Archive of SID

نشریه علمی (فصلنامه) پژوهش‌های اقتصاد صنعتی
سال سوم، شماره ۷، بهار ۱۳۹۸ (۴۸ ـ ۳۷)

Quarterly Journal of Industrial Economics Researches
Vol. 3, No. 7, Spring 2019

کاربرد الگوریتم دایکسترا در مسیریابی مصرف‌کنندگان و روش حداقل مربعات فاصله در مکان‌یابی بنگاه‌ها

کیومرث شهبازی[1*]، صلاح سلیمیان[2]

۱. دانشیار گروه اقتصاد، دانشگاه ارومیه
۲. دانشجوی دکتری اقتصاد، دانشگاه ارومیه

دریافت ۱۳۹۴/۵/۳ پذیرش ۱۳۹۵/۳/۲

Application of Dijkstra's Algorithm in Consumers Routing and Distance Least Squares Method in Firms Location

Kiumars Shahbazi[1*], Salah Salimian[2]

1.Associate Professor of Economics, Urmia University, Urmia, Iran
2. Ph.D. Student in Economics, Urmia University, Urmia, Iran

Received: 25/ July /2015 Accepted: 22/May/2016

چکیده

بسیاری از بنگاه‌های موجود در اقتصاد، دولتی هستند و قیمت محصولات یا خدماتشان برای مصرف‌کنندگان یکسان است. در این شرایط، مسئله مصرف‌کنندگان این خواهد بود که چگونه از کوتاه‌ترین مسیر (کمترین هزینه) خود را به بنگاه برسانند. از سوی دیگر، این مسئله می‌تواند برای یک بنگاه دولتی یا انحصاری که تسهیلاتی شامل صنعت نفت و گاز، برق، آب، مخابرات و غیره فراهم می‌کند، به این صورت مطرح شود که در کجای شهر قرار گیرد تا حداقل فاصلهٔ ممکن از همهٔ مصرف‌کنندگان را داشته باشد. در این مقاله، سؤال اول با الگوریتم دایکسترا و سؤال دوم به روش حداقل مربعات فاصله پاسخ داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که مصرف‌کننده می‌تواند به روش الگوریتم دایکسترا کوتاه‌ترین مسیر تا رسیدن به بنگاه موردنظر و همچنین کوتاه‌ترین فاصلهٔ ممکن از همه بنگاه‌های موجود را پیدا کند. علاوه بر این، مکان بهینهٔ بنگاه‌ها به تعداد مصرف‌کنندگان و نحوهٔ توزیع آنها بستگی دارد.

واژه‌های کلیدی: مسیریابی، مکان‌یابی، الگوریتم دایکسترا، حداقل مربعات فاصله.

طبقه بندی Jel L14 ، L91،C25

Abstract

Many firms in the economy are government-owned and the prices of products or services are the same for consumers.In this situation, consumers' problem will be that how to get to the firm via the shortest path (minimum cost). On the other hand, the problem for a government-owned firm or a monopoly firm that is providesfacilities include the oil and gas, electricity, water, telecommunications, and etc, can be raised where it would be located in the city in order to have the least possible distance for the all consumers.In this paper, the first question with Dijkstra's algorithm and the second question byusing least square of the distancehave been answered. The results show that consumer can find theshortest path to achieve thedesiredfirm and the shortest possible distance from all available agencies by Dijkstra's algorithm. Furthermore, optimal locations of firms dependon the number of consumers and how they are distributed.

Keywords: Routing, Location, Dijkstra's algorithm, Least Distance Squares.
JEL Classifications: L14 ، L91،C25

نویسنده مسئول: کیومرث شهبازی

*Corresponding Author: Kiumars Shahbaz
Email: k.shahbazi@urmia.ac.ir

www.SID.ir

Archive of SID

۱. مقدمه

امروزه یکی از مهم‌ترین مشکلات مصرف‌کنندگان پیداکردن راه‌حلی برای کاهش هزینه‌های حمل‌ونقل با توجه به گسترش شهرها و افزایش جمعیت شهری است. در نتیجه تحلیل اطلاعات مرتبط با مکان و فعالیت‌های مرتبط در مکان‌یابی و مسیریابی روزبه‌روز گسترده‌تر و با اهمیت‌تر می‌شود. در این زمینه قابلیت‌های تجزیه و تحلیل شبکه در مسیریابی از جمله محاسبه کوتاه‌ترین مسیر می‌تواند بسیار مفید واقع شود (صابریان و مسگری، ۱۳۸۹). از سوی دیگر، انتخاب مکان بهینه بر روی هزینه‌های واحدهای تولیدی یا خدماتی و نیز امکان دسترسی به منابع تولید، اعم از تسهیلات حمل و نقل، مواد اولیه و نیروی کار تأثیر بسیار زیادی دارد (جعفرنژاد و همکاران، ۱۳۸۹).

محاسبه کوتاه‌ترین مسیر یکی از مهم‌ترین عملیات‌ها در بیشتر تجزیه و تحلیل‌های شبکه‌ای می‌باشد. شروع الگوریتم‌های کوتاه‌ترین مسیر در شبکه به سال ۱۹۵۹برمی‌گردد و پایه تئوری این الگوریتم‌ها، تئوری گراف[1] است (خزائی، ۱۳۸۰). یافتن کوتاه‌ترین مسیر در شبکه به صورت مسئله جستجوی مسیر در یک گراف می‌باشد و الگوریتم‌های متنوعی برای حل آن ارائه شده‌اند (نقیبی و همکاران، ۱۳۸۲). الگوریتم دایکسترا[2] یکی از این الگوریتم‌هاست که برای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر در یک گراف با وزن‌های غیر منفی ارائه شده است (پائولو[3] و همکاران، ۲۰۰۱).

تحقیقات انتشاریافته روی الگوریتم‌های کوتاه‌ترین مسیر در یک شبکه که دارای وزن یا هزینه غیرمنفی برای لبه‌ها می‌باشد، حاکی از آن است که الگوریتم دیکسترا اصلی‌ترین الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر می‌باشد (کورمن و همکاران، ۲۰۰۱). در این شرایط هدف تعیین کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه مبدأ و مقصد روی گراف است. این الگوریتم جستجوی خود را از مبدأ شروع کرده و سپس تمامی کوتاه‌ترین مسیرها به تمامی گره‌ها را مشخص می‌کند (این الگوریتم نه تنها کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره را می‌یابد، بلکه کوتاه‌ترین مسیر از گره مبدأ به هر گره دیگر را نیز پیدا می‌کند). در نهایت با جستجو تا گره انتهایی، کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره ابتدا و انتها، تعیین می‌گردد (ژان[4]، ۱۹۹۹).

این مقاله در دو سناریو ارائه شده است. سناریوی اول مسیریابی مصرف‌کننده در یافتن کوتاه‌ترین مسیر برای رسیدن به بنگاه و سناریوی دوم اینکه اگر بنگاهی بخواهد در جایی استقرار یابد که کمترین فاصله ممکن را با همه مصرف‌کنندگان داشته باشد، آنگاه در کجا مستقر خواهد شد. لذا مطالعات انجام شده در هر دو مورد با هم خواهند آمد. حال به مرور مطالعات انجام شده در زمینه مسیریابی مصرف‌کنندگان و مکان‌یابی بنگاه‌ها پرداخته می‌شود. در ادامه ابتدا به مطالعات داخلی و سپس به مطالعات خارجی در زمینه مسیریابی و مکان‌یابی بنگاه‌ها پرداخته خواهد شد:

نقیبی و همکاران (۱۳۸۲)، در تحقیقی به توسعه الگوریتم دایکسترا برای تعیین کوتاه‌ترین مسیر در GIS با تأکید بر داده‌های حجیم پرداختند. آن‌ها از الگوریتم دیکسترا با توجه به قابلیت‌هایش برای حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر استفاده کردند. این الگوریتم برای داده‌های حجیم (بیش از ۳۰۰۰گره) دارای سرعت پایینی است. آن‌ها روشی جدید جهت بهینه‌سازی الگوریتم دیکسترا ابداع کردند و نتایج حاصل را بر روی شبکه راه‌های ایران جهت تعیین کوتاه‌ترین مسیر به طور موفقیت آمیزی آزمایش کردند. صابریان و مسگری (۱۳۸۹)، به بررسی مسیریابی بهینه براساس معیار زمان با توجه به شرایط متغیر ترافیکی بر روی شبکه‌های پویا پرداختند. آزمون انجام شده توسط آن‌ها به خوبی توانست تأثیر استفاده از این روش برای مسیریابی به جای روش‌های استاتیک را نشان دهد، به‌نحوی که زمان سفر بین دو نقطه در شبکه مورد آزمون از ۳۵/۷۱ دقیقه که مربوط به روش‌های استاتیک بود به ۲۹/۴۳ دقیقه کاهش یافت. امین‌زاده گوهرریزی و همکاران (۱۳۹۱)، به ارزیابی روش‌های مکان‌یابی شهرهای جدید در سه دهه اخیر در ایران پرداختند و نشان دادند که نگرشی نسبتاً ساده‌انگارانه در مکان‌یابی شهرهای جدید وجود دارد، به نحوی که روش‌های استفاده شده در مکان‌یابی شهرها، انطباق چندانی با روش‌های علمی متعارف مکان‌یابی ندارد.

1. Graph Theory
2. Dijkstra Algorithm
3. Paolo
4. Zhan

www.SID.ir

Archive of SID

کارنت[1] وهمکاران(۱۹۸۵)، مسئله حداکثر پوشش و کوتاه‌ترین مسیر را با اهداف چندگانه حداکثر پوشش جمعیت و کوتاه‌ترین مسیر هزینه از نقطه از پیش تعیین شده مبدأ تا مقصد برای طراحی شبکه حل نمودند. کرگر[2] و همکاران (۱۹۹۵)، نشان دادند که روش MST[3] می‌تواند در زمان‌های خطی با احتمال بالایی محاسبه شود. ملینا و راس[4] (۲۰۰۰)، معیارهای عمومی برای شناسایی مکان‌های مؤثر جهت احداث ایستگاه‌های سوخت هیدروژنی را معرفی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که می‌توان به مواردی از قبیل مکان‌های با حجم ترافیک بالا، مکان‌های تأمین سوخت در طول جاده‌هایی که در آن‌ها مسافرت‌هایی با مسیر طولانی صورت می‌گیرد، مکان‌های شاخص و مکان‌هایی که در دسترس افرادی قرار دارند که برای اولین بار خودروی هیدروژن‌سوز را خریداری کرده‌اند، اشاره کرد.

بوردورلو و اجدر[5] (۲۰۰۳)، از روش AHP[6] به منظور تصمیم‌گیری در مورد انتخاب بهترین مکان برای احداث کارخانه مبلمان در ترکیه استفاده کردند و بر اساس شاخص‌هایی از قبیل جمعیت شهری، سرعت رشد جمعیت، آسانی حمل‌ونقل محصول به سایر مناطق، شهر استانبول را مناسب‌ترین مکان برای احداث واحدهای جدید مبلمان معرفی کردند. بنگ و کان[7] (۲۰۰۴)، یک شبکه پیوسته و غیرجهت‌دار با یک گره ویژه را در نظر گرفتند و این گره را منبع نامیدند. سپس به هر کدام از یال‌ها یک عدد غیرمنفی به عنوان مسافت نسبت دادند. هدف آن‌ها یافتن مجموعه‌ای از یال‌های به هم پیوسته از همه گره‌ها بود که مجموع طول یال‌ها از منبع برای هر گره حداقل شود. آن‌ها این روش را SPT[8] نامگذاری کردند. دومنیکو و سیمونه[9] (۲۰۰۴)، به بسط الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر دایکسترا پرداختند. آن‌ها در این بسط به یال‌ها وزن‌های منفی هم دادند، اما فقط به یال‌هایی که در گراف مورد نظر دارای دور نبودند. اورباخ و همکاران[10] (۲۰۰۷)، مکان بهینه نمایندگی‌های شبکه حمل‌ونقل را با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی به دست آوردند. آن‌ها این مکان بهینه را با توجه به این که هزینه‌های راه‌اندازی یک مرکز برای ارائه خدمات، به تعداد مشتریان موجود بستگی دارد، با حداقل‌سازی قیمت خرید به علاوه هزینه‌های حمل‌ونقل به دست آوردند.

وانگ[11] (۲۰۰۹)، در تحقیقی مکان‌یابی جایگاه‌های سوخت هیدروژنی با هدف مینیمم کردن هزینه‌ها و ماکزیمم نمودن پوشش جمعیت را بررسی کرده است. کایرانبای و هاجر[12] (۲۰۱۳)، در تحقیقی به بررسی و مقایسه الگوریتم‌های کوتاه‌ترین مسیر پرداختند. آن‌ها به بررسی و مقایسه الگوریتم‌های دایکسترا، فلوید–وارشال[13]، بلمن–فورد[14] و الگوریتم ژنتیک[15] پرداختند و نشان دادند که هر کدام از این الگوریتم‌ها در چه چارچوبی بهتر عمل می‌کنند. لوکاس و رادومیل[16] (۲۰۱۳)، به مقایسه دو روش RRT[17] و الگوریتم دایکسترا پرداختند و در مورد مزیت‌ها و معایب دو روش بحث کردند. ویبهاوی و چیتراباگار[18] (۲۰۱۴)، در تحقیقی به بررسی کارایی دو الگوریتم دایکسترا و بلمن–فورد پرداختند. یافته‌های آن‌ها نشان داد که در بسیاری از کاربردهای این الگوریتم‌ها در GIS روش الگوریتم دایکسترا کارآتر بوده و سرعت بالاتری دارد. آن‌ها همچنین نشان دادند که در شبکه‌های حجیم به‌کارگیری الگوریتم بلمن–فورد مناسب نیست.

تارتاولیا (۲۰۱۵)[19]، بعد از بحران سال ۲۰۰۷، یک مدل برای تعیین محل بهینه سکونت برای بهبود عملکرد در استراتژی زنجیره عرضه (محل بهینه برای قرار دادن یک انبار مرکزی) در اروپا ارائه داد که این مکان بهینه در مرکز اروپا قرار داشت. خیرینا و همکاران (۲۰۱۵)، یک روش برای یافتن کوتاه‌ترین و امن‌ترین مسیر در

1. Current
2. Karger
3. Minimum Spanning Tree
4. MelainaandRoss
5. Burdurlaand Ejder
6. Analytical Hierarchy Process
7. Bang and Kun
8. Shortest-Paths Tree
9. Domenico and Simone
10. Averbakh
11. Wang
12. Kairanbay andHajar
13. Floyd-Warshall Algorithm
14. Bellman-Ford Algorithm
15. Genetic Algorithm (GA)
16. Lukas andRadomil
17. Rapidly-exploring Random Tree
18. VaibhaviandChitraBaggar
19. Ţarţavulea

www.SID.ir

Archive of SID

الگوریتم دایکسترا در مقابل نزدیک‌ترین مسیر خروجی به کار بردند و آن را AEN[1] نامیدند.

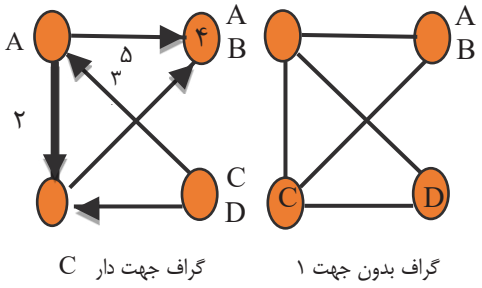
با نگاهی دقیق و ریزبینانه به تحقیقات انجام شده که به آن‌ها اشاره شد، مشاهده می‌شود که قسمت اعظم موارد انجام شده فوق در سایر علوم به غیر از اقتصاد بوده و الگوریتم دایکسترا و روش حداقل مربعات فاصله تاکنون در اقتصاد به آن‌ها توجه چندانی نشده است. با توجه به اینکه مباحث مسیریابی و مکان‌یابی از مهم‌ترین موضوعات در اقتصاد بوده و نقش بسزایی در کاهش هزینه‌ها هم برای مصرف‌کنندگان و هم برای بنگاه‌ها و رسیدن به مقاصد آن‌هاست، لذا توجه به آن ضروری و جنبه نوآوری این کار است.

این مقاله در ۵ بخش سازمان‌دهی شده است. بعد از مقدمه در بخش دوم توضیحاتی کلی در مورد گراف ارائه شده است. در بخش سوم سناریوی اول آمده ۸

که در یک زیربخش ارائه شده است. در بخش چهارم سناریوی دوم ارائه شده و در بخش پنجم و نهایی نتیجه‌گیری و پیشنهادات آمده است.

۲. گراف

گراف یک ساختمان داده غیرخطی و شامل دو مجموعه است؛ مجموعه غیرتهی از گره‌ها یا رئوس[2] و مجموعه‌ای از یال‌ها[3] که رأس‌ها را به هم متصل می‌کنند و با G(V, E) نشان داده می‌شود. یک گرافمی‌تواند به دو شکل جهت‌دار[4] یا غیرجهت‌دار[5] باشد. یک گراف جهت‌دار گرافی است که جهت هر یال در آن تعیین شده است. در گراف جهت‌دار ترتیب رئوس در هر یال اهمیت دارد و یال‌ها با پیکان‌هائی از رأس ابتدا به رأس انتها رسم می‌شوند. در گراف غیرجهت‌دارمی‌توان در هر دو جهت بین رأس‌ها حرکت کرد و ترتیب رأس‌های یال اهمیت ندارد (یودی[6]، ۱۹۸۹).



شکل ۱. انواع گراف‌های جهت‌دار و بدون جهت

یال‌های گراف می‌توانند وزن‌دار[7] یا بدون وزن[8] باشند. گرافی که یال‌های آن دارای وزن باشد گراف وزن‌دار نامیده می‌شود. وزن می‌تواند نشان دهنده هزینه، مسافت، زمان یاهر مشخصه دیگری از یال باشد. یک مسیر[9] در گراف یک گذر از رأس‌های متوالی در امتداد یک سری از یال‌ها است. رأس انتهای یک یال، رأس ابتدای یال بعدی در توالی محسوب می‌شود. طول مسیر تعداد یال‌های مسیر است که در طول مسیر طی می‌شود. یک مسیر با طول n دارای n+۱ رأس و n یال است (دونالد[10]، ۱۹۹۷). در یگ گراف وزن‌دار طول مسیر برابر مجموع وزن‌های یال‌های مسیر است. دو رأس را متصل[11] می‌گویند اگر مسیری بین آن‌ها وجود داشته باشد. یک مسیر ساده[12] مسیری است که همه رئوس آن، به جز احتمالاً رأس شروع و پایان در آن تکراری نباشد (داگلاس[13]، ۲۰۰۱).

الگوریتم‌های مسیریابی به دو دسته اصلی الگوریتم‌های ماتریسی و الگوریتم‌های با ساختار درختی تقسیم‌بندی می‌شوند (پریگل[14]، ۱۹۹۹). الگوریتم‌های ماتریسی کوتاه‌ترین فاصله بین همه جفت رأس‌ها در شبکه را با عملیات تکراری پیدا می‌کنند. اساس کار این الگوریتم‌ها این است که شبکه را به صورت یک ماتریس در نظر می‌گیرند، اما الگوریتم‌های با ساختار درختی کوتاه‌ترین مسیر را از رأس مبدأ به سایر رأس‌ها می‌یابند. در این

1. Autonomous Evacuation Navigation
1. Vertex
2. Edge
3. directed
4. undirected
5. Udi, M.

6. weighted
7. unweighted
8. path
10. Donald
10. reachable
11. simple path
13. Douglas, B
14. Preygel, A.

www.SID.ir

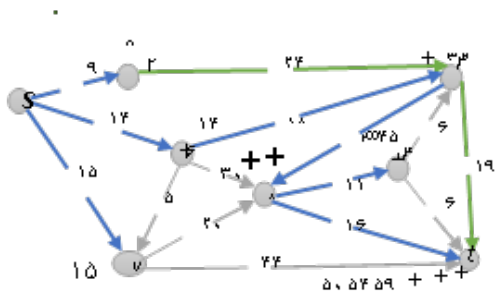
Archive of SID

الگوریتم‌ها درختی از کوتاه‌ترین مسیرها با شاخه‌هایی منشعب شده از مبدأ تولید می‌شود. الگوریتم دایکسترا یکی از بارزترین این الگوریتم‌هاست (دچر و پیرل[1]، ۱۹۸۵).

تحقیقات انتشار یافته بر روی الگوریتم‌های کوتاه‌ترین مسیر در یک شبکه که دارای وزن یا هزینه غیرمنفی برای لبه‌ها می‌باشد، حاکی از آن است که الگوریتم دایکسترا اصلی‌ترین الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر می‌باشد. این الگوریتم نه تنها کوتاه‌ترین مسیر بین دو گره را می‌یابد، بلکه کوتاه‌ترین مسیر از گره مبدأ به گره‌های دیگر را نیز پیدا می‌کند (کورمن[2] و همکاران، ۲۰۰۱).

۳. سناریوی اول: کاربرد الگوریتم دایکسترا در مسیریابی مصرف‌کنندگان

فرض کنید مصرف‌کننده‌ای در نقطه s قرار دارد و بنگاهی در نقطهٔt واقع شده است. می‌خواهیم کوتاه‌ترین مسیر برای رسیدن مصرف‌کننده به بنگاه را با توجه به اینکه خیابان‌های متعددی می‌توانند وی را به بنگاه برسانند، پیدا کنیم. اعداد مندرج بر روی یال‌ها بیانگر هزینه حمل‌ونقل مصرف‌کننده برای رسیدن به بنگاه در نقطه t است. مصرف‌کننده در صدد آن است که از مسیری به بنگاه مورد نظر برسد که مجموع هزینه‌های حمل‌ونقل خود را حداقل کند (حریصانه عمل کند). در شکل ۱ با یک سری از اعداد فرضی در صدد حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر (حداقل هزینه) بوده و با الگوریتم حریصانه دایکسترا به حل آن پرداخته خواهد شد. نکته مهم در این بخش این است که اعداد مندرج بر روی یال‌ها را می‌توان ترکیبی از هزینه حمل‌ونقل، هزینه زمان، هزینه ترافیک و غیره دانست.



شکل ۲. گراف جهت‌دار مصرف‌کننده برای رسیدن به بنگاه در نقطه مقصد

ابتدا در نقطه s که نقطه مبدأ نیز نام دارد، مصرف‌کننده با سه انتخاب مسیرهای ۲، ۶ و ۷ به ترتیب با وزن‌های ۹، ۱۴ و۱۵ مواجه است. روال کار بدین‌صورت خواهد بود که ابتدا همه وزن‌ها را (به جز نقطه شروع که آن را برابر با ۰ قرار می‌دهیم)، برابر با ∞ قرار داده و سپس از اولین مسیرهای جدا شده از s (مسیرهای ۲، ۶ و ۷) شروع به محاسبه وزن‌ها می‌کنیم. مشخص است که وزن مسیرهای مذکور همان اعداد ۹، ۱۴ و ۱۵ خواهند شد. از کمترین این وزن‌ها که ۹ است شروع کرده و مسیرهایی که با آن بتوان رفت را حساب می‌کنیم و این کار را برای سایر نقاط ابتدایی نیز انجام می‌دهیم و به صورت مجموع این وزن‌ها تا نقاط مذکور می‌نویسیم. این کار را برای سایر نقاط تا نقاط منتهی به آخر تکرار می‌کنیم. هر بار از مسیری که عدد کمتری برای رسیدن به هر نقطه مذکور داد کلیه اعداد به دست آمده ماقبل را حذف می‌کنیم و نقطه کمترین وزن (نقطه بهینه) را پیدا می‌کنیم.

این الگوریتم یکی از الگوریتم‌های پیمایش گراف است که مسئله کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ واحد را برای گراف‌های وزن‌داری که یال با وزن منفی ندارند، حل می‌کند و در نهایت با ایجاد درخت کوتاه‌ترین مسیر، کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ به همه رأس‌های گراف را به دست می‌دهد. هم‌چنین می‌توان از این الگوریتم برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ تا رأس مقصد به این ترتیب بهره جست که در حین اجرای الگوریتم به محض پیداشدن کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ به مقصد، الگوریتم متوقف شود و مسیر بهینه را مشخص کرد.

1. Dechter, R. and Pearl, J.
2. Cormen

www.SID.ir

Archive of SID

روند اجرای الگوریتم دایکسترا مطابق با ترتیب زیر می‌باشد:

۱. انتخاب رأس مبدأ (نقطه شروع حرکت مصرف‌کننده).

۲. مجموعه S، شامل رئوس گراف. در شروع، این مجموعه تهی است و با پیشرفت الگوریتم، این مجموعه رئوسی که کوتاه‌ترین مسیر به آن‌ها یافت شده است را دربرمی‌گیرد.

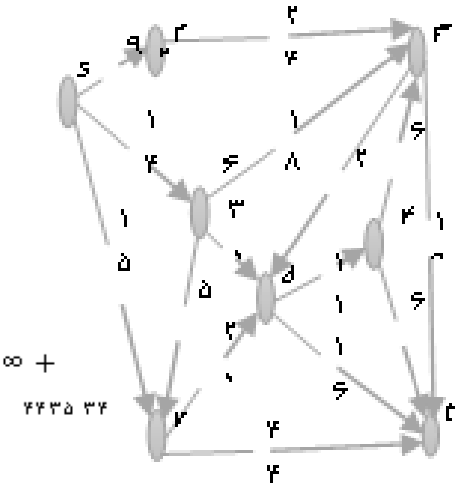
۳. رأس مبدأ با اندیس صفر را در داخل S (رئوس گراف) قرارمی‌دهد.

۴. برای رئوس خارج از S، اندیسی معادل (طول یال + اندیس رأس قبلی) در نظر می‌گیرد. اگر رأس خارج از مجموعه دارای اندیس باشد، اندیس جدید کمترین مقدار از بین اندیس قبلی و اندیس جدید (طول یال + اندیس رأس قبلی) است که در نظر گرفته خواهد شد.

۵. از رئوس خارج مجموعه، رأسی با کمترین اندیس انتخاب شده و به مجموعه S اضافه می‌گردد.

۶. این کار را دوباره از مرحله ۴ ادامه داده تا رأس مقصد وارد مجموعه S شود.

در پایان اگر رأس مقصد دارای اندیس باشد، اندیس آن نشان دهنده مسافت بین مبدأ و مقصد می‌باشد. در غیر این صورت هیچ مسیری بین مبدأ و مقصد موجود نمی‌باشد. همچنین برای پیدا کردن مسیر می‌توان اندیس دیگری برای هر رأس در نظر گرفت که نشان دهنده رأس قبلی در مسیر طی شده باشد. بدین ترتیب پس از پایان اجرای الگوریتم، با دنبال کردن رئوس قبلی از مقصد به مبدأ، کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه نیز یافت می‌شود. شکل ۲ روند اجرای کار را نشان داده است:



شکل ۳. کوتاه‌ترین مسیر (مسیر بهینه با حداقل هزینه) برای رسیدن مصرف‌کننده به بنگاه در نقطهٔ t

مسیر بهینه با رنگ آبی نشان داده شده است که در آن مصرف‌کننده با شروع از نقطه مبدا (s) ابتدا به نقطهٔ ۶ و سپس نقطه ۳ و بعد از آن نقطه ۵ و در نهایت از آن‌جا به نقطهٔ مقصد(t) می‌رسد. ملاحظه می‌شود در این نقطه، مصرف‌کننده با ۵۰واحد هزینه به مقصد رسیده است و هر مسیر دیگری غیر از این مسیر بهینه نخواهد بود (هزینهٔ بیشتری خواهد داشت). مزیت اصلی در این روش این است که نه تنها می‌توان مسیر بهینه را یافت، بلکه می‌توان اگر تعداد زیادی از بنگاه‌ها در نقاط مختلف مانند شکل ۲ باشند، مصرف‌کننده می‌تواند تک‌تک فاصله‌ها از بنگاه‌های موجود را محاسبه کرده و از بنگاهی که قیمت به اضافه هزینه‌های حمل‌ونقل آن کمترین مقدار باشد خرید کند.

مزیت و واقع‌گرایی این روش نسبت به روش‌های قدیمی‌تر این است که چون در روش‌های پیشین فقط هزینه حمل‌ونقل در نظر گرفته می‌شد، لذا در قیمت‌های یکسان مصرف‌کننده از نزدیک‌ترین بنگاه (چون حداقل هزینه‌ها را داشت) خرید می‌کرد. اما در این‌جا با این واقع‌گرایی که فقط قیمت‌های یکسان در شرایط مشابه قرارگیری بنگاه‌ها عامل خرید نیست، چون عوامل دیگری غیر از خود هزینه‌های حمل‌ونقل بر هزینه‌های مصرف‌کننده تاثیر می‌گذارد

www.SID.ir

Archive of SID

(هزینه‌هایی مانند هزینه زمان و ...) لذا می‌توان با وارد کردن این هزینه‌ها و لحاظ آن‌ها به صورت کلی، هزینه کل خرید را محاسبه کرده و بهترین مکان برای خرید را مشخص نمود (که لزوماًنزدیک‌ترین بنگاه نخواهد بود). با این کار یک انحصارگر می‌تواند نمایندگی‌های خود را در سراسر شهر با حداقل هزینه‌ها پخش کند. در ادامه این موضوع بررسی می‌شود که اگر در یکی از مراحل اشتباهی سر زند، بهترین روش برای مصرف‌کننده چه خواهد بود؟ آیا مسیر را برگردد و از ابتدای مسیر شروع کند یا در همان نقطه به عنوان نقطه شروع جدید شروع کند؟ پاسخ به این سؤالات در ادامه خواهد آمد.

الگوریتم دایکسترا در حالت دست لرزان[1]

تئوری دست لرزان را رینهارت سلتن[2] در سال ۱۹۷۵ ارائه کرد. فرض تحلیل بر این است که هر فرد احتمال کوچکی را پیش فرض می‌کند که یک اشتباه اتفاق خواهد افتاد یا به اصطلاح دست کسی خواهد لرزید (کالل و همکاران[3]، ۱۹۹۵: ۲۵۸). حال فرض کنید به هر دلیلی مصرف‌کننده مسیر صحیح را نتواند تشخیص دهد. مثلاً مسیر را بر روی نقشه قبلاً دیده باشد اما به دلیل عدم وجود تابلو یا عدم توجه کافی مسیر درست تشخیص داده نشود. این همان تئوری دست لرزان است که به بررسی این شرایط در الگوریتم دایکسترا پرداخته خواهد شد.

فرض کنید مصرف‌کننده مسیری را اشتباه برود و پس از رسیدن به پایان آن مسیر متوجه این اشتباه شود. در این حالت مصرف‌کننده می‌تواند این‌گونه عمل کند که آیا ادامه مسیر از این نقطه تا نقطه پایان از طریق الگوریتم دایکسترا به صرفه‌تر (کم هزینه‌تر) است یا اینکه مسیر اشتباه طی شده را برگردد و از اول مسیر صحیح را طی کند. در همه نقاط بعد هم اگر اشتباهی در تعیین مسیر درست رخ دهد مصرف‌کننده می‌تواند به‌همین گونه عمل کرده و از همان نقطه ادامه داده یا اینکه به نقطه یا نقاط قبل‌تر برگردد (اگر هزینه‌ها به طور قابل ملاحظه‌ای پایین باشد) و مسیر را از آن نقاط ادامه دهد. برای حالت اول فرض کنید مجموع هزینه‌های رفت و برگشت طول هر مسیر به اندازه کافی بزرگ باشد به‌طوری که برای مصرف‌کننده به صرفه نباشد که مسیر اشتباه را برگردد و از نقطه اول شروع کند. مصرف‌کننده می‌تواند بدین طریق عمل کند که اگر مسیری را اشتباه رفت، بعد از رسیدن به نقطه جدید بازی را در این نقطه از اول شروع کرده و در این حالت کوتاه‌ترین مسیر ممکن تا رسیدن به نقطهٔt را به روش الگوریتم دایکسترا انتخاب کند.

اگر بار دیگر در هر جایی اشتباهی در تشخیص مسیر درست رخ داد، مصرف‌کننده می‌تواند به همین طریق عمل کرده و از آن نقطه به بعد به روش الگوریتم دایکسترا مسیر بهینه را انتخاب کند. در ضمن اگر مجموع هزینه‌های رفت و برگشت طول هر مسیر به اندازه کافی بزرگ نباشد، به طوری که برای مصرف‌کننده به صرفه باشد که مسیر اشتباه را برگردد و از نقطه اول شروع کند، می‌تواند بدین طریق عمل کند که مسیر اشتباه را برگشته و از اول شروع کند. در حالت کلی بدین معنی است که اگر مصرف‌کننده مسیری را اشتباه برود بعد از رسیدن به آن نقطه حساب کند که از این نقطه تا رسیدن به نقطه مقصد چقدر برایش هزینه دارد و آیا به صرفه است از این نقطه ادامه دهد و مسیر بهینه را بیابد یا اینکه برگردد و از نقطه یا نقاط قبل‌تر شروع کند.

همان‌گونه که در قسمت قبل اشاره شد نقطه مقابل الگوریتم دایکسترا برای بنگاه‌ها به این صورت است که در چه مکانی استقرار یابند تا کمترین فاصله ممکن از همه مصرف‌کنندگان را داشته باشند. حال این موضوع در ادامه بررسی خواهد شد.

۴. سناریوی دوم: کاربرد روش حداقل مربعات فاصله در مکان‌یابی بنگاه‌ها

اکنون به بررسی این موضوع پرداخته می‌شود که فرض کنید قیمت‌ها در یک سطح یکسان توسط یک تنظیم‌کننده تثبیت شده‌اند. برای مثال در بسیاری از کشورها قیمت شیر، نان و پنیر به وسیله دولت تنظیم می‌شوند. بنابراین، تنها گزینه‌ای که برای بنگاه‌ها باقی می‌ماند، تعیین مکانی است که در آن قرار می‌گیرند (شای، ۱۹۹۵: ۱۷۳). حال فرض کنید انحصارگر درصدد است تا در مکانی قرار گیرد که حداقل فاصله ممکن را از همه مصرف‌کنندگان داشته باشد. برای درک بهتر موضوع شکل ۳ را در نظر بگیرید:

1. Trembling–hand
2. Selten, R.
3. Mas-Colell, A., et. al.

www.SID.ir

Archive of SID

شکل ۴. نحوه توزیع مصرف‌کنندگان و بنگاه

در این شکل نقطه آبی رنگ نشان دهنده مکان انحصارگر و نقاط سبز رنگ نشان‌دهندهٔ مکان مصرف‌کنندگان است. فرض کنید طول این شهر در فاصله صفر تا یک باشد و همچنین فرض کنید انحصارگر به دنبال مکان بهینه برای انتخاب مکان استقرار خود است. از آنجا که انحصارگر به دنبال یافتن مکانی است که با انتخاب آن هزینه توزیع کالا و خدمات به مشتریان برای همه مصرف‌کنندگان حداقل شود، لذا مکانی را انتخاب خواهد کرد که حداقل فاصله را از همه مصرف‌کنندگان داشته باشد. به‌عبارت دیگر، نقطه‌ای وجود خواهد داشت که به ازای آن مجموع فاصله همه مصرف‌کنندگان از انحصارگر حداقل شود. حال به نحوه یافتن این نقطه پرداخته خواهد شد. این وضعیت نقطه مقابل الگوریتم دایکستراست، زیرا در این حالت بنگاه به دنبال یافتن کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای ارائه کالاها و خدمات به تمامی مشتریان است. مکان بهینه انحصارگر با S نشان داده می‌شود.

فرض کنید تعداد n_1 مصرف‌کننده به فاصله d_1 از مکان بهینه انحصارگر قرار دارند. این فرض بدین معنی است که در نیم‌دایره‌ای به شعاع d_1 تعداد n_1 مصرف‌کننده واقع است. این مصرف‌کنندگان، نزدیک‌ترین مصرف‌کنندگان به انحصارگر می‌باشند. همچنین تعداد n_2 مصرف‌کننده به فاصله d_2 از انحصارگر قراردارند و الی آخر. تمامی این مصرف‌کنندگان فرض شده است که در سمت چپ انحصارگر قرار دارند. به همین ترتیب در سمت راست انحصارگر فرض کنید تعداد k_1 مصرف‌کننده به فاصلهٔ d_1 از مکان انحصارگر قرار دارند. همچنین تعداد k_2 مصرف‌کننده به فاصله d_2 از انحصارگر قرار دارند و الی آخر... . تمامی این مصرف‌کنندگان فرض شده است که در سمت راست انحصارگر قرار دارند. به علاوه تابع هزینه نیز به صورت درجه دوم در نظر گرفته شده است.

قضیه

مکان بهینه انحصارگر در یک شهر با توزیعی غیریکنواخت به صورت زیر است:

$$S=\frac{-d_1\left[\sum_{i=1}^{n}\gamma_i(n_i-k_i)+\sum_{i=n+1}^{n+h}\gamma_i k_i\right]}{h} \qquad (۱)$$

اثبات

فرض کنید تعداد مصرف‌کنندگان واقع در سمت راست بنگاه انحصارگر بیشتر از تعداد مصرف‌کنندگان واقع در سمت چپ انحصارگر باشند. تابع هدف برای انحصارگر حداقل کردن فاصله خود از همه مصرف‌کنندگان است. لذا به ازای دو دسته مصرف‌کننده واقع در سمت چپ و راست بنگاه انحصارگر داریم:

$$\begin{aligned}\left(s-n_1 d_1\right)^2+\left(s-n_2 d_2\right)^2+\cdots \\ =\left(k_1 d_1-s\right)^2 \\ +\left(k_2 d_2-s\right)^2+\cdots\end{aligned} \qquad (۲)$$

فرض کنید تعداد مصرف‌کنندگان واقع در سمت راست h واحد بیشتر از مصرف‌کنندگان سمت چپ باشند. با ساده‌سازی این معادله داریم:

$$\begin{aligned}-hs^2-2sd_1\left(n_1-k_1\right) \\ -2sd_2\left(n_2-k_2\right)+\cdots \\ +d_1^2\left(n_1^2-k_1^2\right) \\ +d_2^2\left(n_2^2-k_2^2\right)+\cdots \\ =0\end{aligned} \qquad (۳)$$

www.SID.ir

Archive of SID

حال همه فواصل مصرف‌کنندگان از انحصارگر را بر حسب فاصله نزدیک‌ترین مصرف‌کنندگان (d_1) قرار می‌دهیم. یعنی این فواصل را به صورت ضریبی از فاصله d_1 قرار می‌دهیم. به عبارت دیگر $d_i = \gamma_i d_1$. حال با مشتق‌گیری از این عبارت نسبت به S و در نهایت بعد از ساده‌سازی داریم:

$$S= \frac{-d_1 \left[\sum_{i=1}^{n} \gamma_i (n_i-k_i)+\sum_{i=n+1}^{n+h} \gamma_i k_i\right]}{h} \qquad (۴)$$

این رابطه نشان می‌دهد که مکان بهینه انحصارگر به تعداد مصرف‌کنندگان و نحوه توزیع آن‌ها بستگی دارد. اگر تعداد مصرف‌کنندگان واقع در سمت راست بنگاه (k) افزایش یابند، آنگاه S (مکان بهینه انحصارگر) در صورتی افزایش می‌یابد که تعداد مصرف‌کنندگان واقع در سمت راست بیشتر از دو برابر تعداد مصرف‌کنندگان سمت چپ باشد. یعنی اینکه بنگاه از نقطه صفر دورتر شده و به سمت تعداد بیشتر مصرف‌کنندگان مجدداً مکان‌یابی خواهد کرد. همچنین اگر تعداد مصرف‌کنندگان واقع در سمت چپ بنگاه (n) افزایش یابند آنگاه S (مکان بهینه انحصارگر) کاهش می‌یابد، یعنی اینکه بنگاه به نقطه صفر نزدیک‌تر شده و به سمت تعداد بیشتر مصرف‌کنندگان مجدداً مکان‌یابی خواهد کرد.

پرسکات و ویچر[1] (۱۹۷۷) خیابانی به طول واحد را در نظر گرفته و فرض کردند که اگر سه بنگاه با قیمت تصویب شده از سوی دولت فقط بخواهند مکان بهینه خود را تعیین کنند، چه رفتاری خواهند داشت. در این مدل بنگاه۱ در دوره۱ وارد می‌شود و بنگاه ۲ در دوره ۲ و بنگاه ۳ در دوره ۳. آن‌ها فرض کردند که بنگاه ۱ قبلاً در نقطه‌ای مانند $\frac{1}{4}$ مستقر شده باشد. بنگاه ۲ می‌داند که در دوره ۳ تصمیم‌گیری مکان بنگاه۳ متأثر از انتخاب موقعیت خودش خواهد بود. بنابراین بنگاه۲ تابع عکس‌العمل بهینه بنگاه۳ را محاسبه کرده و مکان خود را طوری انتخاب می‌کند که سودش حداکثر شود. با حل این بازی به روش SPE[2]، در نهایت نتایج مکان بهینه برای سه بنگاه ۱ و ۲ و ۳ به ترتیب در نقاط $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ به دست آمد.

۵. بحث و نتیجه‌گیری

امروزه هزینه‌های حمل‌ونقل برای مصرف‌کنندگان از اصلی‌ترین هزینه‌ها در خرید از بنگاه محسوب می‌شود. لذا مصرف‌کنندگان به دنبال یافتن مسیری هستند که از آن طریق بتوانند با کمترین هزینه ممکن خود را به بنگاه برسانند. البته به این هزینه‌ها می‌توان هزینه‌های دیگری (هزینه زمان، ترافیک و ...) اضافه کرد و آن را هزینه کل نامید که در کل نتایج تغییری نخواهند کرد. از سوی دیگر، بنگاه‌های تولیدی بسته به نوع کارشان مواد اولیه و کالای تولیدی خود را بعد از مراحل آماده‌سازی آن، با پرداخت هزینه بین مصرف‌کنندگان توزیع می‌کنند. بنابراین هزینه حمل‌ونقل رقم قابل توجهی را به خود اختصاص می‌دهد، لذا این امر بنگاه‌ها را بر آن داشته تا با کاهش این هزینه‌ها بهای تمام شده محصولات خود را کاهش دهند.

در این مقاله برای یافتن مسیر بهینه از الگوریتم دایکسترا استفاده شد. از مهم‌ترین کاربردهای این روش می‌توان به محاسبه کوتاه‌ترین فاصله دو نقطه در یک شهر از طریق راه‌های زمینی اشاره نمود. از سوی دیگر برای یافتن مکان بهینه از طریق حداقل مربعات فاصله، این مکان برای بنگاهی که می‌خواهد در نقطه‌ای استقرار یابد که حداقل فاصله را از همه نقاط ممکن داشته باشد به دست آمد. نتایج نشان داد که مصرف‌کننده می‌تواند به روش الگوریتم دایکسترا خود را از کوتاه‌ترین مسیر به بنگاه برساند و همچنین کوتاه‌ترین فاصله ممکن از همه بنگاه‌های موجود را پیدا کند. از سوی دیگر، نشان داده شد که بنگاه نیز به روش حداقل مربعات فاصله می‌تواند مکان بهینه خود را پیدا کند که این مکان بهینه به تعداد مصرف‌کنندگان و نحوه توزیع آن‌ها بستگی دارد. در نهایت پیشنهاد می‌شود تا از روش‌های مختلف دیگر مانند سایر الگوریتم‌ها این مسائل حل و با ارائه تکنیک‌های جدید و بسط مدل‌ها، نتایج روش‌های متفاوت را با هم مقایسه کرده و مورد ارزیابی قرار داد. همچنین می‌توان با واقعی‌تر کردن مدل‌ها از طریق نحوه پخش مصرف‌کنندگان و ارائه بازی‌های جدید با انواع مصرف‌کنندگان نتایج را بهبود بخشید.

1. Prescott, E. andVisscher, M.
2. Subgame Perfect Equilibrium

www.SID.ir

Archive of SID

منابع

امین‌زاده گوهرریزی، بهرام؛ روشن، مینا و سیامک بدر (۱۳۹۱)، "ارزیابی تطبیقی روش‌های مکان‌یابی شهرهای جدید در ایران (دهه ۶۰ تا ۸۰)"، شماره ۲۳، سال نهم، صص ۳۲- ۲۱.

جعفرنژاد، احمد؛ کریمی دستجردی، داوود؛ فولادوندی، غلامرضا و محمد وفایی یگانه (۱۳۸۹)، "ارائه یک مدل تصمیم‌گیری چند معیاره برای انتخاب مکان بهینه استقرار نمایندگی‌های شرکت‌های بیمه در شهر تهران"، *فصلنامه صنعت بیمه*، سال بیست و چهارم، شماره ۳ و ۴ ، شماره مسلسل ۹۶-۹۵، صص ۱۲۳-۹۵.

خزائی،صفا (۱۳۸۰). تجزیه و تحلیل شبکه در GIS به منظور بهینه‌سازی کمک‌رسانی، گرایش عمران‌فتوگرامتری گروه مهندسی نقشه‌برداری، دانشکده فنی دانشگاه تهران.

شای، آز (۱۳۹۳)، اقتصاد صنعتی: نظریه و کاربردها، ترجمه: دکتر کیومرث شهبازی، تهران: انتشارات مرکز نشر دانشگاهی.

صابریان، جواد؛ محمد سعدی مسگری (۱۳۸۹)، "مسیریابی بهینه براساس معیار زمان با توجه به شرایط متغیر ترافیکی"، *مهندسی حمل‌ونقل*، سال اول، شماره چهارم.

کالل، مس آندریو؛ نیس، مایکل و جری آر گرین (۱۹۹۵)، *تئوری بازی‌ها* برگرفته از کتاب *تئوری اقتصاد خرد*، ترجمه: منصور اعتمادی و محمدتقی محبی، تهران: انتشارات دانشگاه امام صادق (ع).

نقیبی، فریدون؛ دلاور، محمودرضا و آرش رحمانی‌زاده (۱۳۸۲)، *توسعه الگوریتم دایکسترا برای تعیین کوتاه‌ترین مسیر در GIS با تأکید بر داده‌های حجیم*، همایش ژئوماتیک ۸۲، تهران: سازمان نقشه‌برداری کشور.

Averbakh, I.; Berman, O.; Drezner, Z. and G. Wesolowsky (2007), "The Uncapacitated Facility Location Problem with Demand-dependent Set up and Service Costs and Customer–Choice Allocation", *European Journal of Operational Research*, 179(1), pp. 956-967.

Bang, Y. Wu. and Kun-Mao, Chao (2004), *Spanning Trees and Optimization Problems*, CRC Press: USA. pp. 25-33.

Burdurla, E. & Ejder, E. (2006), "Location Choice for Furniture Industry Firms by using Analytical Hierarchy Process (AHP) Method". *Journal of Science*. 16(2), pp. 369-373.

Cormen, T. H.; Leiserson, C. E.; Rivest, R. L. and C. Stein (2001). *Introduction to Algorithms*. MIT Press and McGraw-Hill. pp. 588-601.

Current, J. R.; ReVelle, C. S. and J.L. Cohon (1985), "The Maximum Covering/shortest Path Problem: a Multiobjective Network Design and Routing Formulation", *European Journal of Operational Research,* 21(2), pp. 189–199.

Dechter, R. and J. Pearl (1985), "Generalized Bestfirst Search Strategies and the Optimality", *Journal of the ACM*. 32(3). pp. 505-536.

Domenico, C. and F. Simone (2004), "Two-Levels-Greedy: a Generalization of Dijkstra's Shortest Path Algorithm", *Electronic Notes in Discrete Mathematics*. No. 17, pp. 81–86.

Donald, E.K. (1997), *The Art Of Computer Programming*, Vol. 1. Third Edition. Addison-Wesley. ISBN -201- 04- 89683.

Douglas B. W. (2001), *Introduction to Graph Theory*. Second Edition.Prentice Hall. ISBN 0-13-014400-2.

Kairanbay, M.; Hajar, M. J. (2013), "A Review and Evaluations of Shortest Path Algorithms". *International Journal of Acientific & Technology Research.* 2(6). pp. 2277-8616.

Karger, D. R.; Klein, P. N. and R.E. Tarjan (1995). "A Randomized Linear-time Algorithm to Find

www.SID.ir

Archive of SID

Minimum Spanningtrees", *Journal of the Aswcl.tmn for Computmg Machinery.* 42(2). pp. 321–328.

Khyrina, A. F.; Burairah, H. and S.H. Abd (2015), "Modification of Dijkstra's Algorithm for Safest and Shortest Path during Emergency Evacuation", *Applied Mathematical Sciences*, 9(31), pp. 1531 – 1541.

Lukas, K. and M. Radomil (2013), "A Performance Comparison of Rapidly exploring Random Tree and Dijkstra's Algorithm for Holonomic Robot Path Planning", *Recent Advances in Applied and Theoretical Mathematics*. ISBN: 978-960-474-351-3.

Melaina, M. J. and M.H. Ross (2000), "The Ultimate Challenge: Developing an Infrastructure for Fuel Cell Vehicles", *Environment,* 42(7), pp. 10–22.

Paolo, A.; Sanchez, S.; Jesus, A. and R. Hernaude (2001), *An Object-genetic Method for Network Analysis in GIS: The Optimal and Shortest Path and Node Location*, University of Colombia.

Prescott, E. and M. Visscher (1977), "Sequential Location among Firms with Foresight", *The Bell Journal of Economics*. 8(2), pp. 378 - 393.

Preygel, A. (1999), *Path Finding: A Comparison of Algorithms*. Management Science. Matthews.

Ţarţavulea, R. I. (2015), "Model for Determining the Optimum Location for Performance Improvement in Supply-Chain Strategies", *European Journal of Interdisciplinary Studies*. *7*(1), pp. 39–54.

Udi, M. (1989), *Introduction to Algorithms - A Creative Approach*. MIT Press and Addison-Wesley. ISBN-02-12037-201.

Vaibhavi, P. and P. ChitraBaggar (2014), "A Survey Paper of Bellman-Ford Algorithm and Dijkstra Algorithm for Finding Shortest Path in GIS Application", *International Journal of P2P Network Trends and Technology (IJPTT)*. 5 – February 2014.

Wang, Y.W. and C.C. Lin (2009), "Locating road Vehicle Refueling Stations. Transportation Research Part E", *Logistics and Transportation Review*. 45(5), pp. 821-829.

Wang, Y. W. and C.R. Wang (2009), "Locating Passenger Vehicle Refueling Stations", *Transport. Res. Part E* (2010). 46(5), pp. 791-801.

Zhan, B. (1999), "Three Fastest Shortest Path Algorithms on Real Road Networks", *Southwest Texas State University, San Marcos*. TX 78666. USA. 1(1). pp. 69-82.

www.SID.ir

Archive of SID

www.SID.ir