(j) \quad (19)$$

که در این رابطه، علامت  $j > i$  به معنای آن است که پاسخ  $j$  زیر پاسخ  $i$  غلبه می‌نماید. هم‌چنین  $s(i)$  مقدار قوت پاسخ  $i$  را نشان می‌دهد که از رابطه (۲۰) به دست می‌آید.

$$s(i) = |\{j \mid j \in P_t \cup E_t, \delta i > j\}| \quad (20)$$

۲-۲ تراکم پاسخ  $i$  را به صورت زیر محاسبه کنید:

$$D(i) = \frac{1}{\sigma_i^k + 2}, \quad (21)$$

که در این رابطه  $\sigma_i^k$  فاصله بین پاسخ  $i$  و  $k$  امین همسایگی نزدیک به آن می‌باشد.

۳-۲ نهایتاً مقدار برازندگی از جمع مقدار برازندگی خام و تراکم پاسخ  $i$  به دست می‌آید (رابطه ۲۲).

$$F(i) = R(i) + D(i) \quad (22)$$

گام ۳: تمام پاسخ‌های نامغلوب موجود در مجموعه  $P(t) \cup E(t)$  را به  $E(t+1)$  کپی کنید. دو حالت ممکن است رخ دهد: حالت ۱: اگر  $|E(t+1)| > N_e$ ، به تعداد  $|E(t+1)| - N_e$  پاسخ را با روش تکراری حذف پاسخ با معیار  $\sigma^k$ ، حذف می‌کنیم. در واقع پاسخی که کمینه فاصله  $\sigma^k$  را از دیگر پاسخ‌ها دارد، در ابتدا حذف می‌گردد. با این حال، اگر چند پاسخ دارای حداقل فاصله باشند، دومین کمترین فاصله می‌تواند مشخص گردد و به همین صورت، تا نهایتاً پاسخ‌های اضافی حذف گردد. این معیار باعث می‌شود که پاسخ‌های مشابه یا نزدیک به هم که اهمیتی در تراکم پاسخ‌ها ایجاد نمی‌کنند حذف گردد.

حالت ۲: اگر  $|E(t+1)| \leq N_e$ ، به تعداد  $N_e - |E(t+1)|$  پاسخ مغلوب شده را بر اساس مقادیر برازندگی آن‌ها از مجموعه  $P(t) \cup E(t)$  به مجموعه  $E(t+1)$  انتقال می‌دهیم.

گام ۴: اگر شرایط خاتمه فراهم شده باشد، الگوریتم متوقف شده و پاسخ‌های  $E(t+1)$  را بر می‌گرداند.

گام ۵: با استفاده از روش رقابت دوتایی والدین را از مجموعه  $E(t+1)$  انتخاب می‌کنیم.

گام ۶: اپراتورهای ترکیب و جهش را بر روی والدین بکار برده و به تعداد  $N_p$  فرزند تولید می‌کنیم. فرزندان را به مجموعه  $P_{t+1}$  کپی نموده و قرار به مقدار شمارنده یک واحد اضافه می‌کنیم ( $t = t + 1$ ) و به گام ۲ می‌رویم.

در این الگوریتم نیز از همان شیوه ترکیب و جهش که در بخش ۴-۲ توضیح داده شده است، استفاده می‌شود. برای مشاهده جزئیات بیشتر این الگوریتم به زیتلر و همکاران (۲۰۰۰) مراجعه کنید.

در این بخش با استفاده از مسائل نمونه در ابعاد بزرگ به حل مدل با استفاده از دو روش دقیق و فراابتکاری می‌پردازیم. جواب بهینه مسائل در ابعاد کوچک با استفاده از روش دقیق که روش اسپیلون- محدودیت است با کدنویسی در نرم‌افزار گمز و حلگر سیپلکس قابل دست‌یابی است، اما با توجه به اینکه جواب‌های بهینه مسائل در مقیاس متوسط و بزرگ با استفاده از نرم‌افزار گمز در زمان منطقی به دست نمی‌آیند؛ بنابراین در این مورد به استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری نیاز داریم. در این بخش، جواب‌های دقیق به دست آمده با جواب‌های حاصل از الگوریتم‌های فراابتکاری مقایسه شده‌اند تا از کارکرد الگوریتم‌های استفاده شده اطمینان حاصل شود و سپس این الگوریتم‌ها در مقیاس بزرگتر به کار گرفته شده‌اند. در آخر، پاسخ‌های پارتو الگوریتم‌های فراابتکاری چندهدفه پیشنهادی با استفاده از چندین معیار عملکرد مقایسه می‌شود. در ادامه این بخش، نتایج به دست آمده نمایش داده می‌شود.

### ۵-۱ مسائل با مقیاس کوچک

در این قسمت، ۹ مسئله به صورت تصادفی با مشخصات زیر و در بازه‌هایی براساس جدول ۴ تولید شده است. تعداد کارها بین ۶ تا ۸ کار، تعداد ماشین‌آلات ۳، ۴ و ۵،  $v_1$  برای ۳ حالت مختلف  $1/8$ ،  $1$  و  $1/2$  و مقادیر  $\alpha$ ،  $\beta$ ،  $p_{ij}$  و  $d_j$  به صورت روابط زیر تعیین گردیده است:

$$\alpha = \text{uniform}(0.5, 2)$$

$$\beta = \text{uniform}(0.2, 0.8)$$

$$p_{ij} = \text{uniform}(1, 99)$$

$$d_j = \sum_{i=1}^m P_{ij} * (1 + r * 3)$$

که در آن  $r = \text{uniform}(0, 1)$  می‌باشد. این رابطه در تحقیق کریمی و داوودپور (۲۰۱۴) نیز مورد استفاده قرار گرفته است.

برای تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های فراابتکاری، آزمایشاتی با سطوح مشخص شده در جدول ۴ صورت پذیرفت که در نهایت برای الگوریتم NSGA-II و SPEA-II مقدار اندازه جمعیت ( $N_p$ ) ۵ برابر تعداد کارها، تعداد نسل ( $N_g$ ) برابر ۱۰۰، نرخ جهش ( $P_m$ ) و ترکیب ( $P_c$ ) به ترتیب برابر  $1/2$  و  $1/8$  انتخاب گردید. هم‌چنین اندازه آرشیو در الگوریتم SPEA-II نیز برابر با اندازه جمعیت در نظر گرفته شد.

جدول ۴- سطوح پارامترهای الگوریتم‌های NSGA-II، SPEA-II.

پارامتر	عامل	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳
Ng	A	۵۰	۱۰۰	۲۰۰
Np (popsize)	B	N	3*n	5*n
Pc	C	۰٫۷	۰٫۸	۰٫۹
Pm	D	۰٫۳	۰٫۲	۰٫۱

مسائل مقیاس کوچک با حلگر سیپلکس در نرم‌افزار گمز  $24/4/3$  با استفاده از روش اسپیلون - محدودیت که یک روش دقیق است حل گردید و نتایج آن در جدول ۵ ارائه شد. پس از حل مسائل مقیاس کوچک با روش دقیق، مسائل را با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری حل می‌کنیم که نتایج آن در جدول ۶ آورده شده است تا میزان قابل اعتماد بودن این الگوریتم‌ها را مورد سنجش قرار دهیم. مقایسه حاصل از روش دقیق و روش‌های فراابتکاری گواه این ادعاست که این الگوریتم‌ها توانسته‌اند نتایج مطلوب و مورد اعتماد را به ما بدهند؛ بنابراین برای حل مدل ارائه شده در مقیاس‌های متوسط و بزرگ که





روش‌های دقیق قادر به پاسخ‌گویی نیستند می‌توان با ضریب اطمینان بالایی از این الگوریتم‌ها استفاده نمود. با توجه به چندهدفه بودن مسئله به منظور مقایسه نتایج حاصل از روش‌های حل مختلف، چندین معیار معرفی شده است که تحلیل‌ها بر اساس این معیارها صورت می‌پذیرد.

جدول ۵- نتایج حاصل از حل مدل (روش دقیق).

	حداقل مقادیر توابع هدف		
	جواب بهینه (روش دقیق)		
	$T_{max}$	$C_{max}$	TEC
۱	۰/۰۰	۳۳۰/۲۵	۵۵۱/۰۰
۲	۰/۰۰	۳۳۷/۵۰	۷۸۴/۵۰
۳	۳۳/۶۷	۴۸۲/۳۳	۱۰۱۱/۴۵
۴	۰/۰۰	۳۹۱/۰۰	۵۳۵/۵
۵	۰/۰۰	۴۳۰/۰۰	۸۵۸/۶۰
۶	۸۷/۸۳	۴۲۲/۵۰	۱۳۲۱/۲۰
۷	۸/۰۰	۲۹۷/۰۰	۵۹۰/۵۵
۸	۰/۰۰	۳۱۵/۶۷	۱۰۳۲/۶۰
۹	۰/۰۰	۴۷۸/۳۳	۸۸۶/۴۶
میانگین	۱۴/۳۹	۳۸۷/۱۸	۸۴۱/۳۵

جدول ۶- نتایج حاصل از حل مدل (روش‌های فراابتکاری).

شماره مسئله	حداقل مقادیر توابع هدف					
	NSGA-II			SPEA-II		
	$T_{max}$	$C_{max}$	TEC	$T_{max}$	$C_{max}$	TEC
۱	۰/۰۰	۳۴۷/۰۰	۶۱۸/۰۲	۰/۰۰	۳۳۰/۲۵	۶۰۹/۰۲
۲	۰/۰۰	۳۳۷/۵۰	۸۰۴/۰۱	۰/۰۰	۳۴۵/۱۷	۹۱۶/۷۳
۳	۳۳/۶۷	۴۸۲/۳۳	۱۱۱۴/۴۳	۴/۶۷	۵۰۱/۵۰	۱۰۱۱/۴۵
۴	۰/۰۰	۴۰۰/۵۰	۵۳۵/۷۵	۰/۰۰	۴۲۷/۵۸	۵۳۵/۷۵
۵	۰/۰۰	۴۳۰/۰۰	۸۶۱/۱۰	۰/۰۰	۴۴۱/۰۰	۸۵۸/۶۰
۶	۸۷/۸۳	۴۲۲/۵۰	۱۵۵۰/۴۵	۹۴/۳۳	۴۳۲/۷۵	۱۵۱۰/۰۹
۷	۹/۰۰	۲۹۷/۰۰	۶۰۱/۲۰	۱۱/۰۰	۳۱۳/۶۷	۶۱۱/۲۰
۸	۰/۰۰	۳۳۵/۹۲	۱۰۳۲/۶۰	۰/۰۰	۳۳۲/۵۰	۱۰۳۲/۶۰
۹	۳/۹۲	۴۹۵/۵۰	۸۸۶/۴۶	۰/۰۰	۴۷۸/۳۳	۸۸۶/۴۶
میانگین	۱۴/۹۴	۳۹۴/۲۵	۸۸۹/۳۳	۱۳/۲۲	۴۰۰/۴۲	۸۸۵/۷۷

اولین مقایسه بر اساس برترین پاسخ برای هر یک از سه تابع هدف انجام می‌گردد. در این مقایسات با توجه به اینکه نرم افزار گمز پاسخ بهینه برای هر یک از توابع هدف را ارائه می‌دهد، از معیار درصد نسبی خطا<sup>۱</sup> (PRE) برای سنجش عملکرد الگوریتم‌ها استفاده می‌شود. این معیار از طریق رابطه (۲۳) محاسبه می‌گردد:

$$PRE = \frac{mh_{sol} - Opt_{sol}}{Opt_{sol}} \times 100 \quad (23)$$

<sup>۱</sup> Percentage Relative Error



در این رابطه  $mh_{sol}$  مقدار تابع هدف به دست آمده توسط الگوریتم مورد نظر و  $Opt_{sol}$  مقدار بهینه تابع هدف می‌باشد که از حل مدل عدد صحیح مختلط در نرم افزار گمز به دست می‌آید. مقادیر کمتر برای این معیار نشان‌دهنده کیفیت بهتر پاسخ‌ها می‌باشد. مقادیر PRE پس از محاسبه در جدول ۷ برای تابع هدف اول، دوم و سوم حاصل از هر دو الگوریتم نمایش داده شده است.

جدول ۷- مقادیر PRE برای الگوریتم‌های فراابتکاری.

شماره مسئله	مقدار PRE (%) برای الگوریتم های فراابتکاری					
	NSGA-II			SPEA-II		
	$T_{max}$	$C_{max}$	TEC	$T_{max}$	$C_{max}$	TEC
۱	۰/۰۰	۵/۰۷	۱۲/۱۶	۰/۰۰	۰/۰۰	۱۰/۵۳
۲	۰/۰۰	۰/۰۰	۲/۴۹	۰/۰۰	۲/۲۷	۱۶/۸۶
۳	۰/۰۰	۰/۰۰	۱۰/۱۸	۲۰/۷۹	۳/۹۷	۰/۰۰
۴	۰/۰۰	۲/۴۳	۰/۰۰	۰/۰۰	۹/۳۶	۰/۰۰
۵	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۲۹	۰/۰۰	۲/۵۶	۰/۰۰
۶	۰/۰۰	۰/۰۰	۱۷/۳۵	۷/۴۰	۲/۶۶	۱۴/۳۰
۷	۱۲/۵۰	۰/۰۰	۱/۸۰	۳۷/۵۰	۵/۶۱	۳/۵۰
۸	۰/۰۰	۶/۴۱	۰/۰۰	۰/۰۰	۵/۳۳	۰/۰۰
۹	۰/۰۰	۳/۵۹	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
میانگین	۲/۴۷	۲/۱۶	۵/۵۴	۹/۷۳	۲/۲۶	۵/۹۲

علاوه بر مقایسه انجام شده که نشان از عملکرد خوب الگوریتم های فراابتکاری دارد  $T_{d}$  در ادامه چندین معیار ارزیابی برای مقایسه پاسخ های پارتو به دست آمده از سه روش شامل الگوریتم NSGA-II، SPEA-II و روش محدودیت افسیلون معرفی شده و مبنای سنجش روش های حل قرار خواهد گرفت.

### ۵-۲ معیارهای مقایسه کیفیت و نظم نقاط پارتو

برای مقایسه عملکرد الگوریتم های چندهدفه نیاز به معرفی معیارهایی است که بتواند پاسخ های پارتو را ارزیابی نماید. در این تحقیق دو معیار که تاکنون برای ارزیابی پاسخ های پارتو در مقالات مختلف بکارگرفته شده اند انتخاب شده است (اسعدی، ۱۳۹۳). یک معیار، کیفیت پاسخ ها و دیگری نظم نقاط پارتو را مورد سنجش قرار می دهد. در روابطی که در ادامه می آید،  $f_{1i}$ ،  $f_{2i}$  و  $f_{3i}$  به ترتیب مقادیر تابع هدف ۱، ۲، ۳ برای پاسخ  $i$  در پارتوی نهایی هر الگوریتم می باشند. هم چنین  $n$  تعداد پاسخ های نامغلوب هر پارتو را نشان می دهد.

میانگین فاصله از نقطه ایده آل<sup>۱</sup> (MID)

این اندازه نزدیکی پاسخ های پارتو به نقطه ایده آل  $(f_1^{best}, f_2^{best}, f_3^{best})$  را نشان می دهد. در واقع میانگین فاصله اقلیدسی پاسخ ها را از نقطه ایده آل محاسبه می کند. این مقدار از رابطه (۲۴) به دست می آید.

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{n} \quad (24)$$

به طوری که

<sup>۱</sup>Mean Ideal Distance

$$c_i = \sqrt{(f_{1i} - f_1^{best})^2 + (f_{2i} - f_2^{best})^2 + (f_{3i} - f_3^{best})^2} \quad (25)$$

در رابطه (۲۵)،  $f_1^{best}$ ،  $f_2^{best}$ ،  $f_3^{best}$  بهترین مقادیر تابع هدف هستند که توسط الگوریتم‌ها به دست آمده است. این معیار یک معیار کیفی می‌باشد و از اهمیت بیشتری برخوردار است. از این معیار در تحقیق عربانی و همکاران (۲۰۱۱) نیز استفاده گردیده است. هر پارتو که مقدار کمتری از MID داشته باشد، مناسب‌تر و باکیفیت‌تر می‌باشد.

اندازه فاصله<sup>۱</sup> (SM)

این معیار پراکندگی پاسخ‌ها در یک پارتو را نشان می‌دهد. این معیار توسط رابطه (۲۶) محاسبه می‌گردد.

$$SM = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (d_i - \bar{d})^2} \quad (26)$$

$$d_i = \min_j \{|f_{1i} - f_{1j}| + |f_{2i} - f_{2j}| + |f_{3i} - f_{3j}|\} \quad (27)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, n, \quad i \neq j$$

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} \quad (28)$$

در واقع مقادیر کمتر برای SM مناسب‌تر است و نشان‌دهنده پراکندگی کمتر پاسخ‌های پارتو می‌باشد. این معیار، نظم پاسخ‌ها را مورد سنجش قرار می‌دهد. نتایج حاصل از روش‌های مختلف حل، با استفاده از معیارهای معرفی شده مورد سنجش قرار گرفت که مقادیر معیارها در جدول ۸ گزارش شده است. بر اساس معیارهای ارائه شده، تفاوت چشم‌گیری بین عملکرد روش‌های حل مختلف مشاهده نمی‌گردد. اما همان‌طور که انتظار داریم روش حل دقیق (با استفاده از روش محدودیت - اپسیلون در نرم افزار گمز) کمترین مقادیر میانگین معیارها را ارائه داده است.

جدول ۸- مقایسه نتایج حاصل با استفاده از معیارهای مقایسه نقاط پارتو.

شماره مسئله	GAMS		NSGA-II		SPEA-II	
	MID	SM	MID	SM	MID	SM
۱	۵۹۲/۵۹	۱۴۰/۵۴	۶۹۲/۷۷	۳۶/۹۶	۶۶۱/۲۲	۲۱۸/۴۳
۲	۶۸۳/۴۹	۲۹۲/۴۱	۷۶۰/۵۲	۵۱۱/۸۵	۷۲۸/۵۶	۳۹۲/۱۳
۳	۱۲۲۰/۵۵	۱۰۹۸/۶۶	۱۲۹۴/۳۷	۱۰۶۵/۷۲	۱۱۷۰/۷۸	۷۵۹/۷۰
۴	۴۷۰/۹۷	۲۲/۱۴	۷۳۰/۴۶	۲۲/۱۴	۷۴۰/۹۷	۱۱۸/۳۸
۵	۹۳۹/۲۹	۴۱۲/۳۵	۱۱۹۰/۴۲	۱۱۹۹/۱۳	۱۲۲۴/۶۰	۱۱۸۷/۵۳
۶	۱۱۶۴/۷۲	۱۱۴۹/۶۲	۱۳۶۸/۴۳	۱۷۰۷/۱۶	۱۲۵۵/۷۱	۱۵۱۱/۱۵
۷	۵۵۴/۸۵	۸/۹۴	۶۶۳/۶۲	۳۴۳/۵۳	۷۳۳/۰۸	۳۸۵/۲۲
۸	۹۰۳/۱۵	۸۹۹/۴۷	۹۹۴/۸۲	۹۷۲/۲۵	۹۶۸/۰۶	۹۹۰/۶۲
۹	۱۰۷۵/۵۰	۶۱۲/۲۷	۹۷۴/۵۶	۳۰۸/۲۶	۷۹۱/۰۹	۱۴۰/۳۷
میانگین	۸۷۵/۰۱	۵۱۵/۱۶	۹۶۳/۳۳	۶۸۵/۲۲	۹۱۹/۳۴	۶۳۳/۷۲
تعداد برتری	۸	۶	۷	۸	۳	۴

<sup>1</sup>Spacing Metric

معیار دیگر مورد بررسی، زمان پاسخ‌دهی روش‌های حل می‌باشد. در جدول ۹ زمان حل برای هر یک از الگوریتم‌ها و روش دقیق گزارش شده است.

جدول ۹- زمان حل (ثانیه) برای الگوریتم‌ها و روش دقیق.

شماره مسئله	زمان حل (ثانیه)		
	GAMS	NSGA-II	SPEA-II
۱	۲۲۵٫۵۳	۴٫۹۸	۳٫۸۶
۲	۲۴۵٫۳۵	۵٫۰۰	۳٫۶۸
۳	۶۴۲۳٫۷۲	۶٫۵۰	۴٫۸۹
۴	۴۲۷٫۱۱	۶٫۹۴	۴٫۹۶
۵	۸۲۲۹٫۵۸	۶٫۸۵	۵٫۰۲
۶	۴۳۵۹٫۲۲	۸٫۵۴	۶٫۴۸
۷	۸۳۲٫۰۳	۸٫۸۶	۶٫۴۵
۸	۹۰٫۴۹	۳٫۳۵	۲٫۶۲
۹	۲۰۳۸۵٫۵۴	۶٫۸۴	۵٫۰۱
میانگین	۴۵۷۹٫۸۴۱	۶٫۴۳	۴٫۷۷

با مقایسه زمان‌های حل می‌توان دریافت اختلاف قابل ملاحظه‌ای بین زمان پاسخ‌دهی الگوریتم‌های فراابتکاری در مقایسه با روش حل دقیق وجود دارد، به طوری که حتی در مسائل با مقیاس کوچک نیز استفاده از روش حل دقیق توجیه‌پذیر به نظر نمی‌رسد. همانطور که در جدول ۷ مشاهده می‌شود، از بین دو الگوریتم پیشنهادی، الگوریتم SPEA-II زودتر از NSGA-II به جواب می‌رسد.

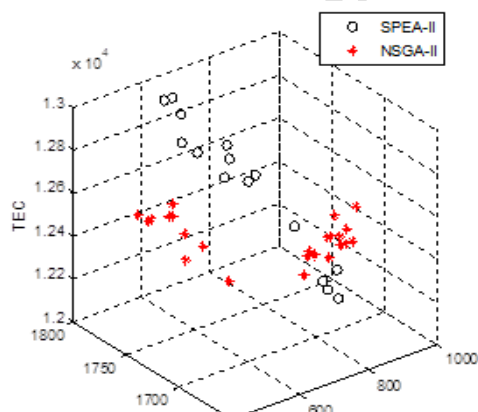
### ۳-۵ مسائل با مقیاس متوسط و بزرگ

در این قسمت با توجه به ابعاد مسائل حل شده در سایر مقالات در پیشینه تحقیق، تعداد ۱۶۰ مسأله به صورت تصادفی تولید شده است. روابط استفاده شده جهت تولید پارامترها، مشابه مسائل با مقیاس کوچک می‌باشد، با این تفاوت که در اینجا ابعاد مسأله از حداقل ۲۰ کار و ۵ ماشین تا ۱۰۰ کار و ۲۰ ماشین متغیر است. ابعاد مسائل تولید شده به شرح جدول ۱۰ می‌باشد. تعداد مسائل نمونه در هر گروه ۱۰ مسأله است.

این مسائل با استفاده از الگوریتم‌های NSGA-II و SPEA-II و پارامترهای به دست آمده برای هر کدام از آنها در نرم‌افزار متلب حل گردید و برای هر کدام از آنها یک جبهه پارتو به دست آمد که به عنوان نمونه، پاسخ‌های پارتو برای یکی از مسائل حل شده، در شکل ۳ آورده شده است.



تعداد ماشین	تعداد کار	مسائل
۵	۲۰	گروه اول
۱۰	۲۰	گروه دوم
۱۵	۲۰	گروه سوم
۲۰	۲۰	گروه چهارم
۵	۵۰	گروه پنجم
۱۰	۵۰	گروه ششم
۱۵	۵۰	گروه هفتم
۲۰	۵۰	گروه هشتم
۵	۸۰	گروه نهم
۱۰	۸۰	گروه دهم
۱۵	۸۰	گروه یازدهم
۲۰	۸۰	گروه دوازدهم
۵	۱۰۰	گروه سیزدهم
۱۰	۱۰۰	گروه چهاردهم
۱۵	۱۰۰	گروه پانزدهم
۲۰	۱۰۰	گروه شانزدهم



شکل ۳- پاسخ‌های پارتوی الگوریتم‌های SPEA-II و NSGA-II برای یک مسئله با مقیاس متوسط.

اطلاعات حاصل از حل مسائل تولید شده با استفاده از شاخص‌های معرفی شده در بخش قبل شامل میانگین فاصله از نقطه ایده‌آل (MID) و اندازه کیفیت (SM) با هم مقایسه شده‌اند تا روش حل برتر از بین دو الگوریتم پیشنهادی مشخص شود. نتایج حاصل نشان می‌دهند در مسائل با مقیاس متوسط و بزرگ، عملکرد الگوریتم NSGA-II از لحاظ کیفیت و نظم بهتر بوده، اما از لحاظ معیار زمان حل، الگوریتم SPEA-II نتایج بهتری کسب نموده است.



جدول ۱۱- معیارهای ارزیابی (بر حسب کیفیت و نظم) عملکرد الگوریتم های فراابتکاری در مسائل با قیاس متوسط و بزرگ.

nxm	NSGA-II		SPEA-II	
	MID	SM	MID	SM
۲۰*۵	۴۹۱۶,۵۷	۸۲۵۱,۲۳۸	۴۸۶۱,۳۴۱	۸۰۳۲,۵۱۱
۲۰*۱۰	۹۹۲۹,۷۸۵	۲۱۰۹۷,۳۶	۱۰۰۲۹,۷۷	۲۱۲۹۷,۵۶
۲۰*۱۵	۱۶۶۷۴,۱۵	۳۹۴۲۶,۸۸	۱۶۸۷۳,۸۱	۳۹۷۶۹,۶۲
۲۰*۲۰	۲۴۴۳۴,۹۲	۶۰۹۴۱,۱۳	۲۴۸۷۶,۷	۶۱۹۸۷
۵۰*۵	۱۲۱۱۰,۴۶	۲۲۱۳۰,۵۳	۱۲۲۲۱,۹۱	۲۲۱۸۱,۵۶
۵۰*۱۰	۲۲۶۴۷,۲۴	۵۱۰۷۸,۷۴	۲۳۰۰۷,۴۹	۵۲۰۸۸,۷
۵۰*۱۵	۳۳۰۸۹,۵۷	۷۹۶۳۰,۶۳	۳۳۱۰۲,۴۹	۷۹۵۱۴,۲۶
۵۰*۲۰	۵۰۸۶۵,۷۷	۱۳۰۵۵۰,۹	۵۰۹۳۹,۰۵	۱۳۰۹۸۹,۹
۸۰*۵	۱۶۹۴۱,۳۳	۲۸۸۴۵,۴۱	۱۷۲۳۵,۰۱	۲۹۵۰۱,۵۵
۸۰*۱۰	۳۶۴۵۱,۹۸	۸۴۱۹۳,۱۹	۳۶۵۷۷,۴۳	۸۴۴۲۸,۹۶
۸۰*۱۵	۵۹۴۰۰,۶۷	۱۵۰۲۷۰,۳	۵۹۶۹۷,۶۶	۱۵۰۸۲۸,۵
۸۰*۲۰	۷۸۷۶۲,۷۶	۲۰۵۲۲۶,۳	۷۶۰۲۳,۸۱	۲۰۵۸۹۴,۳
۱۰۰*۵	۲۳۵۴۵,۳۵	۴۳۳۵۶,۶	۲۴۰۸۰,۲۳	۴۴۵۹۱,۲۲
۱۰۰*۱۰	۳۸۲۲۲,۱۳	۸۴۰۱۲,۱۳	۳۸۴۰۴,۰۷	۸۴۴۸۲,۴۹
۱۰۰*۱۵	۶۵۷۶۸,۱۱	۱۶۳۱۴۶,۴	۶۵۷۵۲,۷۲	۱۶۳۲۹۴,۵
۱۰۰*۲۰	۸۶۸۷۶,۰۳	۲۲۳۷۸۵,۴	۸۷۰۲۸,۷۷	۲۲۴۲۵۲
میانگین	۳۶۲۹۵,۴۳	۸۷۲۴۶,۴۴	۳۶۴۸۲,۶۴	۸۷۶۹۵,۹۱
تعداد برتری	۱۴	۱۴	۲	۲

جدول ۱۲- معیارهای ارزیابی (بر حسب زمان) عملکرد الگوریتم های فراابتکاری در مسائل با قیاس متوسط و بزرگ.

Nxm	زمان حل (ثانیه)	
	NSGA-II	SPEA-II
۲۰*۵	۹,۷۵	۷,۸۷
۲۰*۱۰	۹,۷۵	۹,۱۵
۲۰*۱۵	۱۰,۹۲	۹,۸۲
۲۰*۲۰	۱۱,۷۹	۱۰,۵۰
۵۰*۵	۳۳,۸۴	۳۲,۷۵
۵۰*۱۰	۳۵,۶۷	۳۴,۰۰
۵۰*۱۵	۳۹,۹۷	۳۵,۴۰
۵۰*۲۰	۶۰,۶۹	۵۷,۱۸
۸۰*۵	۶۸,۵۰	۶۳,۵۰
۸۰*۱۰	۷۳,۵۲	۶۷,۱۰
۸۰*۱۵	۷۳,۵۲	۶۹,۷۳
۸۰*۲۰	۷۸,۷۵	۷۰,۱۱
۱۰۰*۵	۱۸۸,۱۲	۱۶۶,۷۱
۱۰۰*۱۰	۲۰۲,۰۰	۱۷۰,۱۶
۱۰۰*۱۵	۲۹۲,۵۵	۲۰۳,۴۸
۱۰۰*۲۰	۳۳۰,۵۲	۲۷۰,۸۴
میانگین	۹۴,۹۹	۷۹,۸۹
تعداد برتری	.	۱۶





پس از بررسی‌های انجام شده در پژوهش‌های صورت گرفته در این زمینه، به بهینه‌سازی مسئله مورد نظر یعنی زمان‌بندی جریان کارگاهی با اهداف کاهش مصرف انرژی، زمان اتمام و زمان دیرکرد کارها با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری پرداختیم. این مدل از لحاظ نوآوری منحصر به فرد است؛ چرا که تا به حال در هیچ یک از پژوهش‌های صورت گرفته به این موضوع پرداخته نشده است. برای تحقق این اهداف، از مدل ریاضی سه هدفه بهره بردیم. بعد از اعتبار سنجی مدل، مدل را با استفاده از داده‌های تصادفی با روش‌های دقیق و فراابتکاری حل نمودیم و نتایج حاصل از این مدل را در بخش پنجم ارائه دادیم. روش دقیق مورد استفاده در این پژوهش، روش اسپیلون - محدودیت می‌باشد. کدنویسی و حل دقیق مسئله پیشنهادی در نرم‌افزار گمز صورت گرفته است. با توجه به اینکه روش‌های دقیق در مقیاس بزرگ قادر به پاسخگویی نیستند، بنابراین برای رسیدن به پاسخ در مقیاس بزرگ از مزایای الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده کردیم و از دو الگوریتم NSGA-II و SPEA-II که مناسب برای حل مسائل چندهدفه هستند و در مسائل زمان‌بندی زیاد بکار گرفته شده‌اند، بهره بردیم. برای اطمینان حاصل پیدا کردن از کارایی این الگوریتم‌ها نتایج حاصل از آن‌ها را با روش دقیق مقایسه نمودیم و مشاهده کردیم که این الگوریتم‌ها پاسخ قابل اطمینانی را ارائه می‌دهند و در برخی از موارد توانایی دستیابی به پاسخ دقیق را نیز دارند. با توجه اینکه این الگوریتم‌ها در زمان کمتری به جواب نهایی که در برخی موارد بهینه هستند، می‌رسند؛ برای مسائل در مقیاس بزرگ از آن‌ها استفاده کردیم که توانایی خوبی در ایجاد پاسخ‌های پارتو دارند، اما از این میان، الگوریتم NSGA-II عملکرد بهتری را از لحاظ دو معیار کیفیت و نظم نقاط پارتو ارائه نمود. با این وجود، از لحاظ معیار زمانی مشاهده گردید عملکرد الگوریتم SPEA-II در تمام موارد بهتر از الگوریتم NSGA-II می‌باشد. با توجه به بررسی‌های صورت گرفته در پژوهش‌های گذشته و در ادامه‌ی تکمیل نمودن پژوهش حاضر، در مورد پیشنهاد برای پژوهش‌های آتی به پژوهش‌گران علاقمند پیشنهاداتی ارائه می‌گردد.

- استفاده از روش‌های فراابتکاری چندهدفه دیگر مانند الگوریتم <sup>1</sup>MOPSO، الگوریتم شاخه و کران <sup>2</sup>، الگوریتم <sup>3</sup>MOSA و الگوریتم <sup>4</sup>PESA-II.
- مدل‌سازی در محیط‌های زمان‌بندی نظیر محیط کار کارگاهی، محیط کار کارگاهی انعطاف‌پذیر، محیط جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر و محیط جریان کارگاهی ترکیبی.
- در نظر گرفتن محدودیت‌هایی شامل
  - هر ماشین (دستگاه) بیشتر از یک کار در یک زمان را پردازش کند.
  - حوادث غیر قابل پیش‌بینی مانند خرابی ماشین‌آلات، مقدار کارهای جدید و لغو کارهای موجود در نظر گرفته شود.
  - محاسبه زمان تعمیر در هنگام خرابی ماشین‌آلات.
  - قطع کار (عملیات) مجاز نباشد.
  - کارها روی ماشین‌آلاتی پردازش شود که قابلیت پردازش آن را دارند.
  - در نظر گرفتن زمان راه‌اندازی برای کارها.

و در نهایت می‌توان یک مدل زمان‌بندی پویا برای صرفه‌جویی انرژی ارائه داد.

<sup>1</sup> Multi Objective Particle Swarm

<sup>2</sup> Branch & Bound

<sup>3</sup> Multi Objective Simulated Annealing

<sup>4</sup> Pareto Envelope-Based Selection Algorithm II

- اسعدی، م. (۱۳۹۳). زمان‌بندی کامیون‌های ورودی و خروجی در مراکز فرابارانداز با چندین درب دریافت و ارسال (پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی سجاد/دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت). دریافت از علم‌نت.
- رضایی، ن. (۱۳۹۴). زمان‌بندی چندهدفه کادر اتاق عمل با در نظر گرفتن ترجیحات رزیدنت‌ها در مراکز بهداشتی آموزشی درمانی (پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی سجاد/دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت). دریافت از علم‌نت.
- شهسواری‌پور، ن؛ کاظمی، م؛ اسعدی، ح؛ حیدری، ع. (۱۳۹۴). برنامه‌ریزی و زمان‌بندی تولید با رویکرد الگوریتم‌های فراابتکاری، تهران: انتشارات دانشگاهی کیان.
- هادی‌پور، ز. (۱۳۹۰). زمان‌بندی جریان کارگاهی چندهدفه ماشین‌آلات به کمک الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات (pso) (پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی شریف/دانشکده مدیریت). دریافت از علم‌نت.
- Arabani, A. B., Zandieh, M., & Ghomi, S. F. (2011). Multi-objective genetic-based algorithms for a cross-docking scheduling problem. *Applied soft computing*, 11(8), 4954-4970.
- Dai, M., Tang, D., Giret, A., Salido, M. A., & Li, W. D. (2013). Energy-efficient scheduling for a flexible flow shop using an improved genetic-simulated annealing algorithm. *Robotics and computer-integrated manufacturing*, 29(5), 418-429.
- Dai, M., Tang, D., Xu, Y., & Li, W. (2015). Energy-aware integrated process planning and scheduling for job shops. *Proceedings of the institution of mechanical engineers, part B: Journal of engineering manufacture*, 229, 13-26.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. A. M. T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2), 182-197.
- Dietmair, A., & Verl, A. (2009). A generic energy consumption model for decision making and energy efficiency optimisation in manufacturing. *International journal of sustainable engineering*, 2(2), 123-133.
- Karimi, N., & Davoudpour, H. (2014). A high performing metaheuristic for multi-objective flowshop scheduling problem. *Computers & operations research*, 52, 149-156.
- Langer, T., Schlegel, A., Stoldt, J., & Putz, M. (2014). A model-based approach to energy-saving manufacturing control strategies. *Procedia CIRP*, 15, 123-128.
- Liu, G. S., Zhang, B. X., Yang, H. D., Chen, X., & Huang, G. Q. (2013). A branch-and-bound algorithm for minimizing the energy consumption in the PFS problem. *Mathematical problems in engineering*, 2013.
- Mansouri, S. A., Aktas, E., & Besikci, U. (2016). Green scheduling of a two-machine flowshop: Trade-off between makespan and energy consumption. *European journal of operational research*, 248(3), 772-788.
- Mavrotas, G. (2009). Effective implementation of the  $\epsilon$ -constraint method in multi-objective mathematical programming problems. *Applied mathematics and computation*, 213(2), 455-465.
- Nilakantan, J. M., Huang, G. Q., & Ponnambalam, S. G. (2015). An investigation on minimizing cycle time and total energy consumption in robotic assembly line systems. *Journal of cleaner production*, 90, 311-325.
- Seow, Y., & Rahimifard, S. (2011). A framework for modelling energy consumption within manufacturing systems. *CIRP journal of manufacturing science and technology*, 4(3), 258-264.
- Wang, H., Jiang, Z., Wang, Y., Zhang, H., & Wang, Y. (2018a). A two-stage optimization method for energy-saving flexible job-shop scheduling based on energy dynamic characterization. *Journal of cleaner production*, 188, 575-588.
- Wang, S., Wang, X., Yu, J., Ma, S., & Liu, M. (2018b). Bi-objective identical parallel machine scheduling to minimize total energy consumption and makespan. *Journal of cleaner production*, 193, 424-440.
- Weinert, N., Chiotellis, S., & Seliger, G. (2011). Methodology for planning and operating energy-efficient production systems. *CIRP annals-manufacturing technology*, 60(1), 41-44.
- Eren, T., & Güner, E. (2006). A bicriteria scheduling with sequence-dependent setup times. *Applied mathematics and computation*, 179(1), 378-385.

