Archive of SID

فصلنامه علمی
پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی
سال هفتم، شماره چهارم (پیاپی 28)، بهار 1399 (ص 55 - 70)

Quarterly Journal of
Research in School and Virtual Learning
Year 7, No 4 (Serial Number 28), Spring 2020 (P 55-70)

استفاده از یک تکلیف غیرمعمول برای بررسی دانش تکلیف -ریاضی و دانش محتوایی عمومی معلمان دوره ابتدایی استان تهران از مفهوم کسر

مهدی ایزدی[*1]، ابراهیم ریحانی[2]
1. دانشجوی دکتری، آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی
2. دانشیار، آموزش ریاضی، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی

تاریخ دریافت: 1398/07/13 **تاریخ پذیرش**: 1399/03/17

Using An Unusual Task to Investigate Elementary School Teachers' Mathematical -Task Knowledge and Common Content Knowledge of Fraction Concept in Tehran Province

M. Izadi[*1], E. Reyhani[2]
1. Phd Student, Mathematics Education, Shahid Rajaee Teacher Training University
2. Associate Professor, Mathematics Education, Shahid Rajaee Teacher Training University

Received: 2019/10/05 **Accepted:** 2020/06/06

چکیده

این تحقیق با هدف بررسی دانش تکلیف ریاضی و دانش محتوایی عمومی معلمان دوره ابتدایی استان تهران درباره مفهوم کسر انجام شد. روش تحقیق، روش توصیفی- پیمایشی و جامعه آماری شامل معلمان دوره ابتدایی استان تهران در سال تحصیلی 1398- 1397 بود که نمونه مورد مطالعه شامل 137 نفر از آن‌ها، به روش نمونه‌گیری خوشه‌ای چند مرحله‌ای انتخاب شد. برای انجام این مطالعه، از یک آزمون محقق ساخته متشکل از یک تکلیف غیرمعمول دو قسمتی برای بررسی دانش تکلیف ریاضی و دانش محتوایی عمومی معلمان دوره ابتدایی درباره مفهوم کسر استفاده شد. نتایج بررسی‌ها، نشان داد که معلمان از دانش تکلیف ریاضی و دانش محتوایی عمومی مناسبی درباره مفهوم کسر (زیرساختار جزء به کل) برخوردار نیستند. تأکید بیش‌ازحد بر زیرساختار جزء به کل، توجه نکردن به همه ابعاد زیرساختار جزء به کل و نپرداختن متوازن به سایر زیرساختارهای مفهوم کسر در محتواهای آموزشی معلمان و دانش‌آموزان می‌تواند بخشی از دلایل احتمالی این ضعف باشد؛ بر همین اساس، پیشنهاد این تحقیق، پرداختن متوازن به همه زیرساختارهای مفهوم کسر و تسلطزدایی از رویکرد جزء به کل در محتواهای آموزشی معلمان و دانش‌آموزان و ارتقاء دانش محتوایی عمومی و دانش تکلیف ریاضی معلمان دوره ابتدایی از طریق برگزاری دوره‌ها و کارگاه‌های آموزشی است.

واژگان کلیدی

دانش تکلیف ریاضی، دانش محتوایی عمومی، معلمان دوره ابتدایی، مفهوم کسر، تکلیف غیرمعمول.

Abstract

This research was conducted with the aim of investigating Mathematical-Task Knowledge and Common Content Knowledge of elementary School teachers of fraction concept in Tehran province. The method of this study was descriptive-survey method, its statistical population included the elementary School teachers in Tehran province in the academic year 1397-1398 and its sample were 137 people selected by multi-stage cluster sampling method. In this study, a researcher-made test consisting of an unusual two-part task was used to examine the Mathematical-Task Knowledge and Common Content Knowledge of elementary teachers regarding the fraction concept. The results of the study revealed that teachers do not have suitable Mathematical-Task Knowledge and Common Content Knowledge of the fraction concept (part-whole sub-construct). The overemphasis on part-whole sub-construct, lack of attention to all aspects of part-whole sub-construct of fraction, and lack of balanced attention to other sub-constructs of fraction concept in the educational content of teachers and students can be part of the possible causes of this weakness. Therefore, balancing the various sub-constructs of fraction concept and disengagement from the part-whole approach in the educational content of teachers and students and improving elementary teachers' Common Content Knowledge and Mathematical-Task Knowledge through courses and workshops are the suggestions of this study.

Keywords

Mathematical-Task Knowledge, Common Content Knowledge, Elementary Teachers, Fraction Concept, Unusual Task.

این مقاله، مستخرج از طرح پژوهشی مهدی ایزدی و استاد راهنمای ایشان جناب آقای دکتر ریحانی در دوره دکتری است

*Corresponding Author: izadimath@yahoo.com
***نویسنده مسئول**: مهدی ایزدی

www.SID.ir

Archive of SID

مقدمه

مفهوم کسر، یکی از انتزاعی‌ترین مفاهیم ریاضی دوره ابتدایی است که به دلیل پیش‌نیاز بودن آن برای مفاهیم مختلف ریاضی و کاربردش در توسعه دانش ریاضی افراد، پرورش مستمر ساختارهای ذهنی مورد نیاز افراد برای رشد عقلانی و ارتقاء توانایی آنها درباره درک و مدیریت موقعیت‌ها و برخورد با مسائل زندگی واقعی، اهمیت بسیاری دارد (بهر[1]، لش[2]، پست[3] و سیلور[4]، 1983؛ لامون[5]، 2005؛ پنل مشورتی ملی ریاضیات[6]، 2008؛ امپسون[7]، لوی[8] و کارپنتر[9]، 2011؛ سایگلر[10]، دونکن[11]، دیویس-کین[12]، دوکوورث[13]، کلایسنس[14]، انگل[15] و همکاران، 2012؛ ریحانی، بخشعلی‌زاده و دوستی، 1393؛ هاکنبرگ[16] و لی[17]، 2015؛ کادز[18] و کولار[19]، 2018؛ آبراستینر[20]، درسلر[21]، بیک[22] و مولر[23]، 2019؛ کاظمی، رفیع‌پور و فدایی، 1398). با وجود چنین اهمیتی، نتایج مطالعات مختلف طی چند دهه اخیر، بیانگر مشکلات و بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان در یادگیری و کار با این مفهوم، موفق نبودن در حل مشکلات دانش‌آموزان در کار با آن و فراگیر بودن این موفق نبودن در کشورها و فرهنگ‌های مختلف است (آبراستینر و همکاران، 2019). مطالعات مختلف، دلایل مختلفی را برای وجود چنین مشکلاتی در یادگیری مفهوم کسر بیان کردند. این دلایل را می‌توان به سه دسته کلی 1. مشکلات ذاتی یادگیری مفهوم کسر؛ 2. مشکلات ناشی از روش‌های تدریس و 3. ناکافی بودن دانش معلمان برای تدریس این مفهوم تقسیم‌بندی کرد (بهر و همکاران، 1983؛ سون[24] و سنک[25]، 2010؛ امپسون و همکاران، 2011؛ دپایپ[26]، توربینس[27]، ورمیرچ[28]، جانسنس[29]، جانسنس و همکاران، 2015؛ کاظمی و رفیع‌پور، 2018؛ آبراستینر و همکاران، 2019).

بخش عمده‌ای از مشکلات ذاتی یادگیری مفهوم کسر مربوط به ساختار چندلایه آن است. کی‌یرن[30] (1976)، پنج زیرساختار[31] جزء -به کل[32]، اندازه[33]، خارج‌قسمت[34]، عملگر[35] و نسبت[36] را برای مفهوم کسر معرفی کرد که به‌طور رایج در آموزش ریاضیات به کار می‌رود؛ هریک از این زیرساختارها بر مفهوم خاصی از اعداد گویا تأکید دارد. مفهوم کسر در زیرساختار جزء به‌کل، به‌عنوان موقعیتی تعریف می‌شود که در آن یک کمیت پیوسته یا یک مجموعه از اشیاء گسسته به قسمت‌های هم‌اندازه افراز[37] می‌شوند. کسر در این زیر ساختار، بازنمایی کنندهٔ تعداد قسمت‌های مطلوب به تعداد کل قسمت‌ها در واحد افراز شده است (کارالامبوس[38] و پیتا-پنتازی[39]، 2007).

بخشی از مشکلات مرتبط با روش تدریس ناشی از رویکرد حاکم در تدریس مفهوم کسر است. نتایج بررسی‌ها مشخص کرد که تاکنون چهار رویکرد تاریخی نسبت به آموزش مفهوم کسر و اعداد گویا وجود داشته است: 1. جزء به کل؛ 2. اندازه؛ 3. تقسیم و 4. نظریه مجموعه. منظور از رویکرد تاریخی نسبت به مفهوم کسر این است که چگونه کسرها از سیستم اعداد حسابی و سرانجام به عنوان بخشی از

1. Behr
2. Lesh
3. Post
4. Silver
5. Lamon
6. National Mathematics Advisory Panel
7. Empson
8. Levi
9. Carpenter
10. Siegler
11. Duncan
12. Davis-Kean
13. Duckworth
14. Claessens
15. Engel
16. Hackenberg
17. Lee
18. Čadež
19. Kolar
20. Obersteiner
21. Dresler
22. Bieck
23. Moeller
24. Son
25. Senk
26. Depaepe
27. Torbeyns
28. Vermeersch
29. Janssens
30. Kieren
31. Subconstruct
32. Part-Whole
33. Measure
34. Quotient
35. Operator
36. Ratio
37. Partition
38. Charalambous
39. Pitta-Pantazi

www.SID.ir

Archive of SID

سیستم اعداد گویا، به عنوان اعداد با تفاسیر و کاربردهای مختلف ایجاد شده‌اند. در دو رویکرد جزء به کل و اندازه‌گیری، تمرکز بر کسرها به عنوان قسمت‌هایی از کل‌ها است تا به عنوان اعداد، درحالی‌که در دو رویکرد تقسیم و نظریه مجموعه‌ها، کسرها به عنوان اعداد رسمیت پیدا می‌کنند[1] (پارک[2]، گوکلر[3] و مک‌کروری[4]، 2013). نتایج مطالعات مختلف نشان می‌دهد که متداول‌ترین رویکرد حاکم در آموزش مفهوم کسر - حتی در جاهایی که ضرورتاً شروع خوبی برای تدریس مؤثر این مفهوم در مقایسه با سایر رویکردها نبوده- رویکرد جزء به کل است (لامون، 2001: 163). تسلط این رویکرد در آموزش مفهوم کسر موجب مشکلات و بدفهمی‌های مختلفی در افراد می‌شود؛ بخشی از این مشکلات و بدفهمی‌ها شامل 1. درک کسر به عنوان دو عدد مجزا از هم که مخرج آن یک عدد حسابی و صورت آن به عنوان بخشی از مخرج است؛ 2. مشکل در تشخیص صورت به‌عنوان جزء و مخرج به‌عنوان کل و همچنین تشخیص اشتباه صورت به‌عنوان کل و مخرج به‌عنوان جزء؛ 2. در نظر گرفتن قسمت‌های رنگ‌شده به‌عنوان صورت کسر و قسمت‌های رنگ‌نشده به‌عنوان مخرج کسر و بالعکس (بازنمایی کسر به‌عنوان جزءبه‌جزء به جای جزءبه‌کل)؛ 3. ناتوانی در برقراری اتصال بین بازنمایی‌های مختلف کسر در این زیر ساختار؛ 4. ناتوانی در جانمایی اعداد کسری روی محور اعداد به دلیل نداشتن درکی از کسرها به عنوان عدد؛ 5. انجام مقایسه دو کسر با استفاده از راهبرد نادرست مقایسه صورت‌ها با هم و مخرج‌ها با هم، به جای مقایسه اندازه کسرها با یکدیگر؛ 6. انجام جمع (و تفریق) کسرها با استفاده از راهبرد جمع (و تفریق) صورت‌ها با هم و مخرج‌ها با هم؛ 7. ناتوانی افراد برای حل مسائل غیرمعمول درباره کسرها (هارت[5]، 1987؛ پست، کرامر[6]، بهر، لش و هارل[7]، 1993؛ ارلوانگر[8]، 1973؛ ماک[9]، 1990؛ استافیلیدو[10] و ووسنیادو[11]، 2004؛ پارک و همکاران، 2013؛ ریحانی و همکاران، 1393؛ دوستی، 1392؛ ایزدی و ریحانی، 1398؛ تزور[12]، 2019) است.

یکی دیگر از دلایل مطرح‌شده درباره مشکلات دانش‌آموزان در یادگیری مفهوم کسر، ناکافی بودن دانش معلمان برای تدریس این مفهوم و محدود بودن درک آنها از کسرها به انجام بدون فهم رویه‌ها و الگوریتم‌ها است که مطالعات مختلف، این واقعیت را تأیید کرده‌اند (بهر و همکاران، 1983؛ سون و همکاران، 2010؛ امپسون و همکاران، 2011؛ پنتزیارا[13] و فیلیپیو[14]، 2012؛ ایزاک[15]، جاکوبسون[16]، دِ اراجو[17] و اوریل[18]، 2012؛ دپایپ و همکاران، 2015؛ آبراستینر و همکاران، 2019 و کاظمی و همکاران، 2018). محققان، انواع و طبقه‌بندی‌های مختلفی از دانش‌های موردنیاز معلمان برای تدریس مناسب ریاضی ارائه کردند که وجود کاستی در هر یک از آنها می‌تواند به این مشکل منجر شود. جدول 1، بخشی از این طبقه‌بندی‌ها را نشان می‌دهد. مطابق جدول 1، طبقه‌بندی هیل[19]، بال[20] و اسچیلینگ[21] (2008)، یکی از طبقه‌بندی‌ها است که در آن سعی شده تا دانش‌های مختلف موردنیاز برای تدریس ریاضی در نظر گرفته شود. در این طبقه‌بندی، دانش موردنیاز تدریس ریاضی به دو دسته کلی دانش موضوعی[22] و دانش پداگوژی محتوا[23] تقسیم‌بندی شدند. دانش موضوعی، درباره درک معلم از موضوعی است که تدریس می‌کند و دانش پداگوژی محتوا، دانش موردنیاز برای در دسترس کردن موضوع درسی است (هیل و همکاران، 2008 و شلمن[24]، 1986). هر کدام از این دانش‌ها، مؤلفه‌هایی دارند. اولین مؤلفه دانش موضوعی در بیشتر طبقه‌بندی‌ها، دانش محتوایی عمومی[25] است که درباره دانش و مهارت‌های ریاضی مورد استفاده در محیط‌های

1. Formalize
2. Park
3. Güçler
4. Mccrory
5. Hart
6. Cramer
7. Harel
8. Erlwanger
9. Mack
10. Stafylidou
11. Vosniadou

12. Tzur
13. Pantziara
14. Philippou
15. Izsák
16. Jacobson
17. De Araujo
18. Orrill
19. Hill
20. Ball
21. Schilling
22. Subject Matter Knowledge
23. Pedagogical Content Knowledge
24. Shulman
25. Common Content Knowledge

www.SID.ir

Archive of SID

جدول 1. طبقه‌بندی‌های مختلف دانش موردنیاز معلمان برای تدریس ریاضی

پژوهشگران	دانش موردنیاز معلمان برای تدریس ریاضی							
	دانش موضوعی (SMK)			دانش پداگوژی محتوا (PCK)				
	CCK[2]	SCK[3]	HCK[4]	KCT[5]	KCS[6]	KCC[7] (دانش محتوا و برنامه درسی)		
	دانش محتوایی عمومی	دانش محتوایی تخصصی	دانش در افق ریاضیات	دانش‌محتوا و تدریس	دانش‌محتوا و دانش‌آموزان	دانش برنامه درسی[8]	دانش اهداف آموزشی[9]	دانش بافت آموزشی[10]
شولمن (1987)	□	□	---	□	□	□	□	□
گراسمن[11] (1990)	□	□	---	□	---	□	---	---
بریان[12] و استون[13] (2001)	□	□	---	---	---	---	---	---
رووان[14]، اسچیلینگ، بال، میلر[15]، اتکینس-بورنت[16] و همکاران (2001)	□	□	---	---	---	---	---	---
بال، هیل و اسچیلینگ (2005)	□	□	---	---	---	---	---	---
آدلر[17] (2006)	---	□	---	---	---	---	---	---
هیل و همکاران (2008)	□	□	□	□	□	□	---	---
بامرت[18] (2010)	□	□	□	---	---	---	---	---
هورل (2013)	□	□	□	□	□	□	---	---

مأخذ: مانیراهو[19]، 2017 و مانیراهو و کریستینسن[20]، 2015

عمومی است که ضرورتاً منحصر به تدریس نیستند (هورل[1]، 2013)؛ این دانش پیش‌نیازی برای سایر دانش‌ها است و معلم‌ها بدون داشتن این دانش، نمی‌توانند دانش‌های موردنیاز دیگر برای تدریس ریاضی را نیز داشته باشند.

با وجود ارائه طبقه‌بندی‌های مختلف درباره دانش‌های موردنیاز معلمان برای تدریس ریاضیات، از یک طرف، نمی‌توان مرز کاملاً مشخصی بین آنها تعیین کرد و هر یک از این حیطه‌های دانشی، متأثر از یکدیگر هستند و از طرف دیگر، این دانش‌ها محدود به موارد ارائه‌شده در جدول 1 نیست و طی سال‌های اخیر، محققان دانش‌های جدیدی را نیز به عنوان دانش‌های موردنیاز برای تدریس ریاضی معرفی کردند؛ یکی از این حیطه‌های دانشی که طی سال‌های اخیر معرفی‌شده و متأثر از هر دو حیطه دانش محتوایی و دانش پداگوژیکی و چندین نوع دانش دیگر، اعم از دانش معلم از محتوا، یادگیرندگان، اهداف تکالیف، جهت‌گیری‌های آموزشی و باورها درباره ریاضیات است، دانش تکلیف -ریاضی[21] است. چاپمن[22] (2013)، با توجه به نقش اساسی تکالیف در یادگیری ریاضیات (NCTM[23]، 1991: 24؛ سولیوان[24]، کلارک[25] و کلارک، 2013: 12؛ کی‌یرن، دورمن[26] و اوتانی[27]، 2015: 73؛ جونز[28] و پپین[29]، 2016؛ علیجان نوده‌پشنگی، مجید، بهرنگی، محمدرضا، عبداللهی، بیژن و زین‌آبادی، حسن، 1397)، این نوع دانش را به عنوان یکی دیگر از دانش‌های موردنیاز برای تدریس ریاضی و عاملی اساسی در تعیین نوع رفتار معلمان نسبت به تکالیف ریاضی

1. Hurrel
2. Common Content Knowledge
3. Specialized Content Knowledge
4. Knowledge at The Mathematical Horizon
5. Knowledge of Content and Teaching
6. Knowledge of Content and Students
7. Knowledge of Content and Curriculum
8. Curriculum Knowledge
9. Knowledge of Education Ends
10. Knowledge of Educational Context
11. Grossman
12. Brian
13. Steven
14. Rowan
15. Miller
16. Atkins-Burnett
17. Adler
18. Baumert
19. Maniraho
20. Christiansen
21. Mathematical-Task Knowledge
22. Chapman
23. National Council of Teachers of Mathematics
24. Sullivan
25. Clarke
26. Doorman
27. Ohtani
28. Jones
29. Pepin

www.SID.ir

Archive of SID

معرفی کرد. از نظر او این نوع دانش با توانایی معلمان برای الف) انتخاب و ایجاد تکالیف برای بالا بردن درک مفهومی دانش‌آموزان از ریاضیات، پشتیبانی توسعه تفکر آنها و در نظر گرفتن علایق و کنجکاوی‌های آنها و ب) بهینه‌سازی ظرفیت یادگیری از طریق این تکالیف، ارتباط دارد (چاپمن، 2013). با وجود ارائه ابعاد مختلف برای این دانش توسط چاپمن (2013)[1]، یکی از مهم‌ترین ابعاد این دانش، شناسایی ظرفیت موجود در تکالیف برای ایجاد یادگیری در دانش‌آموزان و توانایی دیدن دانش جدیدِ قرار داده شده در آن است (واتسون[2] و ماسون[3]، 2007؛ هیل و همکاران، 2008 و سولیوان، 2008؛ چاپمن، 2013؛ لی، کامز[4] و ییم[5]، 2019)؛ بنابراین، به‌طورکلی معلمان در مواجهه با هر تکلیف ریاضی می‌توانند دو نوع شناخت نسبت به ظرفیت موجود در آن برای ایجاد دانش جدید در دانش‌آموزان داشته باشند. یا آن را دارای ظرفیت برای یادگیری دانش جدید توسط دانش‌آموزان می‌دانند و یا اینکه آن را بدون هیچ ظرفیتی برای ایجاد دانش جدید تشخیص می‌دهند (لی و همکاران، 2019). طبیعی است که هر یک از این دو نوع شناخت نسبت به ظرفیت یک تکلیف، نوع رفتار معلم را در مواجهه با آن تکلیف مشخص می‌کند؛ به عنوان مثال وقتی معلم ظرفیت موجود در یک تکلیف را تشخیص نمی‌دهد، در جریان استفاده از آن تکلیف در کلاس درس سعی می‌کند تا دانش‌آموزان را درگیر هیچ چیز جدیدی نکند، تمامی جنبه‌های مسئله‌ساز تکلیف را برای دانش‌آموزان تعدیل کند، بر مشاهدات دانش‌آموزان تکیه کند و از آنها نخواهد که مشاهدات خود را با استفاده از ایده‌های ریاضی توجیه کنند و در نهایت، تکلیف را به عنوان فرصتی برای یافتن پاسخ و نه به عنوان فرصتی برای یادگیری مفهوم جدید توسط دانش‌آموزان در نظر گیرد (لی و همکاران، 2019)؛ بنابراین نمی‌توان از معلمی که ظرفیت موجود در یک تکلیف ریاضی را بنا بر دلایل مختلف از جمله فقدان دانش تکلیف –ریاضی به درستی تشخیص دهد انتظار داشت که بتواند از آن تکلیف به درستی برای محقق کردن اهداف آموزشی استفاده کند. استین (2000)، در این باره بیان می‌کند که معلمان در جریان اجرای تکالیف با سطح نیاز شناختی[6] بالا، اغلب بنا بر دلایل مختلف ازجمله نشناختن ظرفیت موجود در تکالیف، نداشتن دانش محتوایی موردنیاز برای اجرای آنها و ناتوانی در مدیریت کلاس درس، به شیوه‌های مختلف آنها را تبدیل به تکالیفی با سطح نیاز شناختی پایین می‌کنند. او الگوهایی را برای این کاهش سطح نیاز شناختی تکالیف ریاضی ارائه می‌کند که رایج‌ترین آن‌ها، حذف چالش‌های موجود در تکالیف است.

مطالب ارائه شده تا اینجا را می‌توان به این صورت خلاصه کرد که نتایج مطالعات مختلف نشان‌دهندهٔ مشکلات دانش‌آموزان در یادگیری مفهوم کسر است و یکی از دلایل این مشکلات می‌تواند ناکافی بودن دانش معلمان برای تدریس این مفهوم باشد. دانش محتوایی عمومی و دانش تکلیف ریاضی، دو دانشی هستند که ضمن متأثر بودن از یکدیگر می‌توانند نقشی مؤثر در تدریس مناسب مفاهیم مختلف ریاضی ازجمله مفهوم کسر و برطرف کردن مشکلات دانش‌آموزان داشته باشند؛ به همین دلیل در این مطالعه قصد داریم تا دانش تکلیف ریاضی و دانش محتوایی عمومی معلمان درباره مفهوم کسر (زیرساختار جزء به کل) را ارزیابی کنیم و از این طریق با مشخص کردن نقاط ضعف موجود، پیشنهادهایی را برای بالا بردن سطح این دو دانش در معلمان ارائه کنیم؛ در همین راستا، در ادامه تعدادی از تحقیقات مرتبط با این موضوع که توسط محققان مختلف انجام شده است ارائه می‌شود:

یکی از تحقیقات انجام شده در این باره، تحقیقی است که توسط کاظمی و همکاران (1398)، با عنوان "بررسی دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی و ارتباط آن با توانایی حل مسائل کسرهای ریاضی دانش‌آموزان" انجام شد؛ این مطالعه روی معلمان مدارس ابتدایی یکی از استان‌های غربی ایران و دانش‌آموزان آنها در سال تحصیلی 1395-1394 صورت گرفت. نمونه آماری این تحقیق، 256 نفر از معلمان پایه‌های پنجم و ششم و 5179 نفر از دانش‌آموزان همان معلم‌ها بود که معلم‌ها به روش نمونه‌گیری تصادفی انتخاب شده بودند. نتایج این مطالعه درباره معلمان نشان داد که سطح دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلم‌ها برای تدریس کسرها مناسب نیست؛

۱. برای مطالعه بیشتر به چاپمن (2013) مراجعه کنید.

2. Watson
3. Mason
4. Coomes
5. Yim

6. The Level of Cognitive Demand

www.SID.ir

Archive of SID

همچنین این تحقیق نشان داد که دانش‌آموزان به دلیل داشتن درک محدود و مشکلات و بدفهمی‌های فراوان درباره کسرها، توانایی محدود و ضعیفی برای حل مسائل کسرها، به‌ویژه مسائل مفهومی، دارند.

تزور (2019)، با استفاده از یک تکلیف غیرمعمول درباره کسرها، دانش معلمان درباره مفهوم کسر را بررسی کرد. نتیجه مطالعه او، مشخص کرد که بیش از 50% معلمان شرکت‌کننده، درک محدودی از مفهوم کسر دارند و به همین دلیل، قادر به حل مسائل غیرمعمول درباره کسرها نیستند.

لی و همکاران (2019)، تحقیقی را با هدف بررسی دانش و باورهای معلمان از دانش قبلی دانش‌آموزان و ظرفیت موجود در تکالیف برای توسعه دانش جدید حین حل آنها انجام دادند. آنها این دانش‌ها و باورها را از طریق شیوه تدریس سه معلم جبر 1 دبیرستان‌های منطقه نورس وست ایالات‌متحده بررسی کردند. در جریان مطالعه آن‌ها، سه نوع درک متمایز نسبت به دانشی که دانش‌آموزان با خود به کلاس درس می‌آورند و دو نوع درک نسبت به ظرفیتی که یک تکلیف برای ایجاد دانش جدید دارد، استخراج شد و بر همین اساس مشخص شد که ترکیب تصورات مختلف معلمان نسبت به این دو عامل (ظرفیت دانش قبلی دانش‌آموزان و ظرفیت تکلیف ریاضی)، به تولید سه نوع روش تدریس مختلف منجر می‌شود. مطابق این مطالعه، روش تدریس اکتشافی[1] و مترقی[2] فقط زمانی می‌تواند توسط معلم در کلاس درس اجرا شود که درک معلمان، هم از دانش قبلی دانش‌آموزان و هم از تکلیف ارائه‌شده به آن‌ها، به عنوان ایجاد ظرفیت برای تولید دانش جدید باشد و زمانی که این‌گونه نباشد، امکان استفاده معلم از روش اکتشافی در جریان تدریس وجود ندارد و حداکثر ظرفیت یک تکلیف، وجود آن به عنوان ابزاری برای بازخوانی[3] و مرور[4] مفاهیم آموخته شده قبلی خواهد بود.

نتایج بیشتر این مطالعات نشان می‌دهد که درک معلمان از مفهوم کسر، همانند دانش‌آموزان، درکی محدود است و معلمان ریاضی با مشکلات خاص خود در آموزش مفهوم کسر روبرو هستند و اغلب آنها دانش‌های موردنیاز برای تدریس این مفهوم را ندارند؛ اما بر اساس بررسی نویسندگان این مقاله، تاکنون تحقیقی به بررسی توأمان دانش محتوایی عمومی و دانش تکلیف ریاضی معلمان دوره ابتدایی درباره مفهوم کسر نپرداخته است؛ بنابراین با توجه به این مطالب و نقش و اهمیت دانش محتوایی عمومی و دانش تکلیف ریاضی معلمان در برطرف کردن مشکلات دانش‌آموزان درباره مفهوم کسر، این تحقیق در پی پاسخگویی به دو سؤال زیر است:

1. دانش تکلیف ریاضی معلمان ریاضی دوره ابتدایی استان تهران درباره مفهوم کسر (زیرساختار جزء به کل) چگونه است؟

2. دانش محتوایی عمومی معلمان ریاضی دوره ابتدایی استان تهران درباره مفهوم کسر (زیرساختار جزء به کل) چگونه است؟

روش تحقیق

این تحقیق با هدف بررسی دانش تکلیف ریاضی و دانش محتوایی عمومی معلمان استان تهران با استفاده از یک تکلیف غیر معمول انجام شد. با توجه به هدف این مطالعه و اینکه یکی از کارکردهای روش تحقیق توصیفی پیمایشی، توصیف شرایط و وضعیت موجود است (سرمد، بازرگان و حجازی، 1390)؛ به همین دلیل در این مطالعه از روش توصیفی- پیمایشی استفاده شد. جامعه آماری این تحقیق، معلمان دوره ابتدایی استان تهران در سال تحصیلی 1398-1397 بودند که با توجه به در دسترس نبودن فهرست کامل این جامعه، از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای چندمرحله‌ای برای نمونه‌گیری استفاده شد. برای تعیین تعداد نمونه از فرمول $n=\frac{pqz^2}{d^2}$ با در نظر گرفتن $p=0/5$ (برآورد نسبت صفت متغیر بر اساس مطالعات قبلی)، $q=1-p=0/5$، $z=1/96$ (مقدار متغیر نرمال واحد متناظر با سطح اطمینان 95%) و $d=0/08$ (مقدار خطای مجاز) استفاده شد که حجم نمونه بر این اساس 140 نفر تعیین شد. برای انتخاب نمونه‌ها، ابتدا 14 منطقه (7 منطقه از مناطق آموزش‌وپرورش شهر تهران و 7 شهرستان از بین شهرستان‌های استان تهران) به صورت تصادفی انتخاب شدند و در مرحله بعد، از هر منطقه یا شهرستان، 5 مدرسه ابتدایی و از هر مدرسه 2 معلم (با شرط برابر بودن تعداد معلمان انتخابی

1. Discovery
2. Progressing
3. Recalling
4. Reviewing

www.SID.ir

Archive of SID

از لحاظ جنسیتی در مجموع) به صورت تصادفی انتخاب شدند. از بین 140 نفر نمونه انتخاب‌شده، 3 نفر از نمونه‌ها امکان شرکت در مطالعه را نداشتند و به همین دلیل مطالعه حاضر روی 137 نفر از معلمان دوره ابتدایی استان تهران انجام شد. در این تحقیق، دانش تکلیف ریاضی و دانش محتوایی عمومی آنها با استفاده از یک آزمون متشکل از یک تکلیف غیرمعمول درباره زیرساختار جزء به کل مفهوم کسر بررسی و ارزیابی شد (شکل 1). این تکلیف برگرفته از مطالعه تزور (2019)، بود که محققان به‌گونه‌ای آن را مورد جرح و تعدیل قرار دادند تا قابلیت ارزیابی دانش تکلیف ریاضی و دانش محتوایی عمومی معلمان از مفهوم کسر (زیرساختار جزء به کل) را داشته باشد؛ بر همین اساس، تکلیف ارائه‌شده متشکل از دو قسمت بود که قسمت (آ) تکلیف، دانش تکلیف ریاضی معلمان و قسمت (ب) تکلیف، دانش محتوایی عمومی معلمان را بررسی می‌کرد. روایی آزمون توسط سه تن از متخصصان رشته آموزش ریاضی تأیید شد. برای تحلیل داده‌ها از دو روش کمی و کیفی استفاده شد و پاسخ‌های معلمان به هر یک از دو بخش (آ) و (ب) تکلیف یادشده از دو منظر کمی و کیفی تحلیل شد. قسمت (آ) تکلیف متناظر با دانش تکلیف ریاضی بود، به همین دلیل تحلیل کمی پاسخ‌ها نسبت به این قسمت، شامل اعلام فراوانی و درصد فراوانی نسبی پاسخ‌ها درباره 1. صحیح بودن یا نبودن تکلیف؛ 2. انواع استدلال‌ها درباره چرایی صحیح نبودن تکلیف؛ 3. انواع پیشنهادها برای اصلاح تکلیف و 4. نوع ظرفیت موجود در تکلیف یادشده بود. تحلیل کیفی پاسخ‌ها نسبت به این قسمت از تکلیف نیز شامل 1. طبقه‌بندی استدلال‌های آنها درباره چرایی صحیح نبودن تکلیف؛ 2. طبقه‌بندی پیشنهادهای اصلاحی برای تکلیف یادشده بر اساس مشابهت‌های موجود و 3. طبقه‌بندی پیشنهادهای اصلاحی بر اساس ویژگی‌های ارائه‌شده توسط لی و همکاران (2019) و تعیین مصداق‌های آنها بود. بخش (ب) تکلیف متناظر با دانش محتوایی عمومی بود؛ به همین دلیل، تحلیل کمّی پاسخ‌ها به این قسمت شامل اعلام فراوانی و درصد فراوانی نسبی پاسخ‌های درست و نادرست به این قسمت و تحلیل کیفی آن‌ها، شامل تعیین بدفهمی‌ها و مشکلات رایج معلمان درباره مفهوم کسر (زیرساختار جزء به کل) و طبقه‌بندی آنها بر اساس طبقه‌بندی ایسیکسال[1] و کاکیروگلو[2] (2011) بود. ایسیکسال و همکاران (2011)، بدفهمی‌های رایج افراد درباره کسرها را به پنج دسته 1. خطاهای مبتنی بر الگوریتم؛ 2. خطاهای مبتنی بر شهود؛ 3. خطاهای مبتنی بر دانش رسمی؛ 4. سوءبرداشت از نمادگذاری یک کسر؛ 5. سوءبرداشت از مسئله‌ها تقسیم‌بندی کردند[3].

شکل 1. تکلیف ارائه‌شده به معلمان دوره ابتدایی جهت ارزیابی دانش تکلیف ریاضی و دانش محتوایی آنها
(**مأخذ**: تزور، 2019، با جرح‌وتعدیل)

یافته‌های پژوهش

برای ارائه یافته‌ها، ابتدا تحلیل کمّی و کیفی پاسخ‌های شرکت‌کنندگان نسبت به قسمت اول تکلیف، (آ)، که متناظر با دانش تکلیف ریاضی است ارائه می‌شود و در ادامه، تحلیل کمّی و کیفی پاسخ‌ها به قسمت دوم

1. Isiksal
2. Cakiroglu
3. برای آشنایی بیشتر با این طبقه‌بندی به ایسیکسال و همکاران (2011) مراجعه شود.

www.SID.ir

Archive of SID

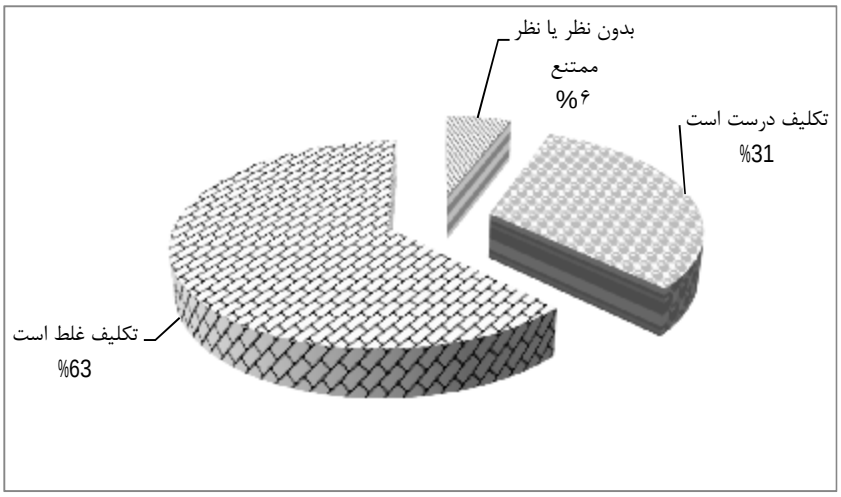
تکلیف، (ب)، که متناظر با دانش محتوایی عمومی است، ارائه می‌شود.

1. دانش تکلیف ریاضی معلمان ریاضی دوره ابتدایی استان تهران درباره مفهوم کسر (زیرساختار جزء به کل) چگونه است؟

در تحلیل پاسخ‌های معلمان درباره صحیح بودن یا صحیح نبودن تکلیف ارائه‌شده، مشخص شد که 63% (86 نفر) معلمان این تکلیف را تکلیفی نادرست می‌دانستند؛ درحالی‌که از نظر 31% (43 نفر) معلمان، این تکلیف، تکلیفی درست بود و نظر 6% (8 نفر) آنها ممتنع بود و یا نظری درباره درستی یا نادرستی این تکلیف، ارائه نکرده بودند (نمودار 1).

در تحلیل استدلال‌های معلمان درباره چرایی نادرست بودن این تکلیف نیز مشخص شد که تقریباً100% (84 نفر از 86 نفر) معلمانی که این تکلیف را نادرست می‌دانستند، علت آن را، تقسیم نشدن نوار چنین تکلیفی در هیچ یک از کتاب‌های راهنمای معلم و کتاب‌های درسی ریاضی دوره ابتدایی باشد و معلمان در تمامی این منابع، برای نوشتن کسر با موقعیت‌هایی مواجه بودند که شکل به قسمت‌های مساوی تقسیم‌بندی شده و تعدادی از آن قسمت‌ها رنگ شده است؛ همچنین 5 نفر از آنها علاوه بر این علت، رنگ نشدن هیچ قسمتی از نوار «الف» را نیز دلیل دیگر نادرست بودن تکلیف می‌دانستند. 2 نفر از آنها نیز هیچ دلیلی را برای نظرشان درباره نادرست بودن تکلیف، ارائه نکرده بودند.

نظرات افرادی که تکلیف را تکلیفی نادرست می‌دانستند، درباره چگونگی اصلاح تکلیف نیز تحلیل شد؛ نتایج این تحلیل مشخص کرد که 64% (55 نفر) پیشنهادات اصلاحی مربوط به نوار «ب»، 5% (4 نفر) مربوط به نوار «الف» و 1% (1 نفر) مربوط به اصلاح ساختار تکلیف بود و از بین 86 نفری که تکلیف را نادرست می‌دانستند، 33% (28 نفر) هیچ‌گونه نظر



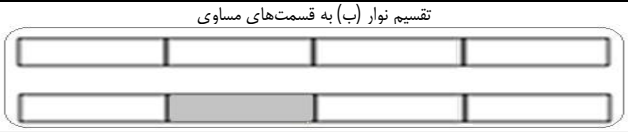
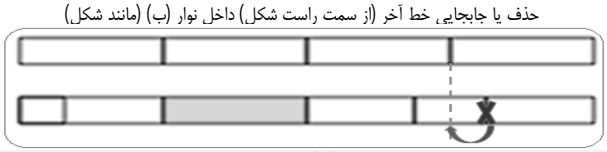
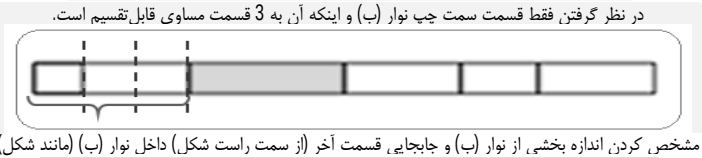
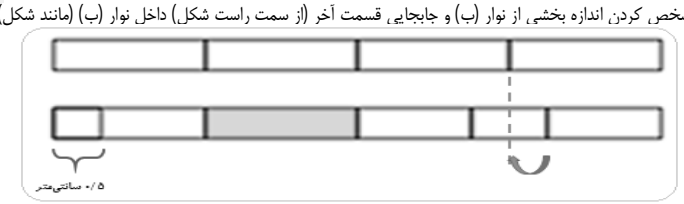
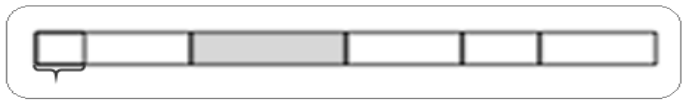
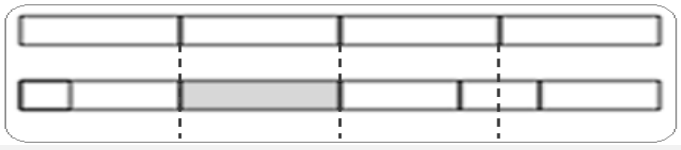
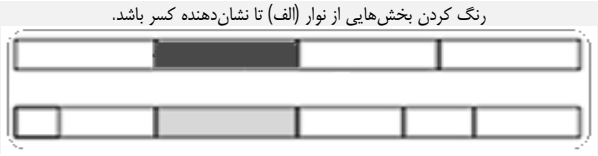
نمودار 1. تحلیل پاسخ‌های معلمان درباره درست یا نادرست بودن تکلیف ارائه‌شده

«ب» به قسمت‌های مساوی می‌دانستند. یکی از دلایل احتمالی برای این پاسخ شرکت‌کنندگان می‌تواند نبود اصلاحی نسبت به تکلیف نداشتند (جدول 2).

www.SID.ir

Archive of SID

جدول 2. تحلیل پیشنهادات معلمان درباره چگونگی اصلاح تکلیف

	اصلاحات موردنیاز	فراوانی	مجموع فراوانی	درصد فراوانی نسبی	مجموع درصد فراوانی نسبی
اصلاح تقسیم‌بندی نوار (ب)	تقسیم نوار (ب) به قسمت‌های مساوی 	46	55	%53	%64
	تقسیم‌بندی شکل نوار (ب) به قسمت‌های کوچک، بر اساس قسمت کوچک‌تر نوار (ب) (قسمت مشخص‌شده با فلش در شکل زیر)	2		%2	
	حذف یا جابجایی خط آخر (از سمت راست شکل) داخل نوار (ب) (مانند شکل) 	2		%2	
	در نظر گرفتن فقط قسمت سمت چپ نوار (ب) و اینکه آن به 3 قسمت مساوی قابل‌تقسیم است. 	1		%1	
	مشخص کردن اندازه بخشی از نوار (ب) و جابجایی قسمت آخر (از سمت راست شکل) داخل نوار (ب) (مانند شکل) 	1		%1	
	دانش‌آموزان باید کمترین مقدار را به عنوان معیار در نظر بگیرند. 	1		%1	
	چهار قسمت اصلی به‌صورت خطچین رسم شود. 	1		%1	
ارائه‌راهنمایی‌آموزشی درباره نوار (ب)	توضیح به دانش آموزان درباره اینکه دو قسمت را یک برش حساب کنند.	1		%1	
	تقسیم‌بندی هر قسمت نوار (الف) به 3 قسمت مساوی تا بتوان بر اساس آن نوار (ب) را به قسمت‌های مساوی تقسیم کرد.	1		%1	
اصلاح نوار (الف)	رنگ کردن بخش‌هایی از نوار (الف) تا نشان‌دهنده کسر باشد. 	3	4	%3	%5
اصلاح ساختار سؤال	نباید دو سؤال را در هم گنجاند و پی‌درپی سؤالات طرح‌شده را به آن مقایسه ارجاع داد.	1	1	%1	%1
	بدون پاسخ (از بین افرادی که تکلیف را تکلیفی نادرست می‌دانستند)	28	28	%33	%33

www.SID.ir

Archive of SID

جدول 3. طبقه‌بندی اصلاحات پیشنهادی بر اساس معیارهای لی و همکاران (2019)

طبقه‌بندی	مصداق‌های ذکرشده توسط معلمان	فراوانی	درصد فراوانی نسبی
1. سعی می‌شود تا دانش‌آموزان، درگیر هیچ چیز جدیدی نشوند و تمامی جنبه‌های مسئله‌ساز تکلیف برای دانش‌آموزان تعدیل شود.	تقسیم نوار (ب) به قسمت‌های مساوی حذف یا جابجایی خط آخر (از سمت راست شکل) داخل نوار (ب) چهار قسمت اصلی به‌صورت خط‌چین رسم شود. توضیح به دانش‌آموزان درباره اینکه دو قسمت را یک برش حساب کنند. تقسیم‌بندی هر قسمت نوار (الف) به 3 قسمت مساوی تا بتوان بر اساس آن نوار (ب) را به قسمت‌های مساوی تقسیم کرد. رنگ کردن بخش‌هایی از نوار (الف) تا نشان‌دهنده کسر باشد. نباید دو سؤال را در هم گنجاند و پی‌درپی سؤالات طرح‌شده را به آن مقایسه ارجاع داد. مشخص کردن اندازه بخشی از نوار (ب) و جابجایی قسمت آخر (از سمت راست شکل) داخل نوار (ب)	57	%66
2. بر مشاهدات دانش‌آموزان بدون درخواست از آنها برای توجیه آن مشاهدات با استفاده از ایده‌های ریاضی، تکیه می‌شود.	توضیح به دانش آموزان درباره اینکه دو قسمت را یک برش حساب کنند. تقسیم‌بندی شکل نوار (ب) به قسمت‌های کوچک، بر اساس قسمت کوچک‌تر نوار (ب) در نظر گرفتن فقط قسمت سمت چپ نوار (ب) و اینکه آن به 3 قسمت مساوی قابل‌تقسیم است. دانش‌آموزان باید کمترین مقدار را به عنوان معیار در نظر بگیرند.	4	%5
3. با مفاهیم جدید به همان شکل که قبلاً آن را فراگرفته‌اند، رفتار می‌کنند.	دانش‌آموزان باید کمترین مقدار را به عنوان معیار در نظر بگیرند. مشخص کردن اندازه بخشی از نوار (ب) و جابجایی قسمت آخر (از سمت راست شکل) داخل نوار (ب)	2	%2
4. بدون پاسخ	---	28	%33

تحلیل کیفی پیشنهادات اصلاحی معلمان مشخص کرد که می‌توان آنها را بر اساس ویژگی‌هایی ارائه‌شده توسط لی و همکاران (2019)، درباره دیدن تکلیف به عنوان «بدون هیچ ظرفیتی برای ایجاد دانش جدید»، طبقه‌بندی کرد. جدول 3، این طبقه‌بندی را به همراه مصداق‌هایشان و فراوانی هریک نشان می‌دهد. شایان‌ذکر است که برخی از نظرات اصلاحی در بیش از یک طبقه قرار می‌گرفتند؛ به همین دلیل مجموع فراوانی‌ها و درصد فراوانی‌های نسبی بیش از مقدار کل (86 عدد یا 100%) شده است.

یکی از ابعاد دانش تکلیف ریاضی، داشتن درکی درست از ظرفیت موجود در تکلیف ارائه‌شده برای ایجاد دانش جدید است. در تحلیل پاسخ‌های معلمان، مشخص شد که فقط 6% (8 نفر) معلمان این تکلیف را تکلیفی با ظرفیت می‌دانستند و نظراتشان را به‌صورت زیر بیان کردند (شکل 2):

www.SID.ir

Archive of SID

شکل 2. پاسخ معلمان درباره ظرفیت موجود در تکلیف

همچنین 2% (3 نفر) آن‌ها، نسخه اصلاح‌شده تکلیف را دارای ظرفیت می‌دانستند و بقیه معلمان یا هیچ نظری درباره ظرفیت تکلیف ارائه نکرده بودند (88% یعنی 121 نفر) و یا آن را مناسب دوره ابتدایی نمی‌دانستند (4% یعنی 5 نفر). با توجه به این نتایج، مشخص می‌شود که تعداد اندکی از معلمان (فقط 8 نفر از 137 نفر) از ظرفیت موجود در این تکلیف برای به چالش کشیدن درک محدود دانش‌آموزان و ایجاد فرصتی برای عمیق شدن درک آنها از مفهوم کسر (زیرساختار جزء به کل) اطلاع داشتند و بقیه معلمان درکی از این ظرفیت موجود در تکلیف یادشده نداشتند؛ بنابراین آنها در این بعد از دانش تکلیف ریاضی (شناسایی ظرفیت موجود در تکلیف ریاضی) ضعف داشتند.

2. دانش محتوایی عمومی معلمان ریاضی دوره ابتدایی استان تهران درباره مفهوم کسر (زیرساختار جزء به کل) چگونه است؟

در تحلیل پاسخ‌های معلمان به قسمت (ب) سؤال، مشخص شد که فقط 23% (32 نفر) معلمان پاسخ کاملاً[3] درست به قسمت (ب) سؤال دادند که از بین این 32 نفر، 16 نفر (12% کل)، تکلیف را تکلیفی درست و 16 نفر،

جدول 4. تحلیل پاسخ‌های معلمان به قسمت (ب) سؤال

قسمت اول سؤال[1]	فراوانی	قسمت دوم سؤال[2]	فراوانی	نوع قضاوت درباره تکلیف: درست است.	نوع قضاوت درباره تکلیف: نیاز به اصلاح دارد.
$\frac{1}{4}$	93	$\frac{1}{4}$	32	16	16
$\frac{0}{4}$	3	مضرب‌های $\frac{1}{4}$ مانند $\frac{3}{12}$، $\frac{2}{8}$، $\frac{4}{16}$ و ...	54	17	37
$\frac{3}{12}$	2	پاسخ‌های نادرست مانند: $\frac{3}{14}$، $\frac{7}{26}$، $\frac{3}{11}$، $\frac{1}{2}$، $\frac{2}{10}$، $\frac{2}{6}$، $\frac{1}{6}$ و $\frac{1}{4}$ از 10	15	3	12
$\frac{1}{3}$	1			0	1
پاسخ دارد		بدون پاسخ	6	0	6
بدون جواب	8	پاسخ دارد		1	7
بدون جواب		30		10	20

1. منظور از قسمت اول سؤال، عبارت «قسمت رنگی چه کسری از نوار (الف) است؟» می‌باشد.
2. منظور از قسمت دوم سؤال، عبارت «قسمت رنگی چه کسری از نوار (ب) است؟» می‌باشد.
3. منظور از پاسخ کاملاً درست این است که هم پاسخ عددی ارائه شده و هم استدلالی که بر اساس آن پاسخ یادشده ارائه شده است، درست می‌باشد.

www.SID.ir

Archive of SID

تکلیف را تکلیفی نادرست و نیاز به اصلاح می‌دانستند؛ همچنین، 22% (30 نفر) معلمان هیچ پاسخی به قسمت (ب) ندادند و مابقی معلمان (55% یعنی 75 نفر) به قسمت (ب) سؤال، پاسخی نادرست دادند. این نتایج نشان می‌دهد که فقط 12% (16 نفر) از کل معلمان شرکت‌کننده در این مطالعه، دانش محتوایی عمومی مناسبی درباره مفهوم کسر (زیر ساختار جزء به کل) داشتند و مابقی (88% معلمان)، دانش محتوایی عمومی مناسب درباره این مفهوم نداشتند. یکی دیگر از نکاتی که در این تحلیل مشخص شد، این بود که از بین 54 نفری که کسر مربوط به نوار "ب" را به درستی مضربی از $\frac{1}{4}$ بیان کرده بودند، 25 نفر با استدلالی درست این پاسخ را داده بودند و استدلال 29 نفر دیگر درباره چرایی این پاسخ، نادرست بود. جدول 4، نتایج این تحلیل را به تفصیل نشان می‌دهد:

در تحلیل کیفی پاسخ‌های معلمان به قسمت (ب) سؤال، برخی مشکلات و بدفهمی‌های رایج معلمان درباره این مفهوم از کسر (زیرساختار جزء به کل) مشخص شد. از مهم‌ترین بدفهمی‌هایی که در این تحلیل به دست آمد، می‌توان به موارد زیر که به همراه مثال و دسته‌بندی آنها بر اساس طبقه‌بندی ایسیکسال و همکاران (2011)، ارائه شده است، اشاره کرد:

1. معلمان از تقسیم‌بندی تقریبی شکل برای تعیین دقیق کسر مربوط به قسمت مشخص‌شده استفاده می‌کنند؛ به عنوان نمونه، آنها برای مشخص کردن کسر مربوط به نوار (ب)، نوار (ب) را به 12 قسمت مساوی به‌طور تقریبی تقسیم کردند و نتیجه گرفتند که قسمت رنگی، $\frac{3}{12}$ نوار (ب) است (خطاهای مبتنی بر دانش رسمی).

2. درک آنها از کسر به‌عنوان نوشتن عددی به‌صورت کسری بدون هیچ‌گونه توجیهی است ($\frac{3}{14}$، $\frac{7}{26}$، $\frac{3}{11}$ و...) (خطاهای مبتنی بر دانش رسمی).

3. از نظر آن‌ها، در هر واحدی، حتماً تعداد طبیعی از هر قسمت مشخص‌شده از آن، وجود دارد و آنها به این واقعیت توجه ندارند که به‌عنوان‌مثال امکان دارد در نوار (ب)، 11/3 یا 12/5 از قسمت کوچک سمت چپ نوار (ب) وجود داشته باشد (تقسیم نوار "ب" به 12 قسمت مساوی بر اساس قسمت کوچک سمت چپ نوار و نوشتن کسر $\frac{3}{12}$) (خطاهای مبتنی بر دانش رسمی).

4. در تعیین کسر مربوط به هر قسمت، به‌شرط مساوی بودن قسمت‌ها در زیرساختار جزء به کل توجه نمی‌کنند ($\frac{1}{6}$) (خطاهای مبتنی بر دانش رسمی).

5. در صورتی می‌توانند کسری برای یک شکل بنویسند که قسمتی از آن رنگ‌شده باشد و در تعیین مقداری کسری مربوط به هر شکل، به اطلاعات ارائه‌شده در تکلیف در قالب سایر بازنمایی‌ها همانند بازنمایی کلامی توجه نمی‌کنند (چون هیچ قسمتی از نوار "الف" رنگ نشده است، نمی‌توان کسری برای آن نوشت) (سوءبرداشت از مسئله‌ها).

6. درک درستی از واحد ندارند و کسر را به‌عنوان دو عدد مجزا می‌بینند ($\frac{1}{4}$ از 10) (خطاهای مبتنی بر شهود).

نتیجه‌گیری و بحث

این تحقیق با هدف بررسی دانش تکلیف ریاضی و دانش محتوایی عمومی معلمان دوره ابتدایی استان تهران درباره مفهوم کسر (زیرساختار جزء به کل) انجام شد. نتایج این مطالعه نشان داد که بیشتر معلمان این تکلیف را با وجود درست بودنش، تکلیفی نادرست و نیاز به اصلاح دانستند و تعداد کمی از آن‌ها، شواهدی دال بر اینکه این تکلیف دارای ظرفیت است، ارائه کردند. با توجه به اینکه پژوهشگران مختلف از جمله واتسون و همکاران (2007)، هیل و همکاران (2008)، سولیوان (2008) و لی و همکاران (2019)، یکی از دانش‌های موردنیاز معلمان در مواجهه با تکالیف ریاضی را، شناسایی ظرفیت موجود در آنها برای ایجاد دانش جدید برشمردند، این نتایج نشان‌دهندهٔ این واقعیت است که دانش تکلیف ریاضی آنها درباره این مفهوم بسیار ضعیف است و تعداد کمی از شرکت‌کنندگان، سطح قابل قبولی از این دانش را دارند؛ همچنین بررسی پیشنهادهای معلمان برای اصلاح تکلیف یادشده مشخص کرد که پرتکرارترین پیشنهاد آن‌ها، اصلاح تقسیم‌بندی نوار (ب) بود. این پیشنهاد به حذف چالش موجود در تکلیف یادشده و تبدیل آن به تکلیفی

www.SID.ir

Archive of SID

معمول و عادی منجر می‌شد که معمولاً نمونه‌های مشابه بسیاری از آنها در کتاب‌های درسی وجود دارد؛ این نتیجه با آنچه استین (2000)، درباره رایج‌ترین الگوی معلمان در کاهش سطح نیاز شناختی تکالیف ریاضی (حذف چالش‌های موجود در تکالیف) بیان می‌کند، مطابقت دارد.

همچنین نتایج این تحقیق با نتایج تحقیقی که توسط لی و همکاران (2019)، درباره تأثیر تصورات معلمان از ظرفیت دانش پیشین دانش‌آموزان و ظرفیت تکلیف ارائه شده به آنها در ایجاد دانش جدید انجام شد، مطابقت دارد؛ بنابراین با توجه به این نتایج، این احتمال وجود دارد که معلمان استان تهران درباره مفهوم کسر، سطح تکالیف غنی ارائه‌شده در کتاب‌های درسی ریاضی را نیز تا حد تکالیف با سطح نیاز شناختی پایین، تقلیل دهند و فرصت‌های کافی را برای تعمیق تفکرات دانش‌آموزان درباره مفاهیم مختلف ریاضی ازجمله مفهوم کسر، فراهم نکنند. البته برای قضاوت قطعی در این باره، نیاز به مطالعات بیشتر و دقیق‌تر است.

در بررسی دانش محتوایی عمومی معلمان نیز مشخص شد، با آنکه تکلیف ارائه‌شده به آن‌ها، تکلیفی کاملاً درست بود؛ ولی بیش از 63% آن‌ها، این تکلیف را تکلیفی نادرست و نیاز به اصلاح می‌دانستند (نمودار 1). در بررسی دقیق‌تر این موضوع، مشخص شد که فقط 12% (16 نفر) آنها توانستند به این سؤال، پاسخ کاملاً درست دهند و مابقی افراد، بنا بر دلایل مختلف ازجمله نداشتن دانش محتوایی عمومی مناسب و محدود بودن درک آنها از این مفهوم، نتوانستند پاسخی کاملاً درست به سؤال دهند (جدول 4). یکی دیگر از نتایج بررسی پاسخ‌های آنها به قسمت (ب) سؤال این بود که آنها دچار بدفهمی‌هایی درباره این مفهوم هستند. بررسی بدفهمی‌های رایج آنها بر اساس طبقه‌بندی ایسیکسال و همکاران (2011)، نیز مشخص کرد که رایج‌ترین بدفهمی‌های آنها مربوط به طبقهٔ "خطاهای مبتنی بر دانش رسمی" است؛ این نتیجه، گواهی دیگر بر محدود بودن دانش محتوایی عمومی آنها از مفهوم کسر (زیر ساختار جزء به‌کل) است؛ همچنین بخشی از بدفهمی‌های مشخص‌شده در این مطالعه، با بدفهمی‌های مشخص‌شده در تحقیق دوستی (1392)، ایزدی و همکاران (1398) و اوزیل[1] (2018)، درباره دانش‌آموزان نیز مطابقت داشت که این امر می‌تواند این سؤال را پدید آورد که آیا یکی از عوامل اصلی بدفهمی‌های موجود در دانش‌آموزان، نمی‌تواند به دلیل نقص موجود در دانش محتوایی عمومی معلمان باشد. در صورت مثبت بودن پاسخ این سؤال می‌توان این‌گونه نتیجه‌گیری کرد که یکی از راه‌های اصلی حل مشکلات دانش‌آموزان در یادگیری مفهوم کسر، توانمندسازی معلمان برای آموزش مناسب آن از طریق تجهیز آنها به دانش‌های موردنیاز مرتبط از جمله دانش محتوایی عمومی و دانش تکلیف ریاضی است.

این نتایج با نتایج مطالعه تزور (2019) و کاظمی و همکاران (1398)، درباره محدود بودن درک و دانش معلمان از مفهوم کسر مطابقت دارد. زمانی که این نتایج را با این واقعیت که بیشترین تأکید کتاب‌های درسی و راهنماهای معلم ریاضی دوره ابتدایی در ارائه مفهوم کسر، روی زیر ساختار جزء به کل آن است، کنار هم قرار می‌دهیم، از طرفی می‌توانیم این‌گونه نتیجه‌گیری کنیم که حتی تأکیدات موجود در این کتاب‌ها نیز نتوانسته است موجب ارتقاء کامل دانش محتوایی عمومی معلمان و برطرف کردن این ضعف موجود شود و برای تحقق این امر، نیاز به برنامه‌ریزی، اصلاح و در برخی موارد بازنگری در دوره‌ها و محتواهای آموزشی معلمان است؛ از طرفی دیگر، مطالعات مختلف یکی از دلایل مشکلات افراد در کار با کسرها را تمرکز بیش‌ازحد بر زیرساختار جزء به کل و تسلط رویکرد جزء به کل در فرآیند آموزش مفاهیم مرتبط با کسر بیان کردند (لامون، 2001؛ پارک و همکاران، 2013 و تزور، 2019)؛ بنابراین پرداختن متوازن به همهٔ زیرساختارهای مفهوم کسر و تسلط زدایی از رویکرد جزء به کل در فرآیند آموزش کسر در دوره‌های آموزشی معلمان و محتوای کتاب‌های راهنمای معلم و درسی ریاضی دوره ابتدایی می‌تواند به مرتفع کردن این مشکل کمک کند.

با توجه به این مطالب، پیشنهادهای این مطالعه برای بهبود فرآیند آموزش مفهوم کسر و برطرف کردن مشکلات دانش‌آموزان در یادگیری این مفهوم شامل

1. Uzel

www.SID.ir

Archive of SID

پرداختن متوازن به همه زیرساختارهای کسر و تسلطزدایی از رویکرد جزء به کل در محتواهای آموزشی معلمان و دانش‌آموزان و ارتقاء دانش محتوایی عمومی و دانش تکلیف ریاضی معلمان از طریق برگزاری دوره‌ها و کارگاه‌های آموزشی است.

در این مطالعه، برای نمونه‌گیری، از روش نمونه‌گیری خوشه‌ای چندمرحله‌ای استفاده شد؛ بنابراین، امکان تعمیم نتایج این مطالعه به کل جامعه معلمان دوره ابتدایی استان تهران وجود دارد، اما برای تعمیم این نتایج به جامعه معلمان دوره ابتدایی کل کشور ایران، نیاز به تحقیقی مستقل است. تحقیق درباره بررسی میزان و چگونگی تأثیر متقابل انواع دانش‌های موردنیاز برای تدریس ریاضی و نحوه ارتباط آن‌ها، یکی از زمینه‌های مناسب تحقیق است که به پژوهشگران علاقه‌مند به این حوزه پیشنهاد می‌شود.

منابع

ایزدی، مهدی و ریحانی، ابراهیم (1398). بررسی درک دانش‌آموزان دوره ابتدایی شهر تهران از زیر ساختار جزء به‌کل مفهوم کسر بر اساس نظریه APOS و SOLO، با استفاده از یک تکلیف غیرمعمول، *فصلنامه پژوهش در برنامه‌ریزی درسی*، در دست داوری.

دوستی، ملیحه (1392). بررسی درک و فهم دانش‌آموزان پایه ششم ابتدایی از کسرها. پایان‌نامهٔ کارشناسی ارشد، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران.

ریحانی، ابراهیم، بخشعلی‌زاده، شهرناز و دوستی، ملیحه (1393). درک مفهوم کسر توسط دانش‌آموزان پایه ششم دوره ابتدایی. *فصلنامه مطالعات برنامه درسی ایران*، 9 (34)، 133-164.

سرمد، زهره، بازرگان، عباس و حجازی، الهه (1390). روش‌های تحقیق در علوم رفتاری، چاپ بیست و دوم، تهران: آگاه.

علیجان نوده‌پشنگی، مجید، بهرنگی، محمدرضا، عبداللهی، بیژن و زین‌آبادی، حسن (1397). مؤلفه‌های اثربخشی رهبری آموزش و یادگیری کلاس درس در مدارس متوسطه. *فصلنامه علمی-پژوهشی، پژوهش در یادگیری آموزشگاهی و مجازی*، 6 (2)، 65-80.

کاظمی، فرهاد، رفیع‌پور، ابوالفضل و فدایی، محمدرضا (1398). بررسی دانش محتوا و دانش پداگوژی محتوای معلمان ابتدایی و ارتباط آن با توانایی حل مسائل کسرهای ریاضی دانش‌آموزان، *فصلنامه پژوهش در برنامه‌ریزی درسی*، 2 (33)، 104-120.

.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. Acquisition of mathematics concepts and processes, 91-126.

Čadež, T. H., & Kolar, V. M. (2018). How fifth-grade pupils reason about fractions: a reliance on part-whole subconstructs. Educational Studies in Mathematics, 99(3), 335-357.

Chapman, O. (2013). Mathematical-task knowledge for teaching. Journal of Mathematics Teacher Education, 16(1), 1-6.

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. Educational studies in mathematics, 64(3), 293.

Depaepe, F., Torbeyns, J., Vermeersch, N., Janssens, D., Janssen, R., et al. (2015). Teachers' content and pedagogical content knowledge on rational numbers: A comparison of prospective elementary and lower secondary school teachers. Teaching and Teacher Education, 47, 82-92.

Empson, S. B., Levi, L., & Carpenter, T. P. (2011). The algebraic nature of fractions: Developing relational thinking in elementary school. In Early algebraization (pp. 409-428). Springer, Berlin, Heidelberg.

Erlwanger, S. H. (1973). Benny's conception of rules and answers in IPI mathematics. Journal of Children's Mathematical Behavior, 1(2), 7-26.

Hackenberg, A. J., & Lee, M. Y. (2016). Students' distributive reasoning with fractions and unknowns. Educational Studies in Mathematics, 93(2), 245–263.

Hart, K. M. (1987). Practical work and formalisation, too great a gap. In Proceedings of the eleventh international conference Psychology of Mathematics Education (PME-XI) (Vol. 2, pp. 408-415).

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measur-

www.SID.ir

Archive of SID

ing teachers' topic-specific knowledge of students. Journal for research in mathematics education, 372-400.

Hurrell, D. P. (2013). What Teachers Need to Know to Teach Mathematics: An Argument for a Reconceptualised Model. Australian Journal of Teacher Education, 38(11), n11.

Isiksal, M., & Cakiroglu, E. (2011). The nature of prospective mathematics teachers' pedagogical content knowledge: The case of multiplication of fractions. Journal of Mathematics Teacher Education, 14(3), 213-230.

Izsák, A., Jacobson, E., De Araujo, Z., & Orrill, C. H. (2012). Measuring mathematical knowledge for teaching fractions with drawn quantities. Journal for Research in Mathematics Education, 43(4), 391-427.

Jones, K., & Pepin, B. (2016). Research on mathematics teachers as partners in task design. Journal of Mathematics Teacher Education, 19(2-3), 105-121.

Kazemi, F., & Rafiepour, A. (2018). Developing a Scale to Measure Content Knowledge and Pedagogy Content Knowledge of In-Service Elementary Teachers on Fractions. International Journal of Science and Mathematics Education, 16(4), 737-757.

Kieran, C., Doorman, M., & Ohtani, M. (2015). Frameworks and principles for task design. In Task design in mathematics education (pp. 19-81). Springer, Cham.

Kieren, T. E. (1976, April). On the mathematical, cognitive and instructional. In Number and measurement. Papers from a research workshop (Vol. 7418491, p. 101).

Lamon, S. J. (2001). Enculturation in mathematical modelling. In Modelling and Mathematics Education (pp. 335-341). Woodhead Publishing.

Lamon, S. J. (2005). More: In-depth discussion of the reasoning activities in Teaching fractions and ratios for understanding. Routledge.

Lee, H. S., Coomes, J., & Yim, J. (2019). Teachers' conceptions of prior knowledge and the potential of a task in teaching practice. Journal of Mathematics Teacher Education, 22(2), 129-151.

Mack, N. K. (1990). Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. Journal for research in mathematics education, 16-32.

Maniraho, J. F. (2017). The pedagogical content knowledge (PCK) of Rwandan grade six mathematics teachers and its relationship to student learning (Doctoral dissertation).

Maniraho, J. F., & Christiansen, I. M. (2015). Rwandan grade 6 mathematics teachers' knowledge. Rwandan Journal of Education, 3(1), 66-76.

National Council of Teachers of Mathematics. Commission on Teaching Standards for School Mathematics. (1991). Professional standards for teaching mathematics. Natl Council of Teachers of.

National Mathematics Advisory Panel. (2008). Foundations for success: The *fi*nal report of the National Mathematics Advisory Panel. Washington, DC: US Department of Education.

Obersteiner, A., Dresler, T., Bieck, S. M., & Moeller, K. (2019). Understanding fractions: integrating results from mathematics education, cognitive psychology, and neuroscience. In Constructing Number (pp. 135-162). Springer, Cham.

Pantziara, M., & Philippou, G. (2012). Levels of students'"conception" of fractions. Educational Studies in mathematics, 79(1), 61-83.

Park, J., Güçler, B., & McCrory, R. (2013). Teaching prospective teachers about fractions: historical and pedagogical perspectives. Educational Studies in Mathematics, 82(3), 455-479.

Post, T. R., Cramer, K. A., Behr, M., Lesh, R., & Harel, G. (1993). Curriculum indications from research on the learning, teaching and assessing of rational number concepts: Multiple research perspective. Learning, teaching and assessing rational number concepts: Multiple research perspective. Madison: University of Wisconson.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. Educational researcher, 15(2), 4-14.

Siegler, R., Duncan, G., Davis-Kean, P., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., et al. (2012). Early predictors of high school mathematics achievement. Psychological Science, 23, 691-697. https://-doi.org/10. 1177/0956797612440101

Son, J.-W., & Senk, S. L. (2010). How reform curricula in the USA and Korea present multiplication and division of fractions.

www.SID.ir

Archive of SID

Educational Studies in Mathematics, 74(2), 117–142. https://doi. org/10.1007/-s10649-010-9229-6.

Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). The development of students' understanding of the numerical value of fractions. Learning and instruction, 14(5), 503-518.

Stein, M. K. (Ed.). (2000). Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development. Teachers College Press.

Sullivan, P. (2008). Knowledge for teaching mathematics. In P. Sullivan & T. Wood (Eds.), Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development (Vol. 1, pp. 1–9). Dordrecht: Sense Publishers.

Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2013). Teaching with tasks for effective mathematics learning (Vol. 9). Springer Science & Business Media.

Tzur, R. (2019). Developing Fractions as Multiplicative Relations: A Model of Cognitive Reorganization. In Constructing Number (pp. 163-191). Springer, Cham.

Üzel, D. (2018). Investigation of Misconceptions and Errors about Division Operation in Fractions. Universal Journal of Educational Research, 6(11), 2656-2662.

Watson, A., & Mason, J. (2007). Taken-as-shared: A review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. Journal of Mathematics Teacher Education, 10(4-6), 205-215.

www.SID.ir