



یک مدل مکان‌یابی-مسیریابی هاب دو هدفه تصادفی برای مسئله طراحی شبکه‌های ریلی تندرو

ملیحه فلاحتی^۱، محبوبه هنرور^{۲*}، رضا توکلی‌مقدم^۳، احمد صادقیه^۴

۱. دانشجوی دکترا مهندسی صنایع، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

۳. استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۴. استاد گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

اطلاعات مقاله

خلاصه

این مطالعه به توسعه‌ی یک مدل مکان‌یابی-مسیریابی هاب دو هدفه تصادفی برای مسئله طراحی شبکه‌ی ریلی تندرو می‌پردازد. به دلیل استفاده از سیستم‌های ریلی تندرو در هر دوی زیرشبکه‌های سطح هاب (شبکه‌ی میان گره‌های هاب) و سطح غیرهاب (اسپک یا شبکه‌ای که گره‌های غیرهاب را به یکدیگر و به گره‌های هاب متصل می‌کند)، تصمیم‌گیری در خصوص مکان‌یابی گره‌های هاب، گره‌های غیرهاب، یال‌های هاب و یال‌های غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب و تعیین خطوط حرکت هاب، خطوط حرکت غیرهاب، درصد تقاضاهای خدمتدهی شده و نحوه‌ی مسیریابی جریان از طریق خطوط شبکه به‌طور همزمان صورت می‌گیرد. عدم قطعیت برای تقاضاهای درنظر گرفته شده که با مجموعه‌ی محدودی از سناریوها نشان داده می‌شوند. مسئله با روش مدل‌سازی تصادفی دومرحله‌ای فرموله شده است. اهداف مسئله بیشینه‌سازی امیدریاضی سود خالص کل و کمینه‌سازی امید ریاضی زمان خدمت کل می‌باشد. عملکرد مدل پیشنهادی از طریق آزمایشات محاسباتی با استفاده از مجموعه‌ی داده‌ی شناخته شده‌ی پست استرالیا ارزیابی گردید. نتایج محاسباتی اهمیت درنظر گرفتن مدل تصادفی و اهداف متضاد سود و زمان را برای مسئله تأیید نمودند. برخی بینش‌های مدیریتی نیز از طریق تجزیه و تحلیل شبکه‌های حاصل تحت تنظیمات مختلف پارامترها و بررسی چگونگی تأثیر این تنظیمات بر ویژگی‌های جواب‌های حاصل و تعاملات بین جنبه‌های مختلف مسئله‌ی تصمیم‌گیری پیچیده‌ی مورد مطالعه، ارائه گردید.

تاریخچه مقاله:

دریافت ۱۴۰۱/۱۱/۱۸

پذیرش ۱۴۰۲/۳/۱۸

(مقاله پژوهشی)

کلمات کلیدی:

مکان‌یابی هاب

طراحی شبکه‌های ریلی تندرو

شبکه‌ی هاب و غیرهاب

بینش‌های مکان‌یابی هاب

صرفه‌ی اقتصادی ناشی از مقیاس در هزینه‌های حمل و نقل را

درنتیجه‌ی تجمعی جریان تقاضا امکان پذیر می‌سازند.

مسئله‌ی طراحی شبکه‌های ریلی تندرو^۳ شامل انتخاب گره‌ها (ایستگاه‌ها) و اتصالات از یک شبکه‌ی بالقوه‌ی پایه برای ساخت چند محور، متشکل از ایستگاه‌ها و اتصالات بین آن‌ها، می‌باشد. تأسیس این شبکه‌ها نیازمند سرمایه‌گذاری‌های کلان برای تأسیس ایستگاه‌ها و اتصالات می‌باشد. موقوفیت این سرمایه‌گذاری‌ها به‌شدت به میزان تقاضا

2. Hub Location Problems

3. Railway Rapid Transit Network

۱. معرفی مسئله

در سال‌های اخیر با توجه نیاز روزافزون به تولید و توزیع کالاها و ارائه خدمات به موقع و اقتصادی، مسائل مکان‌یابی هاب در کانون توجه در ادبیات برنامه‌ریزی تسهیلات بوده‌اند [۱]. مسائل مکان‌یابی هاب^۴ بر مکان‌یابی تأسیسات هاب و طراحی شبکه‌های هاب تمرکز دارند. گره‌های هاب امکان اتصال تعداد زیادی از گره‌های مبدأ-مقصد را با استفاده از تعداد کمی از اتصالات فراهم می‌آورند. همچنین، استفاده از

* نویسنده مسئول: محبوبه هنرور

تلفن: ۰۳۵-۳۳۱۲۳۲۴۵؛ پست الکترونیکی: mhonarvar@yazd.ac.ir

[۱۷]، زیرشبکه‌های کامل [۱۸] و تورها [۲۱، ۲۰، ۱۹] باشد.

با توجه به استفاده از سیستم‌های تندرو در هر دوی زیرشبکه‌های سطح هاب و غیرهاب، مدل پیشنهاد شده در این مطالعه مفروضات الف، د و ه را آزاد می‌سازد. از منظر توپولوژی شبکه‌ی هاب، این مطالعه از توپولوژی خطوط چندگانه برای زیرشبکه‌های سطح هاب و غیرهاب استفاده می‌کند. بنابراین، علاوه‌بر طراحی شبکه که شامل تصمیم‌گیری درخصوص مکان گره‌های هاب، مکان گره‌های غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب، مکان‌یابی یال‌های هاب و مکان‌یابی یال‌های غیرهاب می‌باشد، این تحقیق به صورت همزمان به تعیین خطوط حرکت تندروی هاب و غیرهاب که مولده اول مساله‌ی برنامه‌ریزی خط را تشکیل می‌دهد، درصد تقاضاهای مبدأ-مقصد که خدمت‌دهی می‌شوند و نحوه مسیریابی جریان تقاضاهای انتخاب شده برای خدمت‌دهی از طریق خطوط شبکه نیز می‌پردازد.

مسائل مکان‌یابی هاب عمده‌ای به دنبال کمینه‌سازی هزینه‌ی کل شبکه برای خدمت‌دهی به تمام تقاضاهای می‌باشند. با این حال، بهویژه در طراحی شبکه‌های تندرو که در آن‌ها هزینه‌های ایجاد شبکه قابل توجه می‌باشد، ممکن است خدمت‌دهی تمامی تقاضاهای سودمند نباشد. در ادبیات مکان‌یابی هاب، بهویژه در شرایط غیرقابلی، مطالعات کمی بر اهداف بیشینه‌سازی تمرکز کرده‌اند (به عنوان مثال به مقالات [۲۶، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۲] [۲۶، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۲] رجوع نمایید). مانند مطالعات [۲۶، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۲]

این تحقیق، به جای صرفاً کمینه‌سازی هزینه‌ها، به بیشینه‌سازی سود

بدون نیاز به خدمت‌دهی تمام تقاضاهای پرداخته است.

در طراحی سیستم‌های ریلی تندرو علاوه بر سود مدیران سیستم، کیفیت خدمت نیز باید جهت جلب رضایت کاربران ارتقاء یابد. درنتیجه، در این مطالعه علاوه‌بر بیشینه‌سازی سود (از دیدگاه مدیران شبکه) هدف کمینه‌سازی زمان خدمت (از دیدگاه کاربران شبکه) نیز درنظر گرفته است.

مدل‌های مکان‌یابی هاب سنتی بر این فرض استوار هستند که تمامی داده‌های مساله قطعی و هنگام تصمیم‌گیری دردسترس می‌باشند. با این حال، در زمان تصمیم‌گیری‌های بلندمدت مانند مکان‌یابی هاب، معمولاً تصمیم‌گیرندگان به اطلاعات کامل دسترسی ندارند و با عدم قطعیت‌های فراوانی درخصوص داده‌های مساله، بهویژه تقاضاهای، مواجه هستند. بنابراین، یکی دیگر از ویژگی‌های درنظر گرفته شده برای مساله مورد بررسی در این مقاله عدم قطعیت مربوط به تقاضاهای می‌باشد که فرض شده است توسط مجموعه‌ی محدودی از سناریوها با احتمال وقوع از پیش تعیین شده قابل نمایش می‌باشند. برخی از مطالعات به بررسی مسائل مکان‌یابی هاب تحت شرایط عدم قطعیت پرداخته‌اند (به عنوان مثال، به [۲۸، ۲۷] رجوع نمایید). اما، تا آنجا که نویسنده‌گان می‌دانند، تاکنون هیچ مطالعه‌ای در زمینه‌ی مکان‌یابی هاب منتشر نشده است که عدم قطعیت تصادفی را در طراحی یک شبکه‌ی حمل و نقل تندرو با درنظر گرفتن همزمان معیارهای سود و زمان خدمت به کار برده باشد.

برای استفاده از آن‌ها بستگی دارد. میزان تقاضا نیز به‌نوبه‌ی خود به طراحی شبکه مانند مکان ایستگاه‌ها بستگی دارد. بنابراین، با توجه به ویژگی‌های ذکر شده برای مدل‌های مکان‌یابی هاب و سرمایه‌گذاری‌های کلان موردنیاز برای ایجاد اتصالات در سیستم‌های ریلی تندرو، استفاده از ساختارهای هاب برای طراحی آن‌ها سودمند به نظر می‌رسد. در این زمینه، در سال‌های اخیر، برخی مطالعات مانند [۳، ۲]، استفاده از ساختارهای توپولوژیکی از پیش تخصیص‌یافته مانند ساختارهای ستاره‌ای، مثلثی یا چرخ دستی را برای طراحی شبکه‌های ریلی تندرو پیشنهاد نموده‌اند. برخی دیگر مانند [۴، ۵، ۶] نیز به طراحی این شبکه‌ها با تعیین خطوط تندرو بدون درنظر گرفتن ساختاری خاص پرداخته‌اند. در برخی مطالعات علاوه‌بر تصمیمات راهبردی، تصمیمات راهکاری نیز در طراحی این شبکه‌ها گنجانده شده و مساله‌ی یکپارچه‌ی طراحی شبکه‌های ریلی تندرو و برنامه‌ریزی خطوط بررسی گردیده است [۷، ۸]. این مطالعه به دنبال توسعه‌ی یک مدل ریاضی برای طراحی یک شبکه‌ی ریلی تندرو براساس مدل هاب و غیرهاب^۱ می‌باشد. در واقع، به جای استفاده از پیکربندی‌های از پیش تخصیص‌یافته یا طراحی بدون درنظر گرفتن ساختاری خاص، طراحی شبکه‌ی ریلی تندرو براساس ساختار کلی هاب و غیرهاب با درنظر گرفتن امکان وجود توقفات (ایستگاه‌ها) برای وسایل نقلیه‌ی تندرو روی محورهای هاب و غیرهاب مدنظر می‌باشد.

پنج فرض معمول زیربنای اکثر مطالعات در مسائل مکان‌یابی هاب هستند. این فرض‌ها عبارت‌اند از: (الف) اتصال مستقیم بین گره‌های غیرهاب مجاز نیست، (ب) هزینه‌های یال‌ها نامساوی مثلى را برآورده می‌کنند، (ج) یک ضریب تخفیف ثابت، a ، برای یال‌های هاب وجود دارد، (د) هزینه‌ی ایجاد یال‌های هاب صفر است و (e) هزینه‌ی ایجاد یال‌های غیرهاب صفر است [۹]. این مفروضات منجر به دو ویژگی مهم در شبکه‌ی جواب مساله‌ی مکان‌یابی هاب می‌گردند. یکی از این ویژگی‌ها این است که زیرشبکه‌ی سطح هاب، یک شبکه‌ی کامل است. ویژگی دیگر این است که مسیرهای بین جفت‌های مبدأ-مقصد لزوماً شامل حداقل یک و حداقل دو هاب می‌باشند. در رویکردهای جدید در زمینه‌ی مکان‌یابی هاب، بسیاری از محققان به دنبال آزادسازی برخی از این مفروضات برای نزدیک‌تر کردن مدل‌های ارائه شده به واقعیت، جهت به کارگیری آن‌ها در مسائل مختلف دنیای واقعی، بوده‌اند. در این خصوص، آزادسازی ویژگی کامل بودن زیرشبکه‌ی سطح هاب در سال‌های اخیر توجه زیادی به خود جلب نموده است. در برخی از این مدل‌ها، علاوه‌بر کامل بودن، هیچ ساختار توپولوژیکی خاص دیگری نیز-حتی گاهی به هم متصل بودن- برای شبکه‌ی سطح هاب درنظر نمی‌گیرند [۱۰]. اما برخی دیگر ساختارهای خاصی از جمله دایره [۱۱]، درخت [۱۲]، ستاره [۱۳] و مسیرها یا خطوط ساده [۱۵، ۱۴] برای شبکه‌ی سطح هاب درنظر گرفته‌اند. زیرشبکه‌ی سطح غیرهاب نیز می‌تواند دارای این ساختارهای خاص با ساختارهای خاص دیگری مانند اتصالات مستقیم [۱۶]، مسیرهای با توقفات چندگانه

1. Hub and Spoke

درنتیجه، این مقاله یک رویکرد جدید برای طراحی شبکه‌های ریلی تندرو براساس مدل‌های مکانیابی هاب ارائه می‌دهد که معیارهای سود و زمان را با درنظر گرفتن عدم قطعیت به کار می‌گیرد. مدل پیشنهادی می‌تواند در دنیای واقعی برای طراحی شبکه‌های ریلی تندرو که نیازهای هر دو گروه مدیران و کاربران شبکه را بهتر برآورده می‌کنند، به کار گرفته شود. در ادامه‌ی این مقاله، ابتدا در بخش ۲ مسئله تشریح و فرمول‌بندی شده است. سپس، نتایج آزمایش‌های محاسباتی در بخش ۳ گزارش شده است. در نهایت، بخش ۴ به بیان نتیجه‌گیری‌ها می‌پردازد.

۲. تشریح و فرمول‌بندی مسئله

در این بخش مسئله‌ی طراحی یک شبکه‌ی حمل و نقل ریلی تندروی مبتنی بر هاب تصادفی معرفی و فرمول‌بندی می‌گردد. تصمیم‌گیری‌های مسئله شامل تصمیم‌گیری درخصوص مکان گره‌های هاب و غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب، مکان‌یابی یال‌های هاب و غیرهاب، تشکیل خطوط حرکت هاب و غیرهاب، تعیین درصد تقاضاهای مبدأ-مقصد انتخاب شده برای خدمتدهی و تعیین نحوه مسیریابی جریان تقاضا از طریق شبکه می‌باشد. محدودیت‌های ظرفیت نیز در یال‌های هاب و غیرهاب درنظر گرفته شده‌اند. عدم قطعیت برای تقاضاهای درنظر گرفته می‌شود که با مجموعه‌ای محدودی از سناریوها نشان داده می‌شود. اهداف مسئله شامل بیشینه‌سازی امید ریاضی سود کل و کمینه‌سازی امید ریاضی زمان خدمت کل می‌باشد.

مفروضات کلیدی مدل توسعه‌یافته به شرح ذیل است:

- هر گره غیرهاب ایجاد شده در یک و تنها یک خط غیرهاب قرار دارد.

• جریان تقاضا تنها می‌تواند از طریق خطوط شبکه مسیریابی شود.

- هر گره غیرهاب به حداقل یک گره هاب تخصیص می‌یابد.
- تمام داده‌های مربوط به هزینه‌ها، درآمدها و جریان‌های تقاضا در یک افق زمانی یکسان مقیاس‌بندی می‌شوند.

درنتیجه‌ی مفروضات ذکر شده در فوق، جریان تقاضا تنها می‌تواند در گره‌های هاب خط حرکت خود را تغییر دهد.

به منظور مدل‌سازی مسئله‌ی تصادفی پیشنهادی، از روش مدل‌سازی تصادفی دومرحله‌ای استفاده شده است. تصمیمات مرحله‌ی اول شامل مکان‌یابی گره‌های هاب و غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب، مکان‌یابی یال‌های هاب و غیرهاب و تعیین خطوط هاب و غیرهاب می‌باشد. تصمیم‌گیری درخصوص درصد جریان‌های تقاضای خدمتدهی شده و نحوه مسیریابی آن‌ها نیز در مرحله دوم گنجانده شده است. با توجه به این که متغیرهای تصادفی مسئله‌ی تصادفی موردنظر دارای مجموعه‌ی پشتیبان متناهی هستند، متغیرهای تصمیم مرحله‌ی دوم را می‌توان در مجموعه‌ی سناریوها نمایه کرد و شکل گستردگی معادل قطعی مدل تصادفی مدنظر را با درنظر گرفتن مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم ذیل

همان‌گونه که قبلاً اشاره گردید، در سال‌های اخیر استفاده از ساختارهای هاب در برنامه‌ریزی تسهیلات توجه زیادی را به خود جلب نموده است (برای مثال به [۲۹، ۳۰] رجوع کنید). به‌طور کلی، برخی از کاربردهای دنیای واقعی برای مسائل مکان‌یابی هاب شامل شبکه‌های حمل و نقل مسافر یا کالا یا بسته‌های پستی، شبکه‌های ارتباطی که داده‌ها و اطلاعات را منتقل می‌کنند و خدمات اورژانسی که امکانات اتش‌نشانی یا بیماران را منتقل می‌کنند، می‌باشد. در زمینه‌ی شبکه‌های حمل و نقل، در ابتدا، شبکه‌های هاب عمده‌ای در طراحی سیستم‌های حمل و نقل هوایی به کار گرفته می‌شوند. در سال‌های اخیر، استفاده از ساختار هاب برای طراحی شبکه‌های حمل و نقلی که از حالت‌های حمل و نقل چندگانه استفاده می‌کنند، به ویژه با درنظر گرفتن حالت‌های حمل و نقل تندرو، توجه زیادی را به خود جلب نموده است (برای مثال، به [۱۴، ۱۵، ۳۱، ۳۲، ۳۳ و ۲۴] رجوع کنید). در این مطالعات، معمولاً شبکه‌ی سطح هاب متناظر با یک حالت حمل و نقل تندرو مانند شبکه‌های ریلی تندرو و شبکه‌ی سطح غیرهاب متناظر با سایل نقلیه‌ی جاده‌ای (مانند ماشین‌ها و کامیون‌ها) [۱۴، ۱۵]. اتوبوس [۳۲] یا کشتی [۳۴] درنظر گرفته می‌شود. مطالعات [۲۶، ۳۵] تنها مواردی هستند که شبکه‌های تندرو را برای هر دوی شبکه‌های سطح هاب و غیرهاب درنظر گرفته‌اند. مانند این مطالعات، در مسئله‌ی مورد مطالعه در این مقاله نیز شبکه‌های سطح هاب و غیرهاب هر دو توسط سیستم‌های تندرو خدمتدهی می‌شوند. مطالعه‌ی صورت گرفته در این مقاله مطالعه‌ی [۲۶] را برای درنظر گرفتن شرایط عدم قطعیت و مطالعه‌ی [۳۵] را برای درنظر گرفتن هر دوی معيارهای مدیرگرا و کاربرگرا، با به کار بردن اهداف بیشینه‌سازی سود خالص کل و کمینه‌سازی زمان خدمت کل، توسعه می‌دهد.

مدل ارائه شده با استفاده از حل کننده CPLEX بر روی نمونه‌های گرفته شده از مجموعه داده‌ی پست استرالیا^۱ (AP) مورد ارزیابی قرار گرفته است [۳۶]. شبکه‌های حاصل از حل مدل، تحت تنظیمات مختلف پارامترهای مهم مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و برخی بیانش‌های مدیریتی ارائه گردیده است. نوآوری‌های کلیدی این مطالعه به شرح ذیل می‌باشد:

- توسعه‌ی یک مدل ریاضی برای طراحی یک شبکه‌ی ریلی تندرو براساس مدل هاب و غیرهاب با امکان توقفات در محورهای هاب و غیرهاب که شامل اتخاذ تصمیم‌گیری‌های همزمان درخصوص مکان همه‌ی گره‌ها و یال‌های هاب و غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب، تعیین خطوط حرکت هاب و غیرهاب، تعیین درصد تقاضاهای خدمتدهی شده و مسیریابی جریان تقاضاهای در شبکه، با درنظر گرفتن محدودیت‌های ظرفیت در یال‌های هاب و غیرهاب می‌باشد.
- به کارگیری همزمان اهداف بیشینه‌سازی سود (از دیدگاه مدیران) و کمینه‌سازی زمان خدمت (از دیدگاه کاربران).
- درنظر گرفتن مسئله تحت شرایط عدم قطعیت.

1. Australian Post (AP)

	متغیرهای تصمیم‌گیری	فرمول‌بندی نمود.
	متغیرهای طراحی شبکه و تعیین خطوط	مجموعه‌ها
x_i	اگر گره i به عنوان یک گره غیرهاب انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.	N مجموعه‌ی گره‌های بالقوه برای مکان‌یابی ایستگاهها (هاب و غیرهاب) ($N = \{1, \dots, n\}$).
x_{iu}	اگر گره i به گره هاب u تخصیص یابد، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است ($x_{uu} = 1$).	E $E = \{(i, j) : i, j \in N, i < j, (i, j) \in N \times N\}$
z_{hij}	اگر یال $\{i, j\}$ به عنوان یال هاب انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.	LH مجموعه‌ی خطوط هاب ممکن (برای سهولت در شمارش خطوط).
z_{sij}	اگر یال $\{j, i\}$ به عنوان یال غیرهاب انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.	LS مجموعه‌ی خطوط غیرهاب ممکن (برای سهولت در شمارش خطوط).
lh_l	اگر خط l به عنوان یک خط هاب تعیین گردد، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.	S مجموعه‌ی سناریوهای پارامترها
ls_l	اگر خط l به عنوان خط غیرهاب تعیین گردد، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.	w_{mn} جريان تقاضا از گره m به گره n در سناریوی s .
x_i^l	اگر گره i به عنوان یک گره غیرهاب در خط غیرهاب l انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.	FCh_{ij} هزینه‌ی تأسیس یال غیرهاب $\{i, j\}$.
x_{ii}^l	اگر گره i به عنوان یک گره هاب در خط l انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است (اگر l یک خط غیرهاب باشد، $x_{ii}^l = 1$ بدين معنی است که خط غیرهاب l و گره‌های آن به گره هاب i تخصیص یافته‌اند).	FCS_{ij} هزینه‌ی تأسیس گره غیرهاب i .
yh_{ij}^l	اگر یال هاب $\{i, j\}$ به عنوان بخشی از خط هاب l انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.	ch_i هزینه‌ی تأسیس گره هاب i .
ys_{ij}^l	اگر یال غیرهاب $\{j, i\}$ به عنوان بخشی از خط غیرهاب l انتخاب شود، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.	cs_i هزینه‌ی حمل و نقل بهازای هر واحد جريان عبوری از یال $\{i, j\}$.
v_l	اگر حداقل یک خط هاب غیر از خط هاب l در شبکه وجود داشته باشد، برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با ۰ است.	c_{ij} ارزش پولی زمان.
	متغیرهای مسیریابی جريان	vt طول یال $\{i, j\}$.
fh_{mnijs}^l	کسری از جريان m به n که از یال هاب جهت‌دار (i, j) در خط هاب l و سناریوی s عبور می‌کند.	a ضریب تخفیف هزینه‌ی حمل و نقل در یال‌های هاب.
fs_{mnijs}^l	کسری از جريان m به n که از یال غیرهاب جهت‌دار (i, j) در خط هاب l و سناریوی s عبور می‌کند.	r_{mn} درآمد هر واحد جريان از گره m به گره n (مجموع قیمت بلیط و یارانه دولتی).
f_{mns}	کسری از جريان m به n که تحت سناریوی s توسط شبکه (RTN) خدمت‌دهی می‌شود.	Uh کران بالا برای تعداد خطوطی که می‌توانند از یال‌های هاب عبور کنند.
τ_{mnis}	سری از جريان m به n که تحت سناریوی s در گره i خط خود را تغییر می‌دهد.	$hMax$ کران بالا برای تعداد گره‌های هاب در هر خط هاب.
	مدل مسئله	$sMax$ کران بالا برای تعداد گره‌های غیرهاب در هر خط غیرهاب.
	با توجه به مفروضات و نمادگذاری‌های فوق، شکل گستردگی معادل قطعی مدل تصادفی مدنظر را می‌توان بهصورت ذیل فرمول‌بندی نمود.	$dMax$ کران بالا برای طول هر خط هاب.
$\max P_E =$		$dMin$ کران پایین برای طول هر خط غیرهاب.
		$Caph$ بیشینه‌ی جريان مجاز در یال‌های هاب.
		$Caps$ بیشینه‌ی جريان مجاز در یال‌های غیرهاب (فرض می‌شود $.Caps < Caph$).
		t زمان انتقال بين خطوط بهازای هر واحد جريان.
		ah زمان دسترسی برای ورود به یک خط هاب.
		as زمان دسترسی برای ورود به یک خط غیرهاب.
		eh زمان خروج برای ترک یک خط هاب.
		es زمان خروج برای ترک یک خط غیرهاب.
		λh میانگین سرعت قطارها در خطوط هاب ($\lambda h = (2 - a)\lambda s$).
		λs میانگین سرعت قطارها در خطوط غیرهاب.
		M یک مقدار عددی بهاندراهی کافی بزرگ.
		p_s احتمال اتفاق سناریوی s .

$$\begin{aligned}
ys_{ij}^l &\leq x_i^l + x_{ii}^l, & \{i,j\} \in E, l \in LS, & (۱۵) \\
ys_{ij}^l &\leq x_j^l + x_{jj}^l, & \{i,j\} \in E, l \in LS, & (۱۶) \\
yh_{ij}^l &\leq x_{ii}^l, & \{i,j\} \in E, l \in LH, & (۱۷) \\
yh_{ij}^l &\leq x_{jj}^l, & \{i,j\} \in E, l \in LH, & (۱۸) \\
\sum_{l \in LH} yh_{ij}^l &\leq Uh.zh_{ij}, & \{i,j\} \in E, & (۱۹) \\
\sum_{i \in N} x_{ii}^l &\leq hMax.lh_l, & l \in LH, & (۲۰) \\
\sum_{i \in N} x_i^l &\leq sMax.ls_l, & l \in LS, & (۲۱) \\
dMin.lh_l &\leq \sum_{\{i,j\} \in E} d_{ij}.yh_{ij}^l \leq dMax.lh_l, & l \in LH, & (۲۲) \\
dMin.ls_l &\leq \sum_{\{i,j\} \in E} d_{ij}.ys_{ij}^l \leq dMax.ls_l, & l \in LS, & (۲۳) \\
lh_l &\leq \sum_{\{i,j\} \in E} yh_{ij}^l, & l \in LH, & (۲۴) \\
ls_l &\leq \sum_{\{i,j\} \in E} ys_{ij}^l, & l \in LS, & (۲۵) \\
\sum_{j:j>i} yh_{ij}^l + \sum_{j:i>j} yh_{ji}^l &\leq 2, & i \in N, l \in LH & (۲۶) \\
\sum_{j:j>i} ys_{ij}^l + \sum_{j:i>j} ys_{ji}^l &\leq 2, & i \in N, l \in LS, & (۲۷) \\
lh_l + \sum_{\{i,j\} \in E} yh_{ij}^l &= \sum_{i \in N} x_{ii}^l, & l \in LH, & (۲۸) \\
ls_l + \sum_{\{i,j\} \in E} ys_{ij}^l &= \sum_{i \in N} x_i^l + \sum_{i \in N} x_{ii}^l \\
&= \sum_{i \in N} (x_{ii}^l + x_i^l), & l \in LS, & (۲۹) \\
\sum_{\{i,j\} \in E: i,j \in B} yh_{ij}^l &\leq |B| - 1, & B \subseteq N, |B| \geq 2, l \in LH, & (۳۰) \\
\sum_{\{i,j\} \in E: i,j \in B} ys_{ij}^l &\leq |B| - 1, & B \subseteq N, |B| \geq 2, l \in LS, & (۳۱) \\
x_{ii}^l &\leq \sum_{j:j>i} ys_{ij}^l + \sum_{j:i>j} ys_{ji}^l \leq x_{ii}^l + M(1 - x_{ii}^l), & i \in N, l \in LS, & (۳۲) \\
\sum_{l' \in LH: l' \neq l} \sum_{i \in N} x_{ii}^l x_{ii}^{l'} &\geq lh_l.v_l, & l \in LH, & (۳۳) \\
v_l &\leq \sum_{l' \in LH: l' \neq l} lh_{l'} \leq Mv_l, & l \in LH, & (۳۴)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\sum_{s \in S} \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} p_s.r_{mn}.w_{mns}.f_{mns} \\
&\quad - \sum_{s \in S} \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} p_s.w_{mns}. \\
&\quad \sum_{\{i,j\} \in E} \left(\sum_{l \in LH} a.c_{ij}(fh_{mnijs}^l + fh_{mnjis}^l) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{l \in LS} c_{ij}(fs_{mnijs}^l + fs_{mnjis}^l) \right) \\
&\quad - \sum_{\{i,j\} \in E} (FC_{h_{ij}}.zh_{ij} + FC_{s_{ij}}.zs_{ij}) \\
&\quad - \sum_{i \in N} (ch_i.x_{ii} + cs_i.x_i) \\
\min T_E &= \sum_{s \in S} \sum_{m \in N} \sum_{n \in N} w_{mns} \left[\sum_{j \in N} \left(\sum_{l \in LH} (ah.fh_{mnmjs}^l \right. \right. \\
&\quad + eh.fh_{mnjns}^l) \\
&\quad + \sum_{l \in LS} (as.fs_{mnmjs}^l + es.fs_{mnjns}^l) \Big) \\
&\quad + \sum_{\{i,j\} \in E} d_{ij} \left(\frac{1}{\lambda h} \sum_{l \in LH} (fh_{mnijs}^l + fh_{mnjis}^l) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\lambda s} \sum_{l \in LS} (fs_{mnijs}^l + fs_{mnjis}^l) \right) \\
&\quad \left. + \sum_{i \in N: i \neq m, n} \tau_{mnis}.t_i \right] \\
\text{s.t.} & \\
z_{h_{ij}} + z_{s_{ij}} &\leq 1, & \{i,j\} \in E, & (۳۵) \\
x_i + x_{ii} &\leq 1, & i \in N, & (۳۶) \\
x_{iu} &\leq x_i, & i, u \in N, i \neq u, & (۳۷) \\
x_{iu} &\leq x_{uu}, & i, u \in N, & (۳۸) \\
\sum_{u \in N} x_{iu} &= x_i + x_{ii}, & i \in N, & (۳۹) \\
\sum_{i \in N} x_{ii}^l &= ls_l, & l \in LS, & (۴۰) \\
x_i^l &\leq \sum_{j \in N} x_{jj}^l.x_{ij}, & i \in N, l \in LS, & (۴۱) \\
x_{ii}^l &\leq x_{ii}, & i \in N, l \in LH \cup LS, & (۴۲) \\
\sum_{l \in LS} x_i^l &= x_i, & i \in N, & (۴۳) \\
yh_{ij}^l &\leq zh_{ij}, & \{i,j\} \in E, l \in LH, & (۴۴) \\
zh_{ij} &\leq \sum_{l \in LH} yh_{ij}^l, & \{i,j\} \in E, & (۴۵) \\
\sum_{l \in LS} ys_{ij}^l &= zs_{ij}, & \{i,j\} \in E, & (۴۶)
\end{aligned}$$

گرهایی باشند که به آن گره هاب تخصیص یافته‌اند. محدودیت‌های (۱۰) بدين معنی می‌باشند که یک گره هاب تنها در صورتی می‌تواند در یک خط قرار گیرد که قبلاً در شبکه ایجاد شده باشد. محدودیت‌های (۱۱) تضمین می‌کنند که یک گره غیرهاب تنها در صورتی در یک خط قرار می‌گیرد که قبلاً در شبکه ایجاد شده باشد. این محدودیت‌ها همچنین نشان می‌دهند که هر گره غیرهاب ایجاد شده در جریان تقاضا تنها می‌تواند در گره‌های هاب خط حرکت خود را تغییر دهد. محدودیت‌های (۱۲) نشان می‌دهند که یک یال هاب تنها در صورتی می‌تواند در یک خط واقع شود که قبلاً در شبکه ایجاد شده باشد. این محدودیت‌های (۱۳) محدودیت‌ها می‌باشند که یک یال هاب تنها در یک خط غیرهاب قرار می‌گیرد. محدودیت‌های (۱۴) تا (۱۸) اطمینان حاصل می‌کنند که یک یال تنها در صورتی در شبکه ایجاد می‌شود که گره‌های مجاور آن ایجاد شده باشند. محدودیت‌های (۱۹) یک کران بالا روی تعداد خطوطی که می‌توانند از هر کدام از یال‌های هاب عبور کنند، اعمال می‌نمایند. محدودیت‌های (۲۰) و (۲۱)، به ترتیب، بیشینه‌ی تعداد گره‌های خطوط هاب و غیرهاب را تعیین می‌کنند. همچنین، این محدودیت‌ها باعث می‌شوند که هیچ گره یا یالی نتواند بخشی از یک خط تشکیل نشده باشد. محدودیت‌های (۲۲) و (۲۳) بیشینه و کمینه طول خطوط را تعیین می‌نمایند. با توجه به محدودیت‌های (۲۴) و (۲۵)، حداقل یک یال باید در هر خط تشکیل شده وجود داشته باشد. محدودیت‌های (۲۶) تا (۳۱) توپولوژی خط را برای خطوط هاب و غیرهاب تشکیل شده اعمال می‌کنند (محدودیت‌های (۳۰) و (۳۱) محدودیت‌های حذف زیرتور هستند). محدودیت‌های (۳۲) تضمین می‌کنند که گره هاب مربوط به یک خط غیرهاب خاص، گرهی از آن خط است و خط از طریق آن گره هاب به زیرشبکه سطح هاب متصل می‌گردد.

محدودیت‌های (۳۳) بهم متصل بودن زیرشبکه‌ی سطح هاب را تضمین می‌کنند و بدين معنی هستند که هر خط هاب تشکیل شده باید حداقل یک گره را با حداقل یک خط هاب تشکیل شده‌ی دیگر به اشتراک بگذارد. محدودیت‌های (۳۴) برای تعریف صحیح متغیرهای τ_{mnis} به مدل اضافه شده‌اند. محدودیت‌های (۳۵) و (۳۶) بدين معنی هستند که جریان مربوط به یک جفت مبدأ- مقصد تنها زمانی می‌تواند از یک یال یک خط عبور کند که آن یال قبلاً در آن خط قرار گرفته باشد. محدودیت‌های (۳۷) و (۳۸)، به ترتیب، محدودیت‌های ظرفیت مربوط به یال‌های هاب و غیرهاب می‌باشند. محدودیت‌های (۳۹)، محدودیت‌های حفاظت جریان می‌باشند و اطمینان حاصل می‌کنند که کل جریان از گره m به گره n ، گره m را ترک می‌کند، به گره n می‌رسد و هر زمان که از یک گره میانی i عبور می‌کند، حفظ می‌گردد.

$$fh_{mnijs}^l + fh_{mnjis}^l \leq yh_{ij}^l, \quad (35)$$

$$m, n \in N, \{i, j\} \in E, l \in LH, s \in S,$$

$$fs_{mnijs}^l + fs_{mnjis}^l \leq ys_{ij}^l, \quad (36)$$

$$m, n \in N, \{i, j\} \in E, l \in LS, s \in S$$

$$\sum_{m \in N} \sum_{n \in N} \sum_{l \in LH} w_{mns} \cdot (fh_{mnijs}^l + fh_{mnjis}^l) \leq Cap_h, \quad (37)$$

$$\{i, j\} \in E, s \in S,$$

$$\sum_{m \in N} \sum_{n \in N} \sum_{l \in LS} w_{mns} \cdot (fs_{mnijs}^l + fs_{mnjis}^l) \leq Caps, \quad (38)$$

$$\{i, j\} \in E, s \in S,$$

$$\sum_{j \in N} \left(\sum_{l \in LH} (fh_{mnijs}^l - fh_{mnjis}^l) + \sum_{l \in LS} (fs_{mnijs}^l - fs_{mnjis}^l) \right) \quad (39)$$

$$\begin{cases} = +f_{mns}, & m, n, i \in N: i = m, m \neq n, s \in S \\ = -f_{mns}, & m, n, i \in N: i = n, m \neq n, s \in S \\ = 0, & m, n, i \in N: i \neq m, i \neq n, s \in S \end{cases}$$

$$\tau_{mnis} \leq f_{mns}, \quad m, n, i \in N: i \neq m, s \in S, \quad (40)$$

$$\sum_{j \in N} (fh_{mnijs}^l - fh_{mnjis}^l) \leq \tau_{mnis}, \quad (41)$$

$$l \in LH, m, n, i \in N: i \neq m, s \in S,$$

$$\sum_{j \in N} (fs_{mnijs}^l - fs_{mnjis}^l) \leq \tau_{mnis}, \quad (42)$$

$$l \in LS, m, n, i \in N: i \neq m, s \in S,$$

$$x_i, x_{iu}, zh_{ij}, z_{sij}, x_{ii}^l \in \{0, 1\}, \quad (43)$$

$$i, u \in N, \{i, j\} \in E, l \in LH \cup LS$$

$$lh_l, yh_{ij}^l, v_l, ls_{l'}, x_{i'}^l, ys_{ij}^{l'} \in \{0, 1\}, \quad (44)$$

$$\{i, j\} \in E, l \in LH, l' \in LS$$

$$f_{mns}, \tau_{mnis}, fh_{mnijs}^l, fs_{mnjis}^l \in (0, 1), \quad (45)$$

$$m, n, i, j \in N, s \in S, l \in LH, l' \in LS$$

تابع هدف (۱) سود خالص کل شبکه را که از تفریق هزینه‌های کل از درآمدهای کل حاصل از خدمت‌دهی به تقاضاهای محاسبه می‌شود، بیشینه می‌سازد. هزینه‌های کل برابر مجموع هزینه‌های حمل و نقل در سطح هاب و غیرهاب و هزینه‌های ایجاد گره‌ها و یال‌های هاب و غیرهاب می‌باشد. تابع هدف (۲) زمان خدمت‌دهی کل را که برابر با مجموع زمان‌های سپری شده در وسائل نقلیه و زمان‌های لازم برای ورود به خطوط، خروج از خطوط و انتقال بین خطوط می‌باشد، کمینه می‌سازد.

محدودیت‌های (۳) و (۴) تضمین می‌کنند که هر گره و یال ایجاد شده تنها می‌تواند هاب یا غیرهاب (و نه هر دو) باشد. محدودیت‌های (۵) و (۶) برای تعریف صحیح متغیرهای x_{iu} به مدل اضافه شده‌اند. محدودیت‌های (۷) نشان می‌دهند که هر گره ایجاد شده به یک و تنها یک گره هاب تخصیص داده می‌شود. محدودیت‌های (۸) هر خط غیرهاب تشکیل شده را به یک و تنها یک گره هاب تخصیص می‌دهند. محدودیت‌های (۹) تضمین می‌کنند که خطوط غیرهاب تخصیص داده شده به یک گره هاب خاص فقط می‌توانند شامل

RTN مبتنی بر هاب حاصل، تحت تنظیمات مختلف پارامترهای مهم، ارائه گردیده است.

به منظور ارزیابی عملکرد مدل دوهدفه‌ی پیشنهادی، در بخش اول آزمایش‌های محاسباتی، مدل با استفاده از روش اپسیلون-محددودیت حل شد و جواب‌های مرزی پارتو به دست آمد. برای این منظور، اپسیلون از 0×10^{10} تا 7×10^{10} گام^{۱۰} تغییر یافت. نقاط مرزی پارتوی به دست آمده برای یک نمونه از آزمایش‌ها با مقادیر داده شده در جدول (۱)، در شکل (۱) نشان داده شده است. روش اپسیلون-محددودیت جواب‌های پارتو را در زمانی کمتر از ۴۰۰۰ ثانیه به دست آورد. شکل (۲) نشان‌دهنده زمان CPU مورد نیاز برای به دست آوردن هر نقطه است. مشاهده می‌شود که با افزایش اولویت تابع زمان (اپسیلون)، حل جواب پارتوی مربوطه دشوارتر می‌گردد. شکل (۱) شامل ترجیحات مختلف تصمیم‌گیرندگان است. همان‌گونه که انتظار می‌رفت، افزایش اولویت زمان برای تصمیم‌گیرندگان منجر به کاهش امید ریاضی سود کل و کاهش امید ریاضی زمان کل می‌گردد. این اتفاق می‌تواند بیان‌گر اثربخشی درنظر گرفتن اهداف سود و زمان که اهدافی متناقض هستند، باشد. تصمیم‌گیرندگان با توجه به اولویت اهداف مسئله‌ی طراحی مدنظر، می‌توانند جواب نهایی خود را از بین نقاط مرزی پارتو انتخاب نمایند.

جدول (۱). مقادیر پارامترهای ورودی

مقدار	نماد	مقدار	نماد
5	$sMax$	10	n
$\max d_{ij}$ (کیلومتر)	$dMax$	1	$ LH $
$\min d_{ij}$ (کیلومتر)	$dMin$	2	$ LS $
$Caps.FCh_{ij}/FCs_{ij}$	$Caph$	3	$ S $
$1.5 \cdot \max w_{ij}$	$Caps$	$10^8 d_{ij}$	FCh_{ij}
$0.1 \frac{\sum_{i,j \in N} d_{ij}/n^2}{(\lambda h + \lambda s)/2}$ (ساعت)	t_i	$6 \times 10^7 d_{ij}$	FCs_{ij}
$0.6 \sum_{i \in N} t_i/n$ (ساعت)	ah	25×10^7	ch_i
$0.5 \sum_{i \in N} t_i/n$ (ساعت)	eh	10^8	cs_i
$(\lambda h \cdot \lambda s)/\lambda h$ (ساعت)	as	$100d_{ij}$	c_{ij}
$(\lambda h \cdot \lambda s)/\lambda h$ (ساعت)	es	10^2	tv
$(1 + \alpha_t) \cdot \lambda s$ (ساعت/کیلومتر)	λh	0.7	a
80 (ساعت/کیلومتر)	λs	$150 d_{mn}$	r_{mn}
2	M	1	γh
30	H	1	lh^{max}
10^7	t^{AP}	2	ls^{max}
		3	$hMax$

به منظور بررسی دقیق امید ریاضی سود نقاط پارتو، شکل (۳) به صورت خلاصه تفکیک امید ریاضی سود کل را بر حسب امید ریاضی در آمدها، هزینه‌های مسیریابی در سطح هاب و غیرهاب و هزینه‌های ایجاد گره‌ها و یال‌های هاب و غیرهاب ارائه می‌نماید. توجه داشته باشید که هزینه‌ها در شکل به صورت سود منفی نشان داده شده‌اند. همان‌گونه

محددودیت‌های (۴۰) تا (۴۲) برای تعریف صحیح متغیرهای t_{mnis} به مدل اضافه شده‌اند. در آخر، محدودیت‌های (۴۳) تا (۴۵) تا محدودیت‌های تعیین کران و علامت متغیرهای تصمیم می‌باشند.

۳. حل مسئله

در این بخش، روش‌های حل، داده‌های استفاده شده برای آزمایشات محاسباتی صورت گرفته و نتایج محاسباتی ارائه گردیده است.

۳-۱. روش‌های حل

به منظور حل مسئله‌ی دوهدفه‌ی پیشنهادی در این مقاله، در بخشی از آزمایش‌های محاسباتی، از روش اپسیلون-محددودیت برای به دست آوردن جواب‌های مرزی پارتو استفاده گردید که در آن تابع هدف سود به عنوان تابع هدف اصلی در نظر گرفته شد و تابع هدف زمان به محدودیت‌های مسئله منتقل گردید. برای ارزیابی اهمیت در نظر گرفتن چارچوب مدل‌سازی تصادفی و اندازه‌گیری حساسیت مدل به تغییرات در پارامترهای ضریب تخفیف و درآمدها از یک روش جمع وزنی استفاده گردید که در آن تابع زمان با یک ضریب که با t_7 نشان داده می‌شود از تابع سود کسر گردید. این ضریب ارزش زمان را نشان می‌دهد و امکان کمی نمودن اهمیت نسبی زمان نسبت به سود را فراهم می‌آورد.

تمامی آزمایش‌های محاسباتی بر روی یک لپتاپ شخصی با ویندوز ۱۰ مجهز به پردازنده Intel® Core™ i5-8250U CPU @ 1.60-1.80 GHz با ۸ گیگابایت حافظه RAM انجام شده است. برای حل، مدل ارائه شده ابتدا خطی‌سازی شده (با خطی‌سازی محدودیت‌های (۹) و (۳۳)) و سپس با استفاده از زبان برنامه‌نویسی IBM CPLEX و IBM ILOG Concert Technology با C++ حل گردیده است.

۳-۲. داده‌های مسئله

برای انجام آزمایش‌های محاسباتی مقاله از مجموعه داده‌ی AP استفاده گردید. به منظور محاسبه‌ی صحیح تابع هدف، داده‌های مربوط به هزینه‌ها، درآمدها و جریان‌های تقاضا برای افق زمانی H ساله محاسبه شد. بدین منظور، جریان تقاضا از i به j که با w_{ij} نشان داده می‌شود، براساس مجموعه داده‌ی AP برای H سال با استفاده از معادله‌ی $w_{ij} = w_{ij}^{AP} / \sum_{i,j \in N} W_{ij}^{AP} \times t^{AP} \times Y$ محاسبه گردید که w_{ij}^{AP} جریان تقاضای از i به j می‌باشد که از مجموعه داده‌ی AP گرفته شده است و t^{AP} تعداد کل سفرهای سالیانه‌ی تخمینی می‌باشد. ماتریس فاصله‌ی ارائه شده توسط مجموعه داده‌ی AP برای مدل استفاده شد و بقیه‌ی پارامترهای مدل آن‌گونه که در جدول (۱) گزارش شده است، تنظیم گردید. مقادیر این جدول در تمام آزمایشات استفاده شده است، مگر اینکه به صراحت ذکر شده باشد. در ادامه، نتایج آزمایش‌های محاسباتی به همراه بینش‌های مدیریتی ارائه گردیده است.

۳-۳. آزمایش‌های محاسباتی

در این زیربخش نتایج آزمایش‌های محاسباتی انجام شده برای ارزیابی عملکرد مدل تصادفی دوهدفه‌ی پیشنهادی و تجزیه و تحلیل شبکه‌های

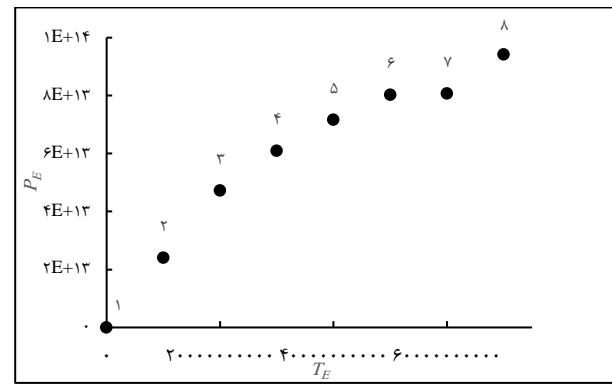
در بخش دوم آزمایش‌ها، از روش جمع وزنی ذکر شده در زیربخش ۱-۳ برای ارزیابی اهمیت درنظر گرفته چارچوب مدل سازی تصادفی برای مسئله استفاده گردید. ارزش مورد انتظار اطلاعات کامل^۱ (EVPI) و ارزش حل تصادفی^۲ (VSS) دو معیاری هستند که اغلب برای نشان دادن این اهمیت درنظر گرفته می‌شوند [۳۷]. EVPI نشان‌دهنده‌ی تفاوت بین مقدار بهینه‌ی مسئله‌ی تصادفی که با SP نشان داده می‌شود و مقدار هدف جواب به‌اصطلاح صیرکن و بین^۳ که با WS نشان داده می‌شود، است. فرض کنید DE_s مقدار بهینه‌ی مسئله‌ی قطعی مرتبط با ستاریوی $s \in S$ را نشان می‌دهد. درصد EVPI به‌صورت $EVPI(\%) = (WS - SP)/SP \times 100$ تعریف می‌شود که در آن $VSS(\%) = (SP - WS)/\sum_{s \in S} p_s DE_s$. درصد VSS به‌صورت $WS = \sum_{s \in S} p_s DE_s$ تعريف می‌شود که در $EEV/SP \times 100$ مقدار بهینه‌ی مسئله‌ی تصادفی است که در آن متغیرهای مرحله اول برابر مقادیر بهینه‌شان در مسئله قطعی حاصل از جایگزینی متغیرهای تصادفی با امیدریاضی‌شان، قرار گرفته‌اند. این بخش از آزمایش‌ها با تغییر تعداد ستاریوها طبق $\{S | S \in \{1, 3, 5\}\}$ انجام گرفت. جدول (۲) نتایج به‌دست آمده را نشان می‌دهد. برای هر تعداد ستاریو، پنج ستون بعدی، بهترین، مقادیر مربوط به زمان CPU موردنیاز برای به‌دست آوردن جواب‌های بهینه (برحسب ثانیه)، امید ریاضی سود خالص کل، امید ریاضی زمان خدمت کل، و $EVPI(\%)$ و $VSS(\%)$ را نشان می‌دهند. مقادیر گزارش شده در جداول این مقاله میانگین حاصل از حل ۳ نمونه از مسئله‌ی مورد آزمایش مربوطه می‌باشند. شکل (۴) پیکربندی شبکه‌ی به‌دست آمده برای ردیف دوم جدول (۲) را، به عنوان نمونه‌ای از شبکه‌های ریلی تندروی مبتنی بر هاب حاصل، نشان می‌دهد. خطوط ضخیم و باریک به‌ترتیب نشان‌دهنده‌ی خطوط هاب و غیرهاب هستند. گرهی که به شبکه متصل نیست، برای خدمت‌دهی انتخاب نشده است. از جدول (۲) مشاهده می‌شود که همان‌گونه که انتظار می‌رفت، با افزایش تعداد ستاریوها حل نمونه‌ها سخت‌تر می‌گردد. همچنین مشاهده می‌شود که مقادیر $EVPI(\%)$ و $VSS(\%)$ به‌طور میانگین قابل توجه هستند. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که داشتن اطلاعات در مورد آینده به‌طور قابل توجهی سودمند است و مسئله ارزش حل با مدل تصادفی را دارد. همچنین، با توجه به مثبت بودن مقدار درصد ارزش حل تصادفی برای برخی نمونه‌های مسئله می‌توان نتیجه گرفت که تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت حتی می‌تواند زیرساخت شبکه را تغییر دهد.

جدول (۲). عملکرد مدل تصادفی دوهدفه‌ی پیشنهادی

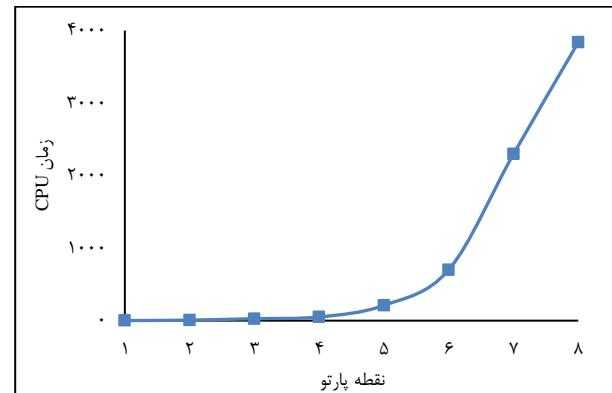
$VSS(\%)$	$EVPI(\%)$	T_E	P_E	CPU	ردیف $ \Omega $	زمان
-	-	$1/70e+10$	$1/58e+14$	۱۳۵۹	۱	۱
*	۱۰۲	$5/0.8e+10$	$8/0.7e+13$	۲۲۵۹	۳	۲
۱/۴۹	۱۱۵	$7/92e+10$	$8/1.0e+13$	۴۷۴۵	۵	۳

3. Wait-and-See

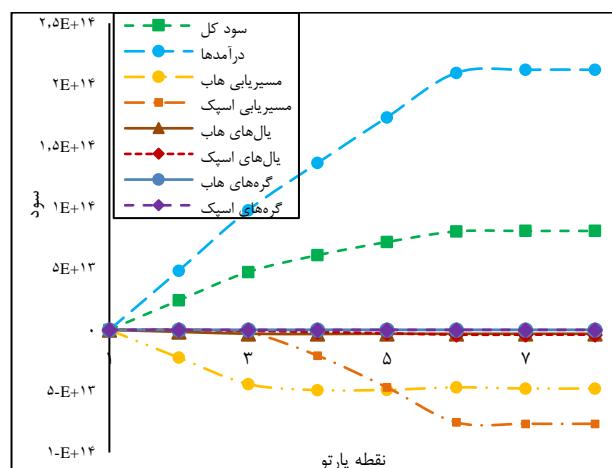
که قبل‌اً ذکر گردید، افزایش اولویت زمان، امید ریاضی سود کل را کاهش می‌دهد. به‌طور جزئی تر می‌توان گفت این امر باعث کاهش درآمدها و همچنین تمام انواع هزینه‌ها می‌شود که می‌تواند ناشی از کاهش تقاضاهای خدمت‌دهی شده باشد. کاهش سود کل ناشی از کاهش درآمدها می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که کاهش تقاضاهای خدمت‌دهی شده به‌میزان قابل توجهی هزینه‌های مسیریابی را کاهش می‌دهد، اما تأثیر قابل توجهی بر هزینه‌های ایجاد ندارد.



شکل (۱). جواب‌های مرزی پارتولو



شکل (۲). زمان CPU مصرف شده برای نقاط مرزی پارتولو



شکل (۳). تفکیک سود برای نقاط مرزی پارتولو

1. Expected Value of Perfect Information (EVPI)

2. Value of Stochastic Solution (VSS)

فرآیند برنامه‌ریزی برای دستیابی به جواب‌های خوب برای موقعیت‌های دنیای واقعی می‌باشد.

جدول (۳). ویژگی‌های جواب‌های حاصل برای مقادیر مختلف ضریب تخفیف

CPU	خدمت‌دهی شده	درصد تقاضای زمان	T_E	P_E	$1 - \alpha$	ردیف
۱۹۱۵	۲۸/۶۷	۵/۰۸e+۱۰	۶/۷۰e+۱۳	۰/۱	۱	
۲۲۵۹	۲۹/۲۲	۵/۰۸e+۱۰	۸/۰۸e+۱۳	۰/۳	۲	
۳۰۲۸	۲۸/۸۷	۵/۰۹e+۱۰	۹/۴۴e+۱۳	۰/۵	۳	

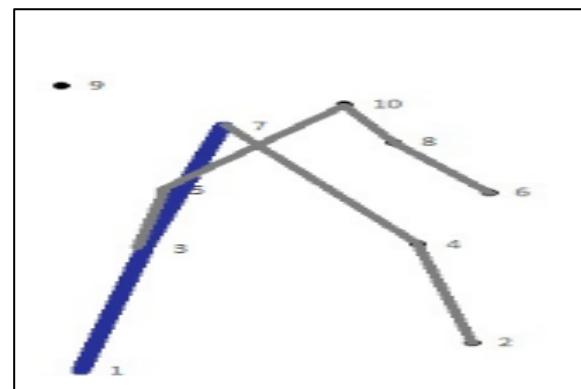
جدول (۴). ویژگی‌های جواب‌های حاصل برای مقادیر مختلف درآمدها

CPU	خدمت‌دهی شده	درصد تقاضای زمان	T_E	P_E	v_r	ردیف
۹۵	۱۲/۰۳	۳/۵۵e+۱۰	۲/۶۰e+۱۳	۱/۱	۱	
۲۲۵۹	۲۹/۲۲	۵/۰۹e+۱۰	۸/۰۷e+۱۳	۱/۵	۲	
۱۵۸۸۳	۲۹/۳۱	۵/۱۸e+۱۰	۱/۵۲e+۱۴	۲	۳	

۴. نتیجه‌گیری

در این مطالعه یک مدل مکان‌یابی-مسیریابی هاب دوهدفه‌ی تصادفی جدید برای طراحی شبکه‌های ریلی تندرو ارائه شده است که به صورت همزمان به بیشینه‌سازی امیدریاضی سود خالص کل و کمینه‌سازی امیدریاضی زمان خدمت کل می‌پردازد. تقاضاهای به صورت تصادفی در نظر گرفته شده و از رویکرد ستاریومحور و روش مدل‌سازی تصادفی دو مرحله‌ای برای فرموله نمودن مدل مسئله‌ی پیشنهادی استفاده گردیده است. در مسئله‌ی ارائه شده، علاوه‌بر تعیین زیرساخت شبکه که با تصمیم‌گیری درخصوص مکان گره‌های هاب و غیرهاب، تخصیص گره‌های غیرهاب به گره‌های هاب و انتخاب یال‌های هاب و غیرهاب صورت می‌گیرد، خطوط حرکت هاب و غیرهاب، درصد تقاضاهای خدمت‌دهی شده و نحوه مسیریابی تقاضاهای خدمت‌دهی شده در شبکه نیز تعیین می‌گردد.

مدل پیشنهادی با استفاده از روش‌های اپسیلون-محدودیت و جمع وزنی برای به دست آوردن نقاط مرزی پارتی، ارزیابی اهمیت مدل‌بندی تصادفی مسئله و تجزیه و تحلیل شبکه‌های ریلی تندروی مبتنی بر هاب حاصل، تحت تنظیمات مختلف پارامترهای مهم، حل گردید و برخی بینش‌های مدیریتی ارائه شد. از نتایج آزمایش‌های محاسباتی می‌توان نتیجه گرفت که مدل پیشنهادی قادر به تولید شبکه‌های حمل و نقلی است که می‌توانند بین اهداف متضاد سود و زمان تعادل برقار کنند. نتایج عددی نشان دادند داشتن اطلاعات در مورد آینده سودمند است و مسئله ارزش حل با مدل تصادفی را دارد. علاوه‌بر این، تحلیل حساسیت برخی بینش‌های مدیریتی درخصوص تأثیر پارامترهای ضریب تخفیف و درآمدها بر کیفیت جواب‌های حاصل ارائه نمود. جهت



شکل (۴). نمونه‌ای از تنظیمات شبکه‌ی حاصل

به منظور بررسی ویژگی‌های جواب‌های حاصل از حل مدل پیشنهادی، در بخش سوم آزمایش‌ها، تأثیر ضریب تخفیف α و درآمدها r_{mn} -به عنوان دو پارامتر مهم تأثیرگذار بر طراحی شبکه و قابل تعیین براساس سیاست‌های تصمیم‌گیرندگان - روی جواب‌های حاصل مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. بدین منظور، جواب‌ها براساس امیدریاضی سود خالص کل، امیدریاضی زمان خدمت کل و امیدریاضی درصد تقاضاهای خدمت‌دهی شده، جهت دستیابی به بینش‌های مدیریتی، مورد بررسی قرار گرفتند. نتایج مربوطه در جدول (۳) و جدول (۴) آورده شده است. برای بررسی درآمدها، پارامتر v_r مطابق جدول (۳) تغییر داده شد. برای هر ردیف از این جداول، چهار ستون بعدی، به ترتیب، مقادیر پارامتر مورد بررسی، امیدریاضی زمان خدمت‌دهی شده، امیدریاضی سود خالص کل، امیدریاضی زمان خدمت کل و زمان CPU صرف شده برای دستیابی به جواب‌ها را نشان می‌دهند. نتایج نشان می‌دهند هنگامی که تخفیف بدلیل صرفه‌ی اقتصادی ناشی از مقیاس بیشتر است، تصمیم‌گیرندگان می‌توانند سود قابل توجه بیشتری کسب نمایند. همچنین با افزایش تخفیف، درصد تقاضاهای خدمت‌دهی شده ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. این اتفاق می‌تواند نشان‌دهنده این واقعیت باشد که افزایش تخفیف تا حدی می‌تواند سود را بدلیل افزایش تقاضاهای جذب شده زیاد کند و بیشتر از آن سود را صرفاً بدلیل تخفیف هزینه‌ها و نه افزایش جذب تقاضا افزایش می‌دهد. بنظر نمی‌رسد انتخاب این پارامتر اثری کاهشی یا افزایشی روی امیدریاضی زمان خدمت کل داشته باشد. همان‌طور که از جدول مشاهده می‌شود و همان‌گونه که انتظار می‌رفت، افزایش درآمدها منجر به افزایش مقادیر امیدریاضی درصد تقاضاهای خدمت‌دهی شده و سود خالص کل می‌گردد. این افزایش، امیدریاضی زمان خدمت کل را نیز افزایش می‌دهد. این امر می‌تواند به این دلیل باشد که داشتن تقاضای خدمت‌دهی شده بیشتر ممکن است منجر به فراتر رفتن از آستانه‌ی ظرفیت یال‌ها در مسیرهای مبدأ-مقصد کوتاه‌تر و لزوم مسیریابی جریان تقاضا در مسیرهای طولانی‌تر شود.

از نتایج، می‌توان نتیجه گرفت که تصمیمات مختلف به صورت توأم‌ان در دستیابی به جواب‌های خوب دخیل هستند. این امر نشان‌دهنده‌ی اهمیت درنظر گرفتن جنبه‌ها و مراحل مختلف یک

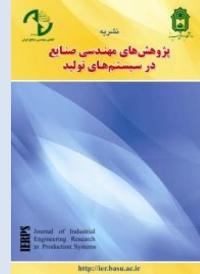
- Tree of Hubs Location Problem, European Journal of Operational Research, 202 (2): 390-400, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.044>.
- [13] Labbé, M. and Yaman, H., 2008, Solving the hub location problem in a star-star network, Networks, 51 (1): 19-33, doi: <https://doi.org/10.1002/net.20193>.
- [14] Martins de Sá, E., Contreras, I., Cordeau, J.-F., de Camargo, R. S. and de Miranda, G., (2015). The Hub Line Location Problem, Transportation Science, 49 (3): 500-518, doi: 10.1287/trsc.2014.0576.
- [15] Martins de Sá, E., Contreras, I. and Cordeau, J.-F., (2015). Exact and heuristic algorithms for the design of hub networks with multiple lines, European Journal of Operational Research, 246 (1): 186-198, doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.04.017>.
- [16] Mahmutoğulları, A. İ. and Kara, B. Y., (2015). Hub Location Problem with Allowed Routing between Nonhub Nodes, Geographical Analysis, 47 (4): 410-430, doi: 10.1111/gean.12075.
- [17] Yaman, H., Kara, B. Y. and Tansel, B. Ç., (2007). The latest arrival hub location problem for cargo delivery systems with stopovers, Transportation Research Part B: Methodological, 41 (8): 906-919, doi: <https://doi.org/10.1016/j.trb.2007.03.003>.
- [18] Thomadsen, T. and Larsen, J., (2007). A hub location problem with fully interconnected backbone and access networks, Computers & Operations Research, 34 (8): 2520-2531, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.09.018>.
- [19] Kartal, Z., Hasgul, S. and Ernst, A. T., (2017). Single allocation p-hub median location and routing problem with simultaneous pick-up and delivery, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 108: 141-159, doi: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2017.10.004>.
- [20] Basirati, M., Akbari Jokar, M. R. and Hassannayebi, E., (2020). Bi-objective optimization approaches to many-to-many hub location routing with distance balancing and hard time window, Neural Computing and Applications, 32 (17), 13267-13288, doi: 10.1007/s00521-019-04666-z.
- [21] Kemmar, O., Bouamrane, K. and Gelareh, S., (2021). Hub location problem in round-trip service applications, RAIRO-Oper. Res., 55: 2831-S2858. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1051/ro/2020125>.
- [22] Tikani, H., Honarvar, M. and Mehrjerdi, Y. Z., (2018). Developing an integrated hub location and revenue management model considering multi-classes of customers in the airline industry, Computational and Applied Mathematics, 37 (3): 3334-3364, doi: 10.1007/s40314-017-0512-3.
- [23] Taherkhani, G. and Alumur, S. A., 2019, Profit maximizing hub location problems, Omega, 86: 1-15, doi: <https://doi.org/10.1016/j.omega.2018.05.016>.
- [24] Kaveh, F., Tavakkoli-Moghaddam, R., Triki, C., Rahimi, Y. and Jamili, A., (2021). A new bi-objective model of the urban public transportation hub network design under uncertainty, Annals of Operations Research, 296 (1): 131-162, doi: 10.1007/s10479-019-03430-9.
- [25] Oliveira, F. A., de Sá, E. M. and de Souza, S. R., (2022). Benders decomposition applied to profit maximizing hub location problem with incomplete hub network, Computers & Operations Research, 142, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2022.105715>.
- [26] Fallah-Tafti, M., Honarvar, M., Tavakkoli-Moghaddam, R. and Sadegheih, A., (2022). Mathematical modeling of a bi-objective hub location-routing problem for rapid transit networks, RAIRO-Oper. Res., 56 (5): 3733-3763. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1051/ro/2022170>.

انجام تحقیقات آتی، توسعه‌ی الگوریتم‌های حل کارآمد، اعم از دقیق یا فراتکاری، برای حل نمونه‌های با ابعاد واقعی مسئله پیشنهاد می‌گردد. علاوه‌بر این، از دیدگاه مدل‌سازی، درنظر گرفتن سایر محدودیت‌های دنیای واقعی مانند محدودیت ظرفیت ایستگاه‌ها، درنظر گرفتن تصمیمات راهکاری (علاوه‌بر تضمیمات راهبردی) و سایر عوامل عدم قطعیت، برای ایجاد مدل‌های کاربردی‌تر، پیشنهاد می‌گردد.

مراجع

- [1] Ahmadi, T., Karimi, H., Davoudpour, H. and Hosseiniou, S. A., (2015). A robust decision-making approach for p-hub median location problems based on two-stage stochastic programming and mean-variance theory: a real case study, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 77 (9): 1943-1953, doi: 10.1007/s00170-014-6569-x.
- [2] Gutiérrez-Jarpa, G., Obreque, C., Laporte, G. and Marianov, V., (2013). Rapid transit network design for optimal cost and origin-destination demand capture, Computers & Operations Research, 40 (12): 3000-3009, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2013.06.013>.
- [3] Gutiérrez-Jarpa, G., Laporte, G., Marianov, V. and Moccia, L., (2017). Multi-objective rapid transit network design with modal competition: The case of Concepción, Chile, Computers & Operations Research, 78: 27-43, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.08.009>.
- [4] Marín, Á. and García-Ródenas, R., (2009). Location of infrastructure in urban railway networks, Computers & Operations Research, 36 (5): 1461-1477, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2008.02.008>.
- [5] López-Ramos, F., Codina, E., Marín, Á. and Guarnaschelli, A., (2017). Integrated approach to network design and frequency setting problem in railway rapid transit systems, Computers & Operations Research, 80: 128-146, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.12.006>.
- [6] Shushan, C., Qinghuai, L. and Zhong, S., (2019). Design of Urban Rail Transit Network Constrained by Urban Road Network, Trips and Land-Use Characteristics, Sustainability, 11, doi: <https://doi.org/10.3390/su11216128>.
- [7] Canca, D., De-Los-Santos, A., Laporte, G. and Mesa, J. A., (2017). An adaptive neighborhood search metaheuristic for the integrated railway rapid transit network design and line planning problem, Computers & Operations Research, 78: 1-14, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.08.008>.
- [8] Canca, D., De-Los-Santos, A., Laporte, G. and Mesa, J. A., (2019). Integrated Railway Rapid Transit Network Design and Line Planning problem with maximum profit, Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 127: 1-30, doi: <https://doi.org/10.1016/j.tre.2019.04.007>.
- [9] Contreras, I. and O'Kelly, M., (2019). Hub Location Problems, In Location Science, edited by G. Laporte, S. Nickel, and F. Saldanha da Gama. Cham: Springer International Publishin, doi: 10.1007/978-3-030-32177-2_12.
- [10] Campbell, J. F., Ernst, A. T. and Krishnamoorthy, M., (2005). Hub Arc Location Problems: Part I—Introduction and Results, Management Science, 51 (10): 1540-1555, doi: 10.1287/mnsc.1050.0406.
- [11] Contreras, I., Tanash, M. and Vidyarthi, N., (2013). The cycle hub location problem, Technical Report CIRRELT 59.
- [12] Contreras, I., Fernández ,E. and Marín, A., (2010). The

- [27] غفاری نسب، ن.، غضنفری، م. و تیموری، ا.، (۱۳۹۲). طراحی شبکه لجستیک هاب استوار با درنظر گرفتن تقاضاهای تصادفی برای شرکت‌های ارائه دهنده خدمات لجستیکی، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۱ (۲): ۹۷-۱۰۷. [برخط]. در دسترس:
- https://ier.basu.ac.ir/article_681_4dbeb44595ef5e040966.e14187201025.pdf
- [28] Rahimi, Y., Torabi, S. A. and Tavakkoli-Moghaddam, R., (2019). A new robust-possibilistic reliable hub protection model with elastic demands and backup hubs under risk, Engineering Applications of Artificial Intelligence, 86: 68-82, doi: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2019.08.019>.
- [۲۹] عیدی، ع. و بروزگر، خ.، (۱۳۹۴). ارائه یک الگوریتم حل دقیق برای مسئله جایابی p هاب میانه با تخصیصی r -تابی، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۳ (۵): ۶۱-۷۱. [برخط]. در دسترس:
- https://ier.basu.ac.ir/article_1176_9765f80ebbc8d02cf4f0.a5ff2aef4a67.pdf
- [۳۰] حسینی، س. م. ح.، حسنی، ع. ا. و اسدیان، م.، (۱۳۹۶). مدل‌سازی و حل مسئله مکان‌یابی هاب سلسله مراتبی چندوسیله‌ای با درنظر گرفتن محدودیت ظرفیت هاب‌ها، نشریه پژوهش‌های مهندسی صنایع در سیستم‌های تولید، ۵ (۱۰): ۱۵-۱. doi: [10.22084/ier.2017.12211.1560](https://doi.org/10.22084/ier.2017.12211.1560)
- [31] Verma, A., Kumari, A., Tahlyan, D. and Hosapujari, A. B.,



A Bi-objective Stochastic Hub Location-Routing Model for the Railway Rapid Transit Network Design

M. Fallah-Tafti^{1*}, M. Honarvar², R. Tavakkoli-Moghaddam³, A. Sadegheih⁴

¹. PhD Candidate of Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

². Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

³. Professor, School of Industrial Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

⁴. Professor, Department of Industrial Engineering, Yazd University, Yazd, Iran

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 2023/2/7

Accepted: 2023/6/8

Keywords:

Hub Location

Railway Rapid Transit Network Design

Hub And Spoke Network

Bi-Objective and Stochastic Optimization.

ABSTRACT

This study focuses on the development of a stochastic bi-objective hub location-routing model for a railway rapid transit network design problem. Due to the use of railway rapid transit systems in the hub-level sub-network (i.e., the network among the hub nodes) and the spoke-level sub-network (i.e., the network that connect spoke nodes to each other and to hub nodes), the decisions to make concern the location of hub nodes, spoke nodes, hub edges and spoke edges, and the determination of hub and spoke lines, the percentage of satisfied demands, and the way of routing the demands, simultaneously. Uncertainty is assumed for demands represented by a finite set of scenarios. The problem is formulated through a two-stage stochastic modeling framework. The aim is to maximize the total expected profit and to minimize the total expected service time. The performance of the model is evaluated through computational tests using the well-known AP dataset. The computational results confirm the importance of considering the stochastic model and the conflicting profit and time objectives for the given problem. Some managerial insights are also provided through the analysis of the resulting networks under various parameter settings and the investigation of the effect of these settings on the characteristics of the obtained solutions and the interactions among the different aspects of the studied complex decision problem.

* Corresponding author. M. Honarvar

Tel.: 035-31232345; E-mail address: mhonarvar@yazd.ac.ir