

ارائه مدلی برای انتخاب تأمین‌کننده برتر در فضای استدلال کیفی، یک رویکرد جدید برای تصمیم‌گیری چندشاخصه

علی دهقانی فیل آبادی*

ستادیا، گروه مهندسی، صنایع، دانشگاه سیامنور، تهران، ایران

خلاصه	اطلاعات مقاله
عدم قطعیت، یک ویژگی اساسی در مسائل دنیای واقعی است که اغلب مسائل تصمیم‌گیری را با چالش‌های جدی مواجه می‌کند. بهطور خاص، در مدیریت زنجیره‌تأمین، تصمیم‌گیری برای انتخاب تأمین‌کننده برتر با این شرایط مواجه است، چراکه در این دسته از مسائل، کمبود اطلاعات و عدم وجود دانش کافی، سطوح مختلفی از عدم اطمینان را در شاخص‌ها و گزینه‌های مسأله ایجاد می‌کند که باعث ایجاد مشکلاتی در تحلیل مسأله تصمیم‌گیری می‌شود. در این مقاله یک روش تصمیم‌گیری چندشاخصه در محیط استدلال کیفی ارائه می‌شود که در آن ارزش‌گذاری شاخص‌های مسأله برمبنای سطوح مختلفی از دانش و دقت متخصصان انجام می‌شود و امتیاز گزینه‌ها با استفاده از سنجش یک بردار K بعدی از برچسب‌های کیفی تعیین می‌شود. بدین منظور، ابتدا فضای استدلال کیفی تشریح می‌شود، سپس یک روش پیشنهادی در محیط استدلال کیفی ارائه می‌شود. اعتبار و مزایای روش پیشنهادی نسبت به سایر روش‌ها به‌وسیله دو مثال کاربردی تعیین می‌شود. ابتدا، یک مثال کاربردی برای تأیید روش پیشنهادی ارائه می‌شود و نتایج آن با سایر روش‌ها مقایسه می‌شود، سپس یک مثال کاربردی واقعی برای انتخاب بهترین تأمین‌کننده، مورد تحلیل قرار می‌گیرد، شرایط موجود در مثال کاربردی واقعی به‌گونه‌ای است که با استفاده از روش‌های قبلی قابل حل نیست. نتایج این مطالعه، مزیت استفاده از فضای چند مقیاسی زبانی را نسبت به سایر روش‌های زبانی تبیین می‌کند و همچنین با تحلیل دو مثال کاربردی، اعتبار روش پیشنهادی و مزیت آن نسبت به سایر روش‌ها در فضای استدلال کیفی مورد تأیید قرار می‌گیرد.	<p>تاریخچه مقاله:</p> <p>دریافت ۱۴۰۱/۱۲/۲۲</p> <p>پذیرش ۱۴۰۲/۰۴/۲۵</p> <p>(مقاله پژوهشی)</p> <p>كلمات کلیدی:</p> <p>تصمیم‌گیری چندشاخصه</p> <p>استدلال کیفی</p> <p>زنジره‌تأمین</p> <p>انتخاب تأمین‌کننده</p>

۱. مقدمه

با گسترش علم و دانش و توسعه فناوری، پیچیدگی‌های دنیا واقعی بیشتر از پیش نمایان می‌شود، بررسی مسائل در چنین شرایطی عدم قطعیت عمیقی را نمایان می‌کند که به یک چالش جدی پیش روی مدیران و تصمیم‌گیرندگان تبدیل شده است. عدم قطعیت عمیق دشوارترین موقعیت تصمیم‌گیری است که مدیران با آن مواجه هستند

* نویسنده مسئول: علی دهقانی فیل آبادی
تلفن: ۰۱۷-۲۶۱۲۰۰۱-۰۱، پست الکترونیکی: dehghani@pnu.ac.ir

[۲۳]. به عنوان مثال در یک مقیاس خاص، برچسب‌های کیفی مانند "خوب"، "بد"، "متوسط"، "نمی‌دانم" و یا هر فاصله‌ای از برچسب‌های کیفی در این مقیاس را شامل می‌شود. این روش می‌تواند به خوبی در مسائل MADM برای توصیف شاخص‌ها به کارگیری شود. علی‌رغم وجود مزایای روش QAOM در مقابله با عدم قطعیت موجود در مسائل تصمیم‌گیری، پژوهش‌های کمی در این زمینه انجام شده است. در این راستا اجل^۴ و همکاران (۲۰۱۲)، یک روش برای رتبه‌بندی و انتخاب، با بهره‌گیری از روش نقطه مرجع [۲۴] و براساس تکنیک QAOM [۲۵ را بیینید] برای تصمیم‌گیری چندشاخصه پیشنهاد کردند. آن‌ها یکتابع موقعیت بر روی مجموعه برچسب‌های کیفی در محیط QAOM معرفی کردند به‌طوری‌که، برای هریک از برچسب‌های کیفی یک زوج مرتب به عنوان موقعیت آن برچسب کیفی در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از مفهوم فاصله اقلیدسی، ترجیحات گزینه‌ها مورد محاسبه قرار می‌گیرد [۲۶]. سپس افسرده‌گان و همکاران (۲۰۱۵)، از روش تصمیم‌گیری چندشاخصه در محیط QAOM استفاده کردند، آن‌ها برای مقایسه شاخص‌ها، روش اجل و همکاران (۲۰۱۲) را مورد استفاده قرار دادند و با استفاده از روش تاپسیس کیفی، بهترین مکان را برای ایجاد مزروعه بادی شناسایی کردند [۲۱]. در ادامه، افسرده‌گان و همکاران (۲۰۱۶) نیز، برای انتخاب بهترین گزینه انرژی پایدار از روش تصمیم‌گیری چندشاخصه، در محیط QAOM استفاده کردند. آن‌ها نیز برای مقایسه شاخص‌ها از روش اجل و همکاران (۲۰۱۲) استفاده کردند [۲۷]. با بررسی پژوهش‌های انجام شده مشخص شد تاکنون روش اجل و همکاران (۲۰۱۲)، تنها روش ارائه شده برای استفاده از فضای QAOM در مقایسه شاخص‌ها و تحلیل تصمیم‌گیری چندشاخصه است. به‌طوری‌که در همه این مطالعات، برای هریک از شاخص‌ها یک مقیاس یکسان (سطح عدم قطعیت یکسان) از فضای QAOM در نظر گرفته شده است این بدان معنی است که سطح دانش و اطلاعات تصمیم‌گیرنده برای هریک از شاخص‌ها در تمام گزینه‌ها به‌طور پیش‌فرض یکسان در نظر گرفته شده است. در حالی‌که در دنیای واقعی، مسالی وجود دارد که ممکن است شرایط پیچیده‌تری داشته باشد به‌طوری‌که میزان دانش و اطلاعات تصمیم‌گیرنده در هر شاخص و برای هر گزینه با سایرین متفاوت باشد. این حالتی است که نمی‌توان از روش‌های پیشین برای تحلیل مسئله استفاده کرد. بنابر این، هدف از این مقاله، توسعه روش تصمیم‌گیری چندشاخصه در فضای QAOM است که در آن، سطوح مختلفی از عدم قطعیت موجود در کلیه عناصر ماتریس تصمیم در نظر گرفته می‌شود. در این روش کلاس‌های مختلفی از برچسب‌های کیفی متناسب با اطلاعات و دانش تصمیم‌گیرنده (سطوح مختلف عدم قطعیت) تعریف می‌شود و تابع موقعیت ارائه شده توسط اجل و همکاران (۲۰۱۲) برای شرایط خاص مسئله باز طراحی می‌شود و یک زوج مرتب از اعداد متناظر با هر برچسب کیفی در

انتخاب تأمین کننده‌گان است [۴۵،۶،۷،۸]. به دلیل وجود عدم قطعیت، بیشتر پژوهش‌ها در این زمینه، با رویکردهای مبتنی بر تئوری فازی انجام شده است. پژوهشگران عمدهاً رویکردهای فازی را مورد استفاده، قرار می‌دهند، زیرا هنگام انتخاب یک گزینه با شاخص‌های چندگانه، با عدم قطعیت در ارزش‌گذاری شاخص‌ها مواجه هستند، چراکه اولاً اطلاعات به‌دلیل ماهیت آن‌ها ممکن است کیفی باشند و فقط به صورت اصطلاحات زبانی قابل بیان باشند، ثانیاً، ممکن است اطلاعات کمی، به صورت دقیق بیان نشوند، به‌دلیل اینکه یا در دسترس نیستند یا هزینه محاسبات آن‌ها بسیار زیاد است، بنابراین ممکن است یک "مقدار تقریبی" لحاظ شود. در هر صورت، رویکردهای مبتنی بر تئوری فازی می‌توانند تا حدی این عدم قطعیت را مدیریت کنند. در همین راستا، انواع مختلفی از رویکردهای فازی زبانی در مسئله انتخاب تأمین کننده مورد استفاده قرار گرفته شد. که می‌توان به تئوری اعداد حاکستری [۹]، فازی شهودی [۱۰] فازی تردیدی [۱۱،۱۲]، فازی ۲-tuple نوع ۱ [۱۳،۱۴]، فازی نوع ۲ [۱۵،۱۶،۱۷،۱۸،۱۹] و فازی ۲۰،۲۱ [۲۰،۲۱] اشاره کرد. رویکردهای فازی زبانی امکان‌پذیری، انعطاف‌پذیری و قابلیت اطمینان مدل‌های تصمیم‌گیری را افزایش می‌دهند [۲۲]. اما وقتی فضای تصمیم‌گیری کمی مجهم‌تر می‌شود، ممکن است تصمیم‌گیرنده در قضاوت‌های خود با تردید بیشتری مواجه باشد، این تردید از دو جنبه قابل بررسی است، اول اینکه تصمیم‌گیرنده، در مورد انتخاب یک برچسب زبانی برای توضیح یک شاخص در یک مقیاس خاص، تردید داشته باشد به عنوان مثال، بین برچسب زبانی "متوسط" یا "خوب" از یک مقیاس زبانی پنج تایی (خیلی خوب، خوب، متوسط، بد، خیلی بد) مردد باشد و تمایل داشته باشد یک فاصله از این طیف را انتخاب کند مانند "متوسط تا خوب"، دوم اینکه سطح دانش تصمیم‌گیرنده به‌گونه‌ای باشد که مقیاس خاصی را برای انتخاب برگزیند مثل "مقیاس سه‌تایی یا پنج تایی یا ..." یا اینکه به‌دلیل عدم وجود دانش کافی در یک شاخص خاص، پاسخی مانند "نمی‌دانم" را مدنظر داشته باشد. در این حالت روش‌های فازی با مقیاس‌های زبانی از پیش تعیین شده، کارآمدی خود را از دست خواهند داد. این شرایط، در مورد بعضی از مسائل دنیای واقعی دور از انتظار نخواهد بود، بنابراین لازم است رویکردهای کارآمدتر و انعطاف‌پذیرتری برای مدل کردن مسائل تصمیم‌گیری در این شرایط مورد استفاده قرار گیرد.

یکی از ابزارهای سیستماتیک برای مدل کردن زبان طبیعی، رویکرد استدلال کیفی^۵ (QR) است. QR یکی از زیربخش‌های هوش مصنوعی^۶ (AI) است که تلاش می‌کند دانش افراد را در سطوح مختلفی از دقت توضیح دهد. روش مرتبه بزرگی مطلق کیفی^۷ (QAOM) یکی از روش‌های QR است که توسط دوبویس و پرید^۸ در سال ۱۹۸۰ معرفی شد [۲۲]. این روش قادر است سطوح مختلفی از دقت را مدل‌سازی کند به‌گونه‌ای که، در مقیاس‌های مختلف از برچسب‌های زبانی، سطوح مختلف عدم قطعیت را پوشش می‌دهد

1. Qualitative Reasoning (QR)

2. Artificial intelligent (AI)

3. Qualitative Absolute Orders-of-Magnitude (QAOM)

می‌توان "خیلی کم" B_1 , "کم" B_2 , "متوسط" B_3 , "زیاد" B_4 , "خیلی زیاد" B_5 را در نظر گرفت، حال مجموعه را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [۲۶، ۲۲]:

$$S_n = S_n^* \cup \{[B_i, B_j] \mid B_i, B_j \in S_n^*, i < j\}; \quad (1)$$

$n = 1, 2, 3, \dots$

جایی که برچسب کیفی $[B_i, B_j]$ برابر مجموعه $\{B_i, B_{i+1}, \dots, B_j\}$ است و برچسب کیفی غیر اساسی^۱ نامیده می‌شود. هر برچسب کیفی اساسی B_i را می‌توان به شکل $[B_i, B_i]$ نوشت. با توجه به شکل (۱)، در مجموعه S_n بیشترین اندازه عدم قطعیت مربوط به حالت؟ است که برابر $[B_1, B_n]$ یا معادل "نمی‌دانم" است و در کلاس S_1 قرار دارد، با توجه به رابطه ۱، کلاس‌های مختلفی از برچسب‌های کیفی به ازای $n=1, 2, 3, \dots$ قابل تعریف است هریک از این کلاس‌ها سطوح مختلفی از دقت را مشخص می‌کند [۲۸].

تعریف ۱. اگر $[B_{i_1}, B_{j_1}]$ و $[B_{i_2}, B_{j_2}]$ برچسب‌های کیفی در کلاس S_n باشند، گوییم $[B_{i_1}, B_{j_1}]$ ارجح‌تر از $[B_{i_2}, B_{j_2}]$ است اگر و فقط اگر $i_2 \geq i_1$ و $j_2 \geq j_1$ یعنی [۲۲]:

$$[B_{i_1}, B_{j_1}] \gtrsim [B_{i_2}, B_{j_2}] \Leftrightarrow B_{i_1} \gtrsim B_{i_2} \wedge B_{j_1} \gtrsim B_{j_2} \quad (2)$$

و $B_i \gtrsim B_j$ مستلزم این است که $i \geq j$.

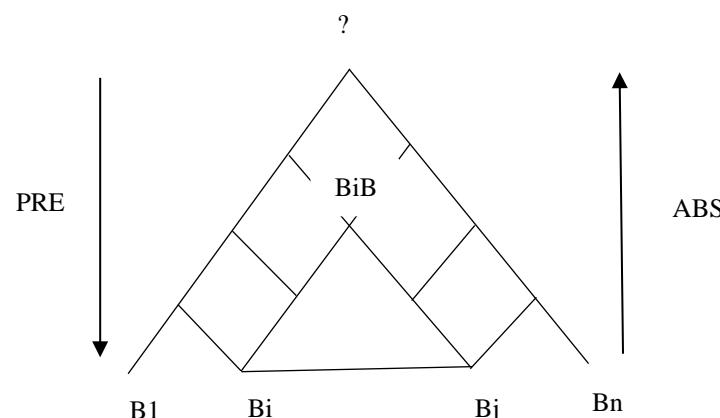
تعریف ۲. رابطه \ll به عنوان نرمالیزه کننده برچسب‌های کیفی در کلاس S_n را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [۲۲]:

$$\mu: S_n \rightarrow [0, 1]$$

$$\mu([B_i, B_j]) = \sum_{k=i}^j \mu(B_k), \quad \sum_{B_i \in S_n^*} \mu(B_i) = 1 \quad (3)$$

تعریف ۳.تابع موقعیت برچسب کیفی $[B_i, B_j] = Q$ در کلاس S_n به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۶]:

$$\begin{aligned} l: S_n &\rightarrow Z^2 \\ l(Q) &= l([B_i, B_j]) \\ &= \left(-\sum_{s=1}^{i-1} \mu(B_s), \sum_{s=j+1}^n \mu(B_s) \right) \\ &= (l_1(Q), l_2(Q)); \end{aligned} \quad (4)$$



شکل (۱). توضیح مجموعه S_n (روسلو و همکاران، ۲۰۱۴)

کلاس‌های مختلف تعیین می‌شود و براساس آن بردارهای K بعدی از برچسب‌های کیفی به بردارهای K بعدی متناظر از زوج مرتب‌ها تبدیل می‌شوند سپس با استفاده از مفهوم فاصله اقلیدسی، مقایسه شاخص‌ها انجام می‌شود و درنهایت یک روش تصمیم‌گیری چندشاخصه برای رتبه‌بندی گرینه‌ها ارائه می‌شود. علاوه بر آن، برای تعیین وزن شاخص‌ها روش آنتروپی در محیط QAOM طراحی می‌شود. در ادامه، برای اثبات صحت عملکرد روش پیشنهادی، ابتدا یک مثال کاربردی در مورد انتخاب تأمین‌کنندگان با روش پیشنهادی تحلیل می‌شود و نتایج حاصل با نتایج تحقیق اصلی مقایسه می‌شوند و برای تبیین مزیت روش پیشنهادی نسبت به روش‌های پیشین، یک مثال واقعی برای انتخاب بهترین تأمین‌کننده در یک شرکت نوآور جوان ارائه می‌شود. شرایط این مسئله به گونه‌ای است که سطوح مختلفی از عدم قطعیت در عناصر ماتریس تصمیم وجود دارد. این حالتی است که با استفاده از روش‌های پیشین قابلیت تحلیل ندارد.

در ادامه این مقاله، در بخش ۲، متدولوژی پژوهش شامل مفاهیم و تعاریف روش QAOM تشریح می‌شوند، در بخش ۳ روش تصمیم‌گیری چندشاخصه در فضای QAOM طی گام‌های متعدد ارائه می‌شود، سپس، مثال‌های کاربردی شامل مثال کاربردی ۱ و مثال کاربردی ۲ در بخش ۳ تحلیل می‌شود و در بخش ۴ به ارائه نتیجه‌گیری و پیشنهادها پرداخته می‌شود.

۲. متدولوژی پژوهش

در این بخش، مفاهیم مورد نیاز در مورد QAOM برای کاربرد در روش تصمیم‌گیری چندشاخصه مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرض کنید $S_n^* = \{B_1, B_2, B_3, \dots, B_n\}$ یک مجموعه (مقیاس) از برچسب‌های کیفی باشد در این مجموعه، B_i ها بر چسب‌های کیفی $B_1 < B_2 < B_3 < \dots < B_n$ اساسی^۱ نامیده می‌شوند و به صورت $n=7$ از اعداد حقیقی تعریف می‌شود که در آن $B_i = [a_i, a_{i+1}]$ به عنوان مثال برای $i = 1, 2, 3, \dots, n$ می‌شوند.

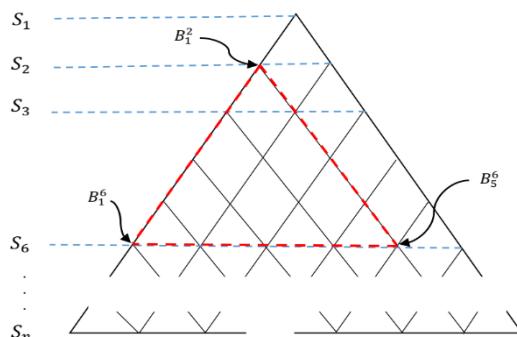
$\Phi: \mathbb{E} \rightarrow S_m$

$$\begin{aligned}\Phi(E_k) &= [B_{l^k}^{i_k}, B_{u^k}^{i_k}] \simeq [B_{l^k}^m, B_{u^k+m-j}^m] \\ &= [B_{l^m}^m, B_{u^m}^m] \in S_m\end{aligned}\quad (8)$$

با استفاده از تعریف ۷ می‌توان هر برچسب کیفی در هر کلاس S_i را به معادل آن در کلاس S_m منتقل کرد، به طوری که دارای ارزش‌های یکسان باشد، این موضوع در شکل (۳) مشخص شده است. به عنوان

مثال، فرض کنید $S_2 \in \mathbb{E}_1$ ، با توجه به تعریف ۷ داریم:

$[B_1^2] = [B_1^2, B_1^2] \simeq [B_1^6, B_5^6] \in S_6$
همان‌گونه که در شکل (۳) مشخص است با استفاده از این تعریف می‌توان مقیاس‌های مختلف از برچسب‌های کیفی را به صورت یک مقیاس مشترک ارزش‌گذاری کرد.



شکل (۳). موقعیت برچسب‌های کیفی در مقیاس‌های مختلف

تعریف ۸. فرض کنیم \mathbb{E}_1 و \mathbb{E}_2 دو بردار K بعدی از برچسب‌های کیفی باشند که در تعریف ۷ مشخص شدند، با تعمیر رابطه ۴ برای بردار K بعدی از \mathbb{E}_1 از برچسب‌های کیفی داریم:

$$\begin{aligned}L(\mathbb{E}_1) &= L(E_1^1, E_2^1, \dots, E_K^1) \\ &= L([B_{l^{11}}^{i_{11}}, B_{u^{11}}^{i_{11}}], [B_{l^{12}}^{i_{12}}, B_{u^{12}}^{i_{12}}], \dots, [B_{l^{1K}}^{i_{1K}}, B_{u^{1K}}^{i_{1K}}]) \\ &= \left(-\sum_{s=1}^{l^{11}-1} \mu(B_{l^{11}}^{i_{11}}), \sum_{s=u^{11}+1}^{i_{11}} \mu(B_{u^{11}}^{i_{11}}), \right. \\ &\quad \left. -\sum_{s=1}^{l^{12}-1} \mu(B_{l^{12}}^{i_{12}}), \sum_{s=u^{12}+1}^{i_{12}} \mu(B_{u^{12}}^{i_{12}}), \dots, -\sum_{s=1}^{l^{1K}-1} \mu(B_{l^{1K}}^{i_{1K}}), \sum_{s=u^{1K}+1}^{i_{1K}} \mu(B_{u^{1K}}^{i_{1K}}) \right) \\ &= (X_1, X_2, X_3, \dots, X_{2K}) = X\end{aligned}\quad (9)$$

و برای \mathbb{E}_2 داریم:

$$\begin{aligned}L(\mathbb{E}_2) &= L(E_1^2, E_2^2, \dots, E_K^2) = L([B_{l^{21}}^{i_{21}}, B_{u^{21}}^{i_{21}}], [B_{l^{22}}^{i_{22}}, B_{u^{22}}^{i_{22}}], \dots, [B_{l^{2K}}^{i_{2K}}, B_{u^{2K}}^{i_{2K}}]) \\ &= \left(-\sum_{s=1}^{l^{21}-1} \mu(B_{l^{21}}^{i_{21}}), \sum_{s=u^{21}+1}^{i_{21}} \mu(B_{u^{21}}^{i_{21}}), \right. \\ &\quad \left. -\sum_{s=1}^{l^{22}-1} \mu(B_{l^{22}}^{i_{22}}), \sum_{s=u^{22}+1}^{i_{22}} \mu(B_{u^{22}}^{i_{22}}), \dots, -\sum_{s=1}^{l^{2K}-1} \mu(B_{l^{2K}}^{i_{2K}}), \sum_{s=u^{2K}+1}^{i_{2K}} \mu(B_{u^{2K}}^{i_{2K}}) \right) \\ &= (Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_{2K}) = Y\end{aligned}\quad (10)$$

بنابراین، فاصله اقلیدسی \mathbb{E}_1 و \mathbb{E}_2 به صورت زیر تعریف می‌شود

.۲۶]

$$\begin{aligned}d(\mathbb{E}_1, \mathbb{E}_2) &= \|L(\mathbb{E}_2) - L(\mathbb{E}_1)\| \\ &= \left\| [B_{l^{11}}^{i_{11}}, B_{u^{11}}^{i_{11}}], [B_{l^{12}}^{i_{12}}, B_{u^{12}}^{i_{12}}], \dots, [B_{l^{1K}}^{i_{1K}}, B_{u^{1K}}^{i_{1K}}], \right. \\ &\quad \left. [B_{l^{21}}^{i_{21}}, B_{u^{21}}^{i_{21}}], [B_{l^{22}}^{i_{22}}, B_{u^{22}}^{i_{22}}], \dots, [B_{l^{2K}}^{i_{2K}}, B_{u^{2K}}^{i_{2K}}] \right\| \\ &= d(X, Y) = \left[\sum_{k=1}^{2K} (X_k - Y_k)^2 \right]^{1/2}\end{aligned}\quad (11)$$

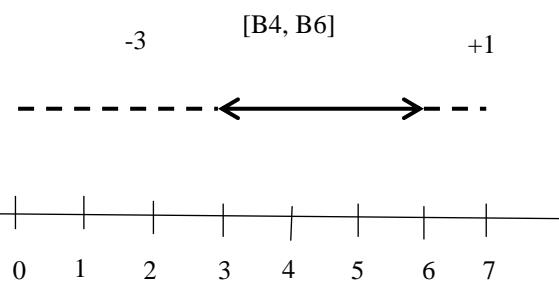
تعریف ۹. اگر $\mathbb{E}^* = \{B_{n_1}^i, B_{n_2}^i, \dots, B_{n_K}^i\}$ یک بردار K بعدی از برچسب‌های کیفی باشد، \mathbb{E}^* یک بردار ایده‌آل K بعدی از کلاس S_i در نظر گرفته می‌شود و برای هر بردار K بعدی از \mathbb{E}_1 و \mathbb{E}_2 داریم .۲۶]

به عنوان مثال، برای تعیین موقعیت برچسب کیفی

: $[B_4, B_6] \in S_7$

$$\begin{aligned}l(Q) &= l([B_4, B_6]) = \left(-\sum_{s=1}^3 \mu(B_s), \sum_{s=7}^7 \mu(B_s) \right) \\ &= (-1 - 1 - 1, 1) = (-3, 1);\end{aligned}$$

که موقعیت برچسب کیفی $Q \in S_7$ در شکل (۲) قابل مشاهده است.



شکل (۲). تابع موقعیت $Q = [B_4, B_6]$ در کلاس S_7

تعریف ۴. اگر $Q = [B_l^i, B_u^i]$ یک برچسب کیفی باشد، آنگاه $[B_l^i, B_u^i]$ یک برچسب کیفی در کلاس S_i می‌باشد به طوری که شامل همه برچسب‌های کیفی در بازه شمارنده $[l, u]$ است.

$$Q = [B_l^i, B_u^i] = \{B_l^i, B_{l+1}^i, \dots, B_u^i\} \quad (5)$$

تعریف ۵. اگر $Q = [B_l^i, B_u^i]$ یک برچسب کیفی در S_i باشد، معکوس(قرینه) Q را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned}Q^{-1} &= [B_l^i, B_u^i]^{-1} = [B_{(i+1)-u}^i, B_{(i+1)-l}^i]; i \\ &= 1, 2, 3, \dots, n\end{aligned}\quad (6)$$

جایی که Q^{-1} معکوس Q است، به عنوان مثال، اگر $i = 7$ باشد:

$$[B_1]^{-1} = [B_1, B_1]^{-1} = [B_{(7+1)-1}, B_{(7+1)-1}] = [B_7]$$

$$[B_5]^{-1} = [B_5, B_5]^{-1} = [B_{(7+1)-5}, B_{(7+1)-5}] = [B_3]$$

$$[B_5, B_7]^{-1} = [B_{(7+1)-7}, B_{(7+1)-5}] = [B_1, B_3]$$

$$[B_1, B_7]^{-1} = [B_{(7+1)-7}, B_{(7+1)-1}] = [B_1, B_7]$$

تعریف ۶. اگر $K = \{Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_K\}$ یک برچسب کیفی در S_i باشد $\{Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_K\}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود

: .۲۹۳۰.]

$$H(Q_k) = -\mu(Q_k) \cdot \log (\mu(Q_k));$$

$$\begin{aligned}H(Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_K) &= -\sum_{k=1}^K \mu(Q_k) \cdot \log (\mu(Q_k))\end{aligned}\quad (7)$$

تعریف ۷. اگر $\mathbb{E} = \{E_1, E_2, \dots, E_K\}$ یک بردار K بعدی از برچسب‌های کیفی باشد که هر E_k یک برچسب کیفی در کلاس S_{i_k} باشد به طوری که

$$\{E_k = [B_{l^k}^i, B_{u^k}^i]; E_k \in S_{i_k}, 1 \leq l^k \leq u^k \leq i_k, k = 1, 2, \dots, K, i_k = 1, 2, \dots, n\}$$

فرض کنیم m_j ماکزیمم مقدار برای i_k از کلاس‌های برچسب‌های $m_j = \max \{i_k; i_k = 1, 2, 3, \dots, n; E_k \in S_{i_k}\}$ کیفی موجود در مجموعه K باشد به طوری که

انتقال دهنده هر برچسب کیفی به کلاس S_m است و داریم:

روش‌های معمول فازی نیز امکان‌پذیر است. اما مقایسه بردارهای موجود در مجموعه‌های دوم و سوم تنها با استفاده از روش QAOM امکان‌پذیر است. در مجموعه اول عناصر هر بردار دارای کلاس‌های متفاوتی است اما عناصر متناظر در بردارهای مختلف دارای کلاس‌های یکسان است. نتایج حاصل، یکسان بودن رتبه‌بندی روش اجل و همکاران (۲۰۱۲) با روش پیشنهادی را نشان می‌دهد. اما در مجموعه سوم، عناصر هر بردار و عناصر متناظر در سایر بردارها دارای کلاس‌های متفاوتی است که در این حالت تنها با استفاده از روش پیشنهادی می‌توان بردارها را مورد مقایسه قرار داد.

۱) $\mathbb{E}_1 > \mathbb{E}_2 \Leftrightarrow d(\mathbb{E}_1, \mathbb{E}^*) > d(\mathbb{E}_2, \mathbb{E}^*)$
 ۲) $\mathbb{E}_1 \sim \mathbb{E}_2 \Leftrightarrow d(\mathbb{E}_1, \mathbb{E}^*) = d(\mathbb{E}_2, \mathbb{E}^*)$

که در آن $>$ و \sim به ترتیب ارجحیت بیشتر و همازی است.
 به عنوان مثال، اگر $\{\mathbb{B}_7^7, \mathbb{B}_7^7, \mathbb{B}_7^7, \mathbb{B}_7^7\}$ یک بردار \mathbb{E}^* بعدی از برچسب‌های کیفی در کلاس S_7 باشد، سه مجموعه بردار از برچسب‌های کیفی در کلاس S_7 را در نظر بگیرید که در جدول (۱) آمده است. با توجه به داده‌های موجود در جدول (۱)، مجموعه اول شامل بردارهایی از برچسب‌های کیفی اساسی و همگی در کلاس S_7 است واضح است که مقایسه بردارها، علاوه بر روش QAOM از

جدول (۱). مقایسه بردارهایی از سطوح مختلف عدم قطعیت

مجموعه بردارها	مقایسه بردارها در روش اجل و همکاران (۲۰۱۲) مقایسه بردارها در روش روش پیشنهادی
مجموعه اول	$d(\mathbb{E}_1, \mathbb{E}^*) = 16.55$
	$\mathbb{E}_1 > \mathbb{E}_3 > \mathbb{E}_2 \quad d(\mathbb{E}_2, \mathbb{E}^*) = 9.59$
	$d(\mathbb{E}_3, \mathbb{E}^*) = 11.83$
مجموعه دوم	$d(\mathbb{E}_1, \mathbb{E}^*) = 9.11$
	$\mathbb{E}_1 > \mathbb{E}_2 > \mathbb{E}_3 \quad d(\mathbb{E}_2, \mathbb{E}^*) = 9.06$
	$d(\mathbb{E}_3, \mathbb{E}^*) = 8.72$
مجموعه سوم	$d(\mathbb{E}_1, \mathbb{E}^*) = 11.09$
	$\mathbb{E}_3 > \mathbb{E}_1 > \mathbb{E}_2 \quad d(\mathbb{E}_2, \mathbb{E}^*) = 10.82$
	$d(\mathbb{E}_3, \mathbb{E}^*) = 12.24$

فوق، روش پیشنهادی برای مسئله تصمیم‌گیری چندشاخصه، طی گام‌های زیر ارائه می‌شود.

گام اول: تشکیل ماتریس تصمیم با کلاس مشترک

در این گام، ابتدا، در بین عناصر ماتریس تصمیم $D = [Q_{tk}^{i_{tk}}]_{T \times K}$ کلاس برچسب کیفی با بالاترین رده کلاس را جستجو می‌کنیم سپس با استفاده از تعریف ۷، سایر برچسب‌های کیفی را به این رده کلاس منتقل می‌کنیم. فرض کنیم m ماکریم رده کلاس‌های برچسب‌های $p \in \{1, 2, \dots, K\}$ که $i_{pq} = m$ ، که $Q_{tk}^{i_{pq}} = Q_{tk}^m \in S_m$ در این T قرار می‌دهیم، در این صورت همه برچسب‌های کیفی در ماتریس تصمیم در کلاس S_m قرار D_m می‌گیرند. بنابراین، ماتریس تصمیم با کلاس مشترک $[Q_{tk}^m]_{T \times K}$ تشکیل می‌شود.

گام دوم: تعیین وزن شاخص‌ها با استفاده از روش آنتروپی در فضای **QAOM**

برای تعیین وزن شاخص‌ها از مفهوم آنتروپی در فضای QAOM استفاده می‌شود برای این منظور فرض کنید Q_{tk} ارزش k امین شاخص از t امین گزینه باشد، با استفاده از تعریف ۶ و مفهوم آنتروپی شanon: داریم:

$$H(Q_k) = -\frac{1}{\ln(T)} \sum_{t=1}^T \ln(\mu(Q_{tk})) \cdot \mu(Q_{tk}) \quad (12)$$

میزان عدم اطمینان یا درجه انحراف به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$d_k = 1 - H(Q_k) \quad (13)$$

و درنهایت وزن شاخص Q_k بدین صورت محاسبه می‌شود.

۳. تصمیم‌گیری چندشاخصه در فضای QAOM

در این بخش، مراحل روش تصمیم‌گیری چندشاخصه در فضای QAOM تشریح می‌گردد. یک مسئله تصمیم‌گیری با K شاخص C_1, C_2, \dots, C_K ، T گزینه A_1, A_2, \dots, A_T و بردار اوزان شاخص‌های $W = \{W_1, W_2, \dots, W_K\}$ را در نظر بگیرید، فرض کنید $Q_{tk}^{i_{tk}}$ یک برچسب کیفی برای تعیین ارزش k امین شاخص از t امین گزینه باشد که براساس نظر تصمیم‌گیرنده از کلاس $S_{i_{tk}}$ انتخاب شده است. این بدان معنی است که هریک از عناصر ماتریس تصمیم می‌توانند از یک کلاس مجزا انتخاب شوند. موضوعی که به عنوان یک محدودیت در روش آجل و همکاران (۲۰۱۲) مشهود است، و باعث پوشش عدم قطعیت موجود در نظرهای تصمیم‌گیرنده‌گان در هر سطحی از دقت و داشت می‌شود. بنابراین، ماتریس تصمیم حاصل، به شکل زیر تشکیل می‌شود.

$$D = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & \dots & C_K \\ A_1 & Q_{11}^{i_{11}} & Q_{12}^{i_{12}} & \dots & Q_{1K}^{i_{1K}} \\ A_2 & Q_{21}^{i_{21}} & Q_{22}^{i_{22}} & \dots & Q_{2K}^{i_{2K}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_s & Q_{s1}^{i_{s1}} & Q_{s2}^{i_{s2}} & \dots & Q_{sK}^{i_{sK}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_T & Q_{T1}^{i_{T1}} & Q_{T2}^{i_{T2}} & \dots & Q_{TK}^{i_{TK}} \end{bmatrix},$$

جایی که $i_{tk} \in \{1, 2, \dots, n\}$ و $k = 1, 2, \dots, K$ ، $t = 1, 2, \dots, s, \dots, T$. $Q_{tk}^{i_{tk}}$ یک برچسب کیفی برای تعیین ارزش k امین شاخص از t امین گزینه است و براساس نظر تصمیم‌گیرنده (سطح داشت تصمیم‌گیرنده) از یک کلاس مجزا برای k امین شاخص از t امین گزینه تعیین شده است. بنابراین با توجه به اطلاعات $S_{i_{tk}}$ در نظر گرفته شده است.

پس از تحلیل مسئله و انجام گام‌های متوالی روش پیشنهادی، نتایج حاصل با روش اجل و همکاران (۲۰۱۲) مقایسه می‌شوند. پس از تأیید صحت عملکرد روش پیشنهادی، یک مثال واقعی برای انتخاب بهترین تأمین‌کننده مطرح می‌شود. ساختار داده‌ها در این مثال به‌گونه‌ای است که از کلاس‌های متفاوت برای ارزش‌گذاری هر شاخص در هر گزینه استفاده شده است، این موضوع به‌دلیل تفاوت دانش و اطلاعات تصمیم‌گیرنده در هر شاخص از ماتریس تصمیم است.

۱-۴. مثال کاربردی ۱

در این بخش مثال کاربردی اجل و همکاران (۲۰۱۲) به عنوان مثال کاربردی ۱ در نظر گرفته شده است، در این مثال پژوهه احداث خط جدید مترو شهر بارسلونا با دو گزینه مطرح شد. گزینه اول (A_1)، ساخت تونل به قطر ۱۲ متر با ایستگاه‌های داخلی، و گزینه دوم (A_2)، ساخت تونل ۹ متری با ایستگاه‌های بالاتر از سطح زمین در نظر گرفته شد. برای این مسئله با هشت شاخص مواجه هستیم: C_1 : هزینه ساخت و ساز، C_2 : راحتی ایستگاه‌ها، C_3 : راحتی ورودی و خروج، C_4 : ظرفیت تخلیه، C_5 : مقاومت در برابر آتش‌سوزی، C_6 : اثرات تهدیدی کارگاه، C_7 : پسمندی‌های تولید شده و C_8 : مزاحمت برای همسایگان. این شاخص‌هایی است که توسط تیم مهندسی جمع‌آوری شده است و کارشناس تصمیم‌گیرنده، توضیحات زبانی برای شاخص‌ها را به صورت برچسب‌های کیفی در مقیاس‌های مختلف ارائه داده است، اما برای هر شاخص از یک مقیاس مشترک استفاده شده است. که در جدول (۲) قابل مشاهده است. در این مثال،

$$w = (0.3, 0.187, 0.112, 0.066, 0.066, 0.066, 0.133)$$

بردار اوزان برای شاخص‌ها با استفاده از روش AHP محاسبه شده است (اجل و همکاران، ۲۰۱۲ را بینید).

در این مثال ارزش شاخص‌های C_1 , C_2 و C_5 از کلاس ۵، شاخص‌های C_3 , C_4 , C_7 و C_8 از کلاس ۴ و شاخص C_6 از کلاس ۶ در نظر گرفته شده است. حال با توجه به اطلاعات موجود، روش پیشنهادی برای تحلیل این مثال طی گام‌های زیر انجام می‌شود.

گام اول: تشکیل ماتریس تصمیم با کلاس مشترک. با توجه به جدول (۲)، برچسب کیفی با بالاترین رده کلاس، در کلاس ۶ وجود دارد بنابراین $m = 6$ ، حال با استفاده از رابطه (۸) ماتریس تصمیم با کلاس مشترک D_m مطابق جدول (۳) تشکیل می‌شود و با استفاده از رابطه (۴) ماتریس تصمیم موقعیت هریک از برچسب‌های کیفی محاسبه می‌شود که در جدول (۴) قابل مشاهده است.

گام دوم: تعیین وزن شاخص‌ها. در این مثال وزن شاخص‌ها به صورت $w = (0.3, 0.187, 0.112, 0.066, 0.066, 0.066, 0.133)$ در نظر گرفته شد.

گام سوم: تعیین راه حل‌های ایده‌آل و ضد ایده‌آل. در این گام، بردار ایده‌آل به صورت بردار هشت عنصری ($A^+ = (B_6^6, B_6^6, \dots, B_6^6)$) و بردار ضد ایده‌آل به صورت بردار هشت عنصری ($A^- = (B_1^6, B_1^6, \dots, B_1^6)$) مشخص می‌شوند.

$$w_k = \frac{d_k}{\sum_{k=1}^K d_k}; \sum_{k=1}^K w_k = 1 \quad (14)$$

گام سوم: تعیین راه حل‌های ایده‌آل و ضد ایده‌آل بردار K بعدی ایده‌آل به صورت $\{B_{m_j}^m, B_{m_j}^m, \dots, B_{m_j}^m\}$ و بردار K بعدی ضد ایده‌آل به صورت $\{B_1^m, B_1^m, \dots, B_1^m\}$ مشخص می‌شوند.

گام چهارم: محاسبه فاصله وزنی گزینه‌ها از راه حل‌های ایده‌آل و ضد ایده‌آل

با استفاده از روابط (۹)، (۱۰) و (۱۱)، فاصله وزنی گزینه‌ها از راه حل‌های ایده‌آل و ضد ایده‌آل به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} d_w(A_t, A^+) &= d_w(\{Q_{t1}^m, Q_{t2}^m, \dots, Q_{tk}^m\}, \{B_{m_j}^m, B_{m_j}^m, \dots, B_{m_j}^m\}) \\ &= d_w(X_t, Y^+) \\ &= \left[\sum_{k=1}^K w_k \sum_{r=2k-1}^{2k} (X_{tr} - Y_r^+)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن:

$$X_t = L(A_t) = \left\{ 0, \sum_{s=u^{t1}+1}^m \mu(Q_{t1}^m), 0, \sum_{s=u^{t2}+1}^m \mu(Q_{t2}^m), \dots, 0, \sum_{s=u^{tk}+1}^m \mu(Q_{tk}^m) \right\}$$

$$Y^+ = L(A^+) = \{-(m-1), 0, -(m-1), 0, \dots, -(m-1), 0, \}$$

جایی که $d_w(A_t, A^+)$ فاصله وزنی گزینه t از راه حل ایده‌آل است.

$$\begin{aligned} d_w(A_t, A^-) &= d_w(\{Q_{t1}^m, Q_{t2}^m, \dots, Q_{tk}^m\}, \{B_1^m, B_1^m, \dots, B_1^m\}) \\ &= d_w(X_t, Y^-) = \left[\sum_{k=1}^K w_k \sum_{r=2k-1}^{2k} (X_{tr} - Y_r^-)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (16)$$

$Y^- = L(A^-) = \{0, (m-1), 0, (m-1), \dots, 0, (m-1)\}$ در آن جایی که $d_w(A_t, A^-)$ فاصله وزنی گزینه t از راه حل ضد ایده‌آل است.

گام پنجم: محاسبه ضریب نزدیکی نسبی در این گام با استفاده از رابطه زیر ضریب نزدیکی نسبی گزینه‌ها محاسبه می‌شوند.

$$CC_t = \frac{d_w(A_t, A^-)}{d_w(A_t, A^+) + d_w(A_t, A^-)} \quad (17)$$

گام ششم: رتبه‌بندی گزینه‌ها بر اساس ضریب نزدیکی نسبی به عنوان مثال، دو مجموعه از داده‌ای مریوط به مطالعه افسرددگان و همکاران (۲۰۱۵) و افسرددگان و همکاران (۲۰۱۵).

۴. مثال‌های کاربردی

در این بخش، برای تأیید صحت عملکرد روش پیشنهادی، یک مثال کاربردی ارائه شده به وسیله اجل و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از روش پیشنهادی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در این مثال، به‌دلیل وجود محدودیت روش اجل و همکاران (۲۰۱۲)، کلاس‌های یکسانی برای ارزش‌گذاری هر شاخص در گزینه‌های مختلف در نظر گرفته شده است.

$$\begin{aligned} d_w(A_1, A^-) &= d_w(\{Q_{t1}^6, Q_{t2}^6, \dots, Q_{tK}^6\}, \{B_1^6, B_1^6, \dots, B_1^6\}) \\ &= \left[\sum_{k=1}^8 w_k \sum_{r=2k-1}^{2k} (X_{1r} - Y_r^-)^2 \right]^{1/2} \\ &= [0.3(-2-0)^2 + 0.3(1-5)^2 \\ &\quad + 0.187(-2-0)^2 + 0.187(2-5)^2 \\ &\quad + 0.112(-1-0)^2 + 0.112(1-5)^2 \\ &\quad + 0.066(-2-0)^2 + 0.066(1-5)^2 \\ &\quad + 0.066(-2-0)^2 + 0.066(2-5)^2 \\ &\quad + 0.066(-1-0)^2 + 0.066(3-5)^2 \\ &\quad + 0.066(-2-0)^2 + 0.066(1-5)^2 \\ &\quad + 0.133(0-0)^2 \\ &\quad + 0.133(2-5)^2]^{1/2} = 4.63 \end{aligned}$$

گام پنجم: محاسبه ضریب نزدیکی نسبی. در این گام با استفاده از رابطه ۱۷ ضریب نزدیکی نسبی گزینه‌ها محاسبه می‌شوند، که در جدول (۵) قابل مشاهده است.

گام ششم: رتبه‌بندی گزینه‌ها براساس ضریب نزدیکی نسبی. با توجه به نتایج حاصل در جدول (۶)، و مقایسه نتایج حاصل در جدول (۶) ملاحظه می‌شود در هر دو روش رتبه‌بندی گزینه‌ها به صورت $A_1 > A_2$ می‌باشد.

گام چهارم: محاسبه فاصله وزنی گزینه‌ها از راه حل‌های ایده‌آل و ضد ایده‌آل. در این گام، با استفاده از روابط (۹)، (۱۰) و (۱۱) فاصله وزنی بردارهای هشت بعدی گزینه‌ها از راه حل‌های ایده‌آل و ضد ایده‌آل محاسبه می‌شوند که نتایج حاصل در جدول (۵) آمده است، به عنوان مثال:

$$\begin{aligned} d_w(A_1, A^+) &= d_w((Q_{11}^6, Q_{12}^6, \dots, Q_{17}^6), (B_6^6, B_6^6, \dots, B_6^6)) \\ &= d_w(X_1, Y^+) \\ &= \left[\sum_{k=1}^8 w_k \sum_{r=2k-1}^{2k} (X_{1r} - Y_r^+)^2 \right]^{1/2} \\ &= [0.3(-2+5)^2 + 0.3(1-0)^2 \\ &\quad + 0.187(-2+5)^2 + 0.187(2-0)^2 \\ &\quad + 0.112(-1+5)^2 + 0.112(1-0)^2 \\ &\quad + 0.066(-2+5)^2 + 0.066(1-0)^2 \\ &\quad + 0.066(-2+5)^2 + 0.066(2-0)^2 \\ &\quad + 0.066(-1+5)^2 + 0.066(3-0)^2 \\ &\quad + 0.066(-2+5)^2 + 0.066(1-0)^2 \\ &\quad + 0.133(0+5)^2 \\ &\quad + 0.133(2-0)^2]^{1/2} = 3.87 \end{aligned}$$

۹

جدول (۲). ماتریس تصمیم براساس نظر تصمیم‌گیرنده در مثال کاربردی ۱

شاخص‌ها								گزینه‌ها
C_8	C_7	C_6	C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
$[B_1^4, B_2^4]$	B_3^4	$[B_2^6, B_3^6]$	B_3^5	B_3^4	$[B_2^4, B_3^4]$	B_3^5	B_4^5	A_1
$[B_1^4, B_2^4]$	$[B_2^4, B_3^4]$	$[B_3^6, B_4^6]$	B_1^5	B_3^4	B_3^4	B_4^5	$[B_1^5, B_2^5]$	A_2

جدول (۳). ماتریس تصمیم با کلاس مشترک در مثال کاربردی ۱

شاخص‌ها								گزینه‌ها
C_8	C_7	C_6	C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
$[B_1^6, B_4^6]$	$[B_3^6, B_5^6]$	$[B_2^6, B_3^6]$	$[B_3^6, B_4^6]$	$[B_3^6, B_5^6]$	$[B_2^6, B_5^6]$	$[B_3^6, B_4^6]$	$[B_4^6, B_5^6]$	A_1
$[B_1^6, B_4^6]$	$[B_2^6, B_5^6]$	$[B_3^6, B_4^6]$	$[B_1^6, B_2^6]$	$[B_3^6, B_5^6]$	$[B_3^6, B_5^6]$	$[B_4^6, B_5^6]$	$[B_1^6, B_3^6]$	A_2

جدول (۴). ماتریس تصمیم موقعیت برچسب‌های کیفی در مثال کاربردی ۱

شاخص‌ها								گزینه‌ها
C_8	C_7	C_6	C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
(0,2)	(-2,1)	(-1,3)	(-2,2)	(-2,1)	(-1,1)	(-2,2)	(-3,1)	A_1
(0,2)	(-1,1)	(-2,2)	(0,4)	(-2,1)	(-2,1)	(-2,1)	(0,3)	A_2

جدول (۵). فاصله گزینه‌ها از راه حل‌های ایده‌آل و ضد ایده‌آل و ضریب نزدیکی نسبی گزینه‌ها در مثال کاربردی ۱

ضریب نزدیکی نسبی	فاصله از ضد ایده‌آل	فاصله از ایده‌آل	گزینه‌ها
۰/۵۰۳	۳/۹۲	۳/۸۷	A_1
۰/۴۳۵	۳/۵۶	۴/۶۳	A_2

جدول (۶). مقایسه نتایج حاصل از روش پیشنهادی و روش اجل و همکاران (۲۰۱۲)

روتبه‌بندی نهایی	مقیاس نهایی مقایسه گزینه A_2	مقیاس نهایی مقایسه گزینه A_1	مقایسه روش‌ها
$A_1 > A_2$	۰/۴۳۵	۰/۵۰۳	روش اجل و همکاران (۲۰۱۲)
$A_1 > A_2$	۳/۵۶	۴/۶۳	روش پیشنهادی

مقدار نرماییزه شده عناصر ماتریس تصمیم محاسبه می‌شود سپس با استفاده از تعریف^۴، وزن شاخص‌ها به دست می‌آید، که در جدول (۱۰) قابل مشاهده است.

گام سوم: تعیین راه حل‌های ایده‌آل و ضد ایده‌آل. در این گام، بردار ایده‌آل به صورت $\{B_7^7, B_7^7, \dots, B_7^7\} = A^+$ و بردار ضد ایده‌آل به صورت $\{B_1^7, B_1^7, \dots, B_1^7\} = A^-$ مشخص می‌شوند.

گام چهارم: محاسبه فاصله وزنی گزینه‌ها از راه حل‌های ایده‌آل و ضد ایده‌آل. در این گام، با استفاده از روابط^(۹) و^(۱۰)، فاصله وزنی بردارهای^۷ بعدی هر گزینه از راه حل‌های ایده‌آل و ضد ایده‌آل محاسبه می‌شوند که نتایج حاصل در جدول (۱۱) آمده است، به عنوان مثال:

$$\begin{aligned} d_w(A_1, A^+) &= d_w(\{Q_{11}^7, Q_{12}^7, \dots, Q_{17}^7\}, \{B_7^7, B_7^7, \dots, B_7^7\}) \\ &= d_w(X_1, Y^+) \\ &= \left[\sum_{k=1}^K w_k \sum_{r=2k-1}^{2k} (X_{1r} - Y_r^+)^2 \right]^{1/2} \\ &= [0.124(-2 + 6)^2 + 0.124(1 - 0)^2 \\ &\quad + 0.024(0 + 6)^2 + 0.024(1 - 0)^2 \\ &\quad + 0.054(-2 + 6)^2 + 0.054(2 - 0)^2 \\ &\quad + 0.133(-3 + 6)^2 + 0.133(0 - 0)^2 \\ &\quad + 0.016(0 + 6)^2 + 0.016(0 - 0)^2 \\ &\quad + 0.276(-4 + 6)^2 + 0.276(1 - 0)^2 \\ &\quad + 0.372(-3 + 6)^2 \\ &\quad + 0.372(2 - 0)^2]^{\frac{1}{2}} = 3.476 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d_w(A_1, A^-) &= d_w(\{Q_{t1}^m, Q_{t2}^m, \dots, Q_{tK}^m\}, \{B_1^m, B_1^m, \dots, B_1^m\}) \\ &= \left[\sum_{k=1}^K w_k \sum_{r=2k-1}^{2k} (X_{1r} - Y_r^-)^2 \right]^{1/2} \\ &= [0.124(-2 - 0)^2 + 0.124(1 - 6)^2 \\ &\quad + 0.024(0 + 0)^2 + 0.024(1 - 6)^2 \\ &\quad + 0.054(-2 + 0)^2 + 0.054(2 - 6)^2 \\ &\quad + 0.133(-3 + 0)^2 + 0.133(0 - 6)^2 \\ &\quad + 0.016(0 + 0)^2 + 0.016(0 - 6)^2 \\ &\quad + 0.276(-4 + 0)^2 + 0.276(1 - 6)^2 \\ &\quad + 0.372(-3 + 0)^2 \\ &\quad + 0.372(2 - 6)^2]^{\frac{1}{2}} = 5.699 \end{aligned}$$

گام پنجم: محاسبه ضریب نزدیکی نسبی. در این گام با استفاده از رابطه^(۱۷)، ضریب نزدیکی نسبی گزینه‌ها محاسبه می‌شوند، که در جدول (۱۱) قابل مشاهده است.

گام ششم: تبیین نزدیکی نسبی گزینه‌ها براساس ضریب نزدیکی نسبی. با توجه به نتایج حاصل و موجود در جدول (۱۱)، رتبه‌بندی گزینه‌ها به صورت می‌باشد. بنابراین گزینه A_1 به عنوان بهترین گزینه انتخاب می‌شود.

۲-۴. مثال کاربردی ۲

در این بخش یک مثال واقعی به عنوان مثال کاربردی ۲ مورد تحلیل قرار می‌گیرد. یک شرکت نوآور جوان (دانش بنيان) که به تولید آزمایشگاهی دستگاهی برای دفع پسماندهای بيمارستانی دست یافته است برای تولید محصول خود در مقیاس تجاری، نیاز به تأمین برخی قطعات دارد. در این میان، برای تأمین نوعی قطعه الکترونیکی خاص برای استفاده در قسمت برنامه‌ریزی و هدایت دستگاه، سه شرکت (A_1, A_2, A_3)، شناسایی شده است، با وجود اطلاعات محدود نسبت به برخی جنبه‌های تأمین کنندگان، شرکت تصمیم گرفته تا مناسب‌ترین تأمین کننده را از میان این سه شرکت انتخاب کند. پس از انجام مطالعات و بررسی‌های لازم توسط مدیریت شرکت نوآور جوان، و با استخراج شاخص‌های حاصل از مطالعات کتابخانه‌ای و مشورت با اعضاي هيات مدیره شرکت، هفت شاخص برای انتخاب تأمین کننده منظر قرار گرفت، که عبارتند از: قیمت (C_1), کیفیت (C_2)، تحويل به موقع (C_3), تکنولوژی ساخت (C_4), رسک (C_5), پشتیبانی (C_6) و اعتبار (C_7). با توجه به محدودیت اطلاعات جمع‌آوری شده و ابهام موجود در شاخص‌های مختلف تأمین کنندگان، درنهایت ماتریس تصمیم به صورت جدول (۷) تشکیل و مبنای تصمیم‌گیری قرار گرفت. پس از بررسی‌های مختلف داده‌های موجود در جدول تصمیم‌گیری تعیین گردید. با بررسی داده‌های موجود در جدول (۷) ملاحظه می‌شود که علاوه بر اینکه مقیاس استفاده شده در هر شاخص دارای کلاس متفاوتی است (مانند مثال کاربردی ۱)، این تفاوت مقیاس برای یک شاخص ثابت در گزینه‌های متفاوت نیز وجود دارد. حال با توجه به اطلاعات حاصل شده، روش پیشنهادی برای ارزیابی مسئله مورد نظر طی گام‌های زیر انجام می‌شود.

گام اول: تشکیل ماتریس تصمیم با کلاس مشترک. با توجه به جدول (۷)، برچسب کیفی با بالاترین رده کلاس، در کلاس S_7 وجود دارد بنابراین $m = 7$ ، حال با استفاده از رابطه (۸) ماتریس تصمیم با کلاس مشترک D_{nj} مطابق جدول (۸) تشکیل می‌شود و با استفاده از رابطه (۴) موقعیت هریک از برچسب‌های کیفی محاسبه می‌شود که در جدول (۹) قابل مشاهده است. در این مسئله شاخص‌های C_1 و C_5 منفی و سایر شاخص‌ها مثبت هستند، بنابراین هنگام محاسبه موقعیت هریک از این شاخص‌ها ابتدا، با استفاده از رابطه (۶)، برچسب کیفی گزینه آن‌ها را محاسبه می‌کنیم تا جنبه مثبت پیدا کنند، سپس با استفاده از رابطه (۴) موقعیت برچسب‌های کیفی حاصل را به دست می‌آوریم.

گام دوم: تعیین وزن شاخص‌ها با استفاده از روش آتروپی در فضای QAOM. برای تعیین وزن شاخص‌ها، ابتدا با استفاده از تعریف ۲

جدول (۷). ماتریس تصمیم براساس نظر تصمیم‌گیرنده در مثال کاربردی ۲

شاخص‌ها							گزینه‌ها
C_7	C_6	C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
$[B_4^7, B_5^7]$	$[B_5^7, B_6^7]$?	$[B_4^5, B_5^5]$	$[B_3^7, B_5^7]$	$[B_7^1, B_6^7]$	$[B_7^2, B_5^7]$	A_1
$[B_3^7, B_4^7]$	$[B_6^7]$	$[B_1^7, B_6^7]$	$[B_4^7, B_6^7]$	$[B_3^7, B_6^7]$	$[B_2^5, B_4^5]$	$[B_3^7, B_6^7]$	A_2
$[B_3^7, B_6^7]$	$[B_5^7, B_6^7]$?	$[B_3^5, B_5^5]$	$[B_4^6, B_6^6]$	$[B_2^3]$	$[B_1^7, B_6^7]$	A_3

جدول (۸). ماتریس تصمیم با کلاس مشترک در مثال کاربردی ۲

شاخص‌ها							گزینه‌ها
C_7	C_6	C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
[B_4^7, B_5^7]	[B_5^7, B_6^7]	[B_1^7, B_2^7]	[B_4^7, B_5^7]	[B_3^7, B_5^7]	[B_1^7, B_6^7]	[B_3^7, B_6^7]	A_1
[B_3^7, B_4^7]	[B_6^7]	[B_2^7, B_3^7]	[B_4^7, B_6^7]	[B_3^7, B_6^7]	[B_2^7, B_6^7]	[B_2^7, B_5^7]	A_2
[B_3^7, B_6^7]	[B_5^7, B_6^7]	[B_1^7, B_7^7]	[B_5^7, B_7^7]	[B_4^7, B_7^7]	[B_2^7, B_6^7]	[B_2^7, B_7^7]	A_3

جدول (۹). ماتریس تصمیم موقعیت برچسب‌های کیفی در مثال کاربردی ۲

شاخص‌ها							گزینه‌ها
C_7	C_6	C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
(-3,2)	(-4,1)	(0,0)	(-3,0)	(-2,2)	(0,1)	(-2,1)	A_1
(-2,3)	(-5,1)	(-1,0)	(-3,1)	(-2,1)	(-1,1)	(-1,2)	A_2
(-2,1)	(-4,1)	(0,0)	(-2,0)	(-3,0)	(-1,1)	(-1,0)	A_3

جدول (۱۰). مقادیر نرمالیزه شده برچسب‌های کیفی و وزن شاخص‌های تصمیم در مثال کاربردی ۲

شاخص‌ها							گزینه‌ها
C_7	C_6	C_5	C_4	C_3	C_2	C_1	
۰/۲۵۰۰	۰/۴۰۰۰	۰/۳۵۰۰	۰/۳۲۳۳	۰/۲۷۲۷	۰/۳۷۵۰	۰/۲۸۵۷	A_1
۰/۲۵۰۰	۰/۲۰۰۰	۰/۳۰۰۰	۰/۲۵۰۰	۰/۳۶۳۶	۰/۳۱۲۵	۰/۲۸۵۷	A_2
۰/۱۵۰۰	۰/۴۰۰۰	۰/۳۵۰۰	۰/۴۱۶۷	۰/۳۶۳۶	۰/۳۱۲۵	۰/۴۲۸۶	A_3
۰/۳۷۲	۰/۲۷۶	۰/۰۱۶	۰/۱۳۳	۰/۰۵۴	۰/۰۲۴	۰/۱۲۴	w_k

جدول (۱۱). فاصله گزینه‌ها از راه حل‌های ایده‌آل و ضریب نزدیکی نسبی گزینه‌ها در مثال کاربردی ۲

ضریب نزدیکی نسبی	فاصله از ایده‌آل	فاصله از ایده‌آل	گزینه‌ها
۰/۶۲۱	۵/۶۹۹	۳/۴۷۶	A_1
۰/۵۶۴	۵/۲۹۹	۴/۰۹۱	A_2
۰/۶۰۹	۵/۹۷۳	۳/۸۲۶	A_3

اساس، ابتدا فضای QAOM شامل، مفاهیم اولیه و تعاریف مورد نیاز تشریح شد و بر مبنای آن روش پیشنهادی طی گام‌های متوالی طراحی گردید. برای تأیید صحت روش پیشنهادی، علاوه بر مقایسه ارجحیت ۳ بردار مختلف در بخش ۲، ابتدا مثال کاربردی اجل و همکاران (۲۰۱۲)، مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج حاصل از به کارگیری روش پیشنهادی، یکسان بودن رتبه‌بندی با روش اجل و همکاران (۲۰۱۲) را نشان داد، که صحت عملکرد روش پیشنهادی در این مقایسه مورد تأیید قرار گرفت. اما، در مثال کاربردی ۲ مسئله انتخاب تأمین کننده برتر در یک شرکت نوآور جوان مورد ارزیابی قرار گرفت، شرایط حاکم بر مسئله به‌گونه‌ای بود که برای هر شاخص در ماتریس تصمیم، مقیاس ارزش‌گذاری منحصری در نظر گرفته شد و این موضوع به معنای حاکم بودن عدم قطعیت عمیق‌تر بر شاخص‌های تصمیم‌گیری است. در این حالت امکان استفاده از روش اجل و همکاران (۲۰۱۲) و مطالعات پیشین، امکان پذیر نبود اما روش پیشنهادی به‌گونه‌ای مدل‌سازی شد تا قابلیت حل این‌گونه مسائل را داشته باشد. پس از ارزیابی مثال کاربردی ۲، نتایج حاصل نشان داد که روش پیشنهادی قادر است مسائلی در سطوح بالاتری از عدم قطعیت را نسبت به روش‌های پیشین پشتیبانی کند. هرچند روش پیشنهادی می‌تواند مسائلی با این شرایط از عدم قطعیت را ارزیابی کند اما برای پوشش بیشتر مسائل گوناگون در حوزه MADM، نیاز به توسعه این روش به خصوص در تصمیم‌گیری گروهی است که به عنوان مطالعات آتی

۵. بحث و نتیجه‌گیری

انتخاب بهترین تأمین کننده به‌دلیل تأثیر بر سودآوری و حفظ موقعیت رقابتی، یکی از مهمترین تصمیمات سازمان‌هاست که به‌دلیل چندشاخه بودن، بیشتر با استفاده از روش‌های MADM انجام می‌شود. عدم قطعیت موجود در شاخص‌ها به‌دلیل کمبود اطلاعات یا دانش کافی از مهمترین چالش‌ها در مدل‌سازی تصمیم‌گیری است. در بیشتر مطالعات، روش‌های مبتنی بر تئوری فازی برای مقابله با این عدم قطعیت استفاده شده است. اما گاهی این روش‌ها پوشش کاملی عدم قطعیت استفاده شده است. اما گاهی این روش‌ها واقعی ایجاد نمی‌کنند. عدم قطعیت عمیق موجود در مسائل دنیای واقعی ایجاد نمی‌کند. است که برخی از مدیران بخصوص مدیران شرکت‌های جوان با آن مواجه هستند، با این وجود اقدام به تصمیم‌گیری برای آن‌ها گزینه‌پذیر است.

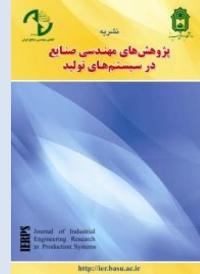
روش QR یکی از روش‌هایی است که سطوح مختلفی از عدم قطعیت را پشتیبانی می‌کند. در همین راستا در مطالعه حاضر، یک روش MADM در محیط QR پیشنهاد شد، بهطوری‌که، علاوه بر پشتیبانی از عدم قطعیت موجود در ارزش‌های چند مقیاسی برای شاخص‌های مختلف (روش اجل و همکاران (۲۰۱۲)), از عدم قطعیت موجود در ارزش‌های چندمقیاسی برای هر شاخص در گزینه‌های مختلف را نیز پشتیبانی می‌کند. همچنین برای تعیین وزن شاخص‌ها در فضای QAOM، روش انتروپی در این فضا طراحی گردید. بر این

پیشنهاد می شود.

مراجع

- approaches for the strategic supplier selection problem, *Expert Systems with Applications*, 42(7): 3342–3346. (10.1016/j.eswa.2014.12.014)
- [14] Rezaei, J., Fahim, P. B. M., Tavasszy, L. (2014). Supplier selection in the airline retail industry using a funnel methodology: Conjunctive screening method and fuzzy AHP, *Expert Systems with Applications*, 41(18): 8165–8179. (10.1016/j.eswa.2014.07.005)
- [15] De, A., Kundu, P., Das, S., Kar, S. (2020). A ranking method based on interval type-2 fuzzy sets for multiple attribute group decision making, *Soft Comp.*, vol. 24, 131–154, 2020. (10.1109/ICMLC.2008.4620968)
- [16] Zhong, L., Yao, L. (2017). An ELECTRE I-based multi-criteria group decision making method with interval type-2 fuzzy numbers and its application to supplier selection, *Applied Soft Computing*, 57: 556–576. (10.1016/j.asoc.2017.04.001)
- [17] Qin, J., Liu, X., Pedrycz, W. (2017). An extended TODIM multi-criteria group decision-making method for green supplier selection in interval type-2 fuzzy environment, *European Journal of Operations Research*, 258; 626–638. (10.1016/j.ejor.2016.09.059)
- [18] Sang, X., Liu, X. (2016). An interval type-2 fuzzy sets-based TODIM method and its application to green supplier selection, *Journal of Operations Research Society*, 67(5): 722–734. (10.1057/jors.2015.86)
- [19] Heidarzade, A., Mahdavi, I., Mahdavi-Amiri, N. (2016). Supplier selection using a clustering method based on a new distance for interval type-2 fuzzy sets: a case study, *Applied Soft Computing*, 38; 213–231. (10.1016/j.asoc.2015.09.029)
- [20] Wan, S. H., Xu, G.L., Dong, J.Y. (2017). Supplier selection using ANP and ELECTRE II in interval 2-tuple linguistic environment, *Information sciences*, 385-386: 19–38. (10.1016/j.ins.2016.12.032)
- [21] You, X.Y., You, J.X., Liu, H.C., Zhen, L. (2015). Group multi-criteria supplier selection using an extended VIKOR method with interval 2-tuple linguistic information, *Expert Systems with Applications*, 42: 1906–1916. (10.1016/j.eswa.2014.10.004)
- [22] Rosello, L., Prats, F., Agell, N., Sanchez, M. (2010). Measuring consensus in group decisions by means of qualitative reasoning, *International Journal of Approximate Reasoning*, 51(4): 441–452. (10.1016/j.ijar.2010.01.002)
- [23] Afsordegan, A., Sa'nclez, M., Agell, N., Aguado, J. C., Gamboa, G. (2015). Absolute order of-magnitude reasoning applied to a social multi-criteria evaluation framework, *Journal of Experimental Theoretical Artificial Intelligence*, 28: 261–274. (10.1080/0952813X.2015.1024489)
- [24] Ogryczak, W. (1994). A goal programming model of the reference point method, *Annals of Operations Research*, 51: 33–44. (10.1007/BF02032079)
- [25] Forbus, K. D. (1996). Qualitative Reasoning, CRC Handbook of Computer Science and Engineering, CRC Press, Boca Raton.
- [26] Agell, N., Sánchez, M., Prats, F., Roselló, L. (2012). Ranking multi-attribute alternatives on the basis of linguistic labels in group decisions, *Information Sciences*, 209: 49–60. (10.1016/j.ins.2012.05.005)
- [27] Afsordegan, A., Sa'nclez, M., Agell, N., Zahedi, S., Cremades, L. V. (2016). Decisio making under uncertainty using a qualitative TOPSIS method for selecting sustainable energy alternatives, *International Journal of Environmental Science and Technology*, 13: 1419–1432. (10.1007/s13762-016-0982-7)
- [28] Roselló, L., Sánchez, M., Agell, N., Prats, F., Mazaira, F.A. (2014). Using consensus and distances between
- [4] سليميان، سينا، موسوی، سید میثم. (۱۴۰۰). روش جدید تضمیم گیری چندمعیاره فازی شهودی برای مسأله طراحی شبکه زنجیره تأمین پیوند اعضای بدن: الگوریتم فراابتکاری عقاب طلایی. نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۱۸(۹)، ۱۷۹–۱۹۵. (10.22084/ier.2021.25077.2051)
- [5] عیدی، علیرضا، فلاح، جمشید. (۱۳۹۷). استفاده از یک روش ترکیبی جدید مبتنی بر DEMATEL فازی و گروهی فازی برای انتخاب تأمین کنندگان در شبکه لجستیک معکوس. نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۱۳(۶)، ۲۱۷–۲۲۱. (10.22084/ier.2019.12272.1563)
- [6] Shang, Z., Yang, X., Barnes, D., Wu, C. (2022). Supplier selection in sustainable supply chains: Using the integrated BWM, fuzzy Shannon entropy, and fuzzy MULTIMOORA methods, *Expert Systems with Applications*, 195: 116567. (10.1016/j.eswa.2022.116567)
- [7] Wu, C., Lin, Y., Barnes, D. (2021). An integrated decision-making approach for sustainable supplier selection in the chemical industry, *Expert Systems with Applications*, 184: 115553. (10.1016/j.eswa.2021.115553)
- [8] Zimmer, K., Fröhling, M., Schultmann, F. (2016). Sustainable supplier management—a review of models supporting sustainable supplier selection, monitoring and development, *International Journal of Production Research*, 54(5):1412–42. (10.1080/00207543.2015.1079340)
- [9] Memon, M.S., Lee, Y.H., Mari, S.I. (2015). Group multi-criteria supplier selection using combined grey systems theory and uncertainty theory, *Expert Systems with Applications*, 42(21): 7951–7959. (10.1016/j.eswa.2015.06.018)
- [10] Yu, C., Shao, Y., Wang, K., Zhang, L. (2019). A Group Decision Making Sustainable Supplier Selection Approach using Extended TOPSIS under Interval-Valued Pythagorean Fuzzy Environment, *Expert Systems with Applications*, 121: 1–17. (10.1016/j.eswa.2018.12.010)
- [11] Chai, J., Ngai, E.W.T. (2015). Multi-perspective strategic supplier selection in uncertain environments, *International Journal of Production Economics*, 166: 215–225. (10.1016/j.ijpe.2014.09.035)
- [12] Liao, H., Wu, X., Liang, X., Xu, J., Herrera, F. (2018). A new hesitant fuzzy linguistic ORESTE method for hybrid multi-criteria decision making, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 26: 3793–3807. (10.1109/TFUZZ.2018.2849368)
- [13] Igoulalene, I., Benyoucef, L., Tiwari, M.K. (2015). Novel fuzzy hybrid multi-criteria group decision making

- Computing, 35: 942-948. (10.1016/j.asoc.2015.03.024)
- [30] Tapia, G.J., Del Moral, M., Martínez, M. Herrera, V. E. (2012). A consensus model for group decision making problems with linguistic interval fuzzy preference relations, *Expert Systems with Applications*, 39: 10022–10030. (10.1016/j.eswa.2012.02.008)
- generalized multi-attribute linguistic assessments for group decision-making, *Information Fusion*, 17: 83–92. (10.1016/j.inffus.2011.09.001)
- [29] Agell, N., Ganzewinkel, C.J.V., Sánchez, M., Roselló, L., Prats, F., Andriessen, P. (2015). A consensus model for Delphi processes with linguistic terms and its application to chronic pain in neonates definition, *Applied Soft*



Presenting A Model for Selecting the Best Supplier in the Space of Qualitative Reasoning, a New Approach for Multi-Attribute Decision-Making

A. Dehghani Fil Abadi*

Assistant Professor, Department of industrial engineering, Payame Noor University, Tehran, Iran

ARTICLE INFO**Article history:**

Received: 2023/3/13

Accepted: 2023/7/15

Keywords:

Multi Attribute Decision-Making

Qualitative Reasoning

Supply Chain

Supplier Selection.

ABSTRACT

Uncertainty is a common occurrence in real-world issues that often make decision-making difficult. Specifically, when it comes to managing a supply chain, the decision of which supplier to choose is complicated by a lack of information and knowledge, which leads to different levels of uncertainty in the attributes and alternatives, making it hard to make the right decision. In this article, a multi attribute decision-making method within a qualitative reasoning framework, where the assessment of problem attributes is carried out using different backgrounds and levels of experts' knowledge, is presented, and the score of the alternatives by evaluation a K-dimensional vector of qualitative labels is determined. To achieve it, the qualitative reasoning framework is first described, and then the proposed method in the same framework is described. The validity of the proposed method was verified by two practical examples. An example demonstrated the effectiveness of the proposed model and the results were compared with other methods. Finally, a real example was employed to select the best supplier. The conditions for the practical example are chosen in such a way, that it cannot be solved by using the previous methods. The results of this study explain the advantage of using multiscale linguistic space over other linguistic methods and also by analyzing two practical examples, the validity of the proposed method and its advantage over other methods in the qualitative reasoning space is confirmed.

* Corresponding author. A. Dehghani Fil Abadi
Tel.: 021-26120017; E-mail address: dehghani@pnu.ac.ir