



## پژوهش‌نامه ریخته‌گری

### مقاله پژوهشی:

## مدل استاندارد غیر خطی برای بهینه‌سازی مواد بار کوره‌های ذوب بوت‌های و القایی

امین جعفری رامیانی<sup>۱\*</sup>، درسا یوسفی<sup>۲</sup>، مهدیه مهاجری<sup>۲</sup>

۱- استادیار مهندسی مواد، دانشکده مهندسی مواد و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی‌تکنیک تهران)، تهران، ایران.

۲- دانشجوی مهندسی مواد، دانشکده مهندسی مواد و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی‌تکنیک تهران)، تهران، ایران.

\* نویسنده مکاتبه کننده: تلفن: ۰۲۱-۶۴۵۴۲۹۹۰، E-mail: ajafari@aut.ac.ir

### چکیده:

دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۲۹

پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۱۴

محاسبه وزن مواد بار کوره‌های ذوب، با موازنه جرم عناصر آلیاژی مواد ورودی و خروجی انجام می‌شود. اما فرایند ذوب، پیچیدگی‌هایی دارد، که اغلب در محاسبات نادیده گرفته می‌شود، و باعث عدم اطمینان در وزن مواد بار، اصلاح چندباره ذوب، تأخیر در تخلیه، افزایش هزینه و کاهش کیفیت مذاب می‌شود. هدف پژوهش حاضر، توسعه مدلی است، که نه تنها وزن مواد اولیه برای ترکیب شیمیایی ذوب هدف را محاسبه و بهینه‌سازی کند، بلکه هدررفت ناهمگن عناصر آلیاژی، ناخالصی‌های غیرفلزی مواد بار و اصلاح ذوب اولیه در کوره را نیز در نظر بگیرد. مقاله حاضر، فرمولاسیون یک مدل محاسبه بار کوره‌ی ذوب آلیاژ را ارائه می‌کند، که بر اساس موازنه جرم غیرخطی و بهینه‌سازی استاندارد توسعه‌یافته و همراه با یک الگوریتم حلقه‌ی تکرار برای حل عددی، ویژگی‌های موردنظر را برای ذوب تمام آلیاژها در برمی‌گیرد. برای ارزیابی مدل، یک مساله ذوب آلیاژ برنج با ۷ عنصر آلیاژی و ۸ نوع مواد بار در مقیاس صنعتی طرح و بررسی گردید. با حل مساله به کمک مدل توسعه یافته، کسر وزنی مواد اولیه، وزن و ترکیب شیمیایی ذوب اصلاح‌شده و کمترین هزینه مواد محاسبه گردید. مدل پیش‌بینی کرد که وزن کل مواد ورودی ۹۹۹ kg (همراه با ذوب اولیه)، هدررفت مواد معادل ۲۶۲ kg، وزن نهایی مذاب اصلاح‌شده ۹۶۴۶ kg و بازدهی ذوب ۹۷٫۳٪ باشد. تحلیل بهینه بودن جواب، تأیید کرد که کمترین هزینه مواد به‌دست‌آمده است. مدل استاندارد غیرخطی، ابزاری سریع برای بهینه‌سازی هزینه و محاسبه بار کوره است که پتانسیل‌هایی برای کاهش هزینه و تسهیل اتوماسیون صنعتی فرایند ذوب ایجاد می‌کند.

### واژه‌های کلیدی:

محاسبه بار کوره، بهینه‌سازی غیرخطی، ذوب، موازنه جرم، هدررفت مواد.

### ارجاع به این مقاله:

امین جعفری رامیانی، درسا یوسفی، مهدیه مهاجری، مدل استاندارد غیرخطی برای بهینه‌سازی مواد بار کوره‌های ذوب بوت‌های و القایی، پژوهش‌نامه ریخته‌گری، تابستان ۱۴۰۰، جلد ۵، شماره ۲، صفحات ۱۰۷-۱۱۸.

شناسه دیجیتال: (DOI): 10.22034/irj.2022.330310.1152

### ۱- مقدمه

ذوب، به نسبت مدل‌های محاسباتی موجود برای صنایع دیگر، توسعه و پیشرفت کمتری داشته و نیاز به توجه بیشتر دارد. تلاش‌های پراکنده‌ای برای توسعه برنامه‌های محاسبه بار کوره و فرایند ذوب گزارش شده است. فردوسی و همکاران [۴] یک برنامه محاسباتی برای موازنه جرم و انرژی ذوب در کوره قوس الکتریکی فولاد ارائه نمودند که مقدار لازم برای هر یک از مواد بار را پیش‌بینی می‌نمود. کانگورتسف و همکاران [۵] روی اتوماسیون توزین مواد بار کوره ذوب کار کردند. استنکوویچ و همکاران [۶] مدلی برای تحلیل انتقال گرما و جرم در کوره قوس الکتریکی ارائه نمودند. سیدو و آنیگباجومو [۷] و سیدو و همکاران [۸] یک برنامه کامپیوتری عملیاتی برای ذوب کوره القایی توسعه دادند.

فرایند ذوب (عملیات گداختن یا ذوب کردن) یک مرحله‌ی اصلی از فرایندهای ریخته‌گری و متالورژی است که به منظور تولید آلیاژ مذاب با ترکیب و دمای مشخص انجام می‌شود. توجه به فرایند ذوب به دو دلیل ضروری است؛ اول آنکه ذوب یک فرایند پرمصرف و هزینه‌بر است که حدود ۵۵٪ از کل انرژی مصرفی صنایع متالورژی جهانی را به خود اختصاص می‌دهد (صنعت متالورژی حدود ۲۰٪ از کل صنعت جهانی را شامل می‌شود). دوم آنکه ترکیب شیمیایی آلیاژ، که بر خواص و کارایی محصول نهایی اثر دارد، در فرایند ذوب شکل می‌گیرد [۱-۳]. باوجود این اهمیت، مدل‌های ریاضی مناسب برای محاسبه بار کوره‌های

وابسته به زمان است و نمی‌تواند به‌عنوان نمونه<sup>۲</sup>، برای مواد دیگر تعمیم داده شود. (۳) اگر کوره ذوب از ابتدا خالی می‌بود و وزن و ترکیب شیمیایی ذوب هدف معلوم می‌بود، محاسبه بار کوره بسیار ساده بود. اما شرایط عملیاتی ذوب معمولاً با کوره‌های ذوب نیمه‌پر سروکار دارد که ذوب آن خارج از محدوده استاندارد آلیاژ هدف است. از طرفی وزن و ترکیب شیمیایی ذوب هدف کاملاً مشخص نیست. افزون بر آن حتی ممکن است عملیات اصلاح ذوب با توجه به ظرفیت کوره و میزان ناخالصی‌های مواد امکان‌پذیر نباشد. با این سه دلیل، پیچیدگی‌های زیادی برای مدل‌سازی موازنه جرم بار کوره‌های ذوب وجود دارد، و مدل‌های ساده و رایج در فرایندهای صنعتی پاسخگوی موارد مذکور نیستند.

با نخستین بررسی‌هایی که بست [۱۶] در فرایند ذوب برنج انجام داد، مشاهده نمود که عدم انطباق زیادی بین مقدار عنصر روی در ورودی و خروجی فرایند ذوب است. پژوهش‌هایی که از آن زمان تاکنون انجام شده است، نهایتاً به این جمع‌بندی رسیده که اکسیداسیون و تبخیر فلزات دلیل عمده هدررفت عناصر و عدم انطباق ورودی و خروجی جرم است [۱۷]. برای عناصر با نقطه ذوب پایین مانند روی و منیزیم [۱۸] در یک آلیاژ مذاب با نقطه ذوب بالا این واکنش‌ها شدت می‌یابد. سهم قابل‌توجهی از هدررفت مواد به اکسیداسیون و تولید سرباره و کف‌باره نسبت داده می‌شود. عناصر آلیاژی که پتانسیل ترمودینامیکی بالایی برای اکسیدشدن دارند (مانند Al, Mg, Ti, Si طبق نمودار الینگهام) [۱۹] هدررفت بیشتری از طریق اکسیداسیون نشان می‌دهند. برای مثال آمله و آلومین [۲۰] به هدررفت کربن و سیلیسیم در ذوب چدن در کوره چرخشی (روتاری) اشاره کرده‌اند. جعفری و یوسفی [۲۱] مدل موازنه جرم معمول را برای در نظر گرفتن هدررفت عناصر آلیاژی اصلاح کردند. نرخ اکسیدشدن یک عنصر به فشار جزئی اکسیژن در سیستم و دما و سطح ویژه آلیاژ وابسته است. مکانیزم مهم دیگری که سبب هدررفت عناصر می‌شود، اختلاط و جذب عنصر توسط سرباره و نسوز است. هنوز به‌طور دقیق پیش‌بینی نشده است که برای هر عنصر آلیاژی چه میزان هدررفت در یک مذاب اتفاق خواهد افتاد. باین‌وجود، به پدیده هدررفت عناصر در هنگام ذوب، به کمک ضرایب هدررفت تجربی (حجازی، ۱۳۸۷) [۲۲، ۲۳] کمیت داده می‌شود. این ضرایب می‌تواند از راه بررسی‌های تجربی و آماری برای عناصر، مواد بار، کوره‌ها و شرایط مختلف به دست آید. در

جعفری و همکاران [۹] سه روش رایج صنعتی برای محاسبه بار کوره‌های القایی را طرح، بررسی و مقایسه کردند. کوره‌های بوته‌ای و القایی اغلب به‌عنوان سیستم‌های بدون واکنش<sup>۱</sup> شناخته شناخته می‌شود. زیرا در این کوره‌ها، اگرچه واکنش‌های شیمیایی مختلفی، خصوصاً در سرباره اتفاق می‌افتد، اما کارکرد کوره صرفاً ذوب فیزیکی مواد است و واکنش شیمیایی اصلی یا مهمی برای آن مدنظر نیست. به همین دلیل، مدل‌های محاسباتی این سیستم‌ها اغلب برپایه موازنه جرم ساده روی عناصر شیمیایی بدون در نظر گرفتن هیچ واکنش مهمی توسعه می‌یابد [۱۰]. در مدل‌های محاسبه بار کوره‌های بوته‌ای و القایی، یک دسته معادلات جبری موازنه جرم نوشته می‌شود که هر معادله‌ی آن یکی از عناصر اصلی آلیاژ هدف را در ورودی و خروجی موازنه می‌کند [۱۱]. انتظار می‌رود که از جواب حل چنین مدلی، وزن موردنیاز از هر یک از مواد بار کوره به دست آید، و با شارژ کوره طبق این جواب، یک ذوب خروجی با ترکیب شیمیایی مطابق ترکیب استاندارد موردنظر حاصل شود. افزون بر آن، از مدل محاسبه بار کوره انتظار می‌رود، که هزینه ذوب را تا جای ممکن کاهش دهد؛ به‌عبارت‌دیگر لازم است مدل محاسبه بار کوره، ترکیبی از وزن مواد بار را بیابد که تابع هزینه مواد را کمینه کند. چنین مدلی منطبق بر فرم شناخته‌شده مسایل استاندارد برنامه‌ریزی خطی (LP)<sup>۲</sup> [۱۲] است. حل یک مساله استاندارد LP به کمک ابزار متلب MATLAB، حلگر اکسل Excel Solver، یا یک برنامه کامپیوتری با الگوریتم حل سیمپلکس SIMPLEX به‌سادگی قابل انجام است. باین‌وجود، مدل ساده موازنه جرم بر اساس برنامه‌ریزی خطی استاندارد، به چند دلیل در عمل با پیچیدگی و عدم اطمینان جدی روبرو است: (۱) عملیات ذوب همواره با واکنش‌های ناخواسته‌ای مانند اکسیداسیون، تبخیر، و برهم‌کنش‌های مذاب - سرباره و مذاب - نسوز [۱۳] همراه است، که در موازنه جرم در نظر گرفته نمی‌شود. (۲) معمولاً فرض بر این است که ترکیب شیمیایی مواد بار (مواد ورودی) معلوم و برابر ترکیب اسمی آن است. برخلاف این فرض، ترکیب شیمیایی اغلب مواد بار کوره مجهول یا غیرقابل اطمینان است. زیرا مواد بار کوره‌های ذوب، به‌ویژه قراضه فلزات [۱۴] از منابع ثانویه مختلف بازیافت شده‌اند، که به دلیل آلودگی‌ها، ناخالصی‌ها و مخلوط شدن مواد از چندین منبع مختلف و ناشناس، ترکیب شیمیایی نامعین و متغیر دارند [۱۵]. حتی با نمونه‌گیری آماری از قراضه و اندازه‌گیری دقیق ترکیب عناصر، مقدارهای به‌دست‌آمده با عدم اطمینان زیاد همراه است، بسیار

<sup>۲</sup> Sample test

<sup>۱</sup> Non-reacting system

<sup>۲</sup> Standard Linear Programming

محاسبه بار ارایه شود که نه تنها پیچیدگی‌های مهم فرایند ذوب مانند ناخالصی‌ها، هدررفت‌ها و اصلاح ذوب اولیه را دربر بگیرد، بلکه فرم استاندارد و پایداری عددی آن حفظ شود و به‌طور عمومی قابلیت کاربرد صنعتی برای همه آلیاژها با سرعت پردازش درجا روی خط داشته باشد. به این منظور در مقاله اخیر جعفری رامیانی و همکاران [۳۰]، یک مدل استاندارد غیرخطی برای محاسبه بار کوره ارایه شده است. در ادامه، به‌منظور معرفی این پژوهش به صنایع ذوب داخلی و توضیح جزئیات مدل ریاضی و روش حل عددی به زبان فارسی، مقاله حاضر تدوین شد. این مقاله جنبه‌های کاربردی مهم محاسبه بار کوره ذوب، شامل چگونگی طرح مساله، فرمولاسیون موازنه جرم عناصر آلیاژی، بهینه‌سازی قیمت، هدررفت ناهمگن عناصر، ناخالصی غیرفلزی مواد بار و اصلاح ذوب اولیه کوره را ارایه می‌کند. همچنین، پس از شرح مدل ریاضی و الگوریتم حل عددی، یک مساله موردی در مقیاس صنعتی، برای آزمایش و ارزیابی کارکرد مدل، طرح و بررسی می‌شود.

## ۲- روش پژوهش

### ۲-۱- تعریف مساله

یک عملیات ذوب در کوره ذوب فلز با حداکثر ظرفیت  $m_F$  (برحسب kg یا ton) در نظر گرفته می‌شود. هندسه و ابعاد کوره می‌تواند بسته به فرایند ذوب متفاوت باشد. دامنه تعریف این مساله متمرکز بر کوره‌های ذوب القایی و بوت‌های است، که در آن واکنش شیمیایی مطلوبی موردنظر نیست و به نام سیستم غیرواکنشی<sup>۲</sup> شناخته می‌شود (فرایندهای سنگدازی<sup>۳</sup> را شامل نمی‌شود). محصول خروجی موردنظر در فرایند یک مذاب آلیاژی با تعداد E عنصر شیمیایی i است که مقدار هر عنصر i در محدوده ترکیب شیمیایی مشخص  $[C_{iM}, \hat{C}_{iM}]$  قرار داشته باشد. آخرین عنصر هر آلیاژ (شماره E) عنصر پایه آلیاژ است و به‌عنوان عنصر باقیمانده<sup>۴</sup> در نظر گرفته می‌شود. ممکن است منظور از انجام عملیات اصلاح ذوب و رساندن آن به ترکیب شیمیایی موردنظر باشد. پس این امکان هست که یک مقدار مذاب اولیه  $m_0$  با ترکیب مشخص  $C_{i0}$  (خارج از محدوده ترکیب هدف) از ابتدا در کوره وجود داشته باشد. برای انجام عملیات ذوب، انباری از مواد با تعداد N نوع مواد بار z مختلف (برای مثال قراضه، شمش، برگشتی، آمیزان و غیره) موجود است. هر یک از مواد بار z، با قیمت بار  $P_z$ ، ترکیب شیمیایی فلزات بار  $C_{iz}$ ، و درصد ناخالصی غیرفلزی بار  $I_z^C$  مشخص شده است. اگرچه ذوب شدن

محاسبه بار کوره‌های صنعتی، اغلب برای هر عنصر، یک ضریب هدررفت ثابت در نظر گرفته می‌شود.

اما مشاهدات و مطالعات میدانی نشان داده است که ضرایب هدررفت عناصر، نه تنها وابسته به نوع عنصر، بلکه به‌طور قابل توجه، وابسته به دمای آلیاژ مذاب و سطح ویژه مواد بار است. گذشته از موضوع هدررفت عناصر، پژوهشگران به چالش‌های متعددی برای محاسبه بار کوره‌های ذوب اشاره کرده‌اند. ژیکوفسکی [۲۴، ۲۵] روی عدم اطمینان در ترکیب شیمیایی مواد متمرکز شده است و یک مدل بهینه‌سازی فازی به‌عنوان راه‌حلی برای تغییرات ترکیب شیمیایی ورودی پیشنهاد داده است. در جای دیگر ژیکوفسکی [۲۶] به این نکته اشاره کرده که مواد بار ورودی گاهی به‌صورت قطعات یا توده‌های درشت فلزات با وزن درشت هستند. بنابراین نیاز است که وزن مواد ورودی به‌صورت یک متغیر ناپیوسته در نظر گرفته شود و به روش بهینه‌سازی اعداد صحیح<sup>۱</sup> بررسی گردد. کاپوتزی و تیملی [۲۷] مروری بر فرایند ذوب قراضه‌های آلومینیم داشته‌اند. در آن گزارش به تجمع و انباشت عناصر ناخواسته در فرایندهای بازیافت اشاره و در مورد فرصت‌ها و راهکارهای فنی ممکن برای این مساله بحث شده است. لی و همکاران [۲۸] سینتیک ذوب قراضه جامد در مذاب را بررسی کردند. ژیکوفسکی [۲۹] مساله کوره‌هایی که ذوب اولیه خارج از محدوده دارند و روش محاسبه بار برای اصلاح ذوب اولیه کوره را طرح و بررسی کرده است. برای این منظور، یک تابع هدف ترکیبی درجه دو پیشنهاد شده است که به کمک آن، هم تابع هزینه و هم جرم کل مذاب، کمینه شود.

در صورتی که تمام چالش‌های مطرح‌شده برای محاسبه بار کوره ذوب در یک مدل ریاضی جمع شود، آن مدل بسیار پیچیده و به‌شدت غیرخطی خواهد بود. چنان مدلی، زمان زیادی برای محاسبه خواهد برد و خارج از تعریف مدل‌های استاندارد خطی قرار خواهد گرفت. از طرف دیگر، در صورتی که از چالش‌های مطرح‌شده صرف‌نظر شود، و نکاتی مانند هدررفت مواد، یا ذوب اولیه در کوره، نادیده گرفته شود، یک مدل محاسبه بار ساده‌انگارانه حاصل می‌شود. چنین مدلی نیز، اگرچه سهل و سریع است، اما در شرایط عملیاتی و صنعتی جواب‌های غیرواقعی و غیرقابل اعتماد می‌دهد. استفاده از مدل‌های ساده‌انگارانه در صنعت کاربران را ناچار می‌کند که اندازه‌گیری ترکیب و اصلاح ذوب دوباره و چندبار انجام دهند که خود باعث افزایش هزینه، هدررفت بیشتر عناصر فرار و افت کیفیت مذاب می‌شود. با این مضمون، نیاز است تا راهکاری میانه برای مدل‌سازی ریاضی

<sup>۲</sup> Smelting

<sup>۴</sup> Reminder element

<sup>۱</sup> Integer optimization

<sup>۲</sup> Non-reacting system

برای بنا کردن مدل محاسبه بار کوره، فرض‌های زیر در نظر گرفته شد:

۱- کوره ذوب به‌عنوان یک سیستم باز<sup>۱</sup> در نظر گرفته می‌شود که انباشت جرم ندارد. انباشت و رسوب مواد در نسوز به‌عنوان بخشی از جرم خروجی سیستم محسوب می‌گردد.

۲- فرض بر این است که مذاب خروجی تماماً فلز است و محتوای غیرفلزی ندارد. اما مواد بار ورودی کوره هم مواد فلزی و هم ناخالصی‌های غیرفلزی در خود دارد. کسر وزنی ناخالصی غیرفلزی در هر مواد بار  $L_j^C$  معلوم است. از فرض ۱ استنتاج می‌شود که تمام ناخالصی غیرفلزی ورودی، به‌صورت هدررفت مواد خارج می‌گردد.

۳- ترکیب مواد بار  $C_{ij}$  تنها نشانگر کسر وزنی عناصر در بخش فلزی مواد بار است و ناخالصی‌های غیرفلزی را شامل نمی‌شود. عناصر آلیاژی شبه‌فلز مانند کربن و سیلیسیم که در آلیاژ محلول هستند، فلز محسوب می‌شوند.

۴- هر یک از عناصر آلیاژی  $i$  در هر یک از مواد بار  $j$  میزان هدررفت متفاوتی را در هنگام ذوب تجربه می‌کنند ( $L_{ij}$ ). برای مثال میزان هدررفت روی در براده‌های برنجی متفاوت از هدررفت روی در قراضه‌های ضخیم برنجی است. فرض بر این است که مقدار  $L_{ij}$  از داده‌های تجربی صنعتی در دسترس و معلوم است.

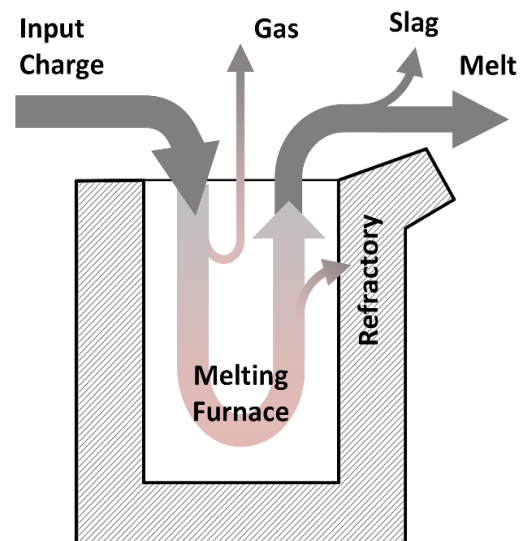
۵- هزینه فرایند ذوب شامل هزینه مواد، انرژی، کار، ماشین‌آلات و سایر هزینه‌های فرایندی است. ارزیابی هزینه کل فرایند ذوب حداقل نیاز به بررسی مصرف و موازنه انرژی [۳۱] و سایر منابع دارد که خارج از دامنه تعریف پژوهش حاضر است. هزینه محاسبه‌شده در این مقاله تنها شامل هزینه مواد بار خام است. برای محاسبه کل هزینه فرایند ذوب، لازم است هزینه‌های دیگر جداگانه محاسبه‌شده و به آن افزوده شود. منظور از کمینه کردن هزینه در این مقاله، تنها کمینه کردن هزینه مواد بار است و تغییرات سایر هزینه‌ها در نظر گرفته نمی‌شود. برای مواد هدررفته هیچ ارزشی در نظر گرفته نمی‌شود؛ به‌عبارت‌دیگر هزینه برگشتی حاصل از بازیافت غبار، گاز یا سرباره در این محاسبه در نظر گرفته نشده است.

۶- فرض بر این است که مساله ذوب در کوره به‌طور کلی با یک مقدار مشخص مذاب اولیه در کوره (پاشنه ذوب)  $m_0$  همراه است. این شرط به‌عنوان یک حالت عمومی در نظر گرفته می‌شود. در حالت خاص، کوره در ابتدای فرایند ذوب خالی است و مقدار مذاب اولیه برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

مطلوب است، اما پدیده‌های نامطلوب مانند تبخیر عناصر، اکسیدشدن، پاشش، جذب عناصر در سرباره و نسوز و دیگر واکنش‌های فیزیکی - شیمیایی ناخواسته رخ می‌دهد.

پدیده‌های ناخواسته در هنگام عملیات ذوب باعث هدررفت عناصر فلزی به شکل بخار، دوده، گاز، غبار، سرباره و تجمع رسوب در نسوز کوره می‌شود. شکل (۱) طرح‌واره‌ای از کوره ذوب همراه با مواد بار ورودی، مواد خروجی و هدررفت مواد را نشان می‌دهد. پیش‌بینی اساسی هدررفت عناصر نیاز به بررسی و مدل‌سازی ترمودینامیک و سینتیک واکنش‌های ناخواسته دارد که به‌طور دقیق شناخته نشده و خارج از هدف پژوهش حاضر است. با این وجود، هدررفت عناصر قابل چشم‌پوشی نیست. به‌جای مدل‌سازی و پیش‌بینی اساسی واکنش‌های ناخواسته، به‌طور معمول از داده‌های تجربی مقدار هدررفت عناصر آلیاژی در فرایندهای ذوب صنعتی استفاده می‌شود. میزان هدررفت هر عنصر  $i$  در هر مواد بار  $j$  به‌صورت کسر (درصد) هدررفت  $L_{ij}$  شناسایی شده و از داده‌های تجربی فرایندهای ذوب به دست می‌آید. مقدار هدررفت ممکن است به‌صورت تابعی از دما یا شرایط کوره تغییر کند، که نیاز به پژوهش جداگانه در خصوص موازنه انرژی سیستم کوره دارد.

لذا در مدل حاضر دما و توان کوره وارد محاسبات نمی‌شود. درنهایت، هدف مساله تعیین وزن (جرم) هر یک از مواد بار کوره  $m_j$  است، طوری که دو شرط برقرار باشد: (۱) ترکیب شیمیایی ذوب نهایی در بازه ترکیب تعیین‌شده قرار گیرد، (۲) هزینه کل مواد بار مصرفی در کمترین مقدار ممکن قرار گیرد.



شکل ۱- طرح‌واره‌ی کوره ذوب آلیاژ که بار ورودی، مواد خروجی و هدررفت مواد را نشان می‌دهد.

<sup>۱</sup> Open system

رابطه (۱) موازنه جرم کل مواد را در فرایند ذوب نشان می‌دهد. برای توسعه مدل محاسبه بار کوره، لازم است علاوه بر موازنه جرم کل، موازنه جرم هر یک از عناصر نیز برقرار شود. موازنه جرم هر عنصر  $i$  بین بار ورودی و مذاب خروجی کوره، اگر هیچ هدررفتی وجود نمی‌داشت، به فرم  $\sum_j C_{ij} m_j = C_{iM} m_M$  بیان می‌شد. اما، با وجود هدررفت، لازم است دو اصلاح در این فرم صورت گیرد؛ (۱) مقدار ناخالصی غیرفلزی در هر مواد بار از جرم آن بار کاسته شود. بنابراین به جای  $m_j$  در سمت چپ معادله، مقدار  $m_j (1 - L_j^C)$  قرار می‌گیرد که بیانگر جرم فلزی آن بار است. (۲) بخشی از جرم عنصر  $i$  که به دلیل تبخیر، اکسیداسیون یا دیگر رویدادهای فیزیکی - شیمیایی ناخواسته هدر می‌رود، در سمت راست معادله (خروجی فرایند) در کنار ذوب قرار گیرد. مقدار  $m_i^E$  یا هدررفت کل عنصر  $i$  از معادله (۴) به دست می‌آید و به سمت راست موازنه جرم عنصر  $i$  (هدررفت خروجی) افزوده می‌گردد. با این دو اصلاح، موازنه جرم عنصر  $i$  بین ورودی و خروجی کوره، با در نظر گرفتن هدررفت، به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\sum_{j=0}^N (1 - L_j^C) C_{ij} m_j = C_{iM} m_M + \sum_{j=0}^N (1 - L_j^C) L_{ij} C_{ij} m_j \quad (6)$$

در مدل محاسباتی بار کوره، معمولاً ترجیح داده می‌شود که مقادیر جرم نرماله شوند و به صورت کسر جرمی جایگزین گردند. از این رو، با تقسیم مقادیرهای جرم بر جرم کل ورودی از رابطه (۱)، کسر جرمی مواد بار، کسر جرمی مذاب، و کسر جرمی هدررفت به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$x_j = \frac{m_j}{m_{Total}}, \quad x_M = \frac{m_M}{m_{Total}}, \quad x_L = \frac{m_L}{m_{Total}} \quad (7)$$

$$\sum_{j=0}^N x_j = x_M + x_L = 1 \quad (8)$$

به این ترتیب با جایگذاری  $m_j$  و  $m_M$  از معادله (۷) در معادله (۶) و مرتب کردن معادله، موازنه جرم عنصر  $i$  بین ورودی و خروجی کوره، و کسر جرمی هدررفت کل مواد به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\sum_{j=0}^N (1 - L_j^C) (1 - L_{ij}) C_{ij} x_j = C_{iM} x_M \quad (9)$$

$$x_L = \sum_{j=0}^N \left( (1 - L_j^C) \sum_{i=1}^E L_{ij} C_{ij} + L_j^C \right) x_j \quad (10)$$

## ۲-۲- مدل سازی ریاضی

بر مبنای مساله تعریف شده و فرض‌های بیان شده در بخش قبل، موازنه جرم کلی روی سیستم باز کوره ذوب را می‌توان به صورت زیر برقرار نمود:

$$m_{Total} = \underbrace{m_{in}}_{\text{Initial metal}} + \underbrace{\sum_{j=0}^N m_j}_{\text{Input charge}} = \underbrace{\quad}_{\text{Output metal}} \quad (1)$$

معادله (۱) موازنه جرم بین مواد بار ورودی و مواد خروجی (مجموع جرم مذاب و هدررفت مواد) را نشان می‌دهد. مقدار هدررفت مواد  $m_L$  شامل مجموع هدررفت عناصر فلزی و ناخالصی‌های غیرفلزی در بار ورودی است، که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$m_L = \underbrace{\quad}_{\text{Total element loss (Metal loss)}} + \underbrace{\quad}_{\text{Non-Metals}} = \sum_{i=1}^E m_i^E + \sum_{j=0}^N m_j^C \quad (2)$$

مقدار جرم ناخالصی هر مواد بار به کمک ضریب (درصد) ناخالصی آن بار به شکل زیر بیان می‌شود:

$$m_j^C = L_j^C m_j \quad (3)$$

مقدار کل جرم هدررفت هر عنصر آلیاژی برابر با مجموع جرم هدررفت آن عنصر در تمام مواد بارهای ورودی است. در هر مواد بار مقدار جرم بخش فلزی بار برابر  $m_j (1 - L_j^C)$ ، مقدار جرم عنصر  $i$  در آن بار برابر  $C_{ij} (1 - L_{ij}^C) m_j$  و مقدار جرم هدررفت عنصر  $i$  در آن بار برابر  $L_{ij} C_{ij} (1 - L_{ij}^C) m_j$  است. بنابراین مقدار جرم کل هدررفت عنصر  $i$  در کل مواد بار ورودی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$m_i^E = \sum_{j=0}^N L_{ij} C_{ij} (1 - L_j^C) m_j \quad (4)$$

با جایگذاری معادله (۳) و (۴) در معادله (۲) مقدار کل جرم هدررفت مواد به شکل رابطه زیر به دست می‌آید:

$$m_L = \sum_{i=1}^E \sum_{j=0}^N L_{ij} C_{ij} (1 - L_j^C) m_j + \sum_{j=0}^N L_j^C m_j \quad (5)$$

$$= \sum_{j=0}^N \left( (1 - L_j^C) \sum_{i=1}^E L_{ij} C_{ij} + L_j^C \right) m_j$$

که در این رابطه،  $\tilde{P}_j$  به‌عنوان قیمت ناخالص<sup>۱</sup> هر یک از مواد بار تعریف می‌شود که ممکن است اندکی بیشتر از قیمت خرید مواد خام باشد.

$$\tilde{I} = \frac{1}{1-x_L} \quad (15)$$

لازم است به این نکته توجه شود که قیمت ناخالص مواد بار به مقدار هدرفت مواد در فرایند بستگی دارد. به‌عبارت‌دیگر، هزینه یک‌بار برای یک کارخانه با کارخانه دیگر متفاوت است، اگرچه هر دو آن بار را با یک قیمت خرید تهیه کرده باشند. هزینه ناخالص که وابسته به جواب مساله است، خود در ابتدا نامعلوم است که آن نیز باعث غیرخطی شدن مساله می‌شود.

آخرین مرحله از برقراری موازنه جرم آن است که قیدهای مساله اعمال گردد. دو نوع قید برای مساله وجود دارد. اول آنکه ترکیب شیمیایی هر عنصر در مذاب نهایی در محدوده ترکیب شیمیایی مشخص شده برای آلیاژ قرار گیرد؛  $\tilde{C}_{iM} \leq C_{iM} \leq \hat{C}_{iM}$ . دوم آنکه جرم کل مواد شارژ شده به کوره نه‌تنها برابر مجموع جرم مواد اولیه است؛  $\sum_{j=0}^N x_j = 1$ ، بلکه با توجه به ظرفیت کوره قید دیگری نیز دارد. لازم است جرم کل مواد شارژ شده به کوره مقداری میان بازه جرم مذاب اولیه و ظرفیت کوره داشته باشد؛ به‌عبارت‌دیگر  $m_0 \leq m_T \leq m_F$ . با تقسیم جرم اولیه  $m_0$  بر جمله‌های نامعادله جرم کل بر خواهیم داشت:

$$\frac{m_0}{m_F} = \tilde{x}_0 + \tilde{x}_1 + \dots + \tilde{x}_N \quad m_0 \quad (16)$$

در این رابطه  $\tilde{x}_j$  و  $\hat{x}_j$  مقدارهای کمینه و بیشینه (حدود مجاز) برای جرم مذاب اولیه در کوره است. لازم است توجه شود که برای این قیدهای جرم مذاب اولیه، دو حالت خاص وجود دارد. یک حالت خاص مربوط به زمانی است که کوره خالی است و مقدار مذاب اولیه صفر در نظر گرفته می‌شود. در این حالت هر دو کران پایین و بالای  $\tilde{x}_j$  و  $\hat{x}_j$  برابر صفر گذاشته خواهد شد و قید برقرار می‌شود تا مقدار  $x_0$  را روی صفر نگاه دارد. حالت خاص دیگر مربوط به زمانی است که مقداری مذاب اولیه در کوره وجود دارد، اما سفارش ذوب بر آن است که نه‌تنها ذوب اولیه را اصلاح کند، بلکه مقدار ذوب را به وزن معینی افزایش دهد؛ به‌عبارت‌دیگر  $m_M$  در مساله تعیین شده است. در این حالت هر دو کران رابطه  $\tilde{x}_j$  و  $\hat{x}_j$  برابر با مقدار  $m_0/m_T$  گذاشته می‌شود تا کسر مذاب اولیه را روی کسر معینی نگه دارد.

لازم است به این نکته توجه شود که در شرایط عمومی مساله، که مذاب اولیه در کوره وجود دارد، مقدار جرم مذاب نهایی اصلاح‌شده  $m_M$  و کسر جرمی مذاب نهایی  $x_M$  مجهول است. به همین دلیل معادله (۹) هم در سمت چپ و هم در سمت راست مجهول است. با تقسیم کردن دو طرف معادله (۹) بر  $x_M$  و با استفاده از معادله (۸)  $x_M = 1 - x_L$  و جایگذاری آن در رابطه (۹)، تمام مجهول‌ها به سمت چپ منتقل می‌شود و موازنه جرم عنصر  $i$  به فرم استاندارد زیر شکل می‌گیرد.

$$\sum_{j=0}^N \frac{(1-L_j^C)(1-L_{ij})}{(1-x_L)} C_{ij} x_j = \sum_{j=0}^N \tilde{C}_{ij} \quad M \quad (11)$$

در این معادله سمت راست معلوم است (فرم استاندارد)، اما ضرایب معادله در سمت چپ  $\tilde{C}_{ij}$  ترکیب اصلاح‌شده بار است که مجهول خواهد بود و به فرم غیرخطی زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{C}_{ij} = \frac{(1-L_j^C)(1-L_{ij})}{(1-x_L)} C_{ij} \quad (12)$$

از آنجاکه ضرایب معادله (۱۱) به مقدارهای  $x_j$  وابسته است، این معادله موازنه جرم یک معادله غیرخطی است. اما این معادله به فرم استاندارد برنامه‌ریزی خطی استخراج شده است. سمت راست معادله مذکور (ترکیب شیمیایی ذوب نهایی) نیز مجهول است و لازم است در محدوده ترکیب مشخص شده برای آلیاژ قرار گیرد. محاسبه ترکیب مجهول بر اساس دست یافتن به کمترین مقدار هزینه مواد اولیه انجام می‌گیرد. لذا مساله به‌صورت یک مساله بهینه‌سازی تعریف می‌شود که تابع هدف آن تابع هزینه مواد ذوب است. مطابق فرض ۵ مقدار هزینه مواد ذوب برابر با مجموع هزینه خرید تمام مواد شارژ شده به کوره است:

$$P_M m_M = \sum_{j=0}^N P_j m_j \quad (13)$$

با توجه به اینکه مقدار جرم ذوب نهایی  $m_M$  مجهول است، با تقسیم جرم‌ها به جرم کل مواد، و جایگزین کردن  $x_M = 1 - x_L$  فرم استاندارد تابع هدف مساله به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_M = \sum_{j=0}^N \frac{P_j}{(1-x_L)} x_j = \sum_{j=0}^N \tilde{I} \quad (14)$$

<sup>۱</sup> Gross price



جدول ۱- ترکیب شیمیایی و مشخصات مذاب اولیه و مذاب هدف و مواد بار در مساله آزمون مدل محاسبه بار

مواد بار (شارژ) Charge Materials j	رده‌بندی آلیاژ Spec. No.	قیمت مواد بار P <sub>j</sub> (\$/kg)	ناخالصی غیر فلزی L <sub>j</sub> <sup>C</sup> (wt%)	ترکیب شیمیایی و درصد هدررفت عناصر در هر یک از مواد بار								
				i	Pb (wt%)	Fe (wt%)	Sn (wt%)	P (wt%)	Ni (wt%)	Zn (wt%)	Total others (wt%)	Cu (wt%)
ذوب اولیه Initial melt	C26000	0.00	0.5	C <sub>ij</sub> L <sub>ij</sub>	0.040 5	0.050 0.5	0.001 2	0.001 0.5	0.001 0.1	35.80 5	0.50 0	rem <sup>1</sup> 0.5
مس سرب‌دار بازیافت Leaded-Copper	CuPb	1.91	1.5	C <sub>ij</sub> L <sub>ij</sub>	16.00 5	0.300 0.5	0.001 3	0.002 0.5	0.000 0.1	1.00 4	0.50 0	rem 0.5
آمیژان مس فسفر Copper-Phosphorous master alloy	CuP	2.80	0.5	C <sub>ij</sub> L <sub>ij</sub>	0.050 2	0.100 0.5	0.001 3	8.00 1	0.001 0.1	0.010 3	0.40 0	rem 0.5
مس قلع بازیافت CuSn trims	C52100	2.35	0.5	C <sub>ij</sub> L <sub>ij</sub>	0.050 2	0.100 0.5	10.00 4	0.020 0.5	0.001 0.1	0.200 3	0.40 0	rem 0.5
High Strength Copper trims	C19400	2.21	0.5	C <sub>ij</sub> L <sub>ij</sub>	0.100 3	2.60 1	0.001 2	0.100 0.5	0.001 0.1	0.150 3	0.40 0	rem 0.5
روی Zinc	-	2.50	0.1	C <sub>ij</sub> L <sub>ij</sub>	0.015 2	0.001 0	0.012 3	0.005 0.5	0 0	99.95 6	0.01 0	rem 0.2
آلیاژ مس نیکل Copper-Nickel alloy	C70100	4.00	0.5	C <sub>ij</sub> L <sub>ij</sub>	0.001 2	0.050 0	0.001 2	0.005 0.5	3.50 0.5	0.250 3	0.40 0	rem 0.5
آند مس (مس خالص) Copper anode	-	6.20	0.1	C <sub>ij</sub> L <sub>ij</sub>	0 1	.0005 0	.0003 2	0.001 0.5	0.001 0	0.020 2	0.005 0	rem 0.5
ذوب هدف Target Melt	C47940	?	?	C <sub>iM</sub>	≥ 1.00 ≤ 2.00	≥ 0.1 ≤ 1.0	≥ 1.2 ≤ 2.0	≥ 0.02 ≤ 0.04	≥ 0.1 ≤ 0.5	≥ 27.96 ≤ 34.58	≥ 0 ≤ 0.5	rem
شرایط کوره												
ظرفیت کوره Furnace capacity	m <sub>F</sub>	10,000	(kg)									
وزن ذوب اولیه Initial melt	m <sub>0</sub>	7,000	(kg)									

<sup>1</sup> رده‌بندی استاندارد آلیاژ C47940 الزام می‌کند که مقدار عنصر مس (باقیمانده) در محدوده ۶۳-۶۶ wt% قرار گیرد.

۳-۲- خلاصه مدل محاسبه بار کوره و الگوریتم حل عددی

با داشتن روابط (۱) تا (۱۶)، اکنون مدل ریاضی محاسبه بار کوره برای حل مجهول‌های مساله کامل است و می‌تواند به فرم استاندارد برنامه‌ریزی غیرخطی نوشته شود. خلاصه مدل استاندارد به این ترتیب است که مطلوب است مقادیر x<sub>j</sub> به دست آید طوری که تابع هدف زیر کمینه گردد و قیدهای زیر برقرار باشد:

$$\text{Minimize } P_M = \sum_{j=0}^N \tilde{F}_j$$

$$\begin{cases} \sum_{j=0}^N x_j = 1 & 0 \leq x_j \leq 1, \tilde{x}_0 = \tilde{x}_0 = \tilde{x}_0 \\ \sum_{j=0}^N \tilde{C}_j = M & \tilde{C}_{iM} = \tilde{C}_{iM} = \tilde{C}_{iM} \end{cases} \quad (17)$$

در این مدل مقادیرهای  $\tilde{C}_{ij}$  با معادله (۱۲) و مقادیرهای قیمت اصلاح‌شده با معادله (۱۵) تعریف می‌شود.

مقدارهای کران پایین و بالای ترکیب شیمیایی مذاب  $\tilde{C}_{iM}$  و  $\tilde{C}_{iM}$  از محدوده مشخص شده برای آلیاژ، و مقدارهای کران پایین و بالای کسر مذاب اولیه  $\tilde{x}_j$  و  $\tilde{x}_j$  از معادله (۱۶) و شرایط خاص آن محاسبه می‌گردد.

۴-۲- الگوریتم حل عددی مدل محاسبه بار کوره

اگرچه مدل ارایه شده در رابطه (۱۷) به فرم مساله استاندارد برنامه‌ریزی خطی درآمده‌است، اما این مدل یک مدل غیرخطی است که ضرایب آن به جواب مساله وابسته است. برای حل این مدل غیرخطی الگوریتم تکرار با گام‌های زیر پیشنهاد می‌شود:

گام (۱). مقدارهای مجهول برابر  $x_j = 0$ ،  $\tilde{x}_0 = 0$  و  $\tilde{x}_0 = 1$  مقادیر اولیه شوند؛ از ضرایب هدررفت در این گام صرف‌نظر شود:  $L_{ij}^C = L_{ij} = 0$ ؛ بنابراین ضرایب مجهول برابر  $x_L = 0$ ،  $\tilde{C}_{ij} = C_{ij}$  و  $\tilde{P}_j = P_j$  مقدار می‌گیرند. در این شرایط مساله طوری مقادیر اولیه می‌شود که انگار در آن فرایند ذوب هیچ هدررفتی نداشته است.

اینترنت تخمین زده شده و صرفاً برای آزمودن مدل به کاررفته است.

مقادیر درصد ناخالصی و هدررفت عناصر با توجه به مراجع [۲۳]، گزارش‌های پراکنده، مشورت‌ها و مشاهده‌های صنعتی تقریب زده شده است و حدود ۴۰٪-۲۰٪ عدم اطمینان در آن داده‌ها وجود دارد. ارزیابی دقیق مقدار هدررفت عناصر نیاز به پژوهش‌های جداگانه و بررسی‌های میدانی دارد که خارج از دامنه‌ی تمرکز مقاله حاضر است. این مساله تنها به آن دلیل انتخاب شد، که یک سیستم چندجزیی، شرایط نسبتاً پیچیده و ماتریس ضرایب شبه‌واقعی را می‌سازد. به کمک این مساله، کارکرد مدل در شرایط پیچیده و در مقیاس صنعتی به محک آزمون گذاشته شد و مورد ارزیابی قرار گرفت.

بر اساس مدل استاندارد غیرخطی ارایه شده در رابطه (۱۷)، داده‌های مساله طرح شده در یک برگ گسترده اکسل وارد شد. به کمک برگ گسترده، ماتریس ضرایب مساله با  $(N + 1) \times (E + 2)$  سطر و ستون تشکیل شد. سپس با دنبال کردن الگوریتم حل تکرار ارایه شده، مساله گام‌به‌گام حل شد. در هر حلقه‌ی تکرار، ماتریس ضرایب و پارامترهای هدررفت و هزینه به‌روز شد. برای بهینه‌یابی از الگوریتم GRG-Nonlinear حلگر اکسل [۳۳] استفاده شد. معیار همگرایی  $10^{-4} \sum |\Delta x_j|$  برای پایان حلقه تکرار گذاشته شد و جواب محاسبات پس از ۴ حلقه تکرار به همگرایی رسید.

### ۳- نتایج و بحث

مساله طرح شده در بخش ۲-۴ به کمک مدل توسعه‌یافته (رابطه (۱۷)) حل شد. شکل (۲) نتایج محاسبه‌ی کسر جرم هر یک از مواد بار کوره برای اصلاح ذوب آلیاژ برنج (مساله آزمون) را نشان می‌دهد. برای هر یک از مواد بار سه میله در نمودار هست که بیانگر محاسبات در سه حلقه تکرار از مدل است. این مساله پس از ۴ حلقه تکرار به همگرایی رسیده است (حلقه ۳ و ۴ تقریباً پاسخ یکسان داده‌اند). حلقه تکرار اول (میله کم‌رنگ) حل مساله را برای شرایط بدون هدررفت نشان می‌دهد. درواقع مدل ارایه شده، شرایط بی‌هدررفت را به‌عنوان یک حدس نزدیک به جواب انتخاب می‌کند تا همگرایی جواب را سرعت دهد. مساله خواسته بود که مقدار ۷ تن مذاب اولیه با ترکیب آلیاژ C26000، که در شکل (۲) با اسم Melt0 آمده است، باهدف رسیدن به ترکیب آلیاژ C47940، از طریق افزودن مواد بار به کوره و با کمترین قیمت ممکن، اصلاح شود. مدل پیش‌بینی کرده است که وزن کل مواد ورودی ۹۹۰۹ kg و کل کسر جرمی هدررفت مواد  $x_L = 0.02624$  یا ۲٫۶۲ wt%، معادل ۲۶۲ kg (مجموع جرم

گام (۲): مساله بهینه‌سازی معادله (۱۷) با در نظر گرفتن جدیدترین ضرایب و پارامترهای موجود حل شود. مقدارهای کسر جرم مواد بار  $x_j$  محاسبه و ذخیره شود و تغییرات نسبی هر یک نسبت به حلقه تکرار قبل ثبت شود.

گام (۳): بررسی شود که آخرین جواب به‌دست‌آمده امکان‌پذیر باشد؛ به‌این ترتیب که اگر مذاب اولیه وجود داشته‌است  $m_0 < 0$ ، مقدار جرم کل  $m_{Total} = m_0/x_0$  محاسبه شود و بررسی شود که شرط  $m_{Total} \leq m_F$  برقرار باشد. اگر شرط برقرار نباشد و جرم کل از ظرفیت کوره بیشتر شده باشد، مقدار جرم اولیه اصلاح شود  $m_0 = x_0 m_F$  و گزارش کند که مقدار مذاب اولیه زیاد است و برای اصلاح لازم است به مقدار جدید  $m_0$  کاهش یابد تا به جواب ممکن در محدوده ظرفیت کوره برسد.

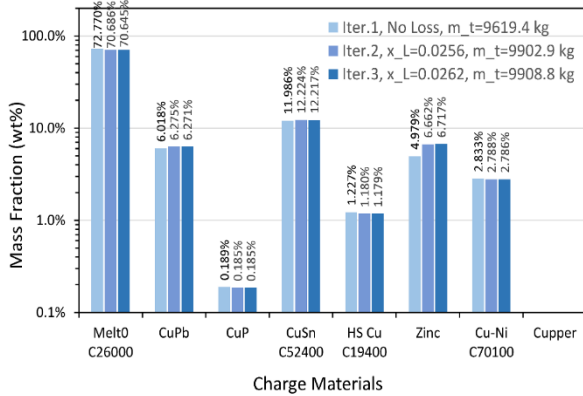
گام (۴): بررسی شود که آیا جواب مساله به همگرایی رسیده است؛ به‌این ترتیب که اگر مجموع قدرمطلق تغییرات تمام  $x_j$ ها کوچک‌تر از معیار همگرایی است  $\sum |\Delta x_j| \leq \varepsilon$ ، محاسبات متوقف شود و جواب گزارش گردد. در غیراینصورت گام بعدی اجرا گردد. گام (۵): بر اساس آخرین جواب به‌دست‌آمده برای  $x_j$ ها، تمام ضرایب و پارامترها اصلاح شود؛ به ترتیب، مقدار  $x_L$  از معادله (۱۰)، مقدارهای  $\bar{P}_j$  از معادله (۱۵)، و مقدارهای  $\bar{C}_{ij}$  از معادله (۱۲) محاسبه شود.

گام (۶): محاسبات به گام (۲) برگردد و تکرار شود.

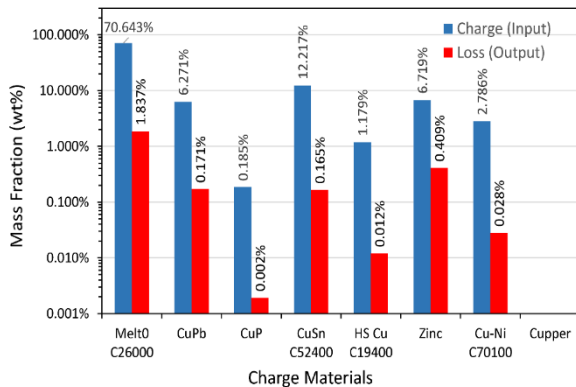
### ۲-۴- ارزیابی مدل (مطالعه موردی ذوب آلیاژ برنج)

برای ارزیابی کارکرد مدل، یک مساله ذوب و اصلاح آلیاژ برنج در کوره القایی ۱۰ تن در نظر گرفته شد. کوره از ابتدا محتوای ۷ تن مذاب اولیه بوده، که از ذوب قراضه آلیاژ برنج C26000 [۳۲] به‌دست‌آمده است. اما مذاب هدف آلیاژ برنج C47940 [۳۲] (با کاربرد شمش‌ریزی) با ۷ عنصر آلیاژی است (با محدوده ترکیب شیمیایی استاندارد) که کاملاً متفاوت از ترکیب مذاب اولیه است. مساله می‌خواهد که وزن مواد بار (شارژ) محاسبه شود؛ به‌گونه‌ای که با کمترین هزینه مواد، مذاب اولیه به مذاب آلیاژ هدف اصلاح شود. فرض بر این است که برای شارژ کوره ۸ نوع مواد بار مختلف در انبار موجود باشد. این مساله مشخص نمی‌کند که وزن مذاب هدف چقدر است (تنها به اصلاح مذاب اولیه اشاره می‌کند). حتی معلوم نیست که آیا اصلاح ترکیب شیمیایی ۷ تن ذوب اولیه در این کوره امکان‌پذیر است؛ یا نیاز به تخلیه کوره دارد. افزون بر آن هر یک از مواد بار مقداری ناخالصی غیرفلزی دارد. فرایند ذوب نیز با هدررفت عناصر همراه است. این اطلاعات به‌صورت داده‌های آماری و تجربی که در جدول (۱) آمده است در نظر گرفته شده است. داده‌های قیمت مواد از طریق جستجوی

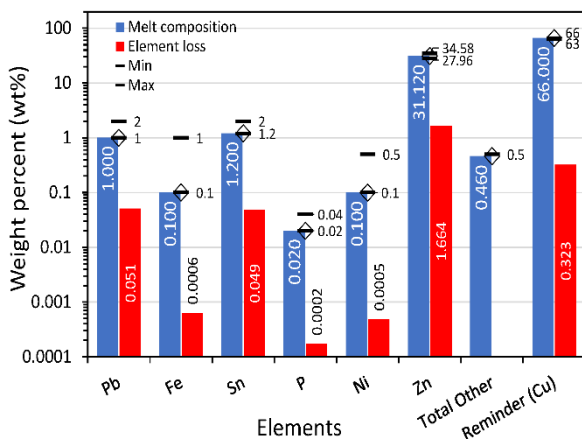




شکل ۲ - نتایج محاسبه‌ی کسر جرم مواد بار کوره برای اصلاح ذوب آلیاژ برنج (مساله آزمون) به کمک مدل ارایه شده. نمودار میله‌ای سه حلقه تکرار از محاسبات را نشان می‌دهد؛ میله‌های کمرنگ (Iter 1) حلقه اول محاسبات و شرایط بدون هدررفت را نشان می‌دهد.



شکل ۳ - نتایج محاسبه کسر جرم مواد بار کوره برای شارژ کوره در کنار کسر جرمی هدررفت هر یک از مواد بار (به نسبت جرم کل مواد ورودی).



شکل ۴ - ترکیب شیمیایی محاسبه‌شده برای عناصر ذوب هدف که در محدوده ترکیب استاندارد آلیاژ به‌دست آمده است. کسر هدررفت هر عنصر به نسبت جرم کل مواد نشان داده شده است.

سرباره و گاز و جذب نسوز) باشد. وزن نهایی مذاب اصلاح‌شده امکان‌پذیر بوده است. در صورتی که ظرفیت کوره کمتر از وزن کل مواد ورودی و ظرفیت کوره، این مساله مواد محاسبه‌شده باشد (مدل برای این شرایط نیز آزموده شد)، مدل طبق الگوریتم بخش ۲-۴، گزارش می‌کند که مساله امکان‌پذیر نیست و از کاربر می‌خواهد که مقدار اضافه ذوب اولیه را از کوره تخلیه کند.

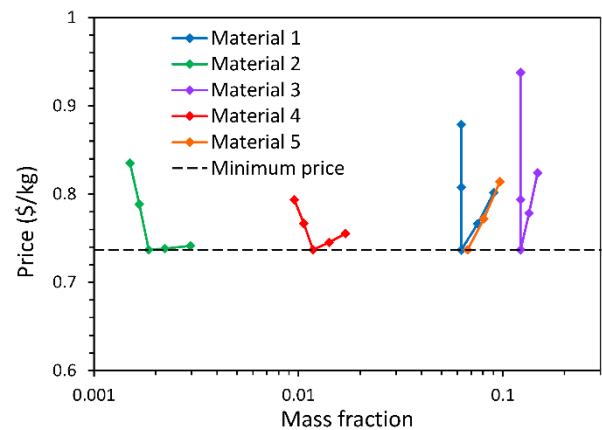
شکل (۳) نتایج محاسبه کسر جرم مواد بار را در کنار مقدار هدررفتی که در هر یک از مواد بار اتفاق افتاده است نشان می‌دهد. ترکیب شیمیایی محاسبه‌شده به کمک مدل برای عناصر ذوب هدف در شکل (۵) آمده است. نمودار نشان می‌دهد که ترکیب شیمیایی ذوب هدف در محدوده ترکیب استاندارد آلیاژ قرار گرفته است. همچنین کسر هدررفت هر یک از عناصر آلیاژی به نسبت جرم کل مواد ورودی نشان داده شده است. لازم است به این نکته توجه شود که مطابق محاسبات مدل، عنصر پایه آلیاژ (یا عنصر باقیمانده - مس) مقدار قابل توجهی هدررفت داشته است، که معمولاً در محاسبات بار کوره نادیده گرفته می‌شود. بنابراین برای محاسبه کل هدررفت مواد، لازم است عنصر پایه آلیاژ در نظر گرفته شود. با این‌همه، مدل استاندارد بهینه‌سازی، قید محدوده ترکیب روی عنصر پایه آلیاژ نمی‌گذارد و به جای آن قید موازنه جرم کل  $\sum x_j = 1$  را در محاسبات اعمال می‌کند، که معادل قید جرم عنصر پایه است. در شرایطی خاص استاندارد ASTM برای محدوده ترکیب عنصر پایه آلیاژ قید می‌گذارد، مانند آلیاژ هدف در جدول (۱) که قید  $63\% \leq C_{Cu} \leq 66\%$  را برای مس دارد. در این شرایط، احتمالاً عنصر دیگری بدون قید وجود دارد، مانند روی، یا جمع سایر عناصر، که می‌تواند با توجه به قید عنصر پایه، کران بالا و پایین داشته باشد. بنابراین یک نکته مهم و عمومی برای مدل محاسبه بار کوره این است که؛ لازم است همواره «عنصر پایه» و «سایر عناصر» در محاسبات در نظر گرفته شود، اما روی عنصر پایه «قید» ترکیب گذاشته نشود.

نتایج محاسبات مدل استاندارد غیرخطی نشان داد که با توجه به قیمت‌های مواد بار ورودی، قیمت ذوب هدف برابر با  $0.737 \$/kg$  خواهد بود. در مورد کارکرد مدل این سؤال وجود دارد که آیا نتایج به‌دست‌آمده بهینه است؛ به عبارت دیگر آیا جواب دیگری باقیمت کمتر از مقدار محاسبه‌شده برای رسیدن به این ذوب وجود ندارد؟ برای پاسخ به این سؤال، بهینه بودن جواب مدل بررسی شد.

می‌شود. از آنجاکه مدل محاسبه باریک مدل استاندارد برنامه‌ریزی غیرخطی است، این امکان برای کاربران مدل وجود دارد که بهینه بودن مدل را به‌سادگی بررسی کنند و رفتار عددی و همگرایی مدل را برای شرایط مختلف صنعتی آزمایش نمایند. این ویژگی برای صنایعی که از سیستم اتوماسیون شارژ کوره استفاده می‌کنند و نیاز به مدل‌های سریع و دقیق دارد، مزیت قابل توجهی خواهد بود. نکته‌های دیگری برای تحلیل و بررسی کارکرد مدل استاندارد غیرخطی برای محاسبه بار کوره هست، که در مرجع [۳۰] اشاره شده است.

#### ۴- جمع‌بندی

در این مقاله یک مدل استاندارد غیرخطی برای محاسبه بار کوره‌های ذوب بوت‌های و القایی ارائه و بررسی شد. مدل ارائه شده بر پایه موازنه جرم عناصر آلیاژی و بهینه‌یابی کسر جرمی مواد بار برای کمینه تابع هزینه مواد توسعه یافت. این مدل، جنبه‌های مهم مسایل صنعتی ذوب در کوره، شامل بهینه‌سازی قیمت، هدررفت ناهمگن عناصر، ناخالصی غیرفلزی مواد بار ورودی، و حضور ذوب اولیه کوره با ترکیب خارج از محدوده استاندارد را در نظر می‌گیرد. با این‌همه، مدل غیرخطی به فرم برنامه‌ریزی استاندارد همراه با یک الگوریتم حلقه‌ی تکرار مناسب ارائه شده است. به طوری که کارکرد عددی مدل غیرخطی با حلقه‌ی تکرار، قابل اعتماد و اعتبارسنجی شده و سریع باشد. خلاصه مدل ریاضی در رابطه (۱۷) جمع‌بندی شده است.



شکل ۵ - نتایج محاسبه تغییرات قیمت نهایی ذوب (مجموع قیمت مواد بار) برحسب تغییرات کسر جرمی هر یک از مواد بار. نمودار نشان می‌دهد که برای تمام مواد یک مقدار کمینه قیمت هست که با انحراف از جواب به‌دست‌آمده، یا قیمت افزایش می‌یابد، یا ذوب از محدوده ترکیب استاندارد خارج می‌شود. بر این اساس بهینه بودن جواب ارزیابی می‌شود.

به این ترتیب که مقدارهای به‌دست‌آمده برای کسر جرمی مواد بار تک‌تک بررسی شدند؛ که آیا با تغییر در کسر جرمی به‌دست‌آمده، و حل دوباره مساله، قیمت ذوب نهایی چه تغییری خواهد کرد. شکل (۵) نتایج این بررسی را به‌صورت تغییرات قیمت نهایی ذوب (مجموع قیمت مواد بار) برحسب تغییرات کسر جرمی هر یک از مواد بار نشان می‌دهد. نمودار بیان می‌کند که برای تمام مواد یک مقدار کمینه قیمت هست که با انحراف از جواب به‌دست‌آمده، یا قیمت افزایش می‌یابد، یا ذوب از محدوده ترکیب استاندارد خارج می‌شود. بر این اساس بهینه بودن جواب ارزیابی

جدول ۲- علائم و اختصارات به کار رفته.

حروف لاتین		نماها	
<i>C</i>	(wt%) Composition ترکیب شیمیایی	<i>C</i>	Contamination ناخالصی
<i>E</i>	Number of elements شمار عناصر	<i>E</i>	Elements عناصر
<i>L</i>	(wt%) Coefficient of loss ضریب هدررفت	$\cap$	Maximum limit کران بالا، بیشینه
<i>m</i>	(kg) Mass جرم	$\cup$	Minimum limit کران پایین، کمینه
<i>N</i>	Number of charge materials (شارژ) شمار مواد بار (شارژ)	$\sim$	Modified coefficient ضریب اصلاح‌شده
<i>P</i>	(\$/kg) Price قیمت	<b>نمایه‌ها</b>	
<i>x</i>	Mass fraction کسر جرمی	0	Initial melt ذوب اولیه
<b>حروف یونانی</b>		<i>i</i>	element عنصر
$\Delta$	Difference اختلاف	<i>j</i>	charge material مواد بار (شارژ)
<b>کوتاه‌نوشت‌ها</b>		L	Loss هدررفت
LP	Linear Programming برنامه‌ریزی خطی	T	Total کل، مجموع
		M	Melt ذوب
		F	Furnace کوره

- Leonardo Electronic Journal of Practices and Technologies, 2015, 81-97.
- [8] Seidu S., Adetunji O., Olagunju S., Development of Scrap Charge Maximization Program Capable of Melt Prediction and Modification in Crucible Furnace, *European Journal of Applied engineering & Scientific Research*, 2018, 6, 1-9.
- [9] جعفری ا.، میرباقری م. ح.، ایزدی م.، زارعی ج.، محاسبه عددی وزن شارژ برای ذوب گیری فولاد در کوره القایی، انجمن آهن و فولاد ایران، کیش، ۱۳۹۶.
- [10] Ekmekci E., Yetisken Y., Camdali U., Mass Balance Modeling for Electric Arc Furnace and Ladle Furnace System in Steelmaking Facility in Turkey, *Journal of Iron and Steel Research International*, 2007, 14, 1-6.
- [11] Morris A. E., Geiger G., Fine H. A., *Handbook On Material And Energy Balance Calculations In Materials Processing*, TMS, Wiley, 2011.
- [12] Arora J. S., *Introduction to optimum design*, Academic Press, UK, 2017.
- [13] Beeley B., *Foundry Technology*, Butterworth-Heinemann, India, 2001.
- [14] Worrell E., Reuter M. A., *Handbook of Recycling*, iii, Elsevier, Boston, 2014.
- [15] Boin U. M. J., Bertram M., Melting standardized aluminum scrap: A mass balance model for Europe, *JOM* 2005, 57, 26-33.
- [16] Bassett W. H., Zinc Losses, *Journal of Industrial & Engineering Chemistry* 4, 1912, 164-167
- [17] Onyekwere O. S., Orji C. I., Uyanga K. A., Determination of percentage zinc loss during melting of zinc scrap in a crucible furnace, *Global Journal of Engineering and Technology Advances*, 2019 1, 22-26.
- [18] Collur M. M., Paul A., Debroy T., Mechanism of alloying element vaporization during laser welding, *Metallurgical and Materials Transactions B*, 1987, 18, 733-740.
- [19] Hasegawa M., Chapter 3.3 - Ellingham Diagram, *Treatise on Process Metallurgy*, p. 507-516, Elsevier, Place Published, 2014.
- [20] Omole S., Oluyori R., Study of carbon and silicon loss through oxidation in cast iron base metal using rotary furnace for melting, *Leonardo Electronic Journal of Practices and Technologies*, 2015, 14, 59-64.
- [21] جعفری ا.، یوسفی د.، مدل محاسباتی شارژ کوره با هدررفت عناصر و مواد برای ذوب‌گیری آلایژها، مورد مطالعه: ذوب‌گیری فولاد منگنزدار، انجمن آهن و فولاد ایران، کیش، ۱۳۹۸.
- [22] حجازی ج.، انجماد و اصول متالورژیکی ریخته‌گری، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ۱۳۸۷.
- [23] Brown J. R., *Foseco Non-Ferrous Foundryman's Handbook*, 1-22, Butterworth-Heinemann, Oxford, 1999.
- [24] Ziolkowski E., Algorithms of furnace charge burden optimisation in foundries, *Archives of Metallurgy and Materials*, 2007, 52, 487-495.
- [25] Ziolkowski E., Algorithm for Burden Calculation for Foundry Furnaces Using Charge Materials with an Uncertain Composition, *Archives of Metallurgy and Materials*, 2013, 58, 887-889.
- [26] Ziolkowski E., Burden Optimization of Lump Charge Materials for Foundry Furnaces, *Archives of Metallurgy and Materials*, 2017, 62.
- [27] Capuzzi S., Timelli G., Preparation and Melting of Scrap in Aluminum Recycling: A Review, *Metals* 8, 2018.
- [28] Li J., Provatat N., Brooks G., Kinetics of scrap melting in liquid steel, *Metallurgical and Materials Transactions B*, 2005, 36, 293-302.
- [29] Ziolkowski E., Optimisation of correction of the chemical composition of molten metal using charge materials with

همچنین، یک مساله آزمایشی در مقیاس صنعتی روی فرایند ذوب آلایژ برنج C47940 با ۷ عنصر آلایژی و ۸ نوع مواد بار برای کوره نیمه‌پر با ۷ تن مذاب اولیه C26000 طرح شد (ظرفیت کوره ۱۰ تن). برای این مساله ذوب، مدل پیش‌بینی کرد که وزن کل مواد ورودی ۹۹۰۹ kg (همراه با ذوب اولیه) و کل کسر جرمی هدررفت مواد  $x_L = 0.02624$  یا  $wt\% ۲.۶۲$ ، معادل ۲۶۲ کیلوگرم (مجموع جرم سرباره، گاز و رسوب نسوز) باشد. وزن نهایی مذاب اصلاح‌شده  $m_M = 9649$  kg و بازدهی ذوب  $m_M/m_{tot} = 97.3\%$  به‌دست آمد. نتایج عددی و کارکرد مدل نشان داد که می‌توان پدیده‌ها و جنبه‌های مهم فرایند ذوب که بر ترکیب شیمیایی ذوب اثر دارند، را از راه یک الگوریتم محاسباتی تکرار روی فرم استاندارد برنامه‌ریزی خطی مدل‌سازی و محاسبه نمود. مدل استاندارد غیرخطی، ابزاری قابل‌اعتماد و سریع برای بهینه‌سازی هزینه و محاسبه بار کوره است که پتانسیل‌های قابل توجهی برای کاهش هزینه و تسهیل اتوماسیون صنعتی فرایند ذوب ایجاد می‌کند.

#### قدردانی

نگارندگان از شرکت علوم و فنون نوین رهیافت برای فراهم آوردن اطلاعات و مشاوره برای انجام پژوهش حاضر صمیمانه قدردانی می‌کنند. پژوهش حاضر هیچ‌گونه پشتیبانی مادی از سازمان، نهاد، فرد حقوقی یا حقوقی نداشته است.

#### مراجع

- [1] Naranjo R. D., Kwon J. Y., Majumdar R., Choate W. T., *Advanced Melting Technologies: Energy Saving Concepts and Opportunities for the Metal Casting Industry*, BCS, Incorporated, USA, 2005.
- [2] K. He and L. Wang, A review of energy use and energy-efficient technologies for the iron and steel industry, *Renewable & Sustainable Energy Reviews*, 2017, 70, 1022-1039.
- [3] Stefana E., Cocca P., Marciano F., Rossi D., Tomasoni G., A Review of Energy and Environmental Management Practices in Cast Iron Foundries to Increase Sustainability, *Sustainability*, 2019, 11, 1-18.
- [4] فردوسی ع.، صدرنژاد س. خ. ا.، فخرنوی ه.، پرویزی س.، موازنه جرم و انرژی در کوره‌های قوس الکتریکی فولاد سازی، تهران، پژوهشگاه مواد و انرژی، ۱۳۸۷.
- [5] Kungurtsev A. B., Senkevich Y. I., Zinovatnaya H. O., Novikova N. O., The algorithms for automated calculation of the furnace charge in smelting and refining metal, *Odes'yi Politechnichnyi Universytet Pratsi* 1, 2017, 61-71
- [6] Stankevich Y., Timoshpolskii V., Pavlyukevich N., German M., Grinchuk P., Mathematical modeling of the heating and melting of the metal charge in an electric-arc steel-making furnace, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2009, 82.
- [7] Seidu S. O., Onigbajumo A., Development of charge calculation program for target steel in induction furnace,

- consumption modeling: A pilot study, *Energies* 12, 2142, 2019.
- [32] Davis J. R., *ASM Specialty Handbook Copper and copper alloys*, ASM international, 2001.
- [33] Larsen R. W., *Engineering with Excel, Excel Master Series, 4th ed.*, Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall, Place Published, 2013.
- fuzzy composition, *Archives of Foundry Engineering*, 2008, 8, 129-132.
- [30] Jafari-Ramiani A., Yousefi D., Mohajeri M., Iterative Standard Strategy for Non-Linear Optimization in Melting Furnace Charge Calculations, *International Journal of Metalcasting*, 2021.
- [31] Kovacic M., Stopar K., Vertnik R., Sarler B., *Comprehensive electric arc furnace electric energy*



IRANIAN FOUNDRYMEN'S  
SOCIETY

## Founding Research Journal

### Research Paper:

### Non-linear Standard Model for Optimization of Charge Materials in Crucible and Induction Melting Furnaces

Amin Jafari-Ramiani<sup>1</sup>, Dorsa Yousefi<sup>2</sup>, Mahdiye Mohajeri<sup>2</sup>

1. Associate Professor Department of Materials and Metallurgical Engineering, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran.

2. Bachelor Student, Department of Materials and Metallurgical Engineering, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran.

\* **Corresponding Author:** Tel: +982164542990, E-mail: ajafari@aut.ac.ir

#### Paper history:

Received: 18 February 2022

Accepted: 05 March 2022

#### Keywords:

Furnace Charge Calculation,  
Non-Linear Optimization,  
Melting, Mass Balance,  
Material loss.

#### Abstract

Melting furnace charge calculation is often performed based on the mass balance of alloying elements between input materials and output melt. However, real melting processes are concerned with phenomena and complexities, which are ignored in simplified mass balance calculations. That causes uncertainty in the charge calculations, which further leads to multiple melt corrections, delays in tapping, cost raises, and melt quality problems. This study aimed to develop a model that not only optimizes charge materials for a specified target melt, but also considers non-homogeneous element loss, non-metal contaminations in charges, and correction of initial melt in the furnace. This paper proposes a standard optimization approach with an iterative algorithm for non-linear mass balance in the melting problem. A test case was introduced to find charge materials for target brass alloy C47940 in a 10-ton induction furnace, with an initial 7-ton out-of-range melt. The matrix of coefficients was built according to the numerical algorithm of the model. The results of the test case showed the optimum mass fractions of charge burdens. An optimality analysis was conducted and showed that the solution has reached the minimum possible cost. The non-linear iterative algorithm revealed a convergent and fast performance which has potential for reliable optimization in melting operations with significant benefit for industrial automation.

#### Please cite this article using:

Amin Jafari-Ramiani, Dorsa Yousefi, Mahdiye Mohajeri, Non-linear Standard Model for Optimization of Charge Materials in Crucible and Induction Melting Furnaces, in Persian, *Founding Research Journal*, 2021, 5(2) 107-118.

DOI: 10.22034/frj.2022.330310.1152

Journal homepage: [www.foundingjournal.ir](http://www.foundingjournal.ir)