مجله نخبگان علوم و مهندسی

Journal of Science and Engineering Elites

جلد ۸- شماره ۳ - سال ۱۴۰۲

www.ElitesJournal.ir

بهینه سازی چندهدفه تخصیص افزونگی سیستم سری– موازی

قاسم رضائی[1*]، کیارش زبرجد[2]، بهنام صدیق[3]

۱- استادیار، گروه مهندسی صنایع،دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شیراز، شیراز، ایران

۲- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع – مدیریت مهندسی، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شیراز، شیراز، ایران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع – کیفیت و بهره وری، گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شیراز، شیراز، ایران

*Rezaeighasem@yahoo.com

ارسال: خرداد ماه ۱۴۰۲   پذیرش: مرداد ماه ۱۴۰۲

چکیده

سیستم سری- موازی سیستمی است که شامل چند زیرسیستم بوده که به صورت سری به هم وصل شده اند و در هر زیرسیستم، مؤلفه ها به صورت موازی به هم متصل هستند. مسئله تخصیص افزونگی شامل انتخاب بهینه تعداد افزونگی برای تخصیص دادن در هر زیر سیستم می باشد به طوری که قابلیت اعتماد سیستم سری-موازی بیشینه و هزینه کل آن کمینه گردد. در این تحقیق روش های مختلفی از جمله روش تابع ضرر، روش مجموع وزن دار و روش برنامه ریزی آرمانی برای حل مسئله تخصیص افزونگی مورد استفاده قرار می گیرد و در نهایت این روش ها مقایسه شدند. در بین روش های ارائه شده، روش برنامه ریزی آرمانی از روش مجموع وزن دار مناسب تر و بهتر است زیرا هم زمان کمتری برای محاسبات به خود اختصاص می‌دهد و هم مقدار قابلیت اعتماد سیستم بالاتری را نشان می دهد. همچنین جواب های بهینه به دست آمده با توجه به نوع انتخاب پارامترها متفاوت بوده که در روش برنامه‌ریزی آرمانی، با انتخاب هر پارامتری به دلخواه، زمان محاسبه صفر (با دقت ۰/۰۰۰۰۰۱) ثانیه بوده است در صورتی که در روش مجموع وزن دار هرچه پارامترها را تغییر می دهیم، زمان محاسبه تغییر پیدا می کند. یکی از مزیت های روش برنامه ریزی آرمانی نسبت به روش تابع زیان و روش مجموع وزن دار این است که در روش برنامه ریزی آرمانی با انتخاب آرمان ها برای توابع هدف کاری می کنیم که اگر مسئله به آرمان نرسد، جوابی نزدیک به آرمان را ارائه دهد.

واژگان کلیدی: آنتروپی، سیستم سری- موازی، مسئله تخصیص افزونگی، قابلیت اعتماد، بهینه سازی چندهدفه.

۱– مقدمه

در دنیای امروز معمولاً با سیستم هایی سر و کار داریم که از تعدادی جزء تشکیل شده و براساس ساختاری از پیش طراحی شده برای هدف معینی در کنار یکدیگر قرار گرفته اند. هر یک از اجزا به طور مستقل یا وابسته به یکدیگر، بسته به نوع اتصال وظیفه ای دارد و به موازات آن سیستم نیز وظیفه خود را انجام می دهد. تابع ساختار در قابلیت اعتماد، یک تابع دو مقداری است که بیانگر فعال یا غیرفعال بودن سیستم بر مبنای فعال بودن یا غیرفعال بودن اجزای آن می باشد. برای مثال، یک سیستم سری فعال است اگر و فقط اگر تمام اعضای آن فعال باشند و یا در سیستم موازی، سیستم فعال است اگر و فقط اگر حداقل یکی از اعضای آن فعال باشد.

افزونگی عبارت است از قرار دادن مؤلفه ها یا توابع مشابه به صورت موازی در یک سیستم با هدف بالا بردن قابلیت اعتماد سیستم به طوری که عملکرد کلی سیستم افزایش یابد.

مسئله تخصیص افزونگی، یک مسئله ی رایج در بهینه سازی قابلیت اعتماد است که جهت طراحی هر سیستم مدرن از قبیل سیستم های امنیتی، سیستم های الکتریکی، سیستم های حمل و نقل، سیستم های ماهواره ای، سیستم های اجتماعی با در نظر گرفتن نیازمندی های قابلیت اعتماد مورد استفاده قرار می گیرد.

هدف ابتدایی مسئله تخصیص افزونگی، تعیین تعداد و نوع مؤلفه های افزوده در هر زیر سیستم به منظور بیشینه کردن قابلیت اعتماد سیستم است. وانگ و لی (۲۰۱۴) یک رویکرد بهینه سازی در مسئله ازدحام ذرات با هدف به حداکثر رساندن در دسترس بودن سیستم با بودجه محدود در یک سیستم پل چند وضعیتی ارائه داده اند[۱]. آگاروال و شارما (۲۰۱۰) الگوریتم بهینه سازی کلونی مورچگان را برای سیستم های دودویی ارائه داده‌اند [۲]. تمرکز بیشتر رویکردهای موجود در مسئله تخصیص افزونگی بر بیشینه سازی قابلیت اعتماد سیستم، یافتن طراحی بهینه است. این معمولاً برای روش های تک هدفه در مسائل عملی غیرممکن است. مسئله تخصیص افزونگی شامل انتخاب تعدادی از افزونگی های تخصیص داده شده در هر زیر سیستم سری-موازی برای بیشینه سازی قابلیت اعتماد سیستم و کمینه سازی هزینه سیستم می باشد. در نتیجه، بهینه سازی چندهدفه توجه محققان را به خود جلب کرده که بتوانند قابلیت اعتماد سیستم را بیشینه و هزینه ی آن را کمینه کنند. بوساکا و همکاران (۲۰۰۱)، الگوریتم ژنتیک چندهدفه را برای یافتن پیکربندی بهینه سیستم با توجه به هدف قابلیت اعتماد و هزینه سیستم، پیشنهاد داده اند[۳]. گارگ و شارما (۲۰۱۳) و خلیلی دامغانی و همکاران (۲۰۱۳)، الگوریتم چندهدفه ای برای یافتن جواب های کارای مسئله چندهدفه تخصیص افزونگی، براین اساس که تصمیم گیرنده بهترین طراحی را انتخاب کند، پیشنهاد داده [۴-۵] محققان بهینه سازی قابلیت اعتماد، به ندرت متغیرها را در قابلیت اعتماد در نظر می گیرند و به صورت خاص، مارسِگوئِرا و همکاران (۲۰۰۵) درباره این مشکل بحث کرده اند. مارسِگوئِرا و همکاران (۲۰۰۵)، مسئله چندهدفه تخصیص افزونگی را با دو تابع هدف بیشینه سازی تخمین قابلیت اعتماد و کمینه سازی واریانس قابلیت اعتماد، در نظر گرفته اند. آن ها ترکیبی از الگوریتم ژنتیکو شبیه سازی مونت-کارلو را برای پیدا کردن مجموعه جواب های کارا اعمال کردند[۶].

۲- مسئله تخصیص افزونگی چندهدفه

در بسیاری از موقعیت های عملی دست یابی هم زمان به چندین هدف مورد نیاز است؛ به همین دلیل مسئله تخصیص افزونگی چندهدفه مورد بررسی قرار گرفته است. هدف اصلی این تحقیق مشخص کردن تعداد مؤلفه و نوع آن در هر زیرسیستم است به طوری که برآورد قابلیت اعتماد کل سیستم بیشینه و هزینه کل سیستم کمینه گردد. برای این که مدل ارائه شده پایدار شود در عین حال، واریانس های برآورد قابلیت اعتماد و هزینه سیستم نیز کمینه می گردد که این امر قبل از این در نظر گرفته شده است.

در بهینه سازی چندهدفه به دست آوردن یک جواب یکتا که تمام توابع هدف را هم زمان بهینه کند، معمولاً امکان پذیر نیست. بنابراین مسئله تخصیص افزونگی چندهدفه شامل سبک و سنگین کردن بین توابع هدف است. به عبارت دیگر، ممکن است بعضی توابع هدف بهینه شوند و برخی دیگر بهینه نگردند ولی در کل جواب به دست آمده بهترین جواب باشد.

۳- فرض ها و اصول موضوعه

برای ساختن مدل پیشنهادی، فرض ها و اصول موضوعه زیر را در نظر می گیریم.

1. شکست مؤلفه های افزوده مشابه مؤلفه های فعال است؛ یعنی افزونگی در سیستم فعال است.
2. در سیستم، دو نوع هزینه عملکرد و نگهداری وجود دارند.
3. شکست سیستم براساس شکست مؤلفه ها می باشد.

زمان عملکرد مؤلفه ها همگی دارای میانگین μ_t و انحراف معیار σ_t است

۱. برآورد تعداد تعمیرات مؤلفه نوع iام که در طول آزمایش از کار می افتد دارای توزیع پواسن با میانگین μ_n و انحراف معیار σ_t می باشد.

۲. تعداد شکست مؤلفه ها از توزیع دوجمله ای تبعیت می کند.

۴- پیشینه تحقیق

تمرکز بیشتر رویکردهای موجود در مسئله تخصیص افزونگی بر بیشینه سازی قابلیت اعتماد سیستم برای یافتن طراحی بهینه است و این معمولاً برای روش‌های تک‌هدفه در مسائل عملی غیرممکن است. به طور کلی بیشتر تحقیقاتی که در زمینه مسئله تخصیص افزونگی ارائه شده، مسائل را بصورت تک هدفه مورد بررسی قرار داده اند توکلی مقدم و همکاران(۲۰۱۱) ، مدلی با هدف بیشینه سازی پایایی با در نظر گرفتن محدودیتهای وزن و هزینه ارائه نمودند[۷].

اما در زمینه مسئله تخصیص افزونگی در حالت چند هدفه نیز تحقیقاتی انجام پذیرفته که از آن جمله میتوان به موارد زیر اشاره کرد: سلماس نیا و همکاران(۲۰۱۶) ، نیز مدل بهینه سازی استوار با اهداف بیشینه سازی پایایی و کمینه سازی آنتروپی و واریانس ارائه نمودند ضمن آنکه از آنجایی که ساختار سیستم می تواند تاثیر بسزایی روی قابلیت اطمینان سیستم مسئله تخصیص افزونگی شامل انتخاب تعدادی از افزونگی‌های تخصیص داده شده در هر زیر سیستم سری- موازی برای بیشینه سازی قابلیت اعتماد سیستم و کمینه سازی هزینه سیستم می‌باشد. در نتیجه، بهینه‌سازی چندهدفه توجه محققان را به خود جلب کرده که بتوانند قابلیت اعتماد سیستم را بیشینه و هزینه‌ی آن را کمینه کنند[۸].

هیوا فاروغی و زهرا سلگی (۲۰۱۷) ، در پژوهشی تحت عنوان بهینه سازی چند هدفه تخصیص افزونگی و قابلیت اطمینان در سیستم های چند وضعیته سری- موازی به بررسی مسئله قابلیت اطمینان و تخصیص افزونگی چند هدفه برای سیستم های چند وضعیته سری- موازی می پردازد. از این رو مدل ریاضی مناسبی به منظور بیشینه سازی دسترسی پذیری سیستم و کمینه سازی هزینه های طراحی مربوطه با در نظر گرفتن محدودیت های بودجه و وزن فیزیکی سیستم پیشنهاد شده است. به منظور تخمین دسترسی پذیری سیستم چند وضعیته، از روش تابع مولد عمومی که به عنوان روشی کارامد جهت محاسبه قابلیت اطمینان و دسترسی پذیری سیستم های چند وضعیته مطرح است، استفاده شده است [۹].

مسئله تخصیص افزونگی، یک مسئله‌ی رایج در بهینه‌سازی قابلیت اعتماد است که جهت طراحی هر سیستم مدرن از قبیل سیستم‌های امنیتی، سیستم‌های الکتریکی، سیستم‌های حمل و نقل، سیستم‌های ماهواره‌ای، سیستم‌های اجتماعی و ... با در نظر گرفتن نیازمندی‌های قابلیت اعتماد مورد استفاده قرار می‌گیرد. هدف ابتدایی این مسئله تعیین تعداد و نوع مؤلفه‌های افزوده در هر زیر سیستم به منظور بیشینه کردن قابلیت اعتماد سیستم است که افرادی از جمله ابویی و همدانی (۲۰۱۴) ، چمبری و همکاران(۲۰۱۳)،کوکولاکیس و پاپاژئورژیو (۲۰۰۶) در این موضوع تحقیقاتی انجام داده اند [۱۰-۱۲]. وانگ و لی (۲۰۱۴) یک رویکرد بهینه‌سازی در مسئله ازدحام ذرات با هدف به حداکثر رساندن دردسترس بودن سیستم با بودجه محدود در یک سیستم پل چند وضعیتی ارائه داده‌اند [۱]. آگاروال و شارما (۲۰۱۰) ، الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچگان را برای سیستم‌های دودویی ارائه داده‌اند [۲].

در سال‌های اخیر، معیار آنتروپی سیستم برای تحلیل کردن قابلیت اعتماد سیستم و اهمیت مؤلفه‌های آن به‌کار برده شده‌است. روچی (۲۰۰۲)، تابع آنتروپی را برای مطالعه قابلیت اعتماد و تعمیر پذیری سیستم‌ها معرفی کرد [۱۳]. کروئسه، کین و نریایی (۲۰۰۷)، رویکردی مبتنی بر روش آنتروپی متقاطع برای بهینه‌سازی قابلیت اعتماد شبکه معرفی کردند [۱۴]. روی و همکاران (۲۰۱۴) برای مسئله تخصیص افزونگی، قید آنتروپی در حالتی که تمام مولفه های سیستم از یک جنس هستند، مورد استفاده قرار داده اند [۱۵].

برای مسئله تخصیص افزونگی قابلیت اعتماد سیستم سری-موازی، آنتروپی همان کمبود اطلاعات درباره وضعیت هر زیر سیستم را ارائه می‌دهد. ماهاپاترا و ماهاپاترا (۲۰۱۱)، از تکنیک بهینه‌سازی فازی شهودی، برای بهینه‌سازی افزونگی قابلیت اعتماد سیستم بر مبنای تابع آنتروپی، استفاده کردند [۱۶].

وانگ و همکاران (۲۰۲۰)، در پژوهشی تحت عنوان سازی بهینه چند هدفه مسئله تخصیص افزونگی و قابلیت اطمینان برای سیستم های چندگانه تولید با استراتژی افزونگی به بررسی قابلیت اطمینان و تخصیص افزونگی چند هدفه برای سیستم های چندگانه سری – موازی می پردازد [۱۷].

۵– روش شناسی تحقیق

۵–۱– روش مجموع وزن دار برای مسئله تخصیص افزونگی چندهدفه

روش وزن دار شده یکی از روش های حل مسئله بهینه سازی چندهدفه می باشد. یکی از دلایل استفاده از این روش، سادگی و کاربرد مستقیم اهمیت نسبی توابع هدف با توجه به ضرایب آن ها است. این روش جواب بهینه پارتو مرزی را با استفاده از تغییر دادن وزن ها بین توابع هدف به دست می آورد.

این روش مسئله بهینه سازی چندهدفه را به یک مسئله بهینه سازی تک هدفه تبدیل می کند. در این روش، با توجه به اهمیتی که توابع هدف برای ما دارند، توابع هدف را در ضرایبی مثبت ضرب می کنیم و سپس آن ها را با هم جمع کرده و در تابع هدف مسئله جدید می نویسیم. بنابراین مسئله ما تبدیل به یک مسئله بهینه سازی تک هدفه می شود و می توانیم با روش های مختلف حل مسائل بهینه سازی تک هدفه، مسئله جدید را حل کنیم. مزیت این روش این است که یک مسئله چندهدفه را به یک مسئله تک هدفه تبدیل می کند ولی این روش معایبی هم دارد که عبارتند از اینکه ممکن است توابع هدف با یکدیگر مرتبط نباشند و جمع کردن توابع هدف غیر مرتبط معنایی ندارد. یکی دیگر از معایب آن نحوه انتخاب ضرایب مثبت است که انتخاب آن ها کار ساده ای نیست.

از دیگر معایب این روش این است که این روش نمی تواند تمام جواب های بهینه پارتو مرزی یک مجموعه نامحدب را به دست آورد و همچنین توزیع وزن ها بین توابع هدف همیشه نمی تواند جواب های کارا و کارای ضعیف را در فضای هدف ایجاد کند. حال در صورتی که مسئله جدید دارای جواب بهینه متناهی باشد، آنگاه مسئله چندهدفه دارای جواب کارای ضعیف می باشد. یعنی اگر مسئله وزن دار شده دارای جواب بهینه x^* باشد، آنگاه x^* جواب کارای ضعیف مسئله چندهدفه می باشد. به صورت خاص اگر تمام وزن ها اکیداً مثبت باشند، آنگاه x^* یک جواب کارای مسئله چندهدفه است.

۵–۲– مفهوم آنتروپی در یک مسئله بهینه سازی

آنتروپی، یک معیار برای اندازه گیری عدم حتمیت در نظریه اطلاع می باشد. از آنجایی که مؤلفه ها معمولاً تحت تأثیر عوامل خارجی یا داخلی در معرض خرابی قرار می گیرند، در نظر گرفتن آنتروپی برای تخصیص افزونگی در جهت امنیت سیستم ضروری است. در مسئله تخصیص افزونگی برای به دست آوردن احتمال اینکه سیستم کار کند، کافی است احتمال اینکه زیرسیستم ها کار کنند را به دست آوریم و برای این کار می توانیم مجموع تعداد مؤلفه های آن زیرسیستم را بر مجموع تعداد کل مؤلفه ها در سیستم تقسیم کنیم. با این کار احتمال کار کردن و عبور جریان هر زیرسیستم به دست می آید.

هدف استفاده از آنتروپی در مسئله تخصیص افزونگی این است که چقدر به از کار کردن کل سیستم مطمئن نیستیم؛ یعنی عدم قطعیت کار کردن سیستم را به ما نشان می دهد. در سال های اخیر، معیار آنتروپی سیستم برای تحلیل کردن قابلیت اعتماد سیستم و اهمیت مؤلفه های آن به کار برده شده است. روچی (۲۰۰۲) تابع آنتروپی را برای مطالعه قابلیت اعتماد و تعمیر پذیری سیستم ها معرفی کرد [۱۳]. کروئسه و همکاران (۲۰۰۷)، رویکردی مبتنی بر روش آنتروپی متقاطع برای بهینه سازی قابلیت اعتماد شبکه معرفی کردند [۱۴]. ماهاپاترا و ماهاپاترا (۲۰۱۱)، از تکنیک بهینه سازی فازی شهودی، برای بهینه سازی تخصیص افزونگی در سیستم بر مبنای تابع آنتروپی استفاده کردند [۱۶].

از مفهوم آنتروپی نتیجه می شود که هرچه مقدار آنتروپی بالاتر باشد، عدم حتمیت افزایشیافته و قطعیت ما در مورد کار کردن سیستم کاهش می یابد. بنابراین قرار دادن محدودیت برای کران بالای آنتروپی یا عدم قطعیت در کارکرد سیستم می تواند قید

مناسب و لازمی در مسئله تخصیص افزونگی سیستم ها باشد. رُوی و همکاران (۲۰۱۴) برای مسئله تخصیص افزونگی، قید آنتروپی در حالتی که تمام مؤلفه های سیستم از یک جنس هستند، مورد استفاده قرار دادند [۱۵].

۵-۳- مسئله اولیه و مدل ریاضی آن بر مبنای روش مجموع وزن دار

رُوی و همکاران(۲۰۱۴) متغیر x_i را به عنوان تعداد مؤلفه ها در زیرسیستم iام تعریف کردند و مقدار بهینه x_i را با بیشینه کردن قابلیت اعتماد سیستم و کمینه کردن هزینه کل سیستم با در نظر گرفتن قید آنتروپی با استفاده از الگوریتم ژنتیک به دست آوردند. آن ها همچنین فرض کردند که در تمام زیرسیستم ها از یک نوع مؤلفه استفاده شود ولی ما با این انگیزه که مؤلفه ها در هر زیرسیستم از یک نوع نباشند متغیر x_{ij} را به عنوان تعداد مؤلفه های نوع jام در زیرسیستم iام می باشد[۱۵]. در این بخش ما مسئله را با توجه به تعریف متغیر تصمیم مسئله تعریف می کنیم و سپس مدل وزن دار شده مسئله را بیان و سپس آن را حل می کنیم. ما مسئله تخصیص افزونگی را براساس بیشینه کردن قابلیت اعتماد سیستم و همچنین کمینه کردن هزینه کل سیستم که به صورت مجموع هزینه عملی و هزینه نگهداری سیستم می باشد و نیز کمینه کردن واریانس هزینه کل سیستم در نظر گرفته ایم. همچنین در این مسئله قیدهایی را مبنی بر وزن کل سیستم و تعداد مؤلفه های قابل استفاده در هر زیرسیستم به همراه قید آنتروپی در نظر می گیریم. قابل ذکر است که واریانس هزینه سیستم را برای این منظور استفاده می کنیم که پایداری سیستم برقرار گردد.

جدول ۱- متغیرها و پارامترهای مورد استفاده در مدل مسئله وزن دار

نماد	شرح
I	اندیس برای زیر سیستم ها
J	اندیس برای مؤلفه ها
S	تعداد زیر سیستم ها
M	تعداد مؤلفه های قابل دسترس در زیر سیستم ها
R_j	قابلیت اعتماد مؤلفه نوع j
x_{ij}	تعداد مؤلفه نوع j در زیر سیستم i
X	بردار سطوح افزونگی و انتخاب مولفه در مسئله تخصیص افزونگی
R(x)	قابلیت اعتماد کل سیستم
C(x)	هزینه کل سیستم
Var(.)	واریانس کمیت درون پرانتز
E(.)	امید ریاضی کمیت درون پرانتز
$C_0(x)$	هزینه عملیاتی سیستم
$C_{cm}(x)$	هزینه نگهداری سیستم
c_j^o	هزینه عملکرد مؤلفه نوع j
C_j^{cm}	هزینه نگهداری مؤلفه نوع j
t_j	عمر مفید مؤلفه نوع j
$\sigma_{t_j}^2$	واریانس عمر مفید مؤلفه ها
N_j	تعداد دفعات تعمیر مؤلفه ها در طول آزمایش
$\sigma_{n_j}^2$	واریانس تعداد دفعات تعمیر مولفهخ نوع j در طول آزمایش
$SW_j^{(m)}$	وزن مولفه نوع j
$SW_j^{(v)}$	حجم مولفه نوع j
SW_m	کران بالای وزن کل سیستم
SW_v	کران بالای حجم کل سیستم
$n_{min,i}$	مینیمم تعداد مؤلفه مورد نیارز در زیر سیستم i
$n_{max,i}$	ماکسیمم تعداد مولفه قابل استفاده در زیر سیستم i
E_s	کران بالای محدودیت آنتروپی

بنابراین مسئله اولیه را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\text{Maximize} \quad \hat{R}(x) \tag{۱}$$

$$\text{Minimize} \quad \hat{C}(x) \tag{۲}$$

$$\text{Minimize} \quad \mathrm{Var}\left(\hat{C}(x)\right) \tag{۳}$$

$$\text{subject to} \sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} SW_j x_{ij} \leq SW \tag{۴}$$

$$n_{min.i} \leq \sum_{j=1}^{m} SW_j x_{ij} \leq n_{max,i} \tag{۵}$$

$$-\sum_{i=1}^{S} \frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}} \log\left(\frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}\right) \leq E_s \tag{۶}$$

$$x_{ij} \in \{0,1,2,\dots\}, \quad i = 1,2,\dots,S, \quad j = 1,2,\dots.,m \tag{۷}$$

که در این مدل روابط (۱ و ۳) توابع هدف مسئله و به ترتیب قابلیت اعتماد سیستم، هزینه کل سیستم و واریانس هزینه کل سیستم را مشخص می کنند. به عبارتی دیگر، در این مسئله هدف بیشینه کردن قابلیت اعتماد سیستم و کمینه کردن هزینه سیستم است و تابع هدف سوم به این دلیل اضافه می شود که سیستم پایداری خود را داشته باشد. رابطه (۴) بیانگر این است که وزن کل سیستم از یک مقدار خاص بیشتر نشود که ایجاب می کند که وزن سیستم نیز کمینه گردد. همچنین قابل ذکر است که در رابطه (۴)، SW یک بردار دوتایی شامل کران بالای وزن و کران بالای حجم کل سیستم است و همچنین SW_j نیز یک بردار دوتایی شامل وزن و حجم مؤلفه jام می باشد؛ یعنی داریم:

$$SW = \begin{pmatrix} SW_m \\ SW_v \end{pmatrix}, \qquad SW_j = \begin{pmatrix} sw_j^{(m)} \\ sw_j^{(v)} \end{pmatrix}$$

رابطه (۵) مقدار مینیمم و ماکسیمم تعداد مؤلفه ها در هر زیرسیستم را تعیین می کند و رابطه (۶) همان قید آنتروپی است که به مسئله ما افزوده شده است و بیانگر عدم حتمیت در اطلاعات سیستم می باشد و پارامتر E_s کران بالای محدودیت آنتروپی می باشد. رابطه (۷) قید نامنفی بودن متغیرها و همچنین عدد صحیح بودن متغیر تصمیم مسئله است. حال با ضرب کردن ضرایبی مثبت به عنوان وزن های توابع هدف و سپس جمع کردن آن ها با یکدیگر تابع هدف مسئله جدید را به دست می آوریم. با این توصیف مسئله بالا را به مدل وزن دار شده تبدیل می کنیم که باعث می شود مسئله اولیه به یک مسئله تک هدفه تبدیل گردد. بنابراین داریم.

$$\text{Minimize} \quad -\lambda_1\hat{R}(x) + \lambda_2\hat{C}(x) + \lambda_3 \mathrm{Var}\left(\hat{C}(x)\right) \tag{۸}$$

$$\text{subject to} \sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} sw_j x_{ij} \leq SW \tag{۹}$$

$$n_{min,i} \leq \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \leq n_{max,i} \tag{۱۰}$$

$$-\sum_{i=1}^{S} \frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}} \log\left(\frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}\right) \leq E_s, \tag{۱۱}$$

$$x_{ij} \in \{0,1,2,\dots\}, \quad i = 1,2,\dots,S, \quad j = 1,2,\dots,m. \tag{۱۲}$$

که در آن:

$$\lambda_k \geq 0, \quad \sum_{k=1}^{3} \lambda_i = 1, \quad k = 1,2,3.$$

مدل نوشته شده در بالا مدل وزن دار شده مسئله اصلی است که ضرایب استفاده شده برای توابع هدف به ترتیب $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$هستند که به دلیل اینکه تابع هدف قابلیت اعتماد سیستم از نوع بیشینه سازی می باشد، در تابع هدف مسئله جدید ضرایب این تابع هدف قرینه می گردد. حال مسئله جدید را با توجه به تعاریف قابلیت اعتماد سیستم، هزینه سیستم و واریانس هزینه سیستم مدل وزن دار شده را بازنویسی می کنیم که به صورت زیر می باشد.

$$\text{Minimize} \quad -\lambda_1\left(\prod_{i=1}^{S}\left(1-\prod_{j=1}^{m}\hat{q}_j^{x_{ij}}\right)\right)+\lambda_2\left(\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m}C_j^{o}.\hat{t}_j.x_{ij}+\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m}C_j^{cm}.\hat{n}_j.x_{ij}\right)$$

$$+\lambda_3\left(\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m}(C_j^{o}.x_{ij})^2.\sigma_{t_j}^2+\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m}(C_j^{cm}.x_{ij})^2.\sigma_{n_j}^2\right) \tag{۱۳}$$

$$\textit{subject to} \quad \sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m}SW_jx_{ij}\le SW, \tag{۱۴}$$

$$n_{min,i}\le\sum_{j=1}^{m}x_{ij}\le n_{max,i}, \tag{۱۵}$$

$$-\sum_{i=1}^{S}\frac{\sum_{j=1}^{m}x_{ij}}{\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m}x_{ij}}log\left(\frac{\sum_{j=1}^{m}x_{ij}}{\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m}x_{ij}}\right)\le E_s, \tag{۱۶}$$

$$x_{ij}\in\{0,1,2,\ldots\},\quad i=1,2,\ldots,S,\quad j=1,2,\ldots,m \tag{۱۷}$$

از آنجایی که تابع هدف قابلیت اعتماد و هزینه سیستم برای ما از اهمیت بیشتری برخوردار هستند می توانیم ضرایب را طوری انتخاب کنیم که به این دو تابع هدف بیشترین مقدار وزن تعلق گیرد و همچنین ضریب تابع هدف هزینه سیستم نیز به گونه ای انتخاب شود که از ضریب تابع هدف قابلیت اعتماد کمتر باشد و از ضریب تابع هدف واریانس هزینه سیستم بیشتر باشد. این امور باید به شکلی صورت گیرد که مجموع ضرایب برابر ۱ شوند.

۵-۴- روش برنامه ریزی آرمانی برای مسئله تخصیص افزونگی چندهدفه

مسائل موجود در دنیای امروز، معمولاً شامل سیستم های نامشخصکه شامل گونه هایی از تضاد و اندازه ناپذیر بودن اهداف موجود می باشد، است. برنامه ریزی آرمانی از جمله تکنیک های اساسی برای مدل هایی است که تصمیم گیرنده همزمان می خواهد به چندین هدف دست یابد. با توجه به تضاد در اهداف، رسیدن به آرمان مورد نظر برای تمام توابع به طور همزمان امکان پذیر نیست. هدف از برنامه ریزی آرمانی پیدا کردن جوابی است که آرمان های مد نظر را تا حد امکان برآورده کند و به عبارتی به دنبال جوابی هستیم که نزدیک ترین جواب به آرمان های موجود باشد. مسائل برنامه ریزی آرمانی همانند سایر مسائل بهینه سازی می تواند به صورت خطی، غیرخطی، اعداد صحیح و. . . بیان شود و انواع مختلفی از این گونه مسائل را ایجاد نماید. علاوه بر این، در حالت کلی مدل برنامه ریزی آرمانی ساختار نسبتاً قابل قبولی را تحت ابزارهای تک هدفه ایجاد می کند.

بهتر است درباره این کاربرد در کنار مقدمه ای بر مدل برنامه ریزی آرمانی توضیح مختصری ارائه دهیم. برنامه ریزی آرمانی برای اولین بار در سال ۱۹۵۵ توسط چارنز و همکاران معرفی شد. از آنجایی که برنامه ریزی آرمانی شامل مسئله چندهدفه خطی، غیرخطی، صفر و یکو یا غیرخطی می شود، زمینه کاربردهای آن بسیار وسیع است و مضمون مشترک این کاربردها این است که همه آن ها تبدیل به یک مسئله تک هدفه می شوند. یکی از کاربردهای برنامه ریزی آرمانی تبدیل یک مسئله چندهدفه به یک مسئله تک هدفه است. این روش توسیع و تعمیم مسئله بهینه سازی خطی یا غیرخطی برای مدیریت کردن مقدار توابع هدف است. هر کدام از این مقدارها را مقدار آرمان می گوئیم که هدف ما این است که به آن ها دست یابیم.

جدول ۲- حالت های مختلف متغیر های انحراف از آرمان

حالت	وضعیت متغیر های انحراف از آرمان	توضیح
اول	$d_i^+=0$ و $d_i^-=0$	دست یافتن به آرمان تعیین شده
دوم	$d_i^+\neq0$ و $d_i^-=0$	پیشی گرفتن از آرمان تعیین شده
سوم	$d_i^+=0$ و $d_i^-\neq0$	عدم دست یابی به آرمان تعیین شده
چهارم	$d_i^+\neq0$ و $d_i^-\neq0$	این حالت ممکن نیست

برای این روش ما به هر کدام از توابع هدف، متغیرهای انحراف از آرمان را اضافه و آن ها را به مجموعه قیود اضافه می کنیم و با توجه به هدف مسئله این متغیرهای انحراف از آرمان را کمینه می نماییم. برنامه ریزی آرمانی برای انجام دادن سه نوع تجزیه و تحلیل استفاده می شود که عبارتند از:

۱. برای دست یابی به هدف مورد نظر، منابع مورد نیاز را مشخص می کند.

۲. میزان دست یابی به آرمان ها با توجه به منابع موجود را مشخص می کند.

۳. بهترین راه حل رضایت بخش با مشخص کردن مقدار متغیرهای متناظر منابع و اولویت آرمان ها را ارائه می دهد.

متأسفانه نمادهای استفاده شده در برنامه ریزی آرمانی تاکنون استاندارد و همسان سازی نشده اند. در حقیقت، اختلاف هایی در فلسفه کلی این روش وجود دارد. دیدگاه اول شامل افرادی می شود که به سادگی برنامه ریزی آرمانی را تعمیم یافته ی برنامه ریزی خطی می دانند و دیدگاه دوم شامل کسانی می شود که برنامه ریزی آرمانی را به عنوان یک چارچوب نسبتاً کلی برای مدل های سنتی و تک هدفه که به عنوان موارد خاص ظاهر می شود، در نظر می گیرند. مسئله برنامه ریزی چندهدفه را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\text{Minimize} \quad (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x))$$
$$\text{subject to} \quad x \in X.$$

فرم کلی مدل ریاضی برنامه ریزی آرمانی متناظر مسئله چندهدفه بالا که هدف آن یافتن $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)$ برای کمینه کردن:

$$z = (g_1(d_1^+, d_1^-), \dots\ g_l(d_l^+, d_l^-), \dots, g_k(d_k^+, d_k^-))$$

مشروط بر قیودی که به فرم می باشد به صورت زیر است:

$$f_i(\bar{x}) + d_i^- - d_i^+ = b_i, \qquad i = 1, \dots, k.$$

و

$$\bar{x}, d_i^+, d_i^- \geq 0.$$

$$\text{Minimize} \ \ z = (g_1(d_1^+, d_1^-), \dots g_l(d_l^+, d_l^-), \dots, g_k(d_k^+, d_k^-)) \tag{۱۸}$$
$$\text{Subject to } f_i(\bar{x}) + d_i^- - d_i^+ = b_i, \quad i = 1, \dots, k, \tag{۱۹}$$
$$x \in X,$$
$$\bar{x}, d_i^+ - d_i^- \geq 0.$$

در مدل بالا x_j متغیر تصمیم مسئله، z تابع هدف مدل برنامه ریزی آرمانی، $g_l(d_l^+, d_l^-)$ تابعی صعودی از متغیرهای انحراف از آرمان مربوط به lامین تابع هدف مسئله اولیه، b_i مقدار سمت راست برای آرمان iام و $f_i(\bar{x})$ تابع آرمان که ممکن است خطی یا غیرخطی باشد، می باشند. با توجه به توابع هدف مسئله اولیه و آرمان های مورد نظر، تابع هدف مدل برنامه ریزی آرمانی را می نویسیم.

اگر در مسئله اولیه، بخواهیم مقدار تابع هدف از مقداری (سطح تمایل) کمتر شود، باید متغیر انحراف از آرمان d_i^+ و اگر بخواهیم مقدار تابع هدف از مقداری بیشتر شود، متغیر انحراف از آرمان d_i^- و در صورتی که بخواهیم مقدار تابع هدف با مقداری برابر شود، متغیر انحراف از آرمان $d_i^+ - d_i^-$ را کمینه کرد. با توجه به چندهدفه بودن مدل بالا معمولاً تابع هدف برنامه ریزی آرمانی را به فرمی که چارنزو کوپر برای مدل اصلی برنامه ریزی آرمانی پیشنهاد داده بودند، به صورت تک هدفه بیان می شود. یعنی، هدف یافتن $\bar{x}$ برای کمینه کردن می باشد که در آن ضرایب $p_1, p_2, \dots, p_k$ وزن های توابعی از متغیرهای انحراف از آرمان و همگی ثابت هستند. توجه کنید که نمی توانیم متغیرهای انحراف از آرمان متناظر یک اولویت را به دیگر اولویت ها اضافه کرد.

$$z = p_1 g_1(d_1^+ - d_1^-) + p_2 g_2(d_2^+ - d_2^-) + \cdots + p_k g_k(d_k^+ - d_k^-),$$

برخی از پژوهشگران با خطی در نظر گرفتن g_i ها و دادن مقدار عددی به ضرایب متناظر با اهمیت آرمان ها، مسئله برنامه ریزی آرمانی را با الگوریتم سیمپلکس حل نموده اند و این گونه یک مسئله بهینه سازی چندهدفه خطی با استفاده از روش برنامه ریزی آرمانی به یکمسئله بهینه سازی تک هدفه خطی تبدیل می گردد. در بخش بعد متغیرها و پارامترهای مورد استفاده در مدل ریاضی مسئله تخصیص افزونگی و مدل ریاضی برنامه ریزی آرمانی را شرح می دهیم.

۵-۵- مدل ریاضی برنامه ریزی آرمانی مسئله اولیه

حال فرض کنید که بخواهیم قابلیت اعتماد سیستم از مقدار عددی g_1 بیشتر و هزینه کل سیستم از مقدار عددی g_2 کمتر و همچنین واریانس هزینه سیستم از مقدار عددی g_3 نیز کمتر شوند. برای این کار با استفاده از روش برنامه ریزی آرمانی و نحوه تبدیل مسئله اولیه به یک مسئله تک هدفه ، مسئله اولیه تخصیص افزونگی چندهدفه را به مسئله تک هدفه تبدیل می کنیم که به صورت زیر است:

$$\text{Minimize}\ \ 100\, d_1^- + d_2^+ + d_3^+ \tag{۲۰}$$

$$\text{Subject to}\ \hat{R}(x) + d_1^- - d_1^+ \geq g_1, \tag{۲۱}$$

$$\hat{C}(x) + d_2^- - d_2^+ \leq g_2, \tag{۲۲}$$

$$\text{Var}\left(\hat{C}(x)\right) + d_3^- - d_3^+ \leq g_3, \tag{۲۳}$$

$$\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} SW_j x_{ij} \leq SW, \tag{۲۴}$$

$$n_{min,i} \leq \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \leq n_{max,i}, \tag{۲۵}$$

$$-\sum_{i=1}^{S} \frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}} \log\left(\frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}\right) \leq E_s, \tag{۲۶}$$

$$x_{ij} \in \{0,1,2,\dots\},\quad i = 1,2,\dots,S,\quad j = 1,2,\dots,m, \tag{۲۷}$$

$$d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \geq 0. \tag{۲۸}$$

در مدل بالا رابطه (۲۰) تابع هدف مدل برنامه ریزی آرمانی مسئله تخصیص افزونگی است و از آنجایی که قابلیت اعتماد سیستم برای ما از اهمیت بیشتری برخوردار است، ضریب ۱۰۰ را برای آن در نظر گرفته ایم. روابط (۲۱ و ۲۳) همان توابع هدف مسئله اولیه هستند که در این مدل به عنوان آرمان های ما در نظر گرفته شده است. رابطه (۲۴)، ایجاب می کند که وزن کل سیستم از مقدار ثابت SW بیشتر نشود و مدل مسئله کاری می کند که وزن سیستم نیز مینیمم شود. همچنین قابل ذکر است که در رابطه (۲۴)، SW یک بردار دوتایی شامل کران بالای وزن و کران بالای حجم کل سیستم است و همچنین SW_j نیز یک بردار دوتایی شامل وزن و حجم مؤلفه jام می باشد؛ یعنی داریم:

$$SW = \begin{pmatrix} SW_m \\ SW_v \end{pmatrix}, \qquad SW_j = \begin{pmatrix} sw_j^{(m)} \\ sw_j^{(v)} \end{pmatrix}.$$

رابطه (۲۵)، تعداد مؤلفه های موجود در هر زیرسیستم در محدوده مشخصی باشند. همچنین رابطه (۲۶)، که به قید آنتروپی معروف است برای این به مسئله ما افزوده شده که عدم حتمیت اطلاعات سیستم را مورد بررسی قرار دهد. روابط (۲۷) و (۲۸) نیز بیانگر نامنفی بودن متغیرهای انحراف از آرمان و صحیح بودن متغیر تصمیم می باشد.

حال با توجه به تعاریف روابط قابلیت اعتماد و هزینه سیستم و واریانس هزینه سیستم مدل برنامه ریزی آرمانی مسئله تخصیص افزونگی چندهدفه بالا را به صورت زیر بازنویسی می کنیم.

$$\text{Minimze}\ \ 100\, d_1^- + d_2^+ + d_3^+ \tag{۲۹}$$

$$\text{subject to}\ \prod_{i=1}^{s}\left(1 - \prod_{j=1}^{m} \hat{q}_j^{\,x_{ij}}\right) + d_1^- + d_1^+ \geq g_1, \tag{۳۰}$$

$$\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} C_j^{o}.\hat{t}_j.x_{ij} + \sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} C_j^{cm}.\hat{n}_j.x_{ij} + d_2^- + d_2^+ \leq g_2, \tag{۳۱}$$

$$\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} (C_j^{o}.x_{ij})^2.\sigma_{t_j}^2 + \sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} (C_j^{cm}.x_{ij})^2.\sigma_{n_j}^2 + d_3^- + d_3^+ \leq g_3, \tag{۳۲}$$

$$\sum_{j=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} SW_j x_{ij} \leq SW, \tag{۳۳}$$

$$n_{min,i} \le \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \le n_{max,i}, \quad (۳۴)$$

$$-\sum_{i=1}^{S} \frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}} \log\left(\frac{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{S}\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}\right) \le E_s, \quad (۳۵)$$

$$x_{ij} \in \{0,1,2,\dots\}, \quad i = 1,2,\dots,S, \quad j = 1,2,\dots,m, \quad (۳۶)$$

$$d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \ge 0. \quad (۳۷)$$

می توانیم با استفاده از روش های حل مسئله بهینه سازی غیرخطی، مدل بالا را حل کنیم. اگر مدل برنامه ریزی آرمانی دارای جواب بهینه متناهی باشد، آنگاه آن جواب بهینه، جواب کارای ضعیف مسئله اولیه است.

جدول ۳– متغیرها و پارامترهای مورد استفاده در مدل برنامه ریزی آرمانی

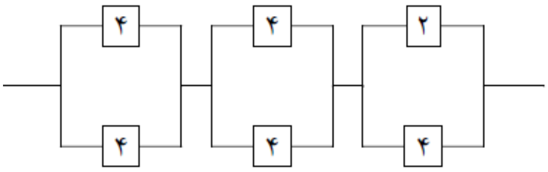
نماد	شرح
I	اندیس برای زیرسیستم ها
J	اندیس برای مؤلفه ها
S	تعداد زیرسیستم ها
M	تعداد مؤلفه های قابل دسترس در زیرسیستم
Rj	قابلیت اعتماد مؤلفه نوع j
Xij	تعداد مؤلفه نوع i در زیر سیستم i
X	بردار سطوح افزونگی و انتخاب مؤلفه در مسئله تخصیص افزونگی
R(x)	قابلیت اعتماد کل سیستم
C(x)	هزینه کل سیستم
var(.)	واریانس کمیت درون پرانتز
E(.)	امیدریاضی کمیت درون پرانتز
$C_o(x)$	هزینه عملیاتی سیستم
$C_{cm}(x)$	هزینه نگهداری سیستم
c_j^o	هزینه عملکرد مؤلفه نوع j
c_j^{cm}	هزینه نگهداری مؤلفه نوع j
t_j	عمر مفید مؤلفه نوع j
$\sigma_{t_j}^2$	واریانس عمر مفید مؤلفه نوع j
n_j	تعداد دفعات تعمیر مؤلفه نوع j در طول آزمایش
$\sigma_{n_j}^2$	واریانس تعداد دفعات تعمیر مؤلفه نوع j در طول آزمایش
$sw_j^{(m)}$	وزن مؤلفه نوع j
$sw_j^{(v)}$	حجم مؤلفه نوع j
SW_m	کران بالای وزن کل سیستم
SW_v	کران بالای حجم کل سیستم
$n_{min,i}$	مینیمم تعداد مؤلفه مورد نیاز در زیرسیستم i
$n_{max,i}$	ماکسیمم تعداد مؤلفه قابل استفاده در زیرسیستم i
E_a	کران بالای محدودیت آنتروپی
d_1^-	متغیر انحراف منفی از آرمان قابلیت اعتماد
d_1^+	متغیر انحراف مثبت از آرمان قابلیت اعتماد
d_2^-	متغیر انحراف منفی از آرمان هزینه کل سیستم
d_2^+	متغیر انحراف مثبت از آرمان هزینه کل سیستم
d_3^-	متغیر انحراف منفی از آرمان واریانس هزینه سیستم

نماد	شرح
d_3^+	متغیر انحراف مثبت از آرمان واریانس هزینه سیستم

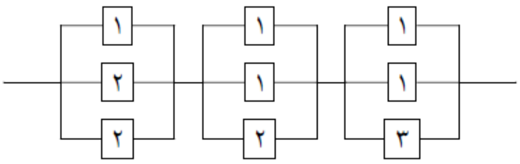
۶– یافته های پژوهش

۶–۱– حل مسئله تخصیص افزونگی به روش تابع زیان

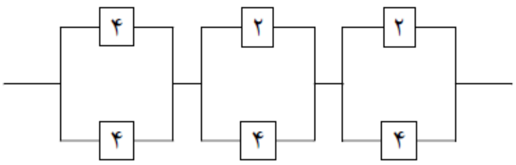
امیدریاضی قابلیت اعتماد به روش R-VR و همچنین امیدریاضی هزینه کل سیستم از سایر روش ها بیشتر است، امیدریاضی تابع زیان نیز در این روش نیز از سایر روش ها بیشتر است. در روش تابع زیان از آنجایی که امیدریاضی قابلیت اعتماد مناسبی و همچنین امیدریاضی هزینه کل سیستم پایینی دارد، امید ریاضی تابع زیان این روش از سایر روش ها کمتر است. بنابراین روش تابع زیان در برابر روش های R-VR و R-C مناسب تر است و می توانیم از طراحی مربوط به این روش به عنوان طراحی بهینه مسئله تخصیص افزونگی با در نظر گرفتن قابلیت اعتماد و هزینه کل سیستم به همراه واریانس های قابلیت اعتماد و هزینه سیستم یاد کنیم. پس طراحی سیستم بر اساس سه روش R-C، R-VR و تابع زیان به صورت شکل های ۱، ۲، ۳ هستند که در زیر آمده اند.



شکل ۱– طراحی بهینه بر مبنای روش R-C



شکل ۲– طراحی بهینه بر مبنای روش R-VR



شکل ۳– طراحی بهینه بر مبنای روش تابع زیان

۶–۲– حل مسئله تخصیص افزونگی به روش مجموع وزن دار

در این بخش، مسئله تخصیص افزونگی را به کمک روش مجموع وزن دار که با نماد $WS\ (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ نمایش می دهیم، با استفاده از پارامترهای مختلف حل کرده و سپس جواب بهینه آن و طراحی بهینه را مشخص می کنیم.

۶–۳– حل مسئله به روش $WS(0/5, 0/4, 0/1)$

امید ریاضی قابلیت اعتماد سیستم، واریانس هزینه سیستم و امید ریاضی روش مجموع وزن دار که با نماد $E[WS]$ نشان داده می شود، با توجه به پارامترهای داده شده در جدول ۴ مشخص شده است. با توجه به جدول ۴ متناظر پارامتر داده شده است. زمانی که این برنامه به ما جواب بهینه را ارائه داده است با دقت سه رقم اعشار ۰/۰۰۰ ثانیه بوده است.

جدول ۴– امید ریاضی و واریانس های حاصل از روش $WS(0/5, 0/4, 0/1)$

$E[\hat{R}(x)]$	$E[\hat{C}(x)]$	$Var[\hat{C}(x)]$	$E[WS]$
0/6991	0/3253	0/0563	0/2138

۶-۴- حل مسئله به روش $WS(0/6, 0/3, 0/1)$

جدول ۵ نشان دهنده امید ریاضی قابلیت اعتماد سیستم و واریانس هزینه سیستم به همراه امید ریاضی روش که با نماد $E[WS]$ نشان داده می شود، با استفاده از پارامتر داده شده است و مدت زمانی که برنامه به ما جواب بهینه را ارائه داده است با دقت سه رقم اعشار ۰/۰۱۶ ثانیه می باشد.

جدول ۵- امید ریاضی و واریانس های حاصل از روش $WS(0/6, 0/3, 0/1)$

$E[\hat{R}(x)]$	$E[\hat{C}(x)]$	$Var[\hat{C}(x)]$	$E[WS]$
0/8003	0/3912	0/0634	0/3565

۶-۵- حل مسئله به روش $WS(0/7, 0/2, 0/1)$

امید ریاضی قابلیت اعتماد سیستم، وایانس هزینه کل سیستم و همچنین امید ریاضی روش مذکور که با نماد $E[WS]$ نشان داده می شود، با توجه به پارامتر داده شده در جدول ۶ است. مدت زمان اجرای این برنامه، که جواب بهینه را برای ما مشخص کرد، ۰/۰۳۲ ثانیه می باشد.

جدول ۶- امید ریاضی و واریانس های حاصل از روش $WS(0/7, 0/2, 0/1)$

$E[\hat{R}(x)]$	$E[\hat{C}(x)]$	$Var[\hat{C}(x)]$	$E[WS]$
0/8003	0/3912	0/0634	0/3565

۶-۶- مقایسه پارامترهای استفاده شده در روش مجموع وزن دار

در بین پارامترهای انتخاب شده در این روش از روش های حل بهینه سازی چندهدفه، باتوجه به جواب های بهینه و زمان حل این مسئله با استفاده از نرم افزار، اگر قابلیت اعتماد از سایر پارامترهای مقایسه برای ما از اهمیت بیشتری برخوردار باشد پارامتر $(0/6, 0/3, 0/1)$ و پارامتر $(0/7, 0/2, 0/1)$ مناسب تر هستند. اگر امید ریاضی روش برای ما از اهمیت بالایی برخوردار باشد در اینصورت پارامتر $(0/5, 0/4, 0/1)$ از سایر پارامترها مناسب تر است زیرا از سایر امیدهای ریاضی این روش کمتر است. بنابراین انتخاب بهترین پارامتر در این روش به تصمیم گیرنده بستگی دارد و با توجه به نظر او، هر کدام از پارامترهای بالا می تواند بهترین پارامتر در بین سایر پارامترها باشد.

۶-۷- حل مسئله تخصیص افزونگی به روش برنامه ریزی آرمانی

در این بخش، مسئله تخصیص افزونگی را با استفاده از برنامه ریزی آرمانی با در نظر گرفتن پارامترهای مختلف که با نماد $GP(g_1, g_2, g_3)$ نشان می دهیم، حل می کنیم و جواب بهینه و طراحی بهینه مسئله را به دست می آوریم. پارامتر g_1 مربوط به تابع قابلیت اعتماد، g_2 پارامتر مربوط به تابع هزینه کل سیستم و g_3 پارامتر مربوط به واریانس هزینه سیستم می باشد. همچنین فرض شده است که کران بالای وزن کل سیستم، ۴۵ باشد.

۶-۸- حل مسئله به روش $GP(0/94, 0/2, 3)$

امید ریاضی قابلیت اعتماد، هزینه سیستم، واریانس هزینه کل سیستم به همراه امید ریاضی روش مذکور که با نماد $E[GP]$ نشان داده می شود، با توجه به پارامترهای داده شده در این قسمت، در جدول ۷ نشان داده شده است. مدت زمان اجرای برنامه برای پیدا کردن جواب بهینه با دقت سه رقم اعشار برابر با ۰/۰۰۰ ثانیه می باشد. حال در زیربخش بعد، مسئله تخصیص افزونگی را با پارامتر g_1=0/85 ,g_2=0/1,g_3= g_3=3حل می کنیم.

جدول ۷- امید ریاضی و واریانس های حاصل از روش $GP(0/94, 0/2, 3)$

$E[\hat{R}(x)]$	$E[\hat{C}(x)]$	$Var[\hat{C}(x)]$	$E[GP]$
0/9340	0/5820	3/0000	96/9820

۶–۹– حل مسئله به روش $GP(0/85, 0/1, 3)$

در این برنامه فرض شده است که کران بالای وزن کل سیستم، ۴۰ باشد. امیدریاضی قابلیت اعتماد، هزینه سیستم، واریانس هزینه کل سیستم به همراه امید ریاضی روش مذکور که با نماد $E[GP]$ نشان داده می شود، با توجه به پارامترهای داده شده در این زیربخش، در جدول ۸ نشان داده شده است. مدت زمان اجرای برنامه برای یافتن جواب بهینه با دقت سه رقم اعشار ۰/۰۰۰ ثانیه می باشد. حال در زیربخش بعد، مسئله تخصیص افزونگی را با پارامتر $g_1 = 0/9, g_2 = 0/5, g_3 = g_3 = 5$ حل می کنیم.

جدول ۸– امیدریاضی و واریانس هعای حاصل از روش $GP(0/85, 0/1, 3)$

$E[\hat{R}(x)]$	$E[\hat{C}(x)]$	$Var[\hat{C}(x)]$	$E[GP]$
0/7730	0/2810	3/0000	80/5810

۶–۱۰– حل مسئله به روش $GP(0/9, 0/5, 5)$

امیدریاضی قابلیت اعتماد، هزینه سیستم و واریانس هزینه کل سیستم به همراه امید ریاضی روش مذکور که با نماد $E[GP]$ نشان داده می شود، با توجه به پارامترهای داده شده در این زیربخش، در جدول ۹ نشان داده شده است.

جدول ۹– امیدریاضی و واریانس های حاصل از روش $GP(0/9, 0/5, 5)$

$E[\hat{R}(x)]$	$E[\hat{C}(x)]$	$Var[\hat{C}(x)]$	$E[GP]$
0/7370	0/5000	5/0000	79/200

مدت زمان اجرای این برنامه برای پیدا کردن جواب بهینه با دقت سه رقم اعشار ۰/۰۰۰ ثانیه می باشد. حال در زیربخش بعد، مسئله تخصیص افزونگی را با پارامتر $g_1 = 0/87, g_2 = 0/4, g_3 = g_3 = 4$ حل می کنیم.

۶–۱۱– حل مسئله به روش $GP(0/87, 0/4, 4)$

در این برنامه فرض شده است که کران بالای وزن کل سیستم، ۳۷ باشد. امیدریاضی قابلیت اعتماد، هزینه سیستم، واریانس هزینه کل سیستم به همراه امید ریاضی روش مذکور که با نماد $E[GP]$ نشان داده می شود، با توجه به پارامترهای داده شده در این زیربخش، در جدول ۱۰ نشان داده شده است. از برنامه کامپیوتری این روش، نتیجه می گیریم که مدت زمانی که این برنامه به ما جواب بهینه را نشان می دهد با دقت سه رقم اعشار ۰/۰۰۰ ثانیه می باشد. حال در زیربخش بعد، روش برنامه ریزی آرمانی را با توجه به انتخاب پارامترها، مقایسه می کنیم.

جدول ۱۰– امیدریاضی و واریانس های حاصل از روش $GP(0/87, 0/4, 4)$

$E[\hat{R}(x)]$	$E[\hat{C}(x)]$	$Var[\hat{C}(x)]$	$E[GP]$
0/7360	0/4530	4/0000	78/0530

۶–۱۲– مقایسه پارامترهای استفاده شده در روش برنامه ریزی آرمانی

مقایسه ای بین پارامترهای انتخاب شده برای حل مسئله تخصیص افزونگی انجام می شود. با توجه به جدول های بهینه و طراحی بهینه و برنامه کامپیوتری هر کدام از زیربخش های قبل نتیجه می گیریم که روش برنامه ریزی آرمانی مستقل از انتخاب پارامتر است یعنی هر پارامتر دلخواهی برای این روش انتخاب کنیم، مدت زمانی که برنامه کامپیوتری آن روش به ما جواب بهینه را ارائه می دهد، با دقت سه رقم اعشار برابر با ۰/۰۰۰ ثانیه می باشد. اگر تنها قابلیت اعتماد برای ما اهمیت داشته باشد از جدول ها نیز نتیجه می گیریم که انتخاب پارامتر $g_1 = 0/94, g_2 = 0/2, g_3 = g_3 = 3$ بهترین پارامتر است زیرا امید ریاضی قابلیت اعتماد سیستم بالاترین مقدار در بین سایر پارامترها را شامل می شود. اگر امید ریاضی روش برنامه ریزی آرمانی برای ما از اهمیت بالایی برخوردار باشد نتیجه می گیریم که پارامترهای $g_1 = 0/87, g_2 = 0/4, g_3 = g_3 = 4$ بهترین پارامتر در بین سایر پارامترها می باشد، زیرا امید ریاضی در برابر سایر پارامترها کمترین مقدار خود را دارد. در روش برنامه ریزی آرمانی با توجه به نظر تصمیم گیرنده هر کدام از پارامترها می توانند بهترین پارامتر و درنتیجه جواب و طراحی بهینه مسئله باشند؛ یعنی نظر تصمیم گیرنده اهمیت دارد و با توجه به نظر او پارامتر بهینه را مشخص می گردد.

۷– نتیجه گیری

روش برنامه ریزی آرمانی از روش مجموع وزن دار مناسب تر و بهتر است زیرا هم زمان کمتری برای محاسبات به خود اختصاص می دهد و هم مقدار قابلیت اعتماد سیستم بالاتری را نشان می دهد. همچنین جواب های بهینه به دست آمده با توجه به نوع انتخاب پارامترها متفاوت بوده که در روش برنامه ریزی آرمانی، با انتخاب هر پارامتری به دلخواه، زمان محاسبه صفر ثانیه بوده است در صورتی که در روش مجموع وزن دار هرچه پارامترها را تغییر می دهیم، زمان محاسبه تغییر پیدا می کند.

بنابراین نتیجه می گیریم که روش های برنامه ریزی آرمانی، روشی مناسب و دقیق است. یکی از مزیت های روش برنامه ریزی آرمانی نسبت به روش تابع زیان و روش مجموع وزن دار این است که در روش برنامه ریزی آرمانی با انتخاب آرمان ها برای توابع هدف کاری می کنیم که اگر مسئله به آرمان نرسد، جوابی نزدیک به آرمان را ارائه دهد.

سؤال پژوهش: آیا میتوانیم با افزایش قابلیت اعتماد هزینه تعمیر و نگهداری یک سیستم را کاهش دهیم؟

پاسخ: خیر، با افزایش قابلیت اعتماد هزینه تعمیر و نگهداری نیز افزایش می یابد ما در این تحقیق کاری کرده ایم که با افزایش قابلیت اعتماد هزینه بسیار کم افزایش یابد که نرخ افزایش آن کمینه گردد.

✓ **محدودیت‌های تحقیق و محقق**

- کمبود منابع داخلی مرتبط با موضوع تحقیق
- در سطح جهانی افراد کمی روی این موضوع پژوهش کرده اند.

✓ **پیشنهادها**

- هزینه تعمیر و نگهداری براساس جایگزینی بلوکی در نظر گرفته شود.
- هزینه ها به صورت ترکیبی از هزینه تعمیر و نگهداری و هزینه راه اندازی در نظر گرفته شود.

۸– مراجع

1. Y. Wang and L. Li, "A PSO algorithm for constrained redundancy allocation in multi-state systems with bridge topology," Comput. Ind. Eng., vol. 68, pp. 13–22, 2014.
2. M. Agarwal and V. K. Sharma, "Ant colony approach to constrained redundancy optimization in binary systems," Appl. Math. Model., vol. 34, no. 4, pp. 992–1003, 2010.
3. P. G. Busacca, M. Marseguerra, and E. Zio, "Multiobjective optimization by genetic algorithms: application to safety systems," Reliab. Eng. Syst. Saf., vol. 72, no. 1, pp. 59–74, 2001.
4. H. Garg and S. P. Sharma, "Multi-objective reliability-redundancy allocation problem using particle swarm optimization," Comput. Ind. Eng., vol. 64, no. 1, pp. 247–255, 2013.
5. K. Khalili-Damghani, A.-R. Abtahi, and M. Tavana, "A new multi-objective particle swarm optimization method for solving reliability redundancy allocation problems," Reliab. Eng. Syst. Saf., vol. 111, pp. 58–75, 2013.
6. M. Marseguerra, E. Zio, L. Podofillini, and D. Coit, "Optimal Design of Reliable Network Systems in Presence of Uncertainty," Reliab. IEEE Trans., vol. 54, pp. 243–253, Jul. 2005.
7. R. Tavakkoli-Moghaddam, M. Azarkish, and A. Sadeghnejad-Barkousaraie, "Solving a multi-objective job shop scheduling problem with sequence-dependent setup times by a Pareto archive PSO combined with genetic operators and VNS," Int. J. Adv. Manuf. Technol., vol. 53, no. 5, pp. 733–750, 2011.
8. A. Salmasnia, E. Ameri, and S. T. A. Niaki, "A robust loss function approach for a multi-objective redundancy allocation problem," Appl. Math. Model., vol. 40, no. 1, pp. 635–645, 2016.
9. hiva farughi and zahra solgi, "Multi-objective problem optimization of redundancy allocation and reliability in series-parallel multi-state systems," J. Qual. Eng. Manag., vol. 7, no. 3, pp. 176–185, 2017.
10. M. Abouei Ardakan and A. Zeinal Hamadani, "Reliability–redundancy allocation problem with cold-standby redundancy strategy," Simul. Model. Pract. Theory, vol. 42, pp. 107–118, 2014.
11. A. Chambari, A. A. Najafi, S. H. A. Rahmati, and A. Karimi, "An efficient simulated annealing algorithm for the redundancy allocation problem with a choice of redundancy strategies," Reliab. Eng. Syst. Saf., vol. 119, pp. 158–164, 2013.
12. G. Kokolakis and E. Papageorgiou, "Scheduling starting times for an active redundant system with non-identical lifetimes," Appl. Math. Model., vol. 30, no. 12, pp. 1535–1545, 2006.
13. P. Rocchi, "Boltzmann-like Entropy in Reliability Theory," Entropy Int. Interdiscip. J. Entropy Inf. Stud., vol.

4, May 2002.
14. D. P. Kroese, K.-P. Hui, and S. Nariai, “Network Reliability Optimization via the Cross-Entropy Method,” IEEE Trans. Reliab., vol. 56, no. 2, pp. 275–287, 2007.
15. P. Roy, B. S. Mahapatra, G. S. Mahapatra, and P. K. Roy, “Entropy based region reducing genetic algorithm for reliability redundancy allocation in interval environment,” Expert Syst. Appl., vol. 41, no. 14, pp. 6147–6160, 2014.
16. G. S. Mahapatra and B. S. Mahapatra, “Redundancy optimization using intuitionistic fuzzy multi-objective programming,” Int. J. Performability Eng., vol. 7, no. 2, p. 155, 2011.
17. W. Wang, M. Lin, Y. Fu, X. Luo, and H. Chen, “Multi-objective optimization of reliability-redundancy allocation problem for multi-type production systems considering redundancy strategies,” Reliab. Eng. Syst. Saf., vol. 193, p. 106681, 2020.