



نشریه علمی علم و تمدن در اسلام  
سال سوم (دوره جدید) / شماره نهم / پاییز ۱۴۰۰



20.1001.1.26764830.1400.3.9.5.5

## علم مساحی در تاریخ تمدن اسلامی با تأکید بر باب علم المساحه در دانشنامه جامع العلوم امام

### فخر رازی

امید مسعودی فر<sup>۱</sup>

(۷۵-۹۲)

### چکیده

علم مساحی، در منابع تاریخ علم دوره اسلامی و منابعی که علوم را طبقه‌بندی کرده و شرح می‌دهند، به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از علوم دقیقه به شمار می‌رود. این علم ماهیت ریاضی، محاسباتی، هندسی و کاربردی دارد که در گذشته اساساً برای تعیین حدود اراضی، محاسبه میزان مالیات محصولات کشاورزی، محاسبات نجومی، رسم نقشه‌ها و تعیین و جهت‌یابی راه‌ها و مکان‌ها کاربرد داشته است. علم مساحی، به‌دلیل کاربرد فراوان آن در اداره جامعه، توسط دانشمندان دوره اسلامی مورد توجه زیادی قرار گرفته است. امام فخرالدین محمد رازی (۵۴۳-۶۰۶ ق/۱۱۴۹-۱۲۱۰ م)، از دانشمندان قرن ششم هجری، توجه ویژه‌ای به علوم دقیقه و علم مساحی دارد و در دانشنامه جامع العلوم (ستینی) آن را به‌عنوان یکی از علوم دقیقه ذکر می‌کند و اصولی از کاربردهای آن را شرح داده است. توجه به مثلث‌ها از ویژگی‌های رساله مساحی فخر رازی است که نشان از افراز زمین‌ها به اشکال مثلث‌گونه برای مساحی دارد. در این پژوهش، با روش کتابخانه‌ای و بر اساس منابع مستند، علم مساحی در تمدن اسلامی و این باب در آثار امام فخر رازی مورد بررسی و تحقیق قرار گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** تمدن اسلامی، علوم دقیقه، علم مساحی، جامع العلوم، فخر رازی.

۱. استادیار گروه کشاورزی، دانشکده مهندسی، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران. tomassoudifar@pnu.ac.ir

## مقدمه

علم مساحی سابقه‌ای طولانی در تاریخ علم بشر دارد. تاریخچه مساحی و چگونگی بهره‌وری از زمین به دوران پس از وضع علم هندسه در تمدن یونان باستان، به‌ویژه بعد از نوآوری‌ها و فعالیت‌های فیثاغورث و اقلیدس در هندسه، برمی‌گردد و در دیگر تمدن‌های کهن همچون مصر، بابل (بین‌النهرین)، هند باستان و چین نیز سابقه‌ای درخشان دارد و از جایگاه خاصی برخوردار بوده است. در آثار باستانی آن دوره، همچون اهرام مصر و در کتیبه‌های بابلی (نک: داندایف، ۱۳۹۱: ۱۱۵)، نیز کاربرد مساحی قابل مشاهده است. در آن دوران، گسترش علم مساحی رابطه تنگاتنگی با وضعیت جامعه و مخصوصاً کشاورزی و چگونگی استفاده از زمین داشت. هنگامی که مالکیت خصوصی زمین‌های زراعی رسمیت یافت و کشاورزان ناچار به تقسیم‌بندی زمین‌های خود گردیدند، علم مساحی نیز به‌موازات آن گسترش پیدا کرد. هنگامی که رودهای بزرگ نظیر نیل، دجله، سند و کنگ دچار طغیان می‌شدند و اراضی هم‌جوار را به زیر آب فرو می‌بردند، در این وضعیت و بعد از فروکش کردن طغیان، مشخص کردن حدود اراضی برای کشاورزان ضرورت داشت. لذا استفاده از علم مساحی جهت تقسیم‌بندی مجدد زمین‌های زراعی ضروری می‌نمود.

عامل دیگر توجه به مساحی و نقشه‌برداری، سفرهای دریایی بود که احتیاج به نقشه داشت و اساس آن بر هندسه بود، که باعث پیشرفت آن هندسه و در نتیجه علم مساحی گردید - Lumpkin, 1998:60 (112). ایرانیان از دوران باستان از علم مساحی، به‌علت کاربردی بودن آن، بهره‌ فراوان برده‌اند و برای تعیین حدود اراضی، تعیین مالیات، مشخص نمودن جهت قبله، محاسبات نجومی و تعیین مسیر راه‌ها و جهت شهر و آبادی‌ها از روش‌های مساحی بهره می‌بردند. در این مقاله، به مساحی در ایران و اسلام، تعریف و طبقه‌بندی علم مساحی، جایگاه آن در علوم دقیقه و بررسی باب مساحی در جامع‌العلوم امام فخر رازی پرداخته خواهد شد. پژوهش‌های مختلفی درباره علم مساحی و کاربردهای آن، و مطالب مرتبط با این پژوهش، توسط پژوهشگران داخلی و خارجی تاریخ علم دوره اسلامی در سده‌های اخیر به چاپ رسیده است که توجه به آن‌ها بسیار ضروری است. از جمله این پژوهش‌ها می‌توان به مقاله «خیام و هندسه‌های ناقلیدسی» آقای جعفر آقایان چاووشی، «سیر هندسه اقلیدسی از اقلیدس تا شیخ‌الرئیس بوعلی سینا» آقای عبدالله انوار، فخر رازی تألیف آقای اصغر دادبه، «دنیای اسلام، محل تلاقی هندسه و جبر» آقای رشدی راشد و ترازهای کرجی تألیف آقای غلامحسین رحیمی اشاره کرد که مطالب ارائه‌شده در آن‌ها اساساً مربوط به هندسه و نقشه‌برداری است و در آن‌ها به‌صورت تخصصی به علم

مساحی پرداخته نشده است. اما، در خلال این پژوهش‌ها، مطالب بسیار ارزشمند و مفیدی در ارتباط با علم مساحی ارائه شده است که در روند پژوهش حاضر بسیار راهگشا بوده است.

### پیشینه علم مساحی در ایران و اسلام

منابع مکتوب از آغاز علم مساحی بر اساس محاسبات هندسی در یونان باستان حکایت دارند. تالس (۶۲۳-۵۴۵ ق.م) و فیثاغورث (۵۷۰-۴۹۵ ق.م) از پیشتانان اثبات و ابداع قضایای هندسی برای استفاده در مساحی به حساب می‌آیند. آثار اقلیدس (۳۶۵-۲۷۵ ق.م) پایه محاسبات مساحی قرار گرفت. در تمدن یونان باستان نیز مساحی و هندسه سابقه درخشانی دارد که در ضمن فعالیت‌های علمی اراتوستن (۲۷۶-۱۹۴ ق.م) کاملاً مشخص است. وی از جمله نخستین دانشمندانی است که توانست محیط زمین را با دقت بسیار بالایی محاسبه کند.

در منابع ایران قبل از اسلام، به علم مساحی اشاراتی شده است که نشان از اهمیت آن در این دوره دارد. اما، به دلیل کمبود متون تاریخی و مستند، به سختی می‌توان در این باره سخن گفت. در دوره ساسانیان (حک: ۲۲۴-۶۵۱ م) و از دوره حکومت قباد اول (حک: ۴۸۸-۵۳۱ م) اخذ مالیات از کشاورزان، به جای محاسبه بر اساس میزان محصول برداشت‌شده، بر اساس میزان زمین تحت کشت انجام می‌گرفت. تعیین میزان زمین بر اساس علم مساحی صورت می‌گرفت. در این دوره، مالیات بر زمین‌های کشاورزی مهم‌ترین درآمد حکومت به شمار می‌رفت که در تاریخ طبری به این موضوع اشاره شده است: پیش از پادشاهی انوشیروان، شاهان پارسی به نسبت آبادی و آگیری، از ولایتی یک سوم خراج می‌گرفتند و از ولایتی یک چهارم و از ولایتی یک پنجم و از ولایتی یک ششم، و باج سرانه مقدار معین بود و شاه کواد پسر پیروز در اواخر پادشاهی خویش بگفت تا زمین را از دشت و کوه مساحی کنند تا خراج آن معین باشد و مساحی شد؛ ولی کواد از آن پیش که کار مساحی به سر رسد بمرد (طبری، ۱۳۶۲، ج ۲: ۷۰۲). با توجه به این گفتار طبری، قطعاً علم مساحی به علت کاربرد آن برای حکومت از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده است. ادامه کار قباد در جهت مساحی زمین‌های کشاورزی در دوره خسرو انوشیروان (حک: ۵۳۱-۵۷۹) پیگیری و تکمیل شد (نک: بلعمی، ۱۳۸۰، ج ۱: ۶۷۹).

بعد از اسلام و در قرون نخستین، بر اساس الگوی ساسانیان، دیوان خراج (که در عهد ساسانیان به آن خراگ گفته می‌شد) عهده‌دار اخذ مالیات و خراج‌ها گردید که در دوره سلجوقی (۴۲۹-۵۹۰ ق/ ۱۰۳۸-۱۱۹۴ م) به دیوان استیفاء تغییر ماهیت داد و وظایف امور ثبتی و مالکیتی اموال (زمین،

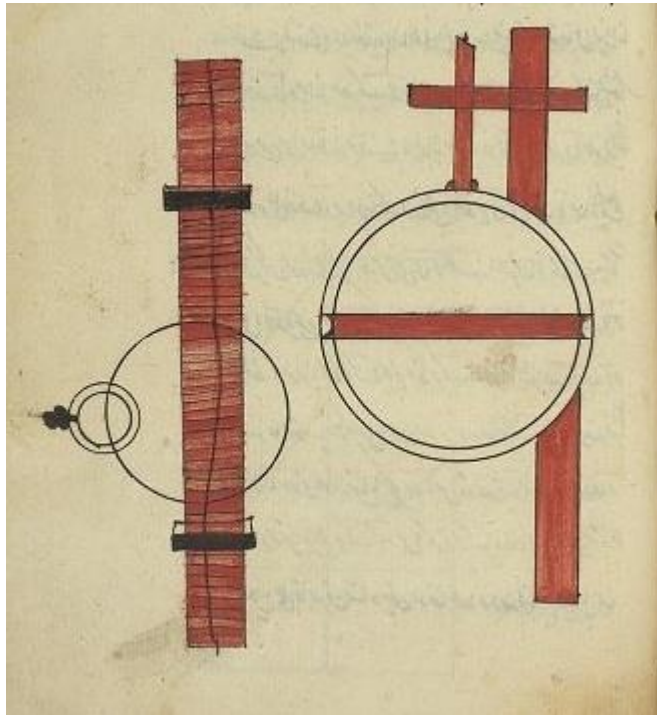
محصول، کالا و غیره) و رسیدگی به آن‌ها را نیز عهده‌دار بود. جمله کار مساحان انجام امور مساحی زمین‌های تحت کار کشاورزی برای این دیوان برای محاسبه مالیات‌ها و خراج‌ها بود (الفتی، ۱۳۷۴: ۳۲۵).

در تمدن اسلامی، توجه به ریاضیات و هندسه و، به تبع آن، مساحی از سده دوم هجری قمری با آثار هلال بن هلال حمصی (م. ۱۸۰ ق/ ۷۹۶ م) و حجاج بن مطر (۱۷۰-۲۱۸ ق/ ۷۸۶-۸۳۳ م) در تمدن اسلامی آغاز شد (راشد، ۱۳۶۸: ۳۶-۳۹) و با کندوکاو در آثار اقلیدس توسط اسحاق بن حنین (۲۹۸-۳۶۴ ق/ ۸۰۹-۸۷۳ م) پیش رفت. در تمدن اسلامی، مساحی بسیار مورد استفاده قرار می‌گرفت (افراز زمین‌ها، تهیه نقشه‌ها، مسیریابی، ساخت بناهای بزرگ و غیره) و این امر باعث تألیف و ترجمه‌های بسیاری در این زمینه توسط دانشوران مسلمان گردید. ترجمه‌های هندسه اقلیدسی و، به تبع آن، نحوه محاسبات مساحی در عصر بیت‌الحکمه به‌ویژه در دوران خلیفه مأمون عباسی (۱۷۰-۲۱۸ ق/ ۷۸۶-۸۳۳ م) از زبان یونانی و سریانی رونق گرفت.

کتاب معرفة مساحة الاشكال البسيطة و الكرية، که در مساحت اشکال است، توسط فرزندان موسی بن شاکر (بنو موسی) تدوین شد (۲۵۹ ق/ ۸۷۳ م) که سرآغاز توجه به علم مساحی در تمدن اسلامی گردید. محمد بن موسی خوارزمی (۱۸۵-۲۳۳ ق/ ۷۸۰-۸۵۰ م)، ریاضی‌دان قرن سوم هجری، بخش اول کتاب بزرگ خود، صورة الارض، را به مساحی و نقشه‌برداری اختصاص داد. ابوالعباس فضل بن حاتم نیریزی (م. ۳۰۹ ق/ ۹۲۱ م) در قرن سوم شرح مفصلی بر اصول اقلیدس نوشت. ابوحامد احمد بن محمد بن حسین صاغانی (م. ۳۷۹ ق/ ۹۸۹ م) از دیگر هندسه‌دانان این عصر است که کتاب فی تسطیح التام از اوست. ابوریحان بیرونی (۳۶۲-۴۴۲ ق/ ۹۷۳-۱۰۴۸ م)، در قرن چهارم، روش ترسیم طول و عرض جغرافیایی بر روی نقشه‌ها را در کتاب تحدید شرح نمود. لذا اوج توجه علم مساحی در قرن چهارم رخ می‌دهد (انوار، ۱۳۸۳: ۱۱۹-۱۳۵). عمر خیام (۴۴۰-۵۱۷ ق/ ۱۰۴۸-۱۱۳۱ م) در پیوند جبر و هندسه برای حل مشکلات ریاضی پیشتاز بود (آقایانی چاووشی، ۱۳۸۰: ۱۴۴-۱۸۰). امر معماری، خود، باعث گردید مسلمانان از پرداخت‌های عملی در هندسه نظری و مساحی به شاهکارهای معماری به‌ویژه در مساجد بزرگ در پهنه تمدن اسلامی برسند (فلاح‌نژاد، ۱۳۷۴: ۱۸۸-۲۱۰).

در همین دوره، ابوالوفا محمد بوزجانی (۳۲۸-۳۸۸ ق/ ۹۸۰-۱۰۳۷ م) اثر بزرگ خود در هندسه و مساحی را به نام فیما یحتاج الیه الصانع من اعمال الهندسه به تحریر درآورد. ابوسهل کوهی (م. ۴۰۵ ق) از میرزان هندسه و مساحی در قرن چهارم و پنجم است که حکیم عمر خیام (۴۴۰-۵۱۷ ق) در

رسائل ریاضی خود از او یاد نموده است که از آثار این دانشمند می‌توان به رساله البرکار تام اشاره کرد. محمد بن حسن حاسب کرجی (م. ۴۳۰ ق/ ۱۰۱۴ م) ریاضی‌دان، مهندس، مساح و مخترع برجسته قرن پنجم است. او آثار مهمی در ریاضیات و مهندسی از خود به جای گذاشته است (نک: رحیمی، ۱۳۸۹: ۲۴-۳۲). یکی از اختراعات او در مساحی تراز دوربینی است که منشأ دوربین‌های نقشه‌برداری امروزی است (نک: تصویر ۱).



تصویر ۱: تراز دوربینی حاسب کرجی

کرجی در اثر خود به این دوربین‌ها و کاربردهای آن اشاره دارد:

«من ترازى بهتر از همه این ترازها اختراع کرده‌ام که برای اندازه‌گیری راحت‌تر و دقیق‌تر است، به شرط آنکه اندازه‌گیر آزموده و ورزیده باشد. مشخصات این میزان چنین است که صفحه‌گرد یا چهارگوش از برنج یا چوب سخت انتخاب می‌کنند و در وسط آن، سوراخ معتدلی ایجاد می‌کنند، و لوله‌ای برنجین به اندازه یک وجب و نیم یا اندکی کمتر یا بیشتر برمی‌گزینند که در نهایت راستی و محکمی باشد و فراخی سوراخ آن به اندازه حجم سوزن جوالدوز باشد. این لوله را در وسط صفحه به وسیله محوری که بتواند در سوراخ مذکور دور بزند نصب می‌کنند که به شکل عضاده<sup>۱</sup> اسطرباب<sup>۱</sup> می‌شود ... سپس این مرد از

۱. خط‌کشی است از چوب یا فتر که می‌تواند دور یکی از نقاط خود بچرخد و قطعه دیگر آن در حول صفحه مدرجی دوران کند.

سوراخ لوله به‌سوی چوب نقشدار می‌نگردد و لوله را بر گرد محور آن چندان می‌چرخاند که امتداد آن از علامت پایین صفحه مقابل بگذرد و علامت از سوراخ دیده شود.<sup>۲</sup> (نک: کرجی، ۱۳۴۵: ۷۹-۹۶).

کرجی، در فعالیت‌های خود جهت مساحی، دو نوع تراز دوربینی ساده و مدرج ساخته و به کار برده است. وی اصول مساحی و استفاده از ابزارآلات آن را که امروزه هم شبیه به آن ابزار در نقشه‌برداری میدانی استفاده می‌شود (مانند ژالن<sup>۲</sup>)، به‌طور کامل، در اثر بزرگ خود به نام استخراج آب‌های پنهانی شرح داده است. از متون مهم دیگر مساحی می‌توان به کتاب الايضاح عن اصول صناعه المساح تالیف ابومنصور عبدالقاهر تمیمی (م. ۴۲۹ ق/ ۱۰۳۸ م)، هندسه‌دان قرن پنجم، اشاره کرد. روند تألیفات هندسی در عالم اسلامی از این قرن به بعد سرعت بیشتری می‌یابد که اوج آن در دوران شکوفایی نجوم اسلامی در زمان خواجه نصیرالدین طوسی (۵۷۹-۶۵۳ ق/ ۱۲۰۱-۱۲۷۴ م) در قرن هفتم است. او رساله مساحه الاشکال را در این زمینه تألیف نموده است.

### تعریف و طبقه‌بندی علم مساحی

دانش مساحی، به‌دلیل کاربرد آن در زندگی روزمره، از قرون نخستین اسلامی در کتب و رساله‌هایی که علوم را در تمدن اسلامی تقسیم‌بندی نموده‌اند مورد توجه قرار گرفت و تقریباً در تمامی تقسیم‌بندی‌های علوم در دوره اسلامی، هندسه و مساحی جایگاهی مستقل از ریاضیات داشت. به علم مساحی در برخی از این کتب و رسائل به‌طور مستقل و در بعضی دیگر، به‌دلیل کاربرد مباحث ریاضی در آن، ذیل مدخل هندسه و یا ریاضیات پرداخته شده است. در این بخش، ابتدا به تعریف علم مساحت در برخی از کتبی که علوم را در تمدن اسلام طبقه‌بندی و تعریف نموده‌اند توجه خواهد شد و در قسمت دوم، به تعریف امروزی آن اشاره می‌شود. از جمله این منابع می‌توان احصاء العلوم ابونصر فارابی (۲۵۹-۳۳۹ ق/ ۸۷۲-۹۵۰ م) را نام برد که علم مساحی را ذیل هندسه عملی بیان می‌کند و آن را این چنین تعریف می‌کند:

۲. دستگاه و صفحه مدور فلزی است که از جنس برنز یا برنج و یا از آهن و فولاد و یا تخته به‌طرز بسیار دقیق ساخته شده و از ابزارهای قدیم نجوم است. این ابزار برای سنجش ارتفاع، سمت، بعد و میل خورشید و ستارگان، تعیین وقت در ساعات روز و شب، قبله و زمان طلوع و غروب آفتاب و بسیاری کاربردهای دیگر به کار می‌رفته است.

۳. عبارت است از نیزه فلزی یا چوبی به طول ۲ متر و قطر متوسط ۲ تا چند سانتیمتر که آن را روی نقاط مستقر می‌کنند.

«هندسه عملی از خطوطی بحث می‌کند که اگر کسی که با آن‌ها سروکار دارد نجار باشد، در چوب است. و اگر آهنگر باشد، در آهن است و اگر بتا باشد، در دیوار است. و اگر مساح باشد، در سطح زمین‌ها و کشتزارها است» (فارابی، ۱۳۶۴: ۷۷).

چنان‌که مشاهده می‌کنیم، فارابی به بخش عملی هندسه توجه دارد. دانشنامه یوایت العلوم، از مؤلفی ناشناس که در قرن ششم تدوین شده است (۵۷۳ ق/ ۱۱۷۷ م)، منبع دیگری است که به علم مساحی توجه دارد. این اثر، در فن بیست‌وهفتم تحت عنوان «در علم مساحت»، این تعریف را در آغاز مدخل مساحت ذکر می‌کند:

«بدان که معنی مساحت پیمودن اجسام باشد، چون زمین و درخت و دیوار. و نیز هندسه خوانند. و این کلمه پارسی است، اصلش اندازه بوده است و عرب در زبان خویش آن را هندسه کرده‌اند، و ماسح را مهندس خوانند» (یوایت العلوم، ۱۳۴۵: ۲۴۵). این تعریف بیشتر به علم هندسه نزدیک است. بر اساس گزارش خدیو جم در نامه مینوی ضمن شرح فهرست جوامع العلوم ابن فریغون، باب مساحی ذیل هندسه آمده است (مینوی، ۱۳۵۴: ۱۴۸-۱۶۲).

در قرن هشتم هجری، شمس‌الدین آملی (م. ۷۵۳ ق/ ۱۳۵۲ م) در اثر بزرگ خود به نام نفائس الفنون فی عرایس العیون، که یکی از بزرگ‌ترین دانشنامه‌های تفصیلی در تمدن اسلامی می‌باشد، ذیل فن ششم از مقاله پنجم کتاب با عنوان «در علم مساحت» این علم را به شکل زیر تعریف می‌کند:

و آن عبارت است از معرفت کیفیت استخراج مقادیر مجهوله بالآلات معینه، و بیشتر تعریف او بر این وجه‌کنند که استعمال امثال واحد مفروض است و ابعاض<sup>۱</sup> او در ممسوح<sup>۲</sup>، اگر ممسوح خط باشد و امثال و ابعاض مربع او اگر سطح باشد و امثال و ابعاض مکعب او اگر جسم باشد و بیشتر مقدماتی که ایشان تقدیم آن‌کنند در اصول ریاضی و طبیعی ذکر کرده شد، اینجا چیزی چند که اهم باشد با آنچه اشرف مطلب او باشد در چهار فصل ایراد کنیم انشاءالله تعالی» (آملی، ۱۳۸۱، ج ۲: ۴۳۵).

در این اثر، بیشتر بر جنبه ریاضی و کاربردی علم مساحی توجه شده است. در منابع ادب فارسی نیز بسیاری از شعرا و ادیبان مشهور، کلمه مساح، مساحی و مساحت را در اشعار خود به کار برده‌اند.<sup>۳</sup>

۱. جزءها، پاره‌ها.

۲. شکل یا جسم که مساحت آن اندازه می‌شود.

۳. برای نمونه:

(منوچهری)

(خاقانی)

اینهمه آمد شدنش چیست به راود

دانه دل ساید آسیای صفاهان

کبک دری گر نشد مهندس و مساح

سنبله چرخ کو مساحی معنی

مساحت در منابع امروزی به معنای اندازه‌گیری زمین، پیمودن اراضی و پیمایش زمین است (معین، ۱۳۸۱، ج ۲: ۱۷۱۳) و مساح به معنای مساحت‌کننده و زمین‌پیمان شده است (نک: عمید، ۱۳۸۹، ج ۲: ۱۷۹۷). در لغت‌نامه دهخدا، ذیل کلمه مساحی چنین شرح گردیده است: «عمل مساح، اندازه‌گیری، پیمایش زمین (نک: دهخدا، ۱۳۷۲، ج ۴۴: ۳۰۶). همان‌طور که مشاهده می‌کنید، امروزه مساحی ذیل علم نقشه‌برداری طبقه‌بندی می‌شود و تعریف آن عبارت است از: به مجموعه عملیاتی که در سطح برای اندازه‌گیری مساحت، افراز حدود و تهیه نقشه زمین با وسایل اندازه‌گیری و مهندسی انجام می‌شود مساحی گویند (ذوالفقاری، ۱۳۷۴: ۲۰). در طبقه‌بندی امروزه از علوم، علم مساحی در زیرمجموعه علم نقشه‌برداری قرار می‌گیرد.

### جایگاه مساحی در علوم دقیقه

دایرة‌المعارف‌ها یا دانش‌نامه‌ها، در تاریخ علم دوره اسلامی، مهم‌ترین منابع در ارتباط با طبقه‌بندی علوم و جایگاه آن‌ها نسبت به دیگر علوم می‌باشند. از قرن دوم هجری و هم‌زمان با نهضت ترجمه، طبقه‌بندی این علوم و بررسی جایگاه آن‌ها از اهمیت زیادی در نزد دانشوران اسلامی برخوردار شد. درواقع، علم‌آموزی به‌صورت کلی در تمدن اسلامی از جایگاه بسیار بالایی برخوردار است و در قرآن نیز به این مطلب اشارات فراوانی شده است. در تمدن اسلامی، مفهوم علم بر دو محور اساسی وحدت و سلسله‌مراتب متکی است که با طبقه‌بندی علوم نیز همراه شد (مسعودی فر، ۱۳۹۹: ۱۵۰-۱۷۴). بنابراین با گسترش علم از قرن سوم هجری/نهم میلادی در تمدن اسلامی، سنت دایرة‌المعارف‌نویسی و دانش‌نامه‌نگاری در جهت معرفی و طبقه‌بندی علوم رونق گرفت. از جمله این منابع مهم می‌توان احصاء‌العلوم ابونصر فارابی، رسائل اخوان‌الصفاء، جوامع‌العلوم ابن فریغون، مفاتیح‌العلوم خوارزمی، دانش‌نامه علائی شیخ الرئیس بوعلی سینا، یواقیت‌العلوم، جامع‌العلوم امام فخر رازی، درة‌التاج

فلک چون آتش دهقان، سنان کین کشد بر من که بر ملک مسیحم هست مساحی و دهقانی (خاقانی)  
که دانست چندین زمین را مساحت صد و شصت چند اوست خورشید تابان؟ (ناصر خسرو)

به گام عقل مساحت کند محیط فلک به نور رای تصور کند خیال خیال (انوری)

۱. قُلْ هَلْ يَسْتَوِي الَّذِينَ يَعْلَمُونَ وَالَّذِينَ لَا يَعْلَمُونَ إِنَّمَا يَتَذَكَّرُ أُولُو الْأَلْبَابِ. (زمر: ۹)

بگو: آیا کسانی که می‌دانند با کسانی که نمی‌دانند یکسان‌اند؟ تنها خردمندان متذکر می‌شوند.

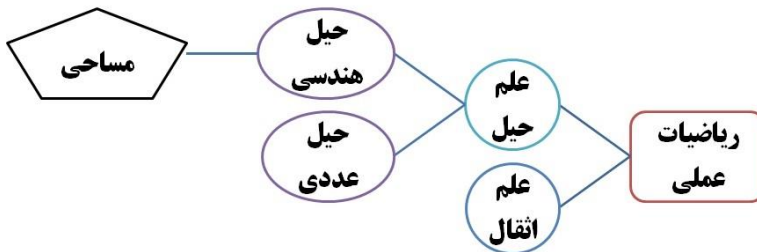
وَيَرَى الَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ الَّذِي أُنزِلَ إِلَيْكَ مِنْ رَبِّكَ هُوَ الْحَقُّ وَيَهْدِي إِلَى صِرَاطٍ الْعَزِيزِ الْحَمِيدِ (سبا: ۶)

و کسانی که از دانش بهره یافته‌اند، می‌دانند که آنچه از جانب پروردگارت به‌سوی تو نازل شده، حق است و به راه آن عزیز ستوده راهبری می‌کند.



قطب‌الدین شیرازی، نوادر التبادر لتحفه البهادر شمس‌الدین دنیسری و نفایس الفنون شمس‌الدین آملی را نام برد.

علوم دقیقه به دانش‌هایی اطلاق می‌شود که ریاضیات بن‌مایه و ماهیت اصلی آن‌ها را تشکیل می‌دهد و بر محاسبات ریاضی استوار می‌باشند. در دانشنامه‌های ذکرشده، معمولاً برای این علوم عناوین گوناگونی همچون: علوم تعلیمی، علم میانین و علم اوائل را به کار برده‌اند (نکت: آرام، ۱۳۶۶: ۲۹). علوم دقیقه شامل: علم حساب، علم هندسه و مساحت، علم مناظر و مرایا (اپتیک)، علم نجوم، علم الحیل (علم مکانیک)، علم اثقال، علم موسیقی، علم اوزان و علم تقویم می‌باشد که در کتبی که علوم را طبقه‌بندی کرده‌اند جابه‌جایی و اولویت‌های هرکدام تا حدودی با هم متفاوت است. به‌عنوان مثال، فارابی در احصاء العلوم مساحی را جزء علم هندسه عملی به شمار می‌آورد (فارابی، ۱۳۶۴: ۹۱) و معتقد است که انسان، با استفاده از علم حیل، راه‌های انطباق مفاهیم ریاضی و هندسی بر اجسام خارجی را مورد بررسی قرار می‌دهد و به ایجاد و وضع آن‌ها در اجسام خارجی فعلیت می‌بخشد و مساحی را جزء حیل هندسی ذکر می‌کند (نکت: تصویر ۱) و معتقد است که علم هندسه سهم عمده‌ای در مساحی دارد و برای عملی کردن اصول هندسه نیاز به فنون و ترفندهایی است.



تصویر ۲: جایگاه مساحی در احصاء العلوم فارابی

امیر عنصرالمعالی قابوس بن وشمگیر بن زیار (م. ۳۶۷ ق/ ۹۷۸ م) در اثر خود، قابوس‌نامه، در باب سی‌وششم آن در ارتباط با علم و در لابه‌لای آن درباره‌ی روش مساحی مطالبی را نیز ذکر می‌کند: «اگر چنانچه مهندس باشی و مساح در حساب قادر باش، زینهار که یک ساعت بی‌تکرار حساب نباشی که علم حساب علم وحشی است. پس اگر زمینی پیمایی نخست باید که زوایا بشناسی و شکل‌های مختلف الاضلاع را خوار نگیری و نگویی که این را بر یک مساحت بکنم و باقی به تخمین، که حساب مساحت تفاوت بسیار آورد و جهد کن تا زوایا را نیک بشناسی» (عنصرالمعالی، ۱۳۸۳: ۱۸۸).

چنان‌که مشاهده می‌کنید، علم مساحی علمی کاربردی بوده است که هر شخصی باید آن را فرا می‌گرفت. علاوه بر این جنبه کاربردی علم مساحی، اخلاق حرفه‌ای مساحان نیز در متون دوره میانه انعکاس یافته است: ... مساح می‌باید که از باغ بیرون نیاید، تا برزیگر و معمار با ارباب حاضر نشوند و نبینند، و بعد از آن آنج بر آن موضع و زمین مقرر شود، بحضور ایشان بنویسد، و چون نوشته باشد، به مهر خود و خداوند ملک مهر کند، و بعد از آن بعرض رساند (نک: قمی، ۱۳۸۵: ۲۹۷). بنابراین، علم مساحی از چنان اهمیتی برخوردار بوده است که، علاوه بر متون علمی دوره اسلامی، در متون ادبی و تاریخی نیز به آن اشاره شده است.

### امام فخرالدین محمد رازی

فخرالدین ابو عبدالله محمد بن عمر رازی، مشهور به امام فخر رازی، فیلسوف، متکلم و مفسر مشهور دوره اسلام در سال ۵۴۳ ق / ۱۱۴۸ م در شهر ری به دنیا آمد. دانش‌های مقدماتی را نزد پدر خود ضیاءالدین، که از فقیهان مشهور ری بود، فرا گرفت. از محضر اساتیدی چون کمال‌الدین سمنانی (م. ۵۷۷ ق / ۱۱۸۱ م)، مجدالدین جیلی (م. ۵۷۱ ق / ۱۱۷۵ م)، عبدالرحمن سرخسی (م. ۵۶۰ ق / ۱۱۶۵ م) علم آموخت. ابن قفطی (م. ۶۴۶ ق / ۱۲۴۸ م) در تاریخ الحکما آثار وی را فهرست کرده است و شمار آن را ۱۵۰ عنوان ذکر می‌کند (ابن قفطی، ۱۳۹۸: ۲۹۱-۲۹۳). رازی مؤلفی پرکار بود که شوری وصف‌ناشدنی در نقد آثار به روش عقلی داشت. روش وی در مواجهه با متون و نظرات به این نحو بود که ابتدا آراء را نقل می‌کرد و سپس شک روشمند خود را تبیین می‌نمود (تأمل و تشکیک)، آنگاه مجدد آراء را تنظیم کرده و موارد صحیح عقلی را مشخص می‌نمود و سرانجام به نوآوری در بعضی نظرات می‌پرداخت. او با شک روشمند به سراغ آثار فیلسوفان، متکلمان و حکما می‌رفت و آن‌ها را نقدی صریح و گاه برنده می‌کرد که این امر باعث گردید لقب امام المشککین در عالم اسلام به او تعلق گیرد (سبکی، ۱۳۸۵: ۷۱۶-۷۲۰). اکثر اندیشمندان و نحله‌های فکری، عقلی و کلامی مورد نقد او بودند: از شیخ الرئیس بوعلی سینا تا امام محمد غزالی، از عرفا و متصوفه تا اسماعیلیه و کرامیه، از معتزلیان تا اشاعره، همین امر باعث شد تا منتقدان و دشمنان فراوانی داشته باشد. وی امام المشککین بود و منتقدان و مخالفانش هم به بزرگی اش اذعان داشتند.<sup>۲</sup>

۱. اندرین بحث ار خرده ره بین بدی

۲. برای نمونه به مقالات شمس تدوین محمد علی موحد (نشر خوارزمی) مراجعه شود.

فخر رازی در زمان حیات خود بسیار مشهور بود، شاگردانی از سراسر جهان اسلام در پای درس او حاضر می‌شدند و تألیفاتش در زمان حیاتش تدریس می‌شد. دارای مکتب مالی فراوان بود. وی در شهر هرات به سال ۶۰۵ ق/ ۱۲۱۰ م درگذشت و در منطقه مشهور «خیابان هرات»<sup>۱</sup> به خاک سپرده شد. فخر رازی دارای تألیفات زیادی در علوم فقهی و عقلی است که در اینجا مجال بررسی همه آثار وی نیست. با توجه به موضوع این پژوهش، بخشی از تألیفات او در علوم دقیقه در ادامه ذکر می‌گردد:

۱. جامع‌العلوم (ستینی): دایرة‌المعارفی که علوم را در ۶۰ علم طبقه‌بندی کرده است. در این اثر، باب‌هایی به علم‌الهندسه، علم‌المساحه، علم‌الاجرائقال، علم حساب‌الهند، علم‌الحساب‌الیهوایی (علم ضرب)، علم‌الجبر و المقابله، علم‌الارثماطیقی (محاسبات نظری)، علم‌الاعداد‌الوقف، علم‌الهیئه، علم‌الاحکام (مربوط به نجوم) اختصاص دارند.

۲. اختیارات‌العلائیه فی اختیارات‌السماویه: موضوع این رساله خطی در علم نجوم و هیئت است که به زبان فارسی تألیف شده است و در کتابخانه مجلس شورای اسلامی موجود است.

۳. سرالمکتوم فی اسرارالنجوم: به زبان عربی در نجوم تألیف یافته است و در کتابخانه آستان قدس رضوی و مجلس شورای اسلامی موجود است.

۴. شرح مصادرات اقلیدس: ابن هیثم نیز اثری تحت این عنوان تألیف نموده است.

۵. کتاب فی الهندسه

علاوه بر موارد ذکرشده، چنان‌که پیش‌تر گفته شد، فخر رازی صاحب آثار ارزشمندی در فلسفه و سایر علوم نظری دوره اسلامی است که ذکر آن‌ها خارج از بحث این پژوهش است. در ادامه، باب سی‌ونهم کتاب جامع‌العلوم که به علم مساحی اختصاص یافته است مورد بررسی بیشتر قرار خواهد گرفت.

### بررسی باب علم المساحه در جامع‌العلوم امام فخر رازی

جامع‌العلوم در ۶۰ باب مدون شده است که به همین دلیل به ستین معروف است. باب سی‌ونهم آن در ارتباط با علم مساحی است که در سه بخش الاصول‌الظاهره، الاصول‌المشکله و الامتحانات مدون شده است. فخر رازی در سایر ابواب و توضیح علوم، در انتهای هر بخش یا باب، سؤالاتی تحت عنوان

۱. زآب و رنگ لاله و گل نهرها بینی روان در جهان آرا به پهنای خیابان هری (کلیم کاشانی)  
حدیث روضه مکن جامی این نه بس ما را که در سواد هری ساکن خیابانیم (عبدالرحمن جامی)

الامتحانات طرح می‌کند و پاسخ آن را نیز به صورت مشروح ذکر می‌کند که این روش امروزه نیز از روش‌های رایج تدوین متون آموزشی در اصول تعلیم و تربیت است.

### الف) اصول الظاهره

در اصل اول از باب سی و نهم، که اصول الظاهره نام‌گذاری شده است، فخر رازی چند ضلعی‌ها را تعریف می‌کند و به مثلث‌ها می‌پردازد و سه نوع مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین و مثلث مختلف الاضلاع را همراه شکل شرح می‌دهد. او خاصیت مثلث‌ها را به شرح زیر بیان می‌نماید:

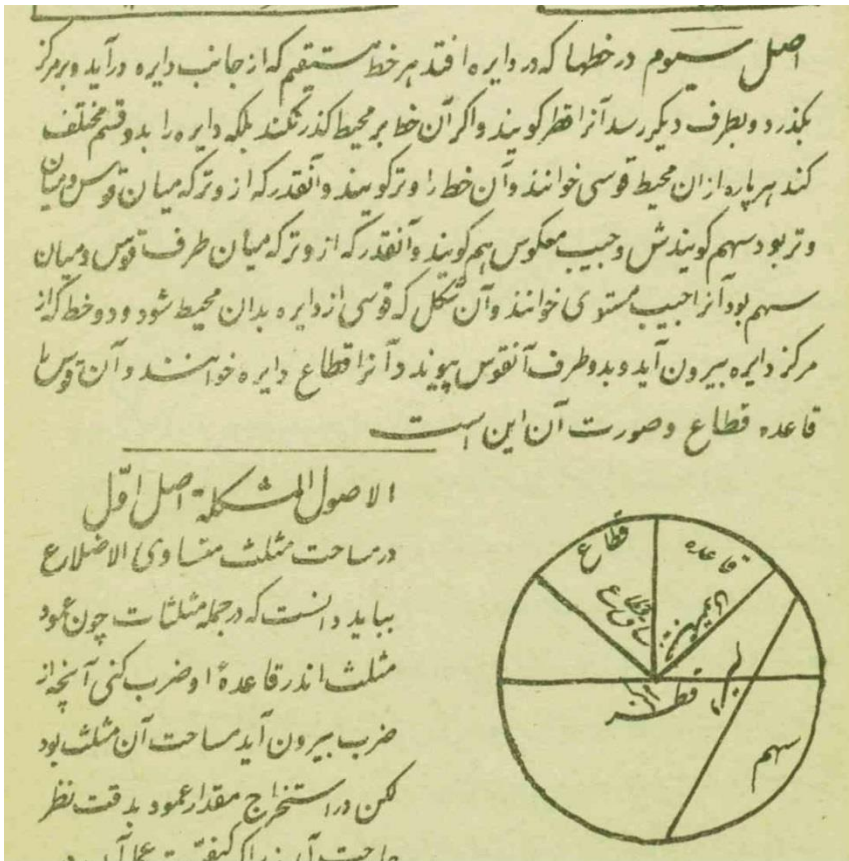
۱- مجموع دو ضلع همیشه مهتر بود از ضلع سوم (در مثلث، مجموع هر دو ضلع بزرگ‌تر از ضلع سوم است)

۲- هر سه زاویه مثلث چند دوقائمه بود (مجموع زوایای مثلث ۱۸۰ درجه است)

۳- در یک مثلث، لامحاله دو زاویه حاده بود (همیشه در هر مثلث دو زاویه حاده وجود دارد)

سپس، او بر اساس نوع زاویه سوم سه نوع مثلث قائم الزاویه، منفرج الزاویه و حاد الزاویه را تعریف می‌کند (فخر رازی، ۱۳۹۱: ۳۵۹). در اصل دوم اصول الظاهره، فخر رازی چند ضلعی‌ها را شرح می‌دهد و آن‌ها را بر اساس مقیاس تساوی یا توازی اضلاع تعریف می‌کند و اشکال پنج شکل مربع، مربع مستطیل، متوازی الاضلاع، لوزی و دوزنقه را ترسیم نموده است. او برای شکل لوزی لغت «معین»، برای متوازی الاضلاع کلمه «الشبيه بالمعین»، و برای دوزنقه اصطلاح «مجنح» را به کار برده است (فخر رازی، ۱۳۹۱: ۳۶۰). اصل سوم به نام «اندر خط‌ها که در دایره افتد» نام‌گذاری شده است. این اصل به دایره محیطی و مصنف‌ها و قطاع‌های داخل دایره می‌پردازد و محیط، قطر، قوس، وتر، سهم داخل دایره و قطاع را تشریح می‌کند. فخر رازی دو اصطلاح «جیب معکوس» و «جیب مستوی» را تعریف می‌کند که در حقیقت مساحت قطاع برابر در نیمی از مساحت دایره و در یک سمت قطر است:

... اگر آن خط بر مرکز محیط گذر نکند، بلکه دایره را به دو قسم مختلف کند، هر پاره‌ای را از آن محیط، قوسی خوانند و آن خط را وتر خوانند و آن قدر از آن که میان قوس و وتر بود آن را سهم گویند و جیب معکوس هم گویند و آن قدر از وتر که میان طرف قوس و میان سهم بود، آن را جیب مستوی گویند ... (فخر رازی، ۱۳۹۱: ۳۶۱) (تصویر ۴)



تصویر ۳: اصل سوم و شکل دایره محاط آن از نسخه جامع العلوم در کتابخانه مجلس شورای اسلامی=شماره نسخه ۱۱۲۰۰۵۲

### ب) اصول المشکله

فخر رازی، در این اصول، به نحوه محاسبه مساحت اشکال هندسی پرداخته است که پایه علم مساحی است. در اصل اول، قاعده عمومی تعیین مساحت مثلث را چنین بیان می‌کند:

«چون عمود مثلث در نیمه قاعده او ضرب کنیم، آنچه از آن حاصل آمد مساحت آن مثلث است، لیکن در استخراج مقدار عمود به دقت نظر حاجت آید، زیرا کیفیت عمل آن در مثلثات نمی‌گردد» (فخر رازی، ۱۳۹۱: ۳۶۲)

که این بیان همان فرمول عمومی مساحت مثلث است که برابر نصف حاصل ضرب قاعده در ارتفاع است:

$$\text{Area} = \frac{a \times b}{2}$$

فخر رازی فرمولی تجربی نیز برای تعیین مساحت مثلث متساوی الاضلاع بیان می‌کند: مقدار تقریبی ارتفاع بر اساس «جذر تفریق مجذور نصف مقدار یک ضلع از عدد یک» به دست می‌آید. سپس از فرمول عمومی تعیین مساحت استفاده می‌شود. بیان ریاضی تعیین ارتفاع در این روش تجربی به شرح زیر است:

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

فخر رازی در دو اصل بعدی نحوه محاسبه مثلث متساوی الساقین و مختلف الاضلاع را همراه با ذکر مثال و عدد تبیین نموده است. از اصول مطرح شده فخر رازی نتیجه می‌شود که اندازه سهمی (جیب) در دایره بسته به اندازه کمان حاصل از وتر است و اگر کمان کوچک‌تر از نیم دایره باشد، جیب هم کوچک‌تر از شعاع است. فخر رازی مثلث‌ها را نیز در این فصل بر اساس زوایا تقسیم کرده است.

### ج) الامتحانات

همان‌طور که در ابتدای این بخش ذکر شد، فخر رازی بخشی تحت عنوان «الامتحانات» شامل سؤال و جواب‌های مشخص در ارتباط با مبحث همان باب در تمامی باب‌های کتاب جامع العلوم ذکر می‌کند که قسمت سوم باب سی و نهم نیز به همین ترتیب است. در این بخش، فخر رازی سه سؤال را مطرح می‌کند و جواب آن را بلافاصله تشریح کرده است. امتحان اول و دوم، سؤال در ارتباط با تعریف منشور و مکعب است:

امتحان اول، سؤال: منشور چیست؟ جواب: شکلی باشد که سه سطح مربع یا مستطیل گرد او درآمده باشند، و دو مثلث یکی از بالا و دوم از زیر باشد که آن را مربع معین بود و آن مستطیل شبیه معین باشد.

امتحان دوم، سؤال: مکعب چیست؟ جواب: جسمی بود که شش مربع از شش جهت گرد او درآمده باشد و او را بدین نام از برای آن خوانند که کعبه بر این شکل بود (فخر رازی، ۱۳۹۱: ۳۶۱).

سؤال سوم در حقیقت به فلسفه مساحت می‌پردازد که شرح این سؤال در بخش جایگاه مساحتی در علوم دقیقه ذکر شد. با بررسی این باب، به توجه ویژه فخر رازی به اشکال مثلث‌مانند پی برده می‌شود. در آن دوران، معمولاً برای تعیین مساحت اشکال چندضلعی بر روی زمین، قطعات زمین را به مثلث‌های مختلف تقسیم می‌کردند و مساحت مثلث‌ها محاسبه می‌گردید (ابومنصور تمیمی، ۱۳۴۷: ۱۳۲). این

باب از جامع العلوم این نکته را آشکار می‌سازد که هیچ‌یک از متکلمان و مفسران به اندازه فخر رازی به علم مساحی و هندسه علاقه نشان نداده است.

در بخش امتحان اول در حقیقت بیان تبدیل تناسب است:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

و امتحان دوم تفصیل نسبت‌ها در صورت است:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}$$

### نتیجه‌گیری

تمدن اسلام در قرن چهارم و پنجم هجری از لحاظ علمی به اوج خود می‌رسد و در این قرن‌ها و قرون بعد، دانشمندان حکیم، با نگرشی کل‌نگر به مجموعه علوم به چشم می‌خورد که با توجه به نقش و جایگاه هریک از علوم در این جهان‌بینی وحدت‌گرای علمی (در عین کثرت هریک از علوم)، آن را مجزا از منظومه حکمت نمی‌دانستند. با توجه به مرکزیت حکومت‌های اسلامی در طول تاریخ در منطقه آسیای غربی و شمال آفریقا، علوم دقیقه متأثر از ریاضیات، هندسه و نجوم رایج، به‌ویژه در بین‌النهرین و شمال آفریقا بوده است. تعدد ترجمه‌های آثار اقلیدس و کتب نجوم در دوران نهضت ترجمه، خود، نشانگر توجه به این علوم برای اموری چون جهت‌یابی دقیق قبله، تقویم‌نگاری، مساحی و محاسبات زمین‌های کشاورزی برای خراج، تعیین حدود اراضی و غیره می‌باشد. عالمان بزرگی در علوم دقیقه همچون محمد بن موسی خوارزمی در ریاضیات، فرزندان موسی بن شاکر در مکانیک و ریاضیات، ابن‌هشیم (۳۵۴-۴۳۰ ق/۹۶۵-۱۰۴۰ م) منجم و فیزیک‌دان، نمونه‌هایی از رشد دانشمندان بزرگ این علوم در سرزمین‌های اسلامی بوده‌اند.

چنان‌که مشاهده شد، در دوره اسلامی با افزایش نقش محاسبات (تعیین خراج و غیره) و ادوات مکانیکی (ترازها، آسیاب‌ها و غیره) در زندگی روزمره مردمان نیاز به علوم دقیقه افزایش یافت. این علوم در حقیقت علمی هستند که ریاضیات، فیزیک و هندسه در اصول آن نقش اساسی دارد. در دانشنامه‌های دوره اسلامی مساحی و نقشه‌برداری از علوم دقیقه شمرده شده است و این علم نقش مهمی در تعیین حدود و ثغور اراضی، محاسبه میزان مالیات و خراج بر اساس سطح زیر کشت داشته است. این علم همچنین در نجوم، جغرافیا و راه‌سازی و آبادانی شهرها به کار می‌رفته است. محمد الکرچی در ادوات مساحی

اختراعات و روش‌هایی بدیع دارد که امروزه در عملیات نقشه‌برداری و مساحی مشابه آن انجام می‌شود. امام فخر الدین محمد رازی، متکلم و فیلسوف قرن ششم هجری، در اثر خود به نام جامع العلوم، که دانشنامه علوم کاربردی آن دوران است، از مساحی به‌عنوان علم یاد نموده و اصول آن را تشریح نموده است. امام فخر رازی در باب علم المساحه، ضمن تشریح انواع مثلث‌ها، امر مثلث‌بندی زوایای ناهمگون چندضلعی‌ها را مطرح می‌کند که در مساحی امروزه نیز کاربرد دارد. سپس او به وترها و کمان‌ها پرداخته و با رسم اشکال دقیق نسبت آن‌ها را تشریح می‌کند. چنان‌که مشاهده شد، توجه به اشکال مختلف مثلث و محاسبات آن از نکات برجسته این بخش اثر فخر رازی است. وی روش‌های بدیع تجربی را نیز در محاسبات ارائه می‌دهد که کاربردهای کاملاً عملی داشته است. پرداختن فخر رازی به علوم دقیقه به‌ویژه مساحی، با تکیه بر محاسبات مثلث‌ها و مثلث‌بندی، بسیار قابل توجه است.

## منابع

- آرام، احمد (۱۳۶۶). *علم در اسلام*، تهران: سروش.
- آقایانی چاووشی، جعفر (۱۳۸۰). «خیام و هندسه‌های ناقلیدسی»، نشریه فرهنگ، ش ۳۹ و ۴۰.
- آملی، شمس الدین محمد (۱۳۸۱). *نفاثات الفنون فی عرایس العیون*، تهران: انتشارات اسلامیه.
- ابومنصور تمیمی، عبدالقاهر بن طاهر بن محمد (۱۳۴۷). *الایضاح عن اصول صناعه المساح*. ترجمه ابوالفتوح منتجب الدین محمود اصفهانی، تهران: بنیاد فرهنگ ایران.
- الفتی، هادی (۱۳۷۴). *تاریخ کشاورزی و دامپروری در ایران*، تهران: امیرکبیر.
- انوار، عبدالله (۱۳۸۳). «سیر هندسه اقلیدسی از اقلیدس تا شیخ الرئیس بوعلی سینا»، *تاریخ علم*.
- بلعمی، ابوعلی محمد بن (۱۳۸۰). *تاریخنامه طبری*، تصحیح محمد روشن، تهران: سروش.
- دادبه، اصغر (۱۳۷۴). *فخر رازی*، تهران: طرح نو.
- داندایف، محمد (۱۳۹۱). *ایرانیان در بابل هخامنشی*، ترجمه محمود جعفری دهقی، تهران: ققنوس.
- دانش‌پژوه، محمد (۱۳۴۵). *یواقیت العلوم و دراری النجوم*، تهران: بنیاد فرهنگ ایران.
- دهخدا، علی اکبر (۱۳۷۲). *لغت‌نامه*، ج ۴۴، تهران: دانشگاه تهران.
- ذوالفقاری، محمود (۱۳۷۴). *نقشه‌برداری*، تهران: دانشگاه صنعتی امیرکبیر.
- راشد، رشدی (۱۳۶۸). «دنیای اسلام، محل تلاقی هندسه و جبر»، *مجله پیام یونسکو*، ش ۲۳۴.
- رحیمی، غلامحسین (۱۳۸۷). «ترازهای کرجی»، *مجله تاریخ علم*، ش ۵۵، ۷۴-۷۷.



رحیمی، غلامحسین (۱۳۸۹). «ترازهای کرجی، رساله در فن استخراج آب‌های زیرسطحی»، تهران: سازمان اسناد و کتابخانه ملی جمهوری اسلامی ایران.

سبکی، تاج‌الدین (۱۳۸۵). *طبقات الشافعیه کبری*، بیروت: دارالمدار الاسلامیه.

طبری، محمد بن جریر (۱۳۶۲). *تاریخ طبری*، ج ۲، ترجمه ابوالقاسم پاینده، تهران: بنیاد فرهنگ ایران.

عمید، حسن (۱۳۸۹). *فرهنگ عمید*، جلد دوم، تهران: راه رشد.

عنصر المعالی، کیکاووس بن اسکندر (۱۳۸۳). *قابوس‌نامه*، تهران: علمی و فرهنگی.

فارابی، ابونصر محمد بن محمد (۱۳۶۴). *احصاء العلوم*، ترجمه حسین خدیو جم، تهران: علمی و فرهنگی.

فخر رازی، محمد بن عمر (۱۳۹۱). *جامع العلوم*، تهران: بنیاد موقوفات دکتر محمود افشار.

فلاح‌نژاد، منصور (۱۳۷۴). «تطور معماری مساجد در ایران»، هنر، ش ۳۰.

قفطی، علی بن یوسف (۱۳۹۸). *تاریخ الحکما*، تهران: انتشارات دانشگاه تهران.

قمی، حسن بن محمد (۱۳۸۵). *تاریخ قم*، قم: کتابخانه حضرت آیت‌الله مرعشی نجفی.

کرامتی، یونس (۱۳۸۵). *دایرة المعارف بزرگ اسلامی*، ج ۱۵، زیر نظر محمدکاظم موسوی بجنوردی، تهران: بنیاد دایرة المعارف بزرگ اسلامی.

کرجی، ابوبکر محمد بن الحسن الحاسب (۱۳۴۵). *استخراج آب‌های پنهانی*، ترجمه حسین خدیو جم، تهران: بنیاد فرهنگ ایران.

مسعودی‌فر، امید (۱۳۹۹). «طبقه‌بندی دانش در ایران دوره اسلامی و انعکاس علوم دقیقه در آن»،

*مدیریت دانش اسلامی*، بهار و تابستان، ۱۷۲-۱۵۲.

معین، محمد (۱۳۸۱). *فرهنگ معین*، ج ۲، ج ۴، تهران: ادنا.

مینوی، مجتبی (۱۳۵۴). *نامه مینوی*، تهران: سنایی.

Lumpkin Beatrice (1998). *Geometry Activities from Many Cultures*, Walch Publishing

