

## کاربرد تقریبهای درجه اول و دوم درونیابی دومتغیره لاگرانژ در تشکیل سری زمانی اشتغال بخش ساختمان

زهره لالی\*

کلیدواژه: درونیابی، چندجمله‌ای درونیاب، درونیابی  
دومتغیره لاگرانژ، تابع اشتغال.

### مقدمه

وجود آمارهای سری زمانی جمعیت شاغل بخش ساختمان برای مطالعات اقتصادسنجی بازار کار و برنامه‌ریزی اهمیت بسیار دارد. یکی از متغیرهای مهم در اقتصاد، اشتغال نیروی کار است که به همراه بهره‌وری آن از جمله عوامل اساسی تعیین‌کننده رشد تولید در کشور است. در مطالعات تخمین تابع تولید بخش ساختمان، اشتغال یکی از متغیرهای مهم به شمار می‌رود. علاوه بر این، در برآورد تابع تقاضای نیروی کار (یا تابع اشتغال) بخش ساختمان و مطالعات بهره‌وری نیز به آمارهای سری زمانی اشتغال نیازمندیم. باید توجه کرد که هر چه آمارهای سری زمانی اشتغال دقت و اعتبار بیشتری داشته

چکیده: در این مطالعه، برای تشکیل سری زمانی جمعیت شاغل بخش ساختمان در سالهایی از دوره ۱۳۴۵-۱۳۷۹، که داده‌های آماری مربوط به آن وجود ندارد، از تقریبهای مرتبه اول و دوم درونیابی دومتغیره لاگرانژ استفاده شده است. متغیرهای استفاده شده برای درونیابی، ارزش افزوده و دستمزدها به قیمت‌های ثابت سال ۱۳۷۶ اند. برای تشکیل توابع درونیاب از دو چندجمله‌ای مرتبه اول، که اولی از اطلاعات دوگره و دومی از سه‌گره استفاده می‌کند، بهره گرفته‌ایم. علاوه بر این، یک چندجمله‌ای درجه دوم که در آن سه‌گره به کار رفته نیز معرفی شده است. نتایج نشان‌دهنده آن است که بهترین برآورد از ترکیب نتایج درونیابی تمامی چندجمله‌ای‌های معرفی شده به دست می‌آید، یعنی، تابع درونیاب تابعی چندضابطه‌ای است که، در آن برای هر دوره مفروض، یکی از چندجمله‌ای‌های معرفی شده به کار رفته است. نتایج تخمین تابع اشتغال با استفاده از آمارهای سری زمانی اشتغال درونیابی شده نشان‌دهنده آن است که قدرت تشریح تعدیل شده رگرسیون ۹۷/۱٪ است و علامتهای تمامی ضرایب تخمین‌زده شده مطابق انتظار نظری‌اند.

\* کارشناس ارشد ریاضی کاربردی

هزینه استفاده از سرمایه، پیشرفت فنی و قوانین و مقررات ناظر بر بازار کار بستگی دارد.

یقیناً رشد این شاخه از ریاضیات به در اختیار بودن ابزار محاسباتی کارآمد وابسته است. از این رو، در ۲۵ سال اخیر مقالات زیادی در این زمینه نوشته شده است.

درونیابی توابع چند متغیره بسیار مشکل تر از حالت یک متغیره است. اگرچه می توان از حاصل ضرب تانسوری<sup>۱</sup> برای مسائل درونیابی چند متغیره استفاده کرد، ولی نقاط باید در یک ناحیه مستطیلی باشند. برای نقاطی که به دلخواه توزیع شده اند نمی توان از این روش استفاده کرد. مسئله یافتن درونیابیهای هموار برای تابع چند متغیره بسیار پیچیده تر از حالت یک متغیره است، زیرا در این حالت خصوصیات نامعمولی بروز می کند که در حالت یک متغیره مشاهده نمی شود.<sup>۲</sup> یکی از مشکلات درونیابی توابع چند متغیره این است که برای هر تعداد دلخواه از داده های درونیاب همواره قابل حل نیست. علاوه بر این، وجود و یکتایی جواب به توزیع هندسی نقاط بستگی دارد.<sup>۳</sup>

در این مطالعه، با توجه به ماهیت داده های آماری بخش ساختمان و نبود اطلاعات درباره مشتق تابع اشتغال در نقاط گره ای<sup>۴</sup>، درونیابی دو متغیره لاگرانژی برای برآورد اشتغال در سالهایی که اطلاعات جمعیت شاغل وجود ندارد، مناسب تشخیص داده شده است.

مفهوم درونیابی دو متغیره را در حالت کلی به شکل زیر می توان بیان کرد: درونیابی دو متغیره عبارت است از پیدا کردن یک چند جمله ای  $P$

باشد، تخمین پارامترهای توابعی نظیر اشتغال و تولید دقت بیشتری خواهد داشت و تحلیلهای سیاستی و پیش بینیها دقیقتر خواهد بود. بنابراین، موجود بودن آمارهای سری زمانی اشتغال معتبر برای تحقیقات اقتصادی بسیار ضروری است. با توجه به اینکه آمارهای جمعیت شاغل در مقاطع زمانی که سرشماری یا نمونه گیری انجام شده موجود است و در فواصل بین آنها اطلاعات آماری موجود نیست، باید از روشهای درونیابی<sup>۱</sup> در ساختن آمارهای سری زمانی استفاده کرد. در مطالعه حاضر، درصددیم که، با استفاده از روش درونیابی دو متغیره لاگرانژ آمارهای اشتغال در بخش ساختمان را درونیابی کنیم. باید توجه کرد که، براساس نظریه های تقاضای نیروی کار، اشتغال به تولید، دستمزدها و قیمت سرمایه و فناوری بستگی دارد. با توجه به اینکه آمارهای سری زمانی سالانه برای ارزش افزوده و دستمزدها در بخش ساختمان وجود دارد، امکان استفاده از روش درونیابی دو متغیره در برآورد آمارهای جمعیت شاغل در این بخش هست.

### درونیابی دو متغیره

درونیابی یک متغیره، به کمک چند جمله ایها یا توابع دیگر، در ریاضیات کاربردی نسبتاً قدیمی است. در *دایرة المعارف ریاضی* (۱۹) آمده که کلمه درونیابی را اولین بار والیس در سال ۱۶۵۵ میلادی معرفی کرد. در مقایسه با آن، درونیابی چند متغیره یکی از موضوعات نسبتاً جدید در ریاضیات کاربردی است که از نیمه دوم قرن بیستم به آن پرداخته شده است و امروزه، یکی از بخشهای اساسی و بنیادی در نظریه تقریب و ریاضیات کاربردی را به خود اختصاص داده است. علاوه بر این، در دنیای واقعی بسیاری از مسائل وجود دارد که با بیش از یک متغیر سر و کار دارند. مثلاً، اشتغال به تولید، دستمزد،

1. Interpolation

2. Tensor

۳. برای اطلاع از جزئیات بیشتر به مأخذ ۱۷ مراجعه شود.

۴. برای اطلاع از جزئیات بیشتر به مأخذ ۸ و ۹ مراجعه شود.

5. Node

نظریه‌های اقتصادی و متغیرهای تولید و دستمزد، چندجمله‌ای بهین را برای درونیابی جمعیت شاغل انتخاب می‌کنیم.

تعاریف و بیان مسئله

تعریف ۱. مجموعه

(۱)

$$S = \{(r_0, \Gamma_0), (r_1, \Gamma_1), K, (r_N, \Gamma_N)\}$$

که  $r_i, i = 0, 1, K, N$  یک خط مستقیم با معادله

$$r_i \equiv a_i x + b_i y + c_i = 0 \quad (|a_i| + |b_i| \neq 0)$$

و  $\Gamma_i, i = 0, 1, K, N$  یک مجموعه از خطوط

(۲)

$$\Gamma_i = \{r_{i0}, r_{i1}, K, r_{im(i)}\}$$

با معادلات

$$r_{ij} = a_{ij} x + b_{ij} y + c_{ij} = 0 \quad (|a_{ij}| + |b_{ij}| \neq 0)$$

یک سیستم هرمیت در  $R^2$  نامیده می‌شوند، اگر در شرط زیر صدق کنند:

خطوط  $r_i$  و  $r_{ij}$  یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند که با  $u_{ij}$  نمایش داده می‌شود. مجموعه  $I$  به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$I = \{(i, j) \mid i = 0, 1, K, N ; j = 0, 1, K, m(i)\} \quad (3)$$

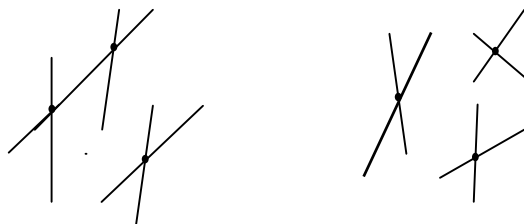
که رابطه ترتیبی زیر در آن برقرار است:

$$(i, j) < (i', j') \Leftrightarrow i < i' \text{ یا } i = i', j < j'$$

نماد  $(i, j) \leq (i', j')$  به معنی  $(i, j) < (i', j')$  یا

از فضای چندجمله‌ایهای دو متغیره، به گونه‌ای که مقدار  $p$  یا برخی از مشتقات  $p$  در نقاط درونیاب اعداد حقیقی معینی باشند. هنگامی که مشتقات درونیابی نشوند، مسئله درونیابی لاگرانژ نامیده می‌شود.

در این مطالعه برای ساختن مجموعه‌ای از داده‌های درونیاب دو متغیره از یک روش استفاده شده است. بدین صورت که مجموعه‌ای از خطوط مستقیم را در نظر می‌گیریم که معادله هر کدام از آنها با یک چندجمله‌ای درجه اول از  $x, y$  مرتبط می‌شود. به ازای هر خط داده شده، مجموعه‌ای از خطوطی را در نظر می‌گیریم که تقاطع این خطوط با خط مفروض نقطه‌ای اند که در آنها درونیابی می‌شود. مثلاً، برای سه نقطه می‌توانیم اشکال زیر را در نظر بگیریم:



با توجه به وضعیت رسم این خطوط، داده‌های درونیاب که مقادیر تابع یا مشتقات آن در نقاط درونیاب‌اند، به دست می‌آید. در حالت کلی، این فرمول‌بندی مسئله درونیابی هرمیت<sup>۶</sup> را نتیجه می‌دهد که در ساده‌ترین شکل به درونیابی لاگرانژ<sup>۷</sup> منتهی می‌شود. در هر دو حالت، ما از حاصل ضرب معادله خطوط رسم شده در نقاط درونیاب برای به دست آوردن مجموعه‌ای از چند جمله‌ایها که پدیدآورنده فضایی برداری است استفاده می‌کنیم. گفتنی است که در این فضا مسئله درونیاب یکتاست. آزادی عمل در انتخاب خطوط گذرنده از نقاط درونیاب به تولید فضاهای متفاوت برای مجموعه‌ای از داده‌ها می‌انجامد و ما از این خصوصیت استفاده می‌کنیم و، با توجه به

6. Hermite

7. lagrange

باتوجه به این داده‌ها، یک مسئله درونیایی یکتا در فضای  $\beta(S)$  ساخته می شود.

**تعریف ۴.** مسئله درونیایی در فضای  $\beta(S)$  به شکل زیر بیان می شود:

$$L_{ij}(p) = z_{ij} \quad \forall (i, j) \in I \quad (7)$$

به طوری که  $\{z_{ij}\}$  که  $(i, j) \in I$  مجموعه‌ای از اعداد حقیقی اند که به دلخواه انتخاب می شوند.

چندجمله‌ای مورد نظر  $p \in \beta(S)$  منحصر به فرد است<sup>۸</sup>. در قسمت بعد فرمول این چندجمله‌ای را ارائه خواهیم داد.

**ساختن چندجمله‌ای درونیاب**

فرض کنید که  $S$  سیستم مفروض در تعریف ۱ باشد و فرض کنید که  $\beta(S)$  مسئله متناظر با آن باشد. با توجه به اینکه  $p \in \beta(S)$  و  $\beta(S)$  یک پایه برای این فضاست،  $P$  را به صورت زیر می نویسیم :

$$(8)$$

$$p = \sum_{(i,j) \in I} a_{ij} \varphi_{ij}$$

برای  $(h, k) \in I$  قرار می دهیم :

$$(9)$$

$$q_{hk} = \sum_{\substack{(i,j) \in I \\ (i,j) \leq (h,k)}} a_{ij} \varphi_{ij}$$

از طرفی

$$(10)$$

$$q_{Nm(N)} = p$$

و

$$q_{\infty} = a_{\infty} = z_{\infty} = p(u_{\infty})$$

۸. اثبات این مطلب در مأخذ ۱۶ ارائه شده است.

$(i, j) = (i', j')$  است. فرض کنید که  $\rho_{ij}$  و  $\rho_i$  بردارهای  $(-b_{ij}, a_{ij})$  و  $(-b_i, a_i)$  باشند که جهت‌های آنها، به ترتیب،  $r_i$  و  $r_{ij}$  اند. مشتقات جهتی  $f$  در راستای  $\rho_i$  و  $\rho_{ij}$  به شکل زیر تعریف می شود:

$$(11)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \rho_i} = -b_i \frac{\partial f}{\partial x} + a_i \frac{\partial f}{\partial y}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \rho_{ij}} = -b_{ij} \frac{\partial f}{\partial x} + a_{ij} \frac{\partial f}{\partial y}$$

**تعریف ۲.** فرض کنید که  $S$  یک سیستم هرمیت در  $R^2$  باشد. مجموعه چندجمله‌ایهای

$$\varphi_{ij} = \begin{cases} r_i r_j \mathbf{K} r_{i-1} r_{j-1} & \text{اگر } i > 0, j > 0 \\ r_i r_j \mathbf{K} r_{i-1} & \text{اگر } i > 0, j = 0 \\ r_i r_j \mathbf{K} r_{j-1} & \text{اگر } i = 0, j > 0 \\ 1 & \text{اگر } i = 0, j = 0 \end{cases} \quad (12)$$

که  $(i, j) \in I$  پایه اصلی سیستم هرمیت  $S$  است، با  $B(S)$  نمایش می دهیم. فضای برداری پدید آمده به کمک  $\beta(S)$  را با  $B(S)$  نمایش می دهیم.

**تعریف ۳.** مجموعه داده‌های  $\lambda(S)$  مرتبط با سیستم  $S$  به شکل زیر تعریف می شود:

$$(13)$$

$$L_{ij}(f) = \frac{\partial^{s+t_1+t_2} f(u_{ij})}{\partial \rho_{ij}^s \partial \rho_i^{t_1+t_2}}$$

به طوری که  $s$ ، اگر  $i > 0$  باشد، تعداد خطوطی از مجموعه خطوط  $\{r_0, \mathbf{K}, r_{i-1}\}$  است که بر  $r_i$  منطبق است و اگر  $i = 0$  باشد، صفر است و  $t_1$ ، اگر  $j > 0$  باشد، تعداد خطوطی از مجموعه خطوط  $\{r_{i0}, \mathbf{K}, r_{j-1}\}$  است که شامل  $u_{ij}$  اند و اگر  $j = 0$  باشد، صفر است،  $t_2$  اگر  $i > 0$  باشد، تعداد خطوطی از مجموعه خطوط  $\{r_0, \mathbf{K}, r_{i-1}\}$  است که متمایز با  $r_i$ ، اما شامل  $u_{ij}$  است و اگر  $i = 0$  باشد، صفر است.

بنابراین، مجموعه داده‌های  $\lambda(S)$  یک مسئله درونیاب لاگرانژ را در نقاط  $u_{ij}$  تعریف می‌کند.

### کاربرد روش درونیابی دومتغیره در اقتصاد

یکی از کاربردهای روش درونیابی دومتغیره در فراهم آوردن آمارهای سری زمانی (سالانه) از متغیرهای اقتصادی در دوره‌هایی است که داده‌های آماری وجود ندارد. یکی از متغیرهای اقتصادی جمعیت شاغل است که معمولاً هر ۱۰ سال یک بار سرشماری عمومی نفوس و مسکن در کشور اجرا می‌شود و آمار جمعیت شاغل جمع‌آوری می‌شود. در اقتصاد ایران، در سالهای ۱۳۴۵، ۱۳۵۵، ۱۳۶۵ و ۱۳۷۵ سرشماری مذکور انجام شده است (۱۰). علاوه بر این، در سال ۱۳۷۰ نیز آمارگیری جاری جمعیت انجام شده است و در باره جمعیت شاغل یک نمونه‌گیری ۱۰ درصدی صورت گرفته است، که براساس آن جمعیت شاغل در این سال برآورد شده است (۱۱). بالاخره، در سالهای ۱۳۴۷، ۱۳۵۰، ۱۳۷۸ و ۱۳۷۹ نیز نمونه‌گیری انجام شده است و آمارهای جمعیت شاغل در دسترس است (۱۲ و ۱۳). بنابراین، ۹ مشاهده آماری از متغیر جمعیت شاغل در کشور وجود دارد. برای شناسایی عوامل مؤثر در میزان جمعیت شاغل در کشور و پیش‌بینی آن در آینده از روشهای اقتصادسنجی استفاده می‌شود که برای استفاده از این روشها نیاز به وجود مشاهدات کافی آماری است تا بتوان آزمونهای مربوط به پایایی<sup>۹</sup> سری‌های زمانی و همجمعی<sup>۱۰</sup> را انجام داد و نتایج قابل اعتماد درباره تخمین پارامترها به دست آورد<sup>۱۱</sup>. بنابراین، نیاز به درونیابی آماری جمعیت شاغل در سالهایی است که داده‌های آماری وجود ندارد. برای این کار، لازم است متغیرهای مؤثر در اشتغال، که داده‌های آماری سالانه آن وجود دارد، شناسایی شود تا در تابع درونیاب به کار رود.

9. Stationarity

10. Cointegration

۱۱. برای اطلاع از جزئیات بیشتر به مأخذ ۱۰ مراجعه شود.

(۱۱)

$$a_{hk+1} = \frac{z_{hk+1} - L_{hk+1}(q_{hk})}{L_{hk+1}(\varphi_{hk+1})}$$

(۱۲)

$$a_{h+1,0} = \frac{z_{h+1,0} - L_{h+1,0}(q_{hk})}{L_{h+1,0}(\varphi_{h+1,0})}$$

واضح است که مخرجهای روابط ۱۱ و ۱۲ مخالف صفر و به آسانی قابل محاسبه است. بنابراین، با توجه به رابطه بازگشتی  $a_{ij}$ ، و همچنین با استفاده از ۱۰، می‌توانیم چند جمله‌ای  $p$  را به دست آوریم.

### حالت خاص: درونیابی لاگرانژ

مسئله درونیابی لاگرانژ حالت خاصی از آنالیز مطروح شده در بالاست که به شکل زیر بیان می‌شود.

گوئیم سیستم مفروض  $S$ ، در تعریف ۱، یک سیستم لاگرانژ است، هرگاه در شرایط زیر صدق کند: برای تمام  $(i, j) \in I$ ، که  $i + j \neq 0$ ، نقاط  $u_{ij}$  که از تقاطع خطوط  $r_i$  با  $r_{ij}$  به دست می‌آید، روی هیچ یک از خطوط

$$\text{اگر } i > 0, j > 0 \text{ } r_{0,K}, r_{i-1}, r_{i0}, r_{ij-1}$$

$$\text{اگر } i > 0, j = 0 \text{ } r_{0,K}, r_{i-1}$$

$$\text{اگر } i = 0, j > 0 \text{ } r_{00}, r_{0j-1}$$

قرار نداشته باشد. در این حالت، بدیهی است که در تعریف ۳،  $s = t_1 = t_2 = 0$ ، و، بنابراین، هر  $L_{ij}$  به شکل زیر است:

$$L_{ij}(f) = f(u_{ij})$$

ساختمان می پردازیم.

### مروری بر مطالعات در زمینه برآورد آمارهای جمعیت شاغل در بخش ساختمان ایران

امینی، نهاوندی و صفاری پور (۱۳۷۷) به برآورد آمارهای سری زمانی جمعیت شاغل به تفکیک بخشهای اقتصادی در سالهای ۷۵-۱۳۳۸ پرداخته اند (۲). در بخشی از این مطالعه آمارهای جمعیت شاغل بخش ساختمان به روش درونیابی یک متغیره لاگرانژ از نوع خطی برآورد شده است. در این تحقیق، ارزش افزوده بخش ساختمان متغیر توضیح دهنده اشتغال در نظر گرفته شده است.

امینی (۱۳۷۹) به برآورد آمارهای سری زمانی جمعیت شاغل و فعال و محاسبه برخی از شاخصهای بازار کار در سالهای ۷۵-۱۳۴۵ پرداخته است (۳). در بخشی از این مطالعه، آمارهای جمعیت شاغل بخش ساختمان به روش درونیابی یک متغیره لاگرانژ از نوع خطی برآورد شده است. در این تحقیق، ارزش افزوده بخش ساختمان متغیر توضیح دهنده اشتغال است.

امینی (۱۳۸۳) در مطالعه ای دیگر، در مطالعه قبلی تجدیدنظر و آن را تکمیل کرده است (۵). در بخشی از این مطالعه آمارهای سری زمانی اشتغال به تفکیک بخشهای اقتصادی برای دوره ۷۹-۱۳۷۶ برآورد شده است. باید توجه کرد که درونیابی آمارهای سری زمانی اشتغال بخش ساختمان برای دوره ۷۹-۱۳۷۶ به روش درونیابی یک متغیره خطی لاگرانژ انجام شده است.

اگرچه مطالعات بالا سیری تکاملی را در بهبود برآورد آمارهای سری زمانی نشان می دهند، وجه مشترک تمامی مطالعات انجام شده در این است که در درونیابی از فرضهای محدودکننده و روشهای ساده ریاضی استفاده شده است که ممکن است دقت پایینی داشته باشند. روش درونیابی یک متغیره

براساس نظریه های اقتصادی، میزان جمعیت شاغل با میزان تولید رابطه مستقیم و با دستمزدها رابطه معکوس دارد. به عبارت دیگر، برای تولید بیشتر نیاز به نیروی کار بیشتر است. از طرف دیگر، هر چه دستمزد نیروی کار بیشتر شود، کارفرمایان می کوشند از نیروی کار کمتری استفاده کنند و، به جای آن، سرمایه بیشتر به کار ببرند، زیرا هزینه استفاده از نیروی کار افزایش می یابد (۵۴). بنابراین، اگر میزان جمعیت شاغل (برحسب نفر) را با  $z$ ، میزان تولید را با  $x$  و دستمزد را با  $y$  نمایش دهیم، می توانیم شکل ریاضی تابع اشتغال را به صورت زیر بنویسیم:

$$z = f(x, y) \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial x} > 0 \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial y} < 0$$

با توجه به اینکه آمارهای تولید و دستمزد ر بخش ساختمان برای تمامی سالهای ۱۳۷۹-۱۳۴۵ وجود دارد، امکان درونیابی متغیر جمعیت شاغل ( $z$ ) برای دوره مذکور وجود دارد. پس از درونیابی متغیر جمعیت شاغل، امکان مدل سازی و برآورد برخی از توابع نظیر تابع تولید و تابع اشتغال برای اقتصاددانان فراهم می آید. گفتنی است که هر چه آمارهای جمعیت شاغل با دقت بیشتری درونیابی شود، پارامترهای توابع تولید و اشتغال به شکل بهتر و دقیق تری تخمین زده می شود و تحلیل های سیاستی و پیش بینی اشتغال در آینده با دقت بالاتری امکان پذیر خواهد بود.

قبل از نشان دادن کاربردهای درونیابی دومتغیره در برآورد آمارهای سری زمانی اشتغال در بخش ساختمان، ابتدا، مروری بر مطالعات مربوط به زمینه درونیابی آمارهای جمعیت شاغل در ایران خواهیم افکند و سپس به معرفی کاربرد روش درونیابی دومتغیره در برآورد جمعیت شاغل در بخش

در سال ۱۳۸۳ انجام داده‌اند برای برآورد آمارهای سری زمانی جمعیت شاغل در بخش ساختمان از روش درونیابی دو متغیره لاگرانژ استفاده شده است. در این مطالعه، برای بدست آوردن چند جمله‌ای درونیاب از شرط  ${}^{12}GC$  استفاده شده است. چند جمله‌ای درونیاب از نوع درجه یک و بر اطلاعات سه گره مبتنی است و دارای ویژگی یکتایی است (۹).

با توجه به مطالب بالا می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از روش درونیابی دو متغیره در برآورد جمعیت شاغل به تازگی مطرح شده است. در ادامه بحث، کاربرد درونیابی دو متغیره لاگرانژ را بر اساس تقریبهای درجه اول و دوم در برآورد آمارهای سری زمانی جمعیت شاغل در بخش ساختمان نشان خواهیم داد.

### درونیابی آمارهای جمعیت شاغل در بخش ساختمان بر اساس روش دو متغیره لاگرانژ

در مطالعه حاضر از داده‌های آماری جمعیت شاغل بخش ساختمان در سرشماری‌های عمومی نفوس و مسکن در سالهای ۱۳۴۵، ۱۳۵۵، ۱۳۶۵ و ۱۳۷۵ و طرحهای آمارگیری نمونه‌ای مرکز آمار ایران در سالهای ۱۳۴۷، ۱۳۵۰، ۱۳۷۰، ۱۳۷۸ و ۱۳۷۹ به منزله گره استفاده می‌شود. ارزش افزوده بخش ساختمان به قیمت ثابت سال ۱۳۷۶ و شاخص دستمزد واقعی کارگران ساختمانی متغیرهای توضیح دهنده اشتغال در نظر گرفته شده است (۷).

در تشکیل توابع درونیاب، بسته به مورد، از داده‌های آماری دو یا سه گره استفاده می‌شود تا طول دوره زمانی درونیابی زیاد نشود. گفتنی است که اگر تعداد گره‌ها ۶ انتخاب شود، بدین معنی است که طول

خطی لاگرانژ مبتنی بر فرض رابطه خطی بین اشتغال و متغیر توضیح‌دهنده نظیر ارزش افزوده است که این فرض ضرورتاً درست نیست و ممکن است تقریب غیر خطی مناسب‌تر باشد. استفاده از فرضهای دلخواه درباره روند تغییرات بهره‌وری نیروی کار یا معکوس آن نیز فرضی محدودکننده است و استفاده از آمارهای تولید شده برای مطالعات بهره‌وری فاقد اعتبار خواهد بود. مثلاً، اگر فرض شود که بهره‌وری نیروی کار در فاصله دو سرشماری متوالی طبق روند نمایی تغییر کند، این فرض به معنی آن است که میزان رشد بهره‌وری نیروی کار در هر سال یکسان است. حال آنکه طبق نظریه‌های اقتصادی انتظار می‌رود که در سالهایی که میزان رشد بهره‌وری بیشتر است، میزان رشد تولید نیز بیشتر باشد. به عبارت دیگر، میزانهای رشد تولید در هر سال متفاوت است و انتظار می‌رود که میزانهای رشد بهره‌وری نیز متفاوت باشد.

امینی، نشاط و اصلاحچی (۱۳۸۳) در راستای بهبود برآورد آمارهای سری زمانی جمعیت شاغل، مطالعه دیگری انجام داده‌اند (۱). در این مطالعه، برای برآورد آمارهای اشتغال به تفکیک بخشهای اقتصادی، از روش درونیابی خطی لاگرانژ و اسپلاین یکنوای صعودی استفاده شده است. در روش اسپلاین یکنوای صعودی، از تقریبی غیرخطی (درجه سه) برای درونیابی استفاده شده است. نوع درونیابی به کار رفته یک متغیره است و متغیرهایی نظیر ارزش افزوده و دستمزد متغیر توضیح دهنده‌اند. انتخاب تقریبهای خطی و غیرخطی و متغیر توضیح دهنده، برای تابع اشتغال، با توجه به شرایط بازار کار و نظریه‌های تقاضای نیروی کار انجام شده است. این مطالعه نسبت به مطالعات قبلی به شکل بهتری نوسانات اشتغال را نشان می‌دهد و روند ایجاد اشتغال یکنواخت‌تر و منطقی‌تر است.

در جدیدترین مطالعه که لالی و رشیدی‌نیا

۱۲. برای اطلاع از جزئیات بیشتر به مأخذ ۱۵ مراجعه شود.

لاگرانژ دو متغیره از درجه یک و دو برای درونیابی استفاده می‌کنیم که در زیر شیوه به دست آوردن آنها را توضیح می‌دهیم:

**چند جمله‌ای درجه اول با استفاده از دو گره:** در این حالت، از اطلاعات دو گره متوالی برای تشکیل چند جمله‌ای درونیاب استفاده می‌کنیم. گفتنی است که هر گره از تقاطع دو خط به دست می‌آید و این خطوط با یکدیگر تفاوت دارند. در این حالت، چند جمله‌ایهای متفاوتی وجود دارد و چند جمله‌ای مناسب، با توجه به پارامتر کنترل‌کننده ضریب زاویه یکی از خطوط گذرنده از نقاط درونیاب به دست می‌آید. پارامتر کنترل به گونه‌ای تعیین می‌شود که نتایج درونیابی جمعیت شاغل تا حد ممکن با نظریه‌های بازار کار و شرایط بازار کار ایران در بخش ساختمان هماهنگی داشته باشد. یکی از این معیارها توجه به افزایشها و کاهشهای سالانه اشتغال است که باید در یک دامنه منطقی قرار داشته باشد. علاوه بر این، به میزانهای رشد ارزش افزوده و دستمزدها و شرایط اقتصادی و سیاسی کشور نیز توجه می‌شود. نتایج درونیابی، به همراه پارامتر کنترل در جدول ۲ آمده است. همان طور که ملاحظه می‌شود، بیشترین افزایش سالانه اشتغال مربوط به سال ۱۳۵۵ است که در آن ۴۲۳۱۳۸ نفر به اشتغال بخش ساختمان اضافه شده است. جالب توجه است که در سالهای ۱۳۵۵-۱۳۵۳ قیمت جهانی نفت چند برابر شد و در نتیجه تزریق این درآمدها به اقتصاد ایران بخش ساختمان نیز از این عواید متفع گردید. به گونه‌ای که ارزش افزوده این بخش به قیمت‌های ثابت سال ۱۳۷۶ حدود ۷۱٪ افزایش یافته است. با توجه به اینکه، طبق برآورد

دوره درونیابی به ۲۵ سال افزایش می‌یابد و در این دوره زمانی طولانی، با تغییر شرایط و اوضاع اقتصادی و پیشرفت فنی که در تولید ماشین‌آلات و تجهیزات ساختمانی رخ می‌دهد و به صرفه‌جویی در استفاده از نیروی کار می‌انجامد، نمی‌توان انتظار داشت که یک چند جمله‌ای معین با دو متغیر ارزش افزوده و دستمزد بتواند به خوبی اشتغال را در دوره مذکور برآورد کند، زیرا پارامترهای چند جمله‌ای درونیاب در دوره زمانی طولانی تغییر می‌کند، یعنی با طولانی شدن دوره زمانی، واکنش اشتغال به تولید و دستمزد تغییر خواهد کرد که دلیل آن پیشرفت فنی و اثر سایر عوامل مؤثر در اشتغال است که به دلایلی (نظیر غیرقابل اندازه‌گیری بودن، نبود داده‌های آماری یا اهمیت کمتر) در مدل لحاظ نشده اند. اگرچه در درونیابی دو متغیره این محدودیت وجود دارد که می‌بایست فقط دو متغیر برای درونیابی اشتغال در نظر گرفته شوند، ولی به هر حال نسبت به درونیابی یک متغیره، که در آن صرفاً یک متغیر در نظر گرفته می‌شود، وضعیت بهتری وجود دارد و ممکن است که نتایج دقیق‌تری به دست آید. گفتنی است که در انتخاب متغیرهای مؤثر در اشتغال باید دقت شود که مهمترین (اثرگذارترین) متغیرها در نظر گرفته شوند. براساس برخی از مهمترین مطالعات در ایران، تولید و دستمزد مهمترین عوامل مؤثر در اشتغال در بخش ساختمان اند<sup>۱۳</sup>. بنابراین، در کاربرد درونیابی دو متغیره برای برآورد جمعیت شاغل، باید به دو نکته بسیار مهم توجه کرد تا دقت درونیابی بیشتر شود: اول اینکه، طول دوره زمانی درونیابی حتی المقدور کوتاه باشد تا اثر سایر عوامل مؤثر در اشتغال که در مدل لحاظ نشده‌اند (نظیر پیشرفت فنی) به حداقل برسد، دوم اینکه اثرگذارترین متغیرها، برای متغیرهای درونیاب انتخاب شوند.

در این مطالعه، از چند جمله‌ایهای درونیاب

۱۳. برای اطلاع بیشتر به مآخذ ۴ و ۵ و ۶ مراجعه شود.



انجام شده، میزان رشد اشتغال در این سال حدود ۵۵٪ بوده است، افزایش اشتغال به میزان ذکر شده، غیرمنطقی به نظر نمی‌رسد. بیشترین کاهش اشتغال مربوط به سال ۱۳۶۶ است که در این سال جمعیت شاغل بخش ساختمان حدود ۱۷۹۶۵۹ نفر کاهش یافته است. با توجه به اینکه در این سال هم جنگ تحمیلی وجود داشته و بخش ساختمان در رکود بسر می‌برده است و ارزش افزوده این بخش ۵/۶٪ کاهش یافته است و هم دستمزدهای واقعی ۱۲/۱٪ افزایش یافته است، کاهش اشتغال این بخش به میزان ۱۴/۹٪ ممکن است توجیه اقتصادی داشته باشد.

چند جمله‌ای درجه دوم با استفاده از سه گره: در این حالت هر گره از تقاطع دو خط به دست می‌آید و خطوط به کار رفته برای نقاط درونیاب با یکدیگر تفاوت دارند. در این حالت، چند جمله‌ایهای متفاوتی وجود دارد و چند جمله‌ای مناسب با توجه به مقادیر دو پارامتر کنترل کننده به دست می‌آید. جالب است که دو پارامتر کنترل کننده ضریب زاویه‌های خطوط گذرنده از دو نقطه درونیاب‌اند. در اینجا نیز مقادیر پارامترهای کنترل کننده به گونه‌ای تعیین می‌شود که نتایج درونیابی تا حد ممکن با نظریات بازار کار و شرایط بازار کار ایران در بخش ساختمان تطابق داشته باشد. نتایج درونیابی، به همراه مقادیر پارامترهای کنترل در جدول ۲ آمده است. در سال ۱۳۵۷، بیشترین افزایش در اشتغال رخ داده است. بدین معنی که در حدود ۳۶۰۶۸۳ نفر به جمعیت شاغل این بخش اضافه شده است که میزان رشد آن ۳۴/۱٪ است که با توجه به میزانهای رشد ارزش افزوده و دستمزدها که پیشتر درباره آنها بحث شد، بیش از حد واقعی به نظر می‌رسد. در سالهای ۱۳۶۳، ۱۳۶۰ و ۱۳۶۶ بیشترین کاهش در اشتغال مشاهده می‌شود که میزانهای کاهش، به ترتیب ۱۷/۳٪، ۱۷/۴٪ و ۱۷٪ است که با توجه به میزانهای کاهش ارزش افزوده به میزان حدود ۱۹٪ در سالهای ۱۳۶۳ و ۱۳۶۰، منطقی به نظر می‌رسد و کاهش مذکور در اشتغال سال ۱۳۶۶ در شرایطی که

چند جمله‌ای درجه اول با استفاده از سه گره: در این حالت، از اطلاعات سه گره متوالی استفاده می‌کنیم، به گونه‌ای که دو گره بر روی یک خط مشترک قرار دارند و از روی این گره‌ها یک خط مجزا نیز عبور می‌کند و گره سوم از تقاطع دو خط متفاوت با خطوط قبلی به دست می‌آید. چند جمله‌ای درونیاب در این حالت یکتاست و نتایج درونیابی در جدول ۲ آمده است. بیشترین افزایش سالانه اشتغال مربوط به سالهای ۱۳۵۵ و ۱۳۵۷ است که در این سالها به ترتیب ۴۰۹۸۸۲ نفر و ۴۰۱۸۱۵ نفر به اشتغال بخش ساختمان افزوده شده و میزان رشد اشتغال نیز، به ترتیب، ۵۲/۶٪ و ۴۱/۱٪ بوده است که پیشتر در مورد سال ۱۳۵۵ توضیح داده شد. در سال ۱۳۵۷ میزان رشد ارزش افزوده بخش ساختمان ۲۴/۷٪ بوده است و دستمزدها ۴۴/۷٪ افزایش یافته است. در نتیجه، افزایش اشتغال به میزان مذکور منطقی به نظر نمی‌رسد و برآورد دارای خطای بیش برآورد است. در سال ۱۳۶۳ بیشترین کاهش اشتغال اتفاق افتاده است و ۲۲۵۹۰۹ نفر از جمعیت شاغل این بخش کاسته شده است که میزان کاهش آن

شده رگرسیونها نیز کمتر است<sup>۱۴</sup>.

در مرحله بعد، با این تفکر که ممکن است چند جمله‌ایهای دیگر در برخی از دوره‌ها نتایج دقیقتری را به دست دهند، می‌کوشیم که دقت برآوردها را افزایش دهیم. در این قسمت، هر بار نتایج درونیابی چند جمله‌ایهای دیگر برای یک دوره معین را جایگزین برآوردهای به دست آمده در مرحله قبل می‌کنیم و براساس قدرت تشریح تعدیل شده، و مطابق انتظار بودن ضرایب از لحاظ نظری، تشخیص می‌دهیم که نتایج بهبود یافته است یا خیر. براساس بررسی، نتایج درونیابی چند جمله‌ای درجه اول که از سه‌گانه استفاده می‌کند در دوره ۱۳۷۵-۱۳۷۰ و برآوردهای چند جمله‌ای درجه دو که از سه‌گانه استفاده می‌کند، در دوره‌های ۱۳۵۰-۱۳۴۷، ۱۳۵۵-۱۳۵۰ و ۱۳۷۵-۱۳۷۸ دقت بالایی دارند و می‌توانند جایگزین برآوردهای مرحله اول شوند. شایان ذکر است که قدرت تشریح تعدیل شده رگرسیون، پس از ترکیب نتایج درونیابی به دست آمده از چند جمله‌ایهای معرفی شده در این مطالعه، حدود ۹۷/۱٪ است<sup>۱۵</sup>. جالب توجه است که سری زمانی اشتغال و متغیرهای ملحوظ در مدل ناپایابند و با یک بار دیفرانسیل‌گیری پایا می‌شوند. با توجه به اینکه پسماندهای معادله رگرسیون تخمین زده شده پایاست، ترکیب متغیرهای وارد شده در مدل پایاست و رگرسیون تخمین زده شده دارای اعتبار است<sup>۱۶</sup>. در جدول ۲، نتایج برآورد نهایی آمارهای مجموعه زمانی جمعیت شاغل در بخش ساختمان، که مبتنی بر ترکیب نتایج چند جمله‌ایهای معرفی

ارزش افزوده ۵/۶٪ کاهش و دستمزدها ۱۲/۱٪ افزایش یافته است نیز می‌تواند توجیه اقتصادی داشته باشد.

نمودار شماره ۱ برآوردهای به دست آمده از سری زمانی جمعیت شاغل در بخش ساختمان را با استفاده از چندجمله‌ایهای معرفی شده در بالا نشان می‌دهد. با نگاه به این نمودار مشاهده می‌شود که در برخی از دوره‌ها نتایج درونیابی به یکدیگر نزدیک‌اند (نظیر دوره ۱۳۴۵-۱۳۵۰ و ۱۳۷۵-۱۳۷۸) و در برخی دوره‌ها با یکدیگر تفاوت‌های زیادی دارند (مانند دوره ۱۳۶۵-۱۳۵۵). به منظور انتخاب بهترین چندجمله‌ای درونیاب، ابتدا باید تشخیص داد که، در مجموع، کدام چند جمله‌ای در کل دوره بررسی دقیقترین تخمینها را به دست می‌دهد. سپس تلاش می‌شود که با استفاده از چند جمله‌ایهای دیگر دقت برآوردها افزایش یابد. برای انتخاب بهترین چند جمله‌ای، نتایج درونیابی، با استفاده از سه روش بالا را، در تابع اشتغال بخش ساختمان قرار می‌دهیم و آن را با روش حداقل مربعات معمولی (OLS) برآورد می‌کنیم. سپس، براساس معیار قدرت تشریح تعدیل شده و مطابق انتظار بودن ضرایب متغیرها از جنبه نظری، بهترین چند جمله‌ای را تشخیص می‌دهیم. براساس نتایج به دست آمده، چندجمله‌ای دومتغیره درجه اول، که از دوگانه متوالی استفاده می‌کند، بهترین چندجمله‌ای است، زیرا تمامی ضرایب تخمین زده شده مطابق انتظار نظری است و بیشترین قدرت تشریح تعدیل شده را دارد. گفتنی است که مدل تخمین زده شده دارای مشکل خودهمبستگی نیست و قدرت تشریح تعدیل شده رگرسیون برابر ۹۶/۸٪ است که بیانگر برآورد نسبتاً خوب مدل و نتایج درونیابی است. گفتنی است که ضریب دستمزدها در سایر معادلات تخمین زده مطابق انتظار نظری نیست و قدرت تشریح تعدیل

۱۴. نتایج حاصل از برآورد معادلات رگرسیون در پایان مقاله آمده است.  
 ۱۵. نتایج حاصل از برآورد معادلات رگرسیون در پایان مقاله آمده است.  
 ۱۶. علی‌رغم اینکه نگارنده از این مطلب که روش انگل-گرنجر در چند متغیره دارای اشکالات و نقاط ضعف می‌باشد لذا برای اجتناب از گسترده شدن مقاله، روشهای یوهانسون-جوسیلیوس و ARDL استفاده نشده است.

اولین چندجمله‌ای درجه اول از دوگروه و در دومین چندجمله‌ای از سه گروه متوالی و در سومین چندجمله‌ای که از درجه دو است از سه گروه متوالی استفاده شده است. نتایج حاصل از درونیابی بر اساس چند جمله‌ایهای مذکور بیانگر آن است که چندجمله‌ای مرتبه اول که در آن دوگروه به کار رفته، در مجموع، برآوردهای بهتری را در کل دوره به دست می‌دهد، ولی دو چندجمله‌ای دیگر فقط در برخی از دوره‌ها برآوردهای بهتری را به دست می‌دهند. بنابراین، با ترکیب نتایج درونیابی، تمامی چندجمله‌ایها می‌توان بهترین برآورد را به دست آورد. به عبارت دیگر، تابع درونیاب یک تابع چند ضابطه‌ای است که برای درونیابی در هر دوره مفروض، یکی از چندجمله‌ایهای معرفی شده در آن به کار می‌رود. در ادامه بحث، از نتایج ترکیبی درونیابیها در برآورد تابع اشتغال استفاده شده است. نتایج به دست آمده بیانگر آن است که علامتهای تمامی ضرایب تخمین زده شده مطابق انتظار نظری‌اند و قدرت تشریح تعدیل شده رگرسیون حدود ۹۷/۱٪ است، که حاکی از قابل قبول بودن نتایج درونیابی دو متغیره است.

شده است آمده است. نمودار شماره ۲ نیز نتایج برآورد نهایی سری زمانی جمعیت شاغل در بخش ساختمان را نشان می‌دهد.

### نتیجه‌گیری

در این مطالعه، با استفاده از تقریبهای درجه اول و دوم درونیابی دو متغیره لاگرانژ، آمارهای سری زمانی اشتغال بخش ساختمان برای سالهایی از دوره ۱۳۷۹-۱۳۴۵ که آمار آن وجود ندارد برآورد شده است. چندجمله‌ایهای معرفی شده در این مطالعه از نوع درجه اول و دوم‌اند تا به تعداد گروه‌های کمتری نیاز داشته باشند، طول دوره درونیابی کوتاه‌تر شود و دقت برآوردها افزایش یابد، زیرا با طولانی شدن طول دوره درونیابی، پیشرفت فنی در ماشین‌آلات و تجهیزات ساختمانی رخ می‌دهد و علاوه بر آن، با تغییر شرایط اقتصادی و سیاسی (نظیر وقوع جنگ تحمیلی)، واکنش اشتغال به تولید و دستمزدها تغییر می‌کند و یک چندجمله‌ای معین نمی‌تواند به خوبی اشتغال را در سالهای بین گروه‌ها درونیابی کند. از این رو، در مطالعه حاضر، از دو چندجمله‌ای درجه اول و یک چندجمله‌ای درجه دوم بهره گرفته شده. در

جدول (۱). ارزش افزوده و شاخص دستمزد در بخش ساختمان

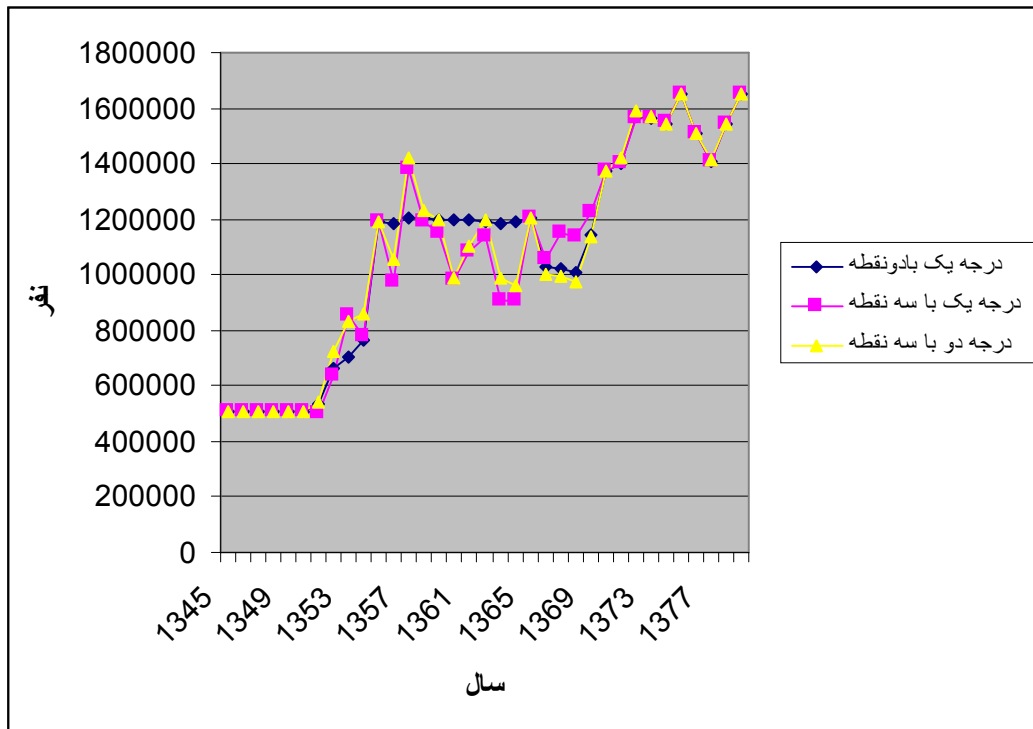
(۷۹-۱۳۴۵) - میلیارد ریال

شاخص دستمزد به قیمت ثابت سال ۱۳۷۶	ارزش افزوده به قیمت ثابت سال ۱۳۷۶	شاخص دستمزد جاری	ارزش افزوده به قیمت جاری	سال
1021.5	2822.9	5.7	15.8	134
1000.6	3206.7	6.1	19.5	134
1057.8	3855.1	6.8	24.8	134
1093.7	4329.7	7.8	30.9	134
1117.0	5187.5	8.0	37.2	134
1092.1	5687.8	8.3	43.2	135
1036.5	6071.7	9.7	56.8	135
1124.9	8250.2	11.8	86.5	135
1573.9	8982.9	15.2	86.8	135
1279.8	10027.1	22.2	173.9	135
1505.1	17180.4	31.2	356.1	135
1338.7	13963.5	42.2	440.2	135
1937.0	17408.4	51.0	458.4	135
1904.5	13383.8	58.9	413.9	135
1849.4	13087.9	70.7	500.3	135
1709.3	10607.4	83.1	515.7	136
1823.9	11807.0	100.0	647.3	136
1660.0	14476.4	124.8	1088.4	136
1411.4	11709.9	142.2	1179.8	136
1508.3	10785.2	152.7	1091.9	136
2068.8	12249.5	179.9	1065.2	136
2320.0	11564.4	217.0	1081.7	136
1929.0	7596.0	263.3	1036.8	136
1940.0	7408.7	311.2	1188.4	136
1878.3	9200.3	340.1	1665.9	136
1734.7	11865.6	386.4	2643.0	137
1740.6	12883.3	465.6	3446.2	137
1496.2	14192.7	549.0	5207.9	137
1440.9	13088.5	681.6	6191.3	137
1428.6	12300.6	946.1	8146.4	137
1321.1	13978.4	1265.8	13393.7	137
1492.4	13261.9	1492.4	13261.9	137
1587.3	12476.9	1690.9	13291.0	137
1506.7	14054.0	1917.5	17885.2	137
1419.8	15122.2	2123.4	22616.1	137

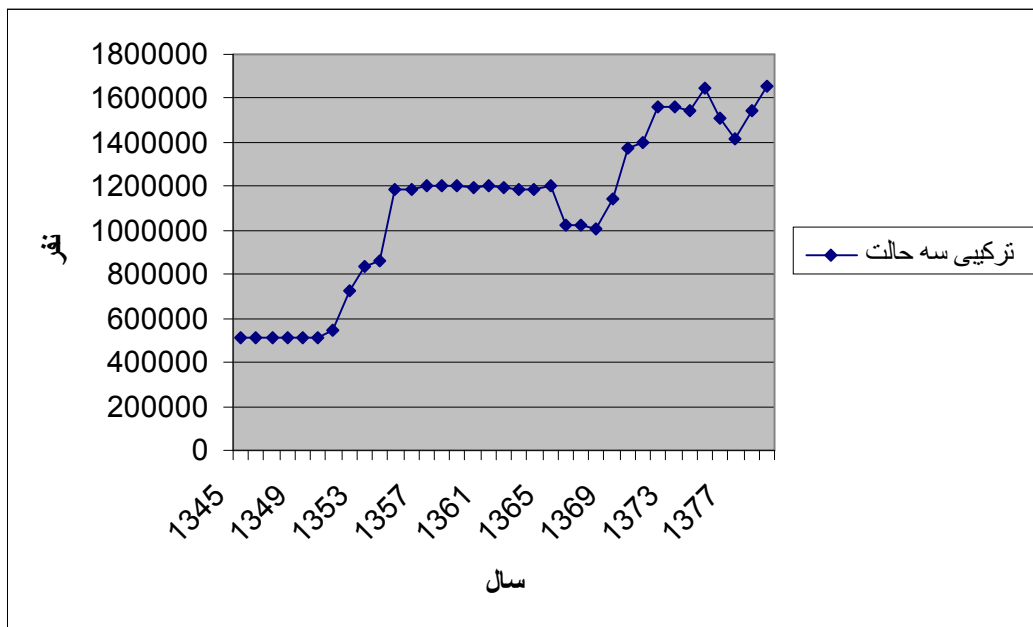
مأخذ: بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران

جدول ۲: نتایج درونیابی دو متغیره، براساس چند جمله‌ایهای مختلف

ترکیبی سه حالت	درجه دو با سه نقطه		درجه یک با سه نقطه	درجه یک با دو نقطه		سال	
	پارامترهای کنترل	اشتغال	اشتغال	پارامتر کنترل	اشتغال		
509778	m1=10 m2=.1	509778	509778	m=.145	509778	1345	
509583		509670	509584		509583	1346	
509489		509489	509489		509489	1347	
509354		509354	509404	m=.145	509405	1348	
509086		509086	509147		509148	1349	
508900	m1=10 m2=.1	508900	508900	m=10000	508900	1350	
543505		543505	502646		531609	1351	
721077		721077	635731		660474	1352	
834111		834111	855478		703812	1353	
862595		862595	778838		765582	1354	
1188720	1188720	1188720	1188720		1355		
1183541	m1=10 m2=.1	1057558	977231		m=0	1183541	1356
1202163		1418241	1379045			1202163	1357
1201151		1233317	1187777	1201151		1358	
1199436		1197113	1151715	1199436		1359	
1195076		989432	983718	1195076		1360	
1198643		1105473	1084515	1198643		1361	
1193541		1197769	1133975	1193541		1362	
1185804		989190	908066	1185804		1363	
1188820		958226	907679	1188820		1364	
1206265		m1=m2=.1	1206265	1206265		m=.1	1206265
1026606	1001603		1054111	1026606	1366		
1023325	997623		1150231	1023325	1367		
1006618	977227		1139172	1006618	1368		
1141968	1136004		1221913	1141968	1369		
1372437	1372437		1372437	1372437	1370		
1397756	m1=m2=.1	1421540	1397756	M=.06	1400820	1371	
1563757		1591307	1563757		1567000	1372	
1562178		1568619	1562178		1561365	1373	
1546670		1540223	1546670		1543369	1374	
1650481	m1=m2=.09	1650481	1650481	M=.090068	1650481	1375	
1508510		1508510	1507661		1507661	1376	
1412863		1412863	1407372		1407372	1377	
1542206		1542206	1542206		1542206	1378	
1653097		1653097	1653097		1653097	1379	



نمودار ۱: برآورد مقدماتی اشتغال بر اساس چند جمله ایهای مختلف



نمودار ۲: برآورد نهایی اشتغال بر اساس ترکیب نتایج چند جمله ایهای مختلف

## منابع

- Carnicer, J.M. and Gasca, M.** *Classification of bivariate configurations with simple lagrange interpolation formulae*. Klawer academic publishers. Printed in Nether lands, (2002);
- Gasca, M. and Maeztu. J.I.** "On Lagrange and Hermit interpolaton in  $R^n$ ", *Numer. Math*, VOL.39 pp.1-14 (1982);
- Gasca, M. and Sauer, T.** "polynomial interpolation in several variable, Adv. Comput". *Math*, VOL.12 pp.377-410(2000);
- Gasca, M. and Sauer, T.** "On the history of multivariate polynomial interpolation" *Encdlopadie der mathematischen wissenschaften*, Teivner, Leipzig, pp.1900 – 1904. ■

- امینی، علیرضا، محمدرضا اصلاحچی و حاجی محمد نشاط، برآورد آمارهای سری زمانی جمعیت شاغل به تفکیک بخشهای اقتصادی بر مبنای آمارهای حسابهای ملی ایران (به قیمت ثابت سال ۱۳۷۶) در دوره ۱۳۳۵-۱۳۷۹، سازمان مدیریت و برنامه ریزی کشور، دفتر اقتصاد کلان، خرداد ۱۳۸۳؛
- امینی، علیرضا، مجید نهاوندی و مسعود صفاری پور، "برآورد آمارهای سری زمانی اشتغال و موجودی سرمایه در بخشهای اقتصادی ایران"، *مجله برنامه و بودجه*، شماره ۳۱ و ۳۲ آبان ماه و آذرماه ۱۳۷۷؛
- امینی، علیرضا، "برآورد آمارهای سری زمانی اشتغال در اقتصاد ایران طی سالهای ۷۵-۱۳۴۵"، *مجله برنامه و بودجه*، شماره ۵۱، تیرماه ۱۳۷۹؛
- \_\_\_\_\_ "تحلیل عوامل مؤثر بر تقاضای نیروی کار در بخشهای اقتصادی و پیشبینی اشتغال در برنامه سوم توسعه"، *مجله برنامه و بودجه*، شماره ۷۴، تیر و مرداد ۱۳۸۱؛
- \_\_\_\_\_ "نقد مدلهای تقاضای نیروی کار در برنامه سوم توسعه و ارائه مدلهای مناسب"، *مجله برنامه و بودجه*، شماره ۸۸، آذر و دی ۱۳۸۳؛
- امینی، علیرضا و غلامعلی فرجادی، "تحلیلی از پتانسیل اشتغالزایی بخش ساختمان، هشتمین سمینار سیاستهای توسعه مسکن در ایران"، همایش اسکان، اشتغال و توسعه پایدار، وزارت مسکن و شهر سازی، سازمان ملی زمین و مسکن، مهرماه ۱۳۸۰؛
- بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران، *حسابهای ملی ایران به قیمت های جاری و ثابت سال ۱۳۷۶ در سالهای ۷۹-۱۳۴۵*؛
- لالی، زهره، "مسائل درونیایی دو متغیره"، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده ریاضی، ۱۳۸۳؛
- لالی، زهره و رشیدی نیا، جلیل، "برآورد آمارهای سری زمانی جمعیت شاغل در بخش ساختمان به روش درونیایی دو متغیره لاگرانژ"، سی و پنجمین کنفرانس ریاضی، اهواز، ۱۳۸۳؛
- مرکز آمار ایران، *سرشماری عمومی نفوس و مسکن سال های ۱۳۴۵، ۱۳۵۵، ۱۳۶۵ و ۱۳۷۵*؛
- \_\_\_\_\_، *آمارگیری جاری جمعیت سال ۱۳۷۰*؛
- \_\_\_\_\_، *سالنامه های آماری سالهای ۱۳۴۷ و ۱۳۵۰*؛
- نوروزی، لادن، بررسی مشکلات طرح آماری ویژگی های اشتغال و بیکاری خانوار و ارائه داده های آماری مورد نیاز برای برآورد مدل های بازار کار در برنامه چهارم توسعه، ۱۳۸۲؛
- نوفروستی، محمد، ریشه واحد و همجمعی در اقتصادسنجی، مؤسسه خدمات فرهنگی رسا، چاپ اول ۱۳۷۸؛

### فهرست متغیرهای توابع اشتغال:

- L12: مجموعه زمانی اشتغال، براساس چندجمله ای مرتبه اول با دوگره  
 L13: مجموعه زمانی اشتغال، براساس چندجمله ای مرتبه اول با سه گره  
 L23: مجموعه زمانی اشتغال، براساس چندجمله ای مرتبه دوم با سه گره  
 LC: مجموعه زمانی اشتغال، براساس ترکیب چندجمله ایهای مختلف  
 W: شاخص دستمزد کارگران ساختمانی، به قیمت ثابت سال ۱۳۷۶  
 Y: ارزش افزوده بخش ساختمان، به قیمت ثابت سال ۱۳۷۶  
 T: روند زمانی (جانشین پیشرفت فنی)

Dependent Variable: LOG(L12)

Method: Least Squares

Date: 02/05/05 Time: 13:09

Sample(adjusted): 1346 1379

Included observations: 34 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	3.956615	0.921607	4.293168	0.0002
LOG(L12(-1))	0.530306	0.094053	5.638354	0.0000
LOG(W)	-0.049331	0.074766	-0.659810	0.5146
LOG(Y)	0.302004	0.052621	5.739271	0.0000
T	0.007794	0.002746	2.838604	0.0082
R-squared	0.971997	Mean dependent var		13.85314
Adjusted R-squared	0.968134	S.D. dependent var		0.394697
S.E. of regression	0.070457	Akaike info criterion		-2.332567
Sum squared resid	0.143963	Schwarz criterion		-2.108102
Log likelihood	44.65363	F-statistic		251.6489
Durbin-Watson stat	1.636322	Prob(F-statistic)		0.000000



Dependent Variable: LOG(L13)  
 Method: Least Squares  
 Date: 02/05/05 Time: 13:08  
 Sample(adjusted): 1346 1379  
 Included observations: 34 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.801024	1.319993	4.394738	0.0001
LOG(L13(-1))	0.242073	0.122936	1.969098	0.0586
LOG(W)	0.209242	0.104144	2.009172	0.0539
LOG(Y)	0.312220	0.068435	4.562309	0.0001
T	0.015400	0.003952	3.896838	0.0005
R-squared	0.943356	Mean dependent var		13.83734
Adjusted R-squared	0.935543	S.D. dependent var		0.394762
S.E. of regression	0.100224	Akaike info criterion		-1.627766
Sum squared resid	0.291300	Schwarz criterion		-1.403302
Log likelihood	32.67203	F-statistic		120.7416
Durbin-Watson stat	1.680952	Prob(F-statistic)		0.000000

Dependent Variable: LOG(L23)  
 Method: Least Squares  
 Date: 02/05/05 Time: 13:11  
 Sample(adjusted): 1346 1379  
 Included observations: 34 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	5.865008	1.141679	5.137176	0.0000
LOG(L23(-1))	0.275090	0.111280	2.472040	0.0195
LOG(W)	0.032871	0.087799	0.374387	0.7108
LOG(Y)	0.402581	0.067173	5.993165	0.0000
T	0.012356	0.003164	3.905652	0.0005
R-squared	0.956321	Mean dependent var		13.84624
Adjusted R-squared	0.950297	S.D. dependent var		0.385908
S.E. of regression	0.086035	Akaike info criterion		-1.933062
Sum squared resid	0.214661	Schwarz criterion		-1.708598
Log likelihood	37.86206	F-statistic		158.7343
Durbin-Watson stat	1.521282	Prob(F-statistic)		0.000000

Dependent Variable: LOG(LC)  
 Method: Least Squares  
 Date: 07/18/05 Time: 22:50  
 Sample(adjusted): 1346 1379  
 Included observations: 34 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.291794	0.919674	4.666649	0.0001
LOG(LC(-1))	0.499372	0.097847	5.103594	0.0000
LOG(W)	-0.045404	0.069742	-0.651026	0.5202
LOG(Y)	0.309072	0.054481	5.672991	0.0000
T	0.008025	0.002595	3.091899	0.0044
R-squared	0.974197	Mean dependent var	13.86496	
Adjusted R-squared	0.970638	S.D. dependent var	0.384385	
S.E. of regression	0.065866	Akaike info criterion	-2.467342	
Sum squared resid	0.125811	Schwarz criterion	-2.242877	
Log likelihood	46.94481	F-statistic	273.7247	
Durbin-Watson stat	1.534792	Prob(F-statistic)	0.000000	