Archive of SID.ir

E-ISSN: 2676-6159 | P-ISSN: 2538-5079

Journal of Decisions and Operations Research

www.journal-dmor.ir

J. Decis. Oper. Res. Vol. 8, No. 3 (2023) 771–784.

Paper Type: Original-Application Paper

Assets Performance Evaluation with the Use of Returns Distribution Characteristics

Seyedeh Masoumeh Mirsadeghpour Zoghi[1], Masoud Sanei[1,*], Ghasem Tohidi[1], Shokoofeh Banihashemi[2], Navideh Modarresi[2]

[1] *Department of Mathematics, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran; maasoumeh.mirsadeghpour@gmail.com; masoudsanei49@yahoo.com; gh_tohidi@iauctb.ac.ir.*

[2] *Department of Mathematics, Allameh Tabataba'i University, Tehran, Iran; shbanihashemi@atu.ac.ir; namomath@aut.ac.ir.*

Citation:

Mirsadeghpour Zoghi, S. M., Sanei, M., Tohidi, Gh., Banihashemi, Sh., & Modarresi, N. (2023). Assets performance evaluation with the use of returns distribution characteristics. *Journal of decisions and operations research, 8*(3), 771-784.

Received: 02/03/2022 Reviewed: 05/04/2022 Revised: 19/05/2022 Accepted: 09/06/2022

Abstract

Purpose: Portfolio optimization is a selection of assets with the lowest risk and highest return. Asset performance evaluation is a useful way to choose assets and construct a profitable portfolio. For this purpose, the non-parametric Data Envelopment Analysis (DEA) method is used, which is a suitable tool for measuring performance. By the fact that stock returns are not normally distributed and usually exhibit skewness, kurtosis and heavy-tails, which definitely affects the assets performance, we have to consider the characteristics of the returns distribution. In the proposed model, we apply the Variance Gamma (VG) process, which covers the skewness and kurtosis of returns. As a result, we construct a portfolio by selecting assets which their performance is more realistic.

Methodology: In the introduced model, the only input of the model is Conditional Value at Risk (CVaR), and the mean return and Sharpe index are the model's outputs. Since the outputs can be negative, the model is inspired by VRM in the output-oriented DEA model, which deals with negative values. As the returns on stock are VG distributed, its parameters are simulated by the method of moments estimation, and then the process factors are simulated by the Monte Carlo technique. Finally, the scenarios of returns are obtained, and the assets performance is evaluated.

Findings: The correctness of the model is investigated by evaluating the relative efficiency of 7 companies from different industries in Iran Stock market. The results show that by considering the returns distribution characteristics, the input and outputs values of the model are estimated more realistically and more reliable results can be obtained; thus a profitable portfolio can be constructed.

Originality/Value: Evaluation of the assets performance by taking into account the returns distribution characteristics leads to realistic results.

Keywords: Portfolio optimization, Data envelopment analysis, Variance gamma stochastic process, Returns distribution, Sharpe index.

Corresponding Author: masoudsanei49@yahoo.com

Licensee. **Journal of Decisions and Operations Research**. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0).

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

Journal of Decisions and Operations Research

تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات

دوره ۸، شماره (۳)، (۱۴۰۲)، ۷۸۴-۷۷۱

www.journal-dmor.ir

نوع مقاله: پژوهشی-کاربردی

ارزیابی عملکرد دارایی‌ها با استفاده از مشخصه‌های توزیع بازده‌ها

سیده‌معصومه میرصادق‌پورذوقی[۱]، مسعود صانعی[۱،*]، قاسم توحیدی[۱]، شکوفه بنی‌هاشمی[۲]، نویده مدرسی[۲]

[۱] گروه ریاضی، واحد تهران مرکزی، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

[۲] گروه ریاضی، دانشگاه علامه طباطبایی (ره)، تهران، ایران.

چکیده

هدف: بهینه‌سازی سبدمالی شامل انتخاب دارایی‌هایی با بیش‌ترین بازده و کم‌ترین ریسک است؛ بنابراین، ارزیابی عملکرد دارایی‌ها یک راه‌حل مفید در انتخاب دارایی‌ها و تشکیل سبد پرسود می‌باشد. برای این‌منظور، از روش ناپارامتریک تحلیل پوششی داده‌ها *DEA* که ابزارمناسبی برای سنجش عملکرد است، استفاده می‌گردد. با توجه به این‌که توزیع بازده‌ها نرمال نیست و دارای چولگی، کشیدگی و دم‌های سنگین می‌باشد که به‌طور قطع روی عملکرد دارایی‌ها تاثیر می‌گذارند، ناگزیریم برای ارزیابی عملکرد دارایی‌ها مشخصه‌های توزیع بازده‌ها را در نظر بگیریم. درمدل پیشنهادی از فرآیند تصادفی واریانس گاما به‌عنوان فرآیند بازده دارایی استفاده می‌کنیم، زیرا این فرآیند می‌تواند چولگی و کشیدگی بازده‌ها را پوشش دهد. درنتیجه، سبدی با انتخاب دارایی‌هایی که ارزیابی آن‌ها واقع‌بینانه‌تر است می‌سازیم.

روش‌شناسی پژوهش: در مدل ارایه‌شده، سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی تنها ورودی مدل و میانگین بازده‌ها و معیار شارپ به‌عنوان خروجی‌های مدل هستند. به‌دلیل آن‌که خروجی‌ها می‌توانند مقادیر منفی نیز اختیار کنند، مدل پیشنهادشده، از مدل داده منفی *VRM* در ماهیت خروجی الهام گرفته شده است. با توجه به آن‌که بازده‌های دارایی‌ها از توزیع واریانس گاما تبعیت می‌کنند، پارامترهای آن را از روش گشتاورها برآورد کرده و سپس فاکتورهای فرآیند به کمک روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌گردند. در انتها، سناریوهای بازده‌ها به دست می‌آیند و از آن‌ها در مدل معرفی‌شده استفاده نموده و به ارزیابی عملکرد دارایی‌ها می‌پردازیم.

یافته‌ها: درستی مدل ارایه‌شده برای ارزیابی کارایی نسبی روی ۷ شرکت از صنایع مختلف در بازار بورس ایران بررسی شد. نتایج حاصل از مدل معرفی‌شده نشان می‌دهند که با در نظرگرفتن مشخصه‌های توزیع بازده‌ها، مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل واقعی‌تر تخمین زده می‌شوند و می‌توان نتایج مطمئن‌تری به‌دست آورد و درنتیجه می‌توان یک سبدمالی پر سود تشکیل داد.

اصالت/ارزش افزوده علمی: ارزیابی عملکرد دارایی‌ها با در نظرگرفتن مشخصه‌های توزیع بازده‌ها منجر به نتایج نزدیک به واقعیت می‌گردد.

کلیدواژه‌ها: بهینه‌سازی سبدمالی، تحلیل پوششی داده‌ها، فرآیند تصادفی واریانس گاما، توزیع بازده‌ها، معیار شارپ.

۱- مقدمه

از تحلیل پوششی داده‌ها[۱] برای ارزیابی نسبی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده[۲] که دارای چندین ورودی و چندین خروجی هستند، استفاده می‌گردد. *DEA* یک مرز کارا براساس بهترین عملکرد مشاهده‌شده می‌سازد و کارایی هر یک از *DMUs* را نسبت به این مرز کارا

[1] Data Envelopment Analysis (DEA)

[2] Decision Making Unit (DMU)

* نویسنده مسئول

masoudsanei49@yahoo.com

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

ارزیابی می‌کند. از طرفی هم در تشکیل سبدمالی، هدف کلیه سرمایه‌گذاران کسب بیش‌ترین بازدهی است. در حقیقت ریسک و بازدهی دو رکن اصلی تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری هستند و همواره بیش‌ترین بازدهی باتوجه به حداقل ریسک، معیاری مناسب برای سرمایه گذاری محسوب می‌شود. به همین دلیل ارزیابی عملکرد دارایی‌های درون سبد اهمیت می‌یابد که می‌توان از این خاصیت استفاده نموده و از ساختار *DEA* در ارزیابی عملکرد سبد مالی کمک گرفت. در بسیاری از مطالعاتی که ارزیابی عملکرد دارایی‌های مالی با استفاده از *DEA* انجام شده است، سنجه ریسک، میانگین بازده‌ها و گاهی گشتاورهای مراتب بالاتر توزیع بازده‌ها مستقیما از روی خود بازده‌های روزانه بدون در نظرگرفتن هیچ نوع توزیع پایه محاسبه شده‌اند [1]. از طرفی، در مثال‌های کاربردی مواقعی پیش می‌آید که داده‌های ورودی و یا خروجی مقادیر منفی اختیار می‌کنند. به‌عنوان مثال، شرکتی را در نظر بگیرید که دارای بازده منفی است، در حالی‌که هدف آن افزایش بازده است که در این حالت نمی‌توان از مدل‌های سنتی *DEA* جهت ارزیابی عملکرد شرکت‌هایی با بازده منفی استفاده نمود. یکی از مدل‌های داده منفی *DEA* که در دو نوع ماهیت ورودی و ماهیت خروجی معرفی گردیده، مدل نوعی دیگر از اندازه کارایی شعاعی[1] است که توسط چن و همکاران معرفی شده است [2]. در این مدل، خاصیت بهبود جهت رسیدن به مرز کارا همانند مدل‌های کلاسیک *DEA* حفظ می‌گردد. در پژوهش حاضر، مدل معرفی‌شده از مدل *VRM* در ماهیت خروجی الهام گرفته شده است.

بخش مهمی از بحث سبدمالی، مدیریت ریسک است که بر قیمت دارایی‌ها تاثیرگذار است. واریانس بازدهی دارایی در مدل بهینه‌سازی سبدمالی مارکوویتز به‌عنوان سنجه ریسک استفاده شده است. اما این سنجه ریسک در بسیاری از مطالعات تجربی مناسب نیست، به دلیل آن‌که، توزیع بازده‌های دارایی‌ها نامتقارن و کشیده‌تر از توزیع نرمال هستند. به‌عبارت دیگر، توزیع بازده‌ها دارای چولگی و کشیدگی است و واریانس در این‌گونه مواقع نمی‌تواند نتایج درستی را نشان دهد. معرفی سنجه‌های ریسکی که توانایی توصیف چولگی و کشیدگی در توزیع بازده‌ها و توزیع‌هایی با دم‌های سنگین را دارند، ضروری به نظر می‌رسد. به همین دلیل، سنجه‌های ریسک جدیدی معرفی شدند که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان به سنجه‌های ریسک ارزش در معرض خطر و ارزش در معرض خطر شرطی اشاره نمود. سنجه ریسک ارزش درمعرض خطر[2]، مقداری از سرمایه یک موسسه را که در معرض زیان قرار دارد تعیین می‌کند [3]. هم‌چنین به‌عنوان معیاری آماری، حداکثر زیان احتمالی یک سبدمالی را در دوره زمانی مشخص با بیان کمی ارایه می‌دهد. با این‌حال، *VaR* دارای نقاط ضعف عدم زیرجمع‌پذیری و عدم تحدب است و هم‌چنین توانایی ارایه اندازه و بزرگی زیان بالقوه‌ای که بیش‌تر از مقدار کمی *VaR* می‌باشد را ندارد [30]. بنابراین، مفهومی به‌نام مفهوم سنجه‌های ریسک منسجم[3] توسط آرتزنر و همکاران [4] معرفی گردید. این مفهوم شامل مجموعه‌ای از ویژگی‌هاست که یک سنجه ریسک باید در آن‌ها صدق کند: یکنوایی[4]، زیرجمعی بودن[5]، پایایی[6] و همگنی‌مثبت[7]. یکی از سنجه‌های ریسک منسجم، سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی[8] است [5]. *CVaR* برابر است با میانگین وقوع زیان‌های بیش‌تر از *VaR* در سطح اطمینان $\beta \in (0,1)$. به‌عبارت دیگر، *CVaR* قادر است زیان‌های بیش‌تر از *VaR* را محاسبه کند. از طرفی *CVaR* تحت تاثیر تابع چگالی احتمال توزیع بازده‌های دارایی‌ها است و در صورت انتخاب نامناسب توزیع بازده‌ها، *CVaR* نیز به‌درستی تخمین زده نمی‌شود.

معیار شارپ یا نسبت بازده به تغییرپذیری، معیاری است که برای ارزیابی عملکرد یک سبدمالی به‌کار می‌رود، این معیار توسط شارپ ارایه گردید [6]. معیار شارپ هر چقدر میزان بالاتری داشته باشد از جذابیت بیش‌تری نیز برخوردار است. به‌عبارت دیگر، هرچه نسبت شارپ بیش‌تر باشد، عملکرد سبدمالی به همان اندازه بهترخواهد بود. معیار شارپ، میانگین بازده مازاد بر نرخ دارایی بدون ریسک را نسبت به ریسک کل سبدمالی (انحراف معیار بازده سبد) اندازه‌گیری می‌کند. به‌همین دلیل، از این معیار به عنوان خروجی در مدل معرفی شده در پژوهش حاضر استفاده می‌نماییم.

سرمایه‌گذاری به‌طورعام عبارت‌اند از خرید یک دارایی به منظور کسب منفعت آتی. هم‌چنین، بازده یک دارایی مالی با توجه به جریان نقدی آتی پیش‌بینی‌شده برای آن قابل اندازه‌گیری است. عدم قطعیت در بازده یک دارایی مالی را ریسک می‌نامند؛ بنابراین، کاهش ریسک و افزایش میانگین بازده یک سبدمالی دو عامل مهم در مدل‌سازی مالی به‌حساب می‌آیند. نظریه مدرن سبدمالی که توسط مارکوویتز مطرح شد، با به حداقل رساندن ریسک و حداکثرسازی میانگین بازده به بهینه کردن سبدمالی پرداخت [7]. در مدل او که به مدل میانگین-واریانس معروف است، از میانگین بازده‌های دارایی‌ها برای نشان دادن بازدهی و از واریانس بازده‌ها به‌عنوان سنجه ریسک استفاده نمود. اما واریانس تنها زمانی سنجه ریسک مناسبی است که توزیع بازده‌ها توزیع نرمال و متقارن می‌باشد. در صورتی‌که، توزیع بازده‌ها در بسیاری مواقع در

[1] Variant of Radial Measure (VRM)
[2] Value at Risk (VaR)
[3] Coherent Risk measures
[4] Monotonicity
[5] Sub-additivity
[6] Translation Invariance
[7] Positive Homogeneity
[8] Conditional Value at Risk (CVaR)

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

مطالعات تجربی از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند و دارای چولگی و کشیدگی می‌باشد [8]. از این‌رو، وجود دو عامل مهم چولگی و کشیدگی توزیع بازده‌ها نیز تاثیر مستقیمی بر ریسک و میانگین بازده دارایی‌ها دارند. مطالعات عملی نشان داده‌اند که توزیع بازده‌ها دارای دم سنگین‌تر و کشیدگی بیش‌تری نسبت به توزیع نرمال هستند. چولگی به همراه کشیدگی در تعبیر درست‌نمایی وقوع احتمالاتی که در قسمت دم‌های یک توزیع احتمال رخ می‌دهند، کمک‌کننده هستند. بر این اساس، این دو مشخصه و ویژگی، روی سنجه‌های ریسک و میانگین بازده‌ها و هم‌چنین عملکرد یک سبد یا دارایی منفرد می‌توانند تاثیر قابل توجهی بگذارند. به‌عبارت دیگر، اگر توزیع مناسبی را برای بازده‌های دارایی‌ها در نظر نگیریم، آن‌گاه مقدار سنجه ریسک درست تخمین زده نمی‌شود و به‌دنبال آن نمره‌های کارایی نیز از مقدار واقعی فاصله دارند.

در مدل‌هایی که جهت توصیف دینامیک قیمت دارایی‌ها استفاده می‌گردند، فرض بر این است که دینامیک قیمت از فرآیند وینر[1] که دارای توزیع نرمال است، پیروی می‌کنند. اما، همان‌طور که مطرح شد توزیع بازده‌های دارایی‌ها، کشیدگی بیش‌تری نسبت به توزیع نرمال دارند و هم‌چنین دم سنگین‌تر از توزیع نرمال دارند. در این مقاله، با انتخاب فرآیندی از خانواده فرآیندهای لوی یعنی فرآیند واریانس گاما[2] که دارای نموهای مستقل و ایستا است در جهت توصیف دینامیک قیمت دارایی‌ها به‌جای فرآیند گاوسی بهره می‌بریم [9]، [10]. به‌عبارت دیگر، درمدل پیشنهادی جهت ارزیابی عملکرد دارایی‌ها برای مدل‌سازی بازده‌های روزانه دارایی‌ها از فرآیند واریانس گاما برای دارایی پایه استفاده می‌نماییم. پارامترهای این فرآیند می‌توانند چولگی و کشیدگی توزیع بازده‌ها را کنترل کنند و توزیع آن دارای دم سنگین است. مدل ارایه‌شده یک ورودی و دو خروجی دارد؛ بنابراین، این فرآیند نیز روی ورودی و خروجی‌های مدل تاثیرگذار است. با استفاده از این فرآیند به ارزیابی عملکرد دارایی‌های درون یک سبدمالی می‌پردازیم. با توجه به مشخصه‌های در نظرگرفته شده از توزیع بازده‌ها، نتایج به دست آمده جهت ارزیابی عملکرد دارایی‌ها از اطمینان بیش‌تری برخوردار هستند و به واقعیت نزدیک‌ترند. به‌عبارت دیگر، یک سرمایه‌گذار می‌تواند یک سبدمالی با استفاده از سهامی که ناکارایی کم‌تر یا به‌عبارتی کارایی بالاتری نسبت به بقیه سهام‌ها دارند را تشکیل دهد.

با توجه به نظریه مدرن سبدمالی و افزایش نیاز به سرمایه‌گذاری‌های کارآمد، به بررسی و ارزیابی عملکرد دارایی‌های مالی می‌پردازیم. پیاده‌سازی یک استراتژی سرمایه‌گذاری و ارزیابی عملکرد دارایی‌ها به سرمایه‌گذار کمک می‌کند که سبدمالی پرسودتری را تشکیل دهد و حتی به مدیر یک شرکت در جهت آگاهی‌رسانی در مورد وضعیت عملکرد شرکتش کمک می‌کند. در این راستا *DEA* نیز به‌عنوان یک روش، جهت ارزیابی کارایی‌های نسبی می‌تواند ابزارمناسبی برای ارزیابی عملکرد دارایی‌ها، استفاده گردد. مدل معرفی‌شده در چارچوب میانگین بازده-معیار شارپ-سنجه ریسک *CVaR* است که در آن میانگین بازده و معیار شارپ به‌عنوان خروجی‌های مدل و سنجه ریسک *CVaR* به عنوان ورودی مدل هستند. مدل براساس مدل داده منفی *VRM* در ماهیت خروجی است. به‌دلیل آن‌که خروجی‌های مدل می‌توانند مقادیر منفی نیز اختیار کنند؛ بنابراین، نمی‌توانیم از مدل‌های کلاسیک *DEA* استفاده کنیم. از آن‌جاکه در تشکیل یک سبد، کاهش ریسک و افزایش میانگین بازده و معیار شارپ مدنظر است، در مدل معرفی‌شده ریسک را به‌عنوان عامل ورودی و میانگین بازده و معیار شارپ را به‌عنوان عوامل خروجی در نظر می‌گیریم. هم‌چنین، توزیع بازده‌ها از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند و دارای چولگی و کشیدگی هستند، فرض می‌کنیم که دارایی‌ها از فرآیند *VG* تبعیت می‌کنند که این فرض بر روی مقادیر ورودی و خروجی هر یک از دارایی‌های مالی و هم‌چنین بر روی میزان کارایی آن‌ها تاثیرگذار است. به‌عبارت دیگر، ارزیابی عملکرد دارایی‌ها تحت توزیع نرمال باعث می‌شود که مقادیر ورودی و خروجی‌ها به‌درستی تخمین زده نشوند و در نهایت نتایج حاصل، دور از واقعیت به دست می‌آیند. از طرفی، چولگی و کشیدگی به‌عنوان مشخصه‌های توزیع بازده‌ها نیز توسط پارامترهای *VG* پوشش داده می‌شوند و درحین ارزیابی عملکرد در نظر گرفته خواهند شد. از این‌رو، نیازی به اضافه نمودن محدودیت اضافی برای این دو مشخصه توزیع بازده‌ها در مدل پیشنهادی نیست. پارامترهای فرآیند *VG* از روش گشتاورها تخمین زده می‌شوند و سپس فاکتورهای *VG* به‌وسیله روش مونت کارلو شبیه‌سازی می‌گردند. در انتها، بازده‌های دارایی‌ها به کمک فاکتورهای *VG* با روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی شده و سپس با استفاده از آن‌ها، مقادیر سنجه ریسک *CVaR*، میانگین بازده و معیار شارپ برای هر یک از دارایی‌ها محاسبه شده و دارایی‌های کارا مشخص می‌شوند؛ بنابراین، دارایی‌های کارا و حتی دارایی‌هایی که میزان کارایی آن‌ها نزدیک به دارایی کارا می‌باشد، می‌توانند در سبدمالی یک سرمایه‌گذار قرار بگیرند و بدین

[1] Wiener process

[2] Variance Gamma (VG) process

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

وسیله یک سبد پر سود را تشکیل دهند. مطالعه کاربردی نیز بر روی ۷ شرکت از شرکت‌های فعال در بازار بورس ایران بررسی می‌گردد و هر شرکت نیز حکم یک دارایی مالی را دارد.

در ادامه، در بخش دوم پیشینه پژوهش‌های انجام‌شده ارایه می‌شود. در بخش سوم به برخی مبانی نظری و مفاهیم *CVaR* و فرآیند *VG* که در بخش‌های آتی از آن‌ها استفاده می‌شود، اشاره می‌گردد. بخش چهارم به ارایه مدل پیشنهادی در چارچوب *DEA* تحت فرآیند تصادفی *VG* و گام‌های حل آن اختصاص داده شده است. بررسی مدل ارایه‌شده روی هفت شرکت از بازار بورس اوراق بهادار در بخش پنجم انجام شده است. بحث و نتیجه‌گیری پژوهش نیز در بخش ششم ارایه شده است.

۲- پیشینه پژوهش

مساله بهینه‌سازی سبدمالی در چارچوب میانگین بازده-واریانس بر اساس به حداقل‌رساندن واریانس در یک سطح مشخص و ثابتی از میانگین ارایه شد [7]، [11]. سرمایه‌گذاری در بازارسرمایه به‌صورت ذاتی دارای ریسک بالایی است و سرمایه‌گذاران سعی در کسب حداکثر بازده و منفعت و کاهش ریسک‌های آن دارند، به هرحال، کسب بازده مورد انتظار نیز همراه عدم‌اطمینان است؛ بنابراین، ارزیابی عملکرد سبدمالی، بخش مهمی از سرمایه‌گذاری محسوب می‌شود. *DEA* به‌عنوان یک روش ناپارامتری و کمی برای تئوری تولید طراحی شده است که براساس برنامه‌ریزی خطی به ارزیابی نسبی هر یک از *DMUs* می‌پردازد [12]. در مباحث مالی نیز، مدل‌های *DEA* جهت ارزیابی عملکرد دارایی‌های درون سبدمالی و محاسبه کارایی آن‌ها به‌کار برده شده‌اند. برای اولین بار در ارزیابی نسبی عملکرد صندوق‌های دو طرفه به‌عنوان شاخص ارزیابی سبد مالی، *DEA* معرفی شد که در آن انواع هزینه‌های معاملات نیز در نظر گرفته شده است [13]. بعد از آن تعمیمی از این مدل پیشنهاد گردید که در آن از سنجه‌های ریسک مختلف به‌عنوان ورودی، استفاده کردند [14]. هم‌چنین، جهت ارزیابی عملکرد صندوق‌های دوطرفه[1] درچارچوب میانگین-واریانس دریک ساختار *DEA* مانند، یک مدل غیرخطی معرفی شد که ارزیابی با قیود درجه دوم در افق‌های زمانی چندگانه انجام می‌گیرد [15]. مطالعات دیگری نیز وجود دارند که از مدل‌های کلاسیک *DEA* درجهت ارزیابی عملکرد دارایی‌های مالی استفاده نموده‌اند [16]–[18]. برای تصمیم‌گیری بهتر، یک مدل میانگین-واریانس-چولگی در زمینه ارزیابی عملکرد سبدمالی ارایه گردید که در آن یک قید اضافی در کنار قیود میانگین و واریانس نیز در نظر گرفته شده است. این مدل در چارچوب *DEA* ولی از نوع غیرخطی است که با در نظرگرفتن گشتاورهای مراتب بالاتر به ارزیابی عملکرد سبدمالی در یک فضای سه‌بعدی می‌پردازد [1]. نمایش هندسی مرز کارای سبدمالی برای اولین بار در یک فضای سه‌بعدی میانگین-واریانس-چولگی ارایه گردید که در آن از شاخصی به نام تابع کمبود جهت ارزیابی کارایی استفاده شده است [19]. هم‌چنین، ثابت شد که اگر سایز دارایی‌های نمونه‌ای به اندازه کافی بزرگ باشند، آن‌گاه مرز مدل‌های *DEA* به مرز کارای سبدمالی همگرا است [20].

معیار یا نسبت شارپ، مازاد سبدمالی را به ازای هر یک واحد ریسک اندازه‌گیری می‌کند [6]. در صورتی‌که نرخ به‌دست آمده توسط معیار شارپ بالاتر از نرخ بازده سبدمالی باشد، نشانگر عملکرد بهتر مدیریت سبدمالی است. به‌عبارت دیگر، معیار شارپ درجه‌ای را در اختیار سرمایه‌گذار قرار می‌دهد که توسط آن می‌تواند تغییرات در میزان بازده مازاد بر بازده دارایی بدون ریسک را تشخیص دهد [21]. در مدل‌های کلاسیک *DEA* فرض بر این است که همه ورودی‌ها و خروجی‌ها نامنفی هستند. در حالی‌که، بازده‌ها و معیار شارپ دارایی‌ها دریک افق زمانی معین می‌توانند هم مقادیر مثبت و هم مقادیر منفی اختیار کنند. در این‌گونه مواقع مدل‌های کلاسیک *DEA* را نمی‌توان جهت محاسبه کارایی دارایی‌های مالی به‌کار برد. یکی از انواع مدل‌هایی که در مواقع مواجهه با داده‌های منفی پیشنهاد گردید، مدل نوع دیگر اندازه شعاعی *VRM* است. در این مدل، مقادیر اصلی با مقدار قدرمطلقی‌شان برای تعیین نسبت بهبود در جهت رسیدن به مرز کارا جایگزین می‌شوند. این مدل گونه‌ای از مدل شعاعی سنتی است و خاصیت بهبود به‌صورت متناسب همانند یک مدل *DEA* سنتی را دارا است [2]. در پژوهشی، نقش مدیریت هزینه استراتژیک بر ارتباط بین شیوه‌های زنجیره‌تامین، پشتیبانی مدیریت ارشد و بهبود عملکرد مالی مورد مطالعه قرار گرفته است و نتایج حاصل از مطالعه نشان از تاثیر قابل توجه آن دارد [22].

ریسک در مباحث مالی عاملی است که روی قیمت‌های دارایی‌ها تاثیر می‌گذارد. به دلیل چولگی و دم‌های توزیع بازده‌ها، در تئوری مارکوویتز که واریانس به‌عنوان سنجه ریسک استفاده گردیده است، مورد نقد قرار گرفته است. به‌دلیل آن‌که این سنجه ریسک قسمت سود و زیان را به‌صورت متقارن و یکسان نمایش می‌دهد، چولگی و ریسک‌های موجود در دم‌ها را در نظر نمی‌گیرد و درنتیجه میزان ریسک

[1] Mutual funds

میرصادق‌پورزوفی و همکاران / تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۸، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۲، صفحه: ۷۸۴-۷۷۱

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

سبدمالی را درست تخمین نمی‌زند. از طرفی نیز، سرمایه‌گذاران توزیع‌هایی با چولگی مثبت را ترجیح می‌دهند، به‌دلیل این‌که شانس ضرر کردن بسیار کم است [23]، [24]. سنجه‌های ریسک دیگری نیز وجود دارند که هم از لحاظ تئوری و هم کاربردی مزیت‌های بسیاری دارند. یکی از این سنجه‌ها، سنجه ریسک ارزش در معرض خطر *VaR* می‌باشد که توسط قانون‌گذاران بانکی به‌عنوان یک روش معتبر برای محاسبه ریسک تایید و تصویب شده است. ولی برخلاف این محبوبیت، دارای نقص‌هایی می‌باشد. این سنجه ریسک فاقد خاصیت‌های زیرجمعی و تحدب است، به نوعی قادر نیست تنوع داخل سبد را نشان دهد. با استفاده از *VaR* به‌عنوان اندازه ریسک مرتبط با بازده تصادفی، مدلی در جهت افزایش عملکرد سبدمالی با استفاده از *DEA* ارایه گردیده است [25]. البته با وجود نقص‌هایی که *VaR* دارد هم‌چنان این سنجه ریسک مورد استفاده قرار می گیرد [26]، [27]. سنجه ریسک محبوب دیگر، سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی *CVaR* است که خاصیت‌های زیرجمعی و محدب بودن را دارد و درمواقع ضررهای شدید بسیار مفیدتر از *VaR* است [28]، [29]. *CVaR*، میانگین وزنی *VaR* و زیان‌هایی که اکیدا بزرگ‌تر از *VaR* هستند را شامل می‌شود. یک مدل بهینه‌سازی درجهت مدیریت ریسک اعتباری سبد مالی اوراق قرضه معرفی شد که هدف آن به حداقل‌رساندن سنجه ریسک *CVaR* است [30]. *CVaR* در دسته سنجه‌های ریسک منسجم قرار دارد، این سنجه‌ها دارای خواص زیرجمعی بودن، همگنی مثبت، پایایی و یکنوایی هستند [4]. جهت بهینه‌سازی *CVaR*، روشی خطی معرفی شده است که از آن می‌توان در مسایل بهینه‌سازی سبدمالی با سنجه ریسک *CVaR* استفاده نمود [31]، [32]. درچارچوب میانگین-*CVaR* مدلی ارایه گردید که با ترکیب *DEA* مساله تصمیم‌گیری چند هدفه به ارزیابی عملکرد سبدمالی پرداخته شده است [33]. شاخص جدیدی براساس *DEA* معرفی گردید که در آن سنجه‌های ریسک *VaR* و *CVaR* در ارزیابی عملکرد صندوق‌های دوطرفه استفاده شده‌اند [34]، [35].

استراتژی‌های انتخاب سبدمالی بهینه که شامل دارایی‌های ریسکی هستند، از حرکت براونی پیروی می‌کنند. در بسیاری از مطالعات عملی، توزیع نرمال بربازده‌های روزانه سازگاری و برازش ندارد، به‌دلیل آن‌که توزیع بازده‌های روزانه دارای دم‌های سنگین‌تر نسبت به توزیع نرمال است. به‌همین دلیل، از فرآیندی به‌نام واریانس گاما *VG* که یک فرآیند لوی است برای مدل‌سازی بازده‌های دارایی‌ها استفاده نموده‌ایم. این فرآیند دارای نموهای مستقل و مانا است، یک حرکت براونی با رانش و تغییر زمان تصادفی که از فرآیند گاما پیروی می‌کند [9]. هر یک از توزیع‌های این فرآیند دارای دم سنگین و گشتاورهای متناهی است که می‌توانند به یک فرآیند چندمتغیره بسط یابند. پارامترهای این فرآیند می‌تواند چولگی و کشیدگی توزیع بازده‌ها را کنترل نمایند [10]. مدلی جهت بهینه‌سازی سبدمالی، با هدف حداقل‌سازی سنجه ریسک *CVaR* که توزیع بازده‌ها تحت فرآیند *VG* است، ارایه گردید [36]. توزیع بازده‌ها نقش اساسی در بهینه‌سازی سبدمالی بازی می‌کند و در اکثر مثال‌های کاربردی نیز از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند؛ بنابراین، ارزیابی عملکرد سبدمالی از توزیع بازده‌ها تاثیر می‌پذیرد. در پژوهش حاضر، با توجه به موضوع بیان‌شده و اهمیت و تاثیر توزیع بازده‌ها در ارزیابی عملکرد سبدمالی، فرآیند *VG* جهت مدل‌سازی بازده‌ها استفاده می‌گردد که دو خصوصیت توزیع بازده‌ها یعنی چولگی و کشیدگی نیز در روند ارزیابی سبدمالی لحاظ می‌شوند و همین باعث می‌گردد که نتایج حاصل از ارزیابی به مقدار واقعی نزدیک‌تر شوند.

۳- مبانی نظری پژوهش

در این‌بخش، به‌طور مختصر به مفاهیمی نظیر تعریف سنجه ریسک ارزش در معرض خطر شرطی *CVaR*، مفهوم نسبت بازده به تغییرپذیری یا معیار شارپ *RVAR* و تعریف فرآیند تصادفی واریانس گاما *VG* می‌پردازیم که در بخش‌های بعدی از آن‌ها استفاده می‌نماییم.

تعریف ۱- ابتدا، به معرفی سنجه ریسک ارزش در معرض خطر *VaR* می‌پردازیم. *VaR* بیانگر حداکثر زیان مورد انتظار ناشی از نگهداری یک سبد دارایی در افق زمانی معین در سطح اطمینان β می‌باشد. به‌عبارت دیگر، *VaR* مبلغی از ارزش سبدمالی را که انتظار می‌رود ظرف یک دوره زمانی مشخص و با احتمال معین از دست برود را نشان می‌دهد. فرض کنیم n دارایی مالی و بردارهای $Y=(y^1,y^2,...,y^n)'$ و $W=(w_1,w_2,...,w_n)'$ به‌طوری‌که، $(j=1,2,...,n)w_j$ و $(j=1,2,...,n)y^j$ به‌ترتیب نشان‌دهنده وزن دارایی و نرخ بازده دارایی jth در سبدمالی را نشان می‌دهند. نرخ زیان سبدمالی به‌صورت $f(W,Y)=-\sum_{j=1}^{n}w_jy^j=-W'Y$ است. مقدار کمی *VaR* در سطح اطمینان $\beta\in(0,1)$، کوچک‌ترین مقدار Γ به‌طوری‌که احتمال وقوع زیان Γ از β بیش‌تر گردد، یعنی

$$VaR_\beta(W)=min\{\Gamma\in\mathbb{R}:P(f(W,Y)\le\Gamma)\ge\beta\}$$
$$=min\{\Gamma\in\mathbb{R}:F(W,\Gamma)\ge\beta\},$$

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

که در آن F تابع توزیع بردار تصادفی Y است. ارزش در معرض خطر شرطی $CVaR$، برابر است با میانگین وقوع زیان‌های بیش‌تر از VaR در سطح اطمینان β ،

$$CVaR_\beta(W)=E\Big[f(W,Y):f(W,Y)\geq VaR_\beta(W)\Big].$$

تعریف فوق بیانگر متوسط مساحت زیر منحنی تابع زیان است که به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$CVaR_\beta(W)=\frac{1}{1-\beta}\int_{f(W,Y)\geq VaR_\beta(W)} f(W,Y)\,p(Y)\,dY.$$

$p(Y)$ تابع چگالی احتمال توزیع بازده دارایی‌هاست. با استفاده از روش پیشنهادی در [31] جهت حداقل‌سازی $CVaR$، تابعی مانند $F_\beta(W,Y)$ به‌صورت زیر معرفی گردید:

$$F_\beta(W,\Gamma)=\Gamma+\frac{1}{(1-\beta)}E\Big[\big(f(W,Y)-\Gamma\big)^+\Big],$$

که در آن $(x)^+=max\{x,0\}$، به‌طوری‌که $\min_{W\in\mathbb{R}^n} CVaR_\beta(W)=\min_{\Gamma\in\mathbb{R}} F_\beta(W,\Gamma)$. برای سهولت در محاسبات از تابع تقریبی $\tilde{F}_\beta(W,\Gamma)$ برای حل مساله حداقل‌سازی به‌جای $F_\beta(W,\Gamma)$ استفاده گردید که در آن،

$$\tilde{F}_\beta(W,\Gamma)=\Gamma+\frac{1}{(1-\beta)Q}\sum_{q=1}^{Q}\big(f(W,Y_q)-\Gamma\big)^+.$$

مجموعه‌ای از بردارهای $Y_1,Y_2,...,Y_Q$ با استفاده از روش مونت‌کارلو تولید می‌شوند که هر $Y_q\,(q=1,2,...,Q)$ یک بردار در $\mathbb{R}^n$ می‌باشد. Q بیانگر تعداد نمونه‌ها و سناریوها با توجه به توزیع چگالی احتمال بازده‌هاست و Y_q نیز به‌عنوان بازده qth نمونه است و هم‌چنین $\min_{W\in\mathbb{R}^n} CVaR_\beta(W)\approx\min_{\Gamma\in\mathbb{R}}\tilde{F}_\beta(W,\Gamma)$. در پژوهش حاضر نیز از روش پیشنهادی فوق سنجه ریسک $CVaR$ را محاسبه می‌کنیم.

مهم‌ترین عامل موفقیت در سرمایه‌گذاری، تشخیص فرصت‌ها و شناخت بازار و شناسایی ریسک سرمایه‌گذاری در آن بازار است. از معیار (نسبت) شارپ معمولا برای ارزیابی و نحوه عملکرد مدیران سرمایه‌گذاری در مقایسه با ریسک استفاده می‌شود.

تعریف ۲- معیار شارپ یکی از معیارهای متداول جهت ارزیابی عملکرد یک سبدمالی است، که به آن معیار نسبت بازده به تغییرپذیری[1] نیز می‌گویند. این شاخص، نسبت تفاوت نرخ بازده مورد انتظار سبد مالی و بازده دارایی بدون ریسک به انحراف استاندارد یا تغییرپذیری بازده سبدمالی است. قابل ذکر است که انحراف استاندارد سبدمالی در مدل مارکوویتز تحت عنوان سنجه ریسک در مدل او مورد استفاده قرار گرفته است. فرض کنید n دارایی مالی داریم که $\bar{y}^j\,(j=1,2,...,n)$، نرخ بازده مورد انتظار jامین دارایی، متوسط دارایی بدون ریسک[2] ($\overline{RF}$) یا میانگین بازده دارایی بدون ریسک و $\sigma^j\,(j=1,2,...,n)$ انحراف استاندارد دارایی jام در مدت زمان سرمایه‌گذاری را نشان می‌دهند.

در این صورت معیار شارپ برای دارایی jام به‌صورت $RVAR^j=\frac{\bar{y}^j-\overline{RF}}{\sigma^j}\,(j=1,2,...,n)$ تعریف می‌گردد [6].

قیمت دارایی‌ها و به‌ویژه سهام، معمولا به‌صورت توابع پیوسته‌ای از زمان در نظر گرفته می‌شوند. از طرفی نیز، توزیع بازده‌های قیمت‌ها دارای چولگی و کشیدگی هستند و به‌نوعی از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند. در تعریف زیر فرآیند واریانس گاما VG را معرفی کرده و این فرآیند را در توصیف دینامیک و رفتار تصادفی قیمت سهام به‌کار می‌بریم.

تعریف ۳- فرآیند واریانس گاما VG، توسیع و تعمیمی از حرکت براونی است و از یک فرآیند نرمال در زمان تصادفی که توسط فرآیند گاما تعریف شده، به‌دست می‌آید. به‌عبارت دیگر به‌جای زمان درحرکت براونی، فرآیند گاما جایگزین می‌گردد. حرکت براونی با رانش θ و تلاطم σ به‌صورت $B(t;\theta,\sigma)=\theta t+W(t)$ تعریف می‌شود که در آن $W(t)$ حرکت براونی استاندارد است. فرآیند واریانس گاما در زمان t به‌صورت $X(t;\sigma,\nu,\theta)=B(\gamma(t;1,\nu);\theta,\sigma)$ نمایش داده می‌شود که در آن $\gamma(t;1,\nu)$ فرآیند گاما با نرخ میانگین μ و نرخ واریانس تغییر زمان ν است. در فرآیند VG، معمولا چولگی توسط پارامتر θ و کشیدگی توسط پارامتر ν تبیین می‌شوند [9]، [10]. یکی از روش‌های رایج برای برآورد پارامترهای این فرآیند استفاده از روش گشتاورها است که ما در این مقاله به‌کار برده‌ایم.

[1] Reward to Variability (RVAR)

[2] Risk Free asset (RF)

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

۴- مدل‌سازی مساله

کارایی نسبی واحدهای تصمیم‌گیرنده مدل‌های سنتی *DEA*، با استفاده از ورودی‌ها و خروجی‌هایی با مقادیر دقیق و قطعی انجام می‌پذیرد. اما، تصادفی بودن پدیده‌های اقتصادی و نارسایی منبع اطلاعات از جمله عوامل عدم اطمینان هستند که بر ارزیابی عملکرد و کارایی تاثیرمی‌گذارند. همانطور که قبلا بیان شد، استراتژی‌های انتخاب سبدمالی بهینه بر فرض نرمال بودن توزیع بازده‌ها بنا شده است. درحالی‌که در اکثر مطالعات واقعی، فرض نرمال بودن با بازده‌های روزانه سهام یک سبد سازگاری ندارد. به‌عبارت دیگر، بازده‌های روزانه به‌صورت نرمال توزیع نشده‌اند و دارای دم‌های سنگین‌تر نسبت به دم‌های توزیع نرمال هستند. دراین بخش، از فرآیند *VG* برای مدل‌سازی بازده‌های دارایی‌های درون یک سبد بهره می‌بریم و مدلی بر اساس *DEA* تحت فرآیند *VG* ارایه می‌دهیم. مدل ارایه‌شده از مدل *VRM* الهام گرفته شده است و سنجه ریسک به عنوان ورودی، میانگین بازده و معیار شارپ به‌عنوان خروجی‌های آن در نظر گرفته شده‌اند. به‌دلیل آن‌که همواره کاهش ریسک و افزایش بازده از ایده‌های اساسی درمدل‌سازی سبدمالی هستند، البته افزایش *RVAR* نیز در مدل معرفی شده مدنظر است. از طرفی، چولگی و کشیدگی از ویژگی‌های توزیع احتمال هستند که قضاوت بهتری در مورد داده‌هایی که در دم‌های توزیع وجود دارند را نشان می‌دهند. درنتیجه، روی سنجه ریسک، میانگین بازده‌ها و *RVAR* و حتی ارزیابی عملکرد دارایی تاثیر بسزایی دارند. مدل پیشنهادی در ماهیت خروجی می‌باشد و در ارزیابی عملکرد دارایی تحت ارزیابی، میزان حداکثر افزایش هر یک از خروجی‌ها به‌طور متناسب و با یک نسبت یکسان و همزمان انجام می‌پذیرد. حال چرا ماهیت خروجی، به‌دلیل آن‌که خروجی‌ها می‌توانند مقادیر منفی نیز اختیار کنند.

در ادامه، به‌معرفی مدل پیشنهادی بر اساس فرآیند *VG* می‌پردازیم. درمدل پیشنهادی هر واحد تصمیم‌گیرنده یک دارایی مالی است که هر دارایی مالی نیز حکم یک شرکت سهامی فعال در بازار بورس را دارد. درمدل پیشنهادی، ابتدا پارامترهای *VG* توسط روش گشتاورها تخمین زده می‌شوند. سپس، فاکتورهای *VG* به وسیله روش مونت کارلو شبیه‌سازی می‌گردند. در آخر با استفاده از فاکتورهای به‌دست آمده، بازده‌های لگاریتمی با روش مونت کارلو شبیه‌سازی و سپس با استفاده از آن‌ها، سنجه ریسک *CVaR*، میانگین بازده‌های لگاریتمی شبیه‌سازی شده و *RVAR* محاسبه می‌گردند و نهایتا درمدل پیشنهادی که الهام گرفته شده از مدل *VRM* می‌باشد، به‌ترتیب به عنوان ورودی و خروجی‌های مدل جای‌گذاری شده و عملکرد هر یک از دارایی‌ها توسط مدل ارزیابی می‌گردد.

۴-۱- ارزیابی عملکرد دارایی‌ها با استفاده از فرآیند VG

دراین بخش، مدل ارزیابی عملکرد دارایی‌ها را ابتدا مدلی که از مدل *VRM* الهام گرفته شده است معرفی می‌کنیم و سپس مدلی بر اساس فرآیند واریانس گاما چندمتغیره را معرفی می‌نماییم که از مدل *VRM* الهام گرفته شده است.

فرض می‌کنیم n دارایی داریم که بازده هر یک از دارایی‌ها به‌صورت $y^1, y^2, ..., y^n$ است. دارایی تحت ارزیابی را به‌صورت $A^o = \left(CVaR^o_\beta(W), E(y^o), RVAR(y^o)\right)'$ که $o \in \{1,2,...,n\}$ نشان می‌دهیم. $CVaR^o_\beta(W)$ سنجه ریسک به‌عنوان تنها ورودی، $E(y^o)$ میانگین بازده و $RVAR(y^o)$ معیار شارپ، خروجی‌های دارایی تحت ارزیابی هستند. اکنون، مدل زیر را در چارچوب سنجه ریسک *CVaR*-میانگین بازده-معیار شارپ بیان می‌کنیم که از مدل *VRM* در ماهیت خروجی الهام گرفته شده‌است.

$$
\begin{aligned}
max \quad & \alpha, \\
s.t. \quad & CVaR(Y(W)) \le CVaR^o_\beta(W), \\
& E(Y(W)) - \alpha \left| E(y^o) \right| \ge E(y^o), \\
& RVAR(Y(W)) - \alpha \left| RVAR(y^o) \right| \ge RVAR(y^o), \\
& e'W = 1, \\
& W \ge 0.
\end{aligned}
\qquad (۱)
$$

مدل (۱) دارای سه محدودیت است، اولین محدودیت مربوط به سنجه ریسک که ورودی مدل است و دومین و سومین محدودیت به‌ترتیب مربوط به میانگین بازده و *RVAR* دارایی تحت ارزیابی که خروجی‌های مدل را نشان می‌دهند. درحقیقت، این مدل همان مدل *VRM* می‌باشد و آن را مدل *VRM-based* می‌نامیم. بردار $W = (w_1, w_2, ..., w_n)'$ نشان‌دهنده درصدی از سرمایه کل است که قرار است

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

در هر یک از n دارایی موجود در سبد، سرمایه‌گذاری گردد و بردار e یک بردار واحد را نشان می‌دهند. $\alpha^* = max\,\alpha$ مقدار بهینه مدل که میزان ناکارایی دارایی تحت ارزیابی را نشان می‌دهد که فاصله بین دارایی و مرز کارا است؛ بنابراین، $\frac{1}{1+\alpha^*}$ نشان‌دهنده میزان کارایی دارایی است [2]. اگر $\alpha^* = 0$، دراین صورت، دارایی بخشی از مرز کارا است و آن را دارایی کارا می‌نامیم. $Y(W) = \sum_{j=1}^{n} w_j y^j$ نشان‌دهنده میزان بازده سبد دارایی و $E(Y(W)) = \sum_{j=1}^{n} w_j E(y^j)$ میانگین بازده سبد است که همان امید ریاضی است.

اکنون مدلی را معرفی می‌کنیم که توزیع بازده‌های آن از توزیع VG تبعیت می‌کنند؛ بنابراین، فرض می‌کنیم n دارایی با بازده‌های $y_t^n,...,y_t^2,y_t^1$ که y_t^j به‌ازای $j=1,2,...,n$ بازده دارایی jth درلحظه t را نشان می‌دهد و هر بازده به‌صورت $y_t^j = \mu^j t + \sum_{k=1}^{n} a_{jk} X_t^K$ تعریف می‌گردد. $\{X_t^K : t \geq 0\}(k=1,2,...,n)$، فاکتورهای فرآیند VG چندمتغیره با پارامترهای متناظر σ_k، ν_k و θ_k هستند. به‌عبارت دیگر داریم؛ $X_t^K \sim VG(t;\sigma_k,\nu_k,\theta_k)(k=1,2,...,n)$. از این به بعد، برای راحتی از y^j به جای y_t^j و از X^k به جای X_t^K استفاده می‌کنیم. سپس، مدل زیر را با فرآیند VG حل می‌نماییم که از مدل VRM در ماهیّت خروجی الهام گرفته شده است.

$$
\begin{aligned}
&max \quad \alpha,\\
&s.t. \quad \Gamma + \frac{1}{(1-\beta)Q}\sum_{q=1}^{Q}(-W'Y_q - \Gamma)^+ \leq CVaR_\beta^o(W),\\
&\qquad E(Y(W)) - \alpha\left|E(y^o)\right| \geq E(y^o),\\
&\qquad RVAR(Y(W)) - \alpha\left|RVAR(y^o)\right| \geq RVAR(y^o),\\
&\qquad y^j = \mu^j t + \sum_{k=1}^{n} a_{jk} X^k, \qquad j=1,2,...,n,\\
&\qquad e'W = 1,\\
&\qquad W \geq 0,\\
&\qquad\quad where\\
&\qquad\qquad X_t^K \sim VG(t;\sigma_k,\nu_k,\theta_k), \qquad k=1,2,...,n.
\end{aligned}
\qquad (۲)
$$

مدل (۲) یک مدل در چارچوب سنجه ریسک $CVaR$-میانگین بازده-معیار شارپ است و آن را VG-VRM می‌نامیم. تفاوت مدل فوق با **مدل (۱)** در این است که **مدل (۲)** دارای دو محدودیت اضافه $y^j = \mu^j t + \sum_{k=1}^{n} a_{jk} X^k$ به ازای $j=1,2,...,n$ و هم‌چنین $X^k \sim VG(t;\sigma_k,\nu_k,\theta_k)$ به ازای $k=1,2,...,n$ است.

به‌دلیل آن‌که چولگی و کشیدگی توزیع بازده‌های هر یک از دارایی‌ها در حین ارزیابی عملکرد دارایی‌ها در نظر گرفته می‌شوند؛ بنابراین، مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل در ارزیابی هر یک از دارایی‌ها تحت تاثیر VG هستند. برای حل **مدل بهینه‌سازی (۲)**، ابتدا بازده‌ها توسط روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌شوند. برای این‌کار، ابتدا پارامترهای VG را با استفاده از روش گشتاورها تخمین می‌زنیم. در این روش، یک دستگاه که شامل چهار گشتاور مرکزی اول و کوواریانس توزیع بازده‌های نمونه است دریک بازه زمانی t با استفاده از روش نیوتن حل می‌شوند، روش حل با استفاده از روش گشتاورها در مطالعه یو و همکاران [36] انجام می‌شود. سپس فاکتورهای VG توسط روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌گردند. در انتها، سناریوهای بازده‌های دارایی‌ها به کمک فاکتورها شبیه‌سازی می‌شوند. مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل توسط همین بازده‌های شبیه‌سازی شده به‌دست می‌آیند. روش محاسبه $CVaR$، روشی است که در تحقیق روکافلر و اوریاسو [31] معرفی شده است. همانند مدل قبل، بردار $W = (w_1, w_2, ..., w_n)'$ نشان‌دهنده بردار تصمیم‌گیری درمدل است که نماینده درصدی از وجه کل سرمایه است که در هر یک از دارایی‌های موجود در سبد سرمایه‌گذاری می‌گردد و e نیز بردار واحد $n-$ بعدی و β سطح اطمینان را نشان می‌دهند. در مدل فوق، بازده یک سبدمالی و میانگین وزنی بازده $RVAR$ هر یک از دارایی‌ها و یا سهام موجود در سبد همانند **مدل (۱)** است. $\alpha^* = max\,\alpha$ نشان‌دهنده میزان ناکارایی دارایی تحت ارزیابی است و میزان بهبودی در دارایی تحت ارزیابی برای رسیدن به مرز کارا را نشان می‌دهد. به‌عبارت دیگر، میزان بهینه مدل، برابر است با نسبت میزان خروجی بهبودیافته به میزان خروجی دارایی تحت ارزیابی. هم‌چنین، اگر $\alpha^* = 0$، آن‌گاه دارایی تحت ارزیابی بخشی از مرز کارا است و حداکثر میزان کاهش در ورودی و

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

حداکثر میزان افزایش در هر یک از خروجی‌ها را به یک نسبت یکسان نشان می‌دهد. به‌طور خلاصه، با استفاده از گام‌های زیر، سناریوهای بازده‌های دارایی‌ها تولید می‌شوند. محاسبات توسط نرم‌افزار متلب انجام گرفته است.

گام ۱- ابتدا بازده‌های لگاریتمی نمونه مربوط به قیمت پایانی دارایی‌هایی که قرار است عملکرد آن‌ها مورد ارزیابی قرار گیرد، محاسبه می‌شوند.

گام ۲- ماتریس کوواریانس از روی بازده‌های لگاریتمی نمونه محاسبه شده در **گام ۱** به‌دست می‌آید.

گام ۳- چهار گشتاور مرکزی اول بازده‌های نمونه دارایی‌ها را محاسبه می‌کنیم و در این راستا یک دستگاه معادلات غیرخطی تشکیل می‌گردد که با حل آن تخمینی از پارامترهای فرآیند *VG* به‌دست می‌آیند [36].

گام ۴- با استفاده از پارامترهای تخمین زده شده، فاکتورهای *VG* محاسبه می‌شوند.

گام ۵- به‌وسیله فاکتورهای حاصل از **گام ۴**، بازده‌های دارایی‌ها به‌صورت سناریوهای $Y_1,Y_2,...,Y_Q$ که هر $Y_q\ (q=1,2,...,Q)$ یک بردار در $\mathbb{R}^n$ است، توسط روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌شوند.

ورودی و خروجی‌های مدل، تحت تاثیرسناریوهایی هستند که از *VG* به‌دست می‌آیند که این سناریوها همان بازده‌های شبیه‌سازی شده توسط پارامترهای *VG* هستند. در مدل مطرح شده تحت *VG*، به‌دلیل آن‌که چولگی وکشیدگی درون خود فرآیند در مراحل ارزیابی عملکرد در نظر گرفته می‌شوند، دیگر نیازی به اضافه نمودن قید و محدودیتی برای این دو ویژگی توزیع بازده‌ها وجود ندارد؛ بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت در **مدل (۲)**، نمره کارایی هر دارایی واقع‌بینانه‌تر است و از اطمینان بیش‌تری برخوردار است. هم‌چنین، یک سرمایه‌گذار براساس میزان سرمایه اولیه و انتظارات فردی خود می‌تواند دارایی‌هایی که تحت **مدل (۲)** کارا هستند یا دارایی‌هایی که میزان کارایی آن‌ها نزدیک به یک دارایی کارا هستند را برای سرمایه‌گذاری انتخاب نموده و سبدمالی مورد نظر خود را تشکیل دهد. حتی با استفاده از **مدل (۲)** می‌توان به مدیر شرکت در مورد عملکرد آن شرکت آگاهی داد. هم‌چنین، به‌دلیل آن‌که خروجی‌های مدل می‌توانند مقادیر منفی اختیار کنند هر دو مدل را درماهیت خروجی درنظر گرفته‌ایم. باید به این نکته توجه نمود که **مدل (۱)** بدون در نظرگرفتن مشخصه‌های توزیع بازده‌هاست که باعث می‌شود مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل به‌درستی تخمین زده نشوند، درنتیجه مقادیر کارایی نیز مقادیری باشند که قابل اطمینان نیستند.

۵- مطالعه موردی

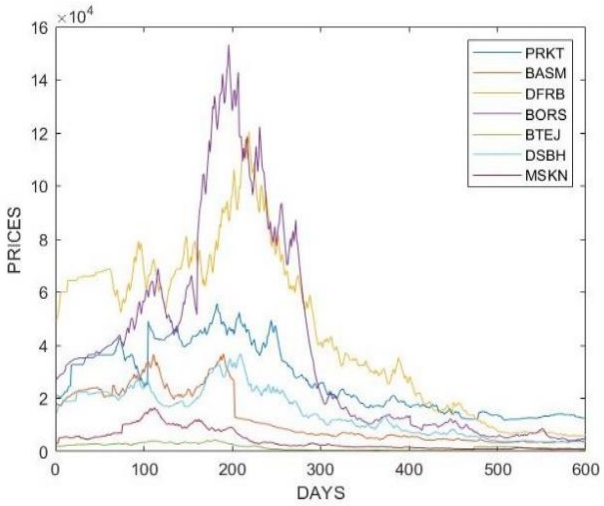
در این بخش به بررسی تجربی مدل ارایه شده بر روی شرکت‌های سهامی که اطلاعات آن‌ها از شرکت بورس اوراق بهادار تهران جمع‌آوری شده است، می‌پردازیم. اطلاعات این پژوهش شامل قیمت روزانه سهام ۷ شرکت از صنایع حاضر در سازمان بورس اوراق بهادار تهران است که به‌صورت تصادفی به عنوان دارایی‌های درون سبدمالی جمع آوری شده‌اند. این داده‌ها، توسط نرم افزار تی.اس.ای کلاینت[1] از سایت اینترنتی شرکت مذکور به‌صورت فایل اکسل به‌دست می‌آیند. داده‌های این۷ شرکت از صنایع مختلف هستند که با توجه به قیمت پایانی سهام به‌صورت روزانه در دوره زمانی ۷ آبان ۱۳۹۷ (معادل ۲۹ اکتبر ۲۰۱۸) الی ۱۲ خرداد ۱۴۰۰ (معادل ۲ ژوئن ۲۰۲۱) به‌مدت ۶۰۰ روز جمع‌آوری شده‌اند. اسامی شرکت‌ها عبارت‌اند از به‌پرداخت ملت، بیمه سامان، داروسازی فارابی، شرکت بورس اوراق بهادار تهران، بانک تجارت، سبحان دارو، سرمایه‌گذاری مسکن تهران، که نمادهای انگلیسی هر شرکت به ترتیب *PRKT*، *BASM*، *DFRB*، *BORS*، *BTEJ*، *DSBH* و *MSKN* است. هر یک از شرکت‌ها به‌صورت یک دارایی در نظر گرفته می‌شوند، در سرتاسر مثال $\beta=0/90$ به عنوان سطح اطمینان و نرخ میانگین بازده دارایی بدون ریسک ۰/۲۰ در نظر گرفته شده است.

شکل ۱، رفتار قیمت سهام این ۷ شرکت را در افق زمانی مورد بررسی بر اساس قیمت‌های پایانی روزانه آن‌ها نشان می‌دهد.

[1] TseClient

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir



شکل ۱- قیمت‌های روزانه سهام ۷ شرکت.
Figure 1- Stock daily pricess of 7 companies.

نمودار قیمت سهام بر اساس عرضه و تقاضا بین خریداران و فروشندگان شکل می‌گیرد که منجر به تغییرات زیاد و پرش‌های ناگهانی قیمت در بازار می‌شود. همانطور که در **شکل ۱** مشاهده می‌کنیم، بعضی شرکت‌ها مانند *BORS* و *DFRB* دارای روند صعودی و نزولی بیش‌تری در مقایسه با بقیه شرکت‌ها هستند. **جدول ۱**، چولگی و کشیدگی بازده‌های نمونه هر یک از دارایی‌ها رانشان می‌دهد.

جدول ۱- مقادیر چولگی و کشیدگی هر یک از دارایی‌ها.
Table 1- Skewness and kurtosis of each asset.

دارایی	چولگی	کشیدگی
PRKT	9.9325	169.0439
BASM	-8.4469	150.2473
DFRB	1.3647	13.6856
BORS	1.6655	31.6647
BTEJ	15.8655	337.4576
DSBH	0.1476	3.2263
MSKN	4.2162	49.1876

از آن‌جا که مقادیر چولگی و کشیدگی هر یک از دارایی‌ها تفاوت معناداری با چولگی و کشیدگی توزیع نرمال که به ترتیب ۰ و ۳ هستند، دارند و از **جدول ۱**، نیز مشهود است و فرآیند نرمال برای برازش به بازده‌های این دارایی‌ها مناسب نیست؛ بنابراین، فرآیند *VG* را جهت توصیف دینامیک قیمت دارایی‌ها بکار می‌بریم. از آنجا که فرآیند *VG*، به‌وسیله پارامترهایش، چولگی و کشیدگی را کنترل می‌کند از این فرآیند استفاده می‌کنیم. برای محاسبه پارامترهای *VG*، ابتدا ماتریس کوواریانس بازده‌های این ۷ دارایی را به‌دست می‌آوریم. بعد از آن، بردارهای ویژه و مقادیر ویژه این ماتریس را مشخص می‌کنیم. سپس، برای محاسبه پارامترها، یک دستگاه معادلات غیرخطی از چهار گشتاور مرکزی اول را تشکیل می‌دهیم و دستگاه را به‌وسیله الگوریتم نیوتن حل می‌کنیم. نتایج حاصل از حل دستگاه، همان پارامترها هستند که به کمک روش گشتاورها به دست آمده‌اند، که در **جدول ۲** مقادیر پارامترها نشان داده شده است.

جدول ۲- پارامترهای تخمین زده شده‌ی فرآیند VG.
Table 2- VG estiamted parameters.

دارایی	μ	θ	σ^2	ν
PRKT	-0.0014	0.0001	0.9000	-0.0020
BASM	-0.0009	0.0193	1.0200	-0.0018
DFRB	0.0155	-0.0017	0.6600	-0.3053
BORS	-0.0058	-0.0008	1.0200	-0.7426
BTEJ	-0.0031	-0.0009	2.4000	0.1713
DSBH	0.0003	0.0022	0.5400	0.2546
MSKN	-0.0034	0.0013	1.0200	1.0196

سپس فاکتورهای *VG* به کمک روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌شوند و در آخر بازده‌های دارایی‌ها با استفاده از روش مونت‌کارلو شبیه‌سازی می‌گردد. مقدار سنجه ریسک *CVaR* و میانگین بازده‌ها و *RVAR* هر یک از بازده‌های نمونه و بازده‌های شبیه‌سازی شده در **جدول ۳** نمایش داده شده است.

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

جدول ۳- مقادیر CVaR، میانگین بازده‌ها و RVAR حاصل از بازده‌های نمونه و بازده‌های شبیه‌سازی شده.

Table 3- CVaR, mean return and RVAR of the sample data set and simulated data set.

	بازده‌های نمونه			بازده‌های شبیه‌سازی شده		
دارایی	CVaR	میانگین بازده	RVAR	CVaR	میانگین بازده	RVAR
PRKT	0.0553	-0.0009	-5.21818	0.6932	-0.0115	-0.58232
BASM	0.0498	-0.0027	-4.9199	1.1113	-0.0100	-0.3478
DFRB	0.0530	-0.0035	-6.09281	0.1580	-0.0008	-2.18261
BORS	0.0583	-0.0029	-4.85407	1.1013	-0.0269	-0.39379
BTEJ	0.0688	-0.0019	-3.20986	2.6911	0.0039	-0.12924
DSBH	0.0501	-0.0024	-6.74667	0.1335	-0.0023	-2.75989
MSKN	0.0609	-0.0018	-4.94608	1.4467	0.0268	-0.20341

در آخر، مقادیر جدول فوق که در قسمت داده‌های نمونه هستند در مدل *VRM* یعنی **مدل (۱)** در ماهیت خروجی قرار داده می‌شوند و داده‌های شبیه‌سازی شده در**مدل (۲)**، به‌عنوان ورودی و خروجی‌های آن‌ها قرار داده می‌شوند و عملکرد هر یک از دارایی‌ها ارزیابی می‌گردند. تمام محاسبات به کمک نرم‌افزارهای متلب و محاسبه عملکرد دارایی‌ها به کمک نرم‌افزار گمز انجام شده‌اند.

در **جدول ٤**، نتایج حاصل از ارزیابی عملکرد هر یک از دارایی‌ها توسط مدل *VRM-based* و مدل *VG-VRM* ثبت گردیده است.

جدول ۴- مقادیر ناکارایی حاصل از مدل‌های VRM-based و VG-VRM در چارچوب CVaR-Mean Return-RVAR.

Table 4- Inefficiency scores in mean CVaR-Mean return-RVAR aR framework by VRM-based and VG-VRM models.

	مدل VRM-Based	مدل VG-VRM
دارایی	CVaR-Mean Return-RVAR	CVaR-Mean Return-RVAR
PRKT	0.00	0.57
BASM	0.32	0.43
DFRB	0.28	0.07
BORS	0.34	0.50
BTEJ	0.00	0.00
DSBH	0.39	0.29
MSKN	0.18	0.00

با توجه به داده‌های نمونه، دارایی اول *PRKT* با داشتن مقدار میانگین بازده منفی دارای بالاترین میزان بازده است. میزان *RVAR* آن در بین ۷ دارایی با در نظرگرفتن بیش‌ترین مقدار به کم‌ترین مقدار دارای جایگاه پنجم است. میزان ریسک این دارایی با لحاظ نمودن کم‌ترین به بیش‌ترین مقدار در جایگاه چهارم در بین ۷ دارایی قرار دارد. این دارایی توسط **مدل (۱)** کارا ارزیابی شده است. درحالی‌که این دارایی، با داده‌های شبیه‌سازی شده دارای میانگین بازده کمی است، به‌عبارت دیگر، بازدهی این دارایی در بین ۷ دارایی از لحاظ بیش‌ترین مقدار به کم‌ترین دارای جایگاه ششم است که میزان نرخ میانگین بازده آن کم است و مقدار *RVAR* آن نیز در جایگاه پنجم در بین ۷ دارایی است. مقدار ریسک این دارایی هم از لحاظ کم‌ترین مقدار به بیش‌ترین مقدار در جایگاه سوم قرار دارد. به‌عبارت دیگر، با توجه به داده‌های شبیه‌سازی شده، این دارایی در عین حال که ورودی تقریبا کمی را در بین ۷ دارایی دارا است، ولی هر دو خروجی آن نیز مقادیر کمی هستند و این دارایی توسط **مدل (۲)** با فرآیند *VG* دارای نمره ناکارایی ۰/۵۷ است. با توجه به اینکه، این دارایی دارای چولگی مثبت بزرگ و هم‌چنین میزان کشیدگی آن نیز مقدار بزرگی است و هر دو مشخصه در حین ارزیابی عملکرد دارایی اول به وسیله پارامترهای *VG* مد نظر قرار گرفته‌اند، می‌توان نتیجه گرفت که مقادیر ورودی و خروجی‌ها در **مدل (۲)** که تحت‌تاثیر این مشخصه‌ها تخمین‌زده می‌شوند، دارای مقادیر معقول‌تر و به واقعیت نزدیک‌تری هستند. درنتیجه، میزان ناکارایی محاسبه شده توسط **مدل (۲)** به واقعیت نزدیک‌تر است.

دارایی چهارم *BORS*، میزان ناکارایی آن با استفاده از داده‌های نمونه ۰/۳۴ است. میزان ریسک این دارایی از لحاظ کم‌ترین به بیش‌ترین مقدار در جایگاه پنجم قرار دارد، میانگین بازده و *RVAR* آن هر دو در جایگاه ششم قرار دارند. با این مقادیر، ناکارا بودن آن معقول به نظر می‌رسد، به‌دلیل آن‌که میزان ورودی آن در بین ۷ دارایی تقریبا بزرگ است و هم‌چنین از طرفی میزان خروجی‌های آن نیز به نسبت ۶ دارایی دیگر خیلی کم است. این دارایی در **مدل (۲)** نیز ناکارا ارزیابی می‌گردد، با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده، میزان ناکارایی آن ۰/۵۰ می‌گردد. میزان ریسک آن در بین ۷ دارایی از لحاظ کم‌ترین مقدار در جایگاه چهارم قرار دارد و میانگین بازده آن کم‌ترین میزان است و مقدار *RVAR* آن نیز از لحاظ بیش‌ترین مقدار در بین ۷ دارایی در جایگاه چهارم قرار گرفته است. با این‌حال، تاکید می‌کنیم که **مدل (۲)**، با فرآیند *VG* به ارزیابی عملکرد دارایی‌ها می‌پردازد که متاثر از وجود مشخصه‌های توزیع بازده‌ها است؛ بنابراین، باز هم می‌توان نتیجه گرفت که میزان ناکارایی حاصل از **مدل (۲)** به واقعیت نزدیک‌تر است.

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

در مورد دارایی هفتم *MSKN*، این دارایی توسط **مدل (۱)** دارای ناکارایی به میزان ۰/۱۸ است. سنجه ریسک آن در جایگاه ششم از کم‌ترین مقدار به بیش‌ترین مقدار قرار دارد یعنی دارای میزان ریسک تقریبا بزرگی است. میانگین بازده آن در جایگاه دوم و *RVAR* آن در جایگاه چهارم با توجه به بیش‌ترین مقدار به کم‌ترین مقدار در بین ۷ دارایی قرار دارند ولی این دارایی، چولگی و کشیدگی قابل توجهی دارد که در **مدل (۱)** این مشخصه‌ها نادیده گرفته شده‌اند و این دارایی در **مدل (۲)**، کارا ارزیابی شده است. دارایی هفتم، دارای میزان سنجه ریسک زیادی است که با لحاظ نمودن کم‌ترین مقدار به بیش‌ترین، دارای جایگاه ششم در بین ۷ دارایی است. از لحاظ میزان میانگین بازده و *RVAR* در جایگاه دوم قرار گرفته است. به‌عبارت دیگر، این دارایی در هر دو حالت نمونه و شبیه‌سازی شده، هم میزان سنجه ریسک بزرگی دارد و هم از لحاظ خروجی‌ها مقادیر بزرگی را داراست، می‌توان نتیجه گرفت که این دارایی جزو دارایی‌های پرریسک طبقه‌بندی می‌شود. در این نوع دارایی‌ها، سرمایه‌گذار انتظار عایدی بیش‌تری دارد و معقول به‌نظر می‌رسد با توجه به این اصل سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران پر ریسک به دنبال بازدهی بالاتری هستند که درنتیجه این دارایی در رده دارایی‌های کارا قرار می‌گیرد. تفسیری مشابه، برای دارایی پنجم همانند دارایی هفتم در **مدل (۱)** برقرار است. در حالی‌که دارایی پنجم توسط **مدل (۱)** کارا ارزیابی می‌گردد، در صورتی‌که دارایی هفتم با وضعیتی تقریبا مشابه دارایی پنجم توسط **مدل (۱)** ناکارا ارزیابی شده است؛ بنابراین، باز هم می‌توان نتیجه گرفت که وجود مشخصه‌های توزیع بازده‌ها، چولگی و کشیدگی درحین ارزیابی عملکرد دارایی‌های مالی، ما را به نتایج نزدیک‌تر به واقعیت سوق می‌دهند. به‌دلیل آن‌که، این مشخصه‌های توزیع‌ها وجود دارند و با نادیده گرفتن آن‌ها در حین ارزیابی عملکرد یا حتی تشکیل سبد بهینه، منجر به نتایج غیر واقعی می‌گردد.

مطلب مهمی که می‌توان در انتهای این مثال کاربردی به آن اشاره نمود این است که ممکن است ارزیابی عملکرد یک دارایی توسط **مدل‌های (۱)** و **(۲)** دارای میزان ناکارایی یکسان باشد یا در هر دو مدل کارا ارزیابی شود. ولی آنچه که مهم است این است که در **مدل (۱)** هیچ اشاره‌ای به مشخصه‌های توزیع بازده‌ها نشده و چولگی و کشیدگی در حین ارزیابی عملکرد دارایی در نظرگرفته نشده‌اند و مقادیر ورودی و خروجی‌ها درست تخمین زده نمی‌شوند؛ بنابراین، منجر به یک نتیجه دور از واقعیت گردد. به هرحال، هر چقدرنتیجه به مقدار واقعی نزدیک‌تر باشد به مدیر شرکت در مورد عملکرد شرکتش و به یک سرمایه‌گذار در تشکیل یک سبد پرسود کمک بیش‌تری می‌کند.

۶- بحث و نتیجه‌گیری

هدف از پژوهش حاضر، ارزیابی عملکرد دارایی‌ها است؛ بنابراین، از علم *DEA* در این راستا بهره برده‌ایم. به همین منظور، مدلی معرفی شده است که برای هر یک از دارایی‌ها سنجه ریسک *CVaR* به‌عنوان ورودی و دو خروجی، میانگین بازده و معیار شارپ هستند. از طرفی در بسیاری از مطالعات، دینامیک لگاریتم قیمت دارایی‌های مالی به‌صورت توزیع نرمال فرض شده است. درصورتی‌که، توزیع بازده‌های دارایی‌های مالی دارای چولگی بوده و پراکندگی داده‌ها در نقاط انتهایی دم‌های توزیع بیش‌تر هستند؛ بنابراین، به‌دلیل وجود این ویژگی‌ها و اینکه تغییرات قیمت سهام در طول زمان به‌صورت تصادفی دچار تغییر و نوسان می‌شوند، می‌توان از مدل‌های تصادفی جهت توصیف دینامیک لگاریتم قیمت دارایی‌های مالی بهره برد. در این راستا از فرآیند تصادفی *VG* که برازش مناسبی برای بازده دارایی‌هاست، برای مدل‌سازی بازده‌ها استفاده کردیم. به‌ویژه آن‌که، این فرآیند روی سنجه ریسک *CVaR* که به‌عنوان ورودی مدل است تاثیر بسزایی دارد. به‌دلیل آن‌که *CVaR* تحت‌تاثیر تابع چگالی احتمال توزیع بازده‌هاست و فرآیندی که برای مدل‌سازی بازده‌ها انتخاب می‌شود و مقدار سنجه ریسک تحت‌تاثیر این فرآیند به مقدار واقعی تخمین زده می‌شود. درنتیجه این فرآیند به‌طور قطع روی مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل و به دنبال آن روی میزان کارایی هر یک از دارایی‌ها تاثیرگذار است. هم‌چنین، میانگین بازده و معیار شارپ دارایی‌ها می‌توانند مقادیر منفی نیز اختیار کنند، در این صورت نمی‌توان از مدل‌های کلاسیک *DEA* در جهت ارزیابی عملکرد آن‌ها استفاده نمود؛ بنابراین، از مدل‌هایی که درحضور مقادیر منفی قادر به ارزیابی عملکرد دارایی‌ها هستند، استفاده می‌کنیم. یکی از مدل‌های *DEA* که با این هدف می توان به‌کار برد، مدل *VRM* است که مدل ارایه شده در این پژوهش نیز از این مدل الهام گرفته شده است. مدل معرفی‌شده، درچارچوب سنجه ریسک *CVaR*-میانگین بازده-معیار شارپ در ماهیت خروجی است. با توجه به چارچوب مدل پیشنهادی تحت فرآیند *VG*، مقادیر ورودی و خروجی‌های مدل نزدیک به مقدار واقعی تخمین زده می‌شوند و نتایج حاصل از آن نسبت به مدل *VRM* دارای اطمینان بیش‌تری هستند. با ارزیابی دارایی‌ها به کمک مدل معرفی شده، می‌توان سبدهای مالی متشکل از دارایی‌های کارا و یا دارایی‌هایی با میزان بالای کارایی تشکیل داد. درنتیجه، می‌توان با ارزیابی عملکرد هر یک از دارایی‌ها، یک سبدمالی پر سود تشکیل داد و با توجه به انتظارات خود سرمایه‌گذار و یا سرمایه اولیه او، ترکیبی از چنین دارایی‌هایی را درون سبدمالی نگهداری نمود.

میرصادق‌پورزوفی و همکاران / تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۸، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۲، صفحه: ۷۸۴-۷۷۱

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

درحالت کلی، می‌توان نتیجه گرفت که ارزیابی دارایی‌ها با استفاده از ساختار *DEA* و با در نظرگرفتن مشخصه‌های بازده‌ها دارای عملکرد واقعی‌تری هستند. به نوعی، با لحاظ کردن این ویژگی‌ها در روند ارزیابی، نتایجی که به واقعیت نزدیک‌تر است حاصل می‌شوند؛ بنابراین، می‌توان سرمایه‌گذار را در جهت تشکیل سبدمالی بهینه با سود بیش‌تری کمک کرد.

تشکر و قدردانی

نویسندگان برخود لازم می‌دانند از داوران محترم برای مطالعه و ارایه نظرات و پیشنهادات ارزشمند ایشان قدردانی و تشکر نمایند.

تعارض منافع

نویسندگان اعلام می‌دارند که هیچ تضاد در منافع ندارند و تضمین می‌کنند که مقاله حاضر قبلا در نشریه دیگری چاپ نشده و درحال حاضر تحت انتشار نیست.

منابع

[1] Joro, T., & Na, P. (2006). Portfolio performance evaluation in a mean-variance-skewness framework. *European journal of operational research*, *175*(1), 446–461.

[2] Cheng, G., Zervopoulos, P., & Qian, Z. (2013). A variant of radial measure capable of dealing with negative inputs and outputs in data envelopment analysis. *European journal of operational research*, *225*(1), 100–105.

[3] Baumol, W. J. (1963). An expected gain-confidence limit criterion for portfolio selection. *Management science*, *10*(1), 174–182.

[4] Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, *9*(3), 203–228.

[5] Pflug, G. C. (2000). Some remarks on the value-at-risk and the conditional value-at-risk. In *Probabilistic constrained optimization: methodology and applications* (pp. 272–281). Springer.

[6] Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *The journal of business*, *39*(1), 119–138.

[7] Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The journal of finance*, *7*(1), 77–91.

[8] Fama, E. F. (1965). The behavior of stock-market prices. *The journal of business*, *38*(1), 34–105.

[9] Madan, D. B., & Seneta, E. (1990). The variance gamma (VG) model for share market returns. *Journal of business*, 511–524.

[10] Madan, D. B., Carr, P. P., & Chang, E. C. (1998). The variance gamma process and option pricing. *Review of finance*, *2*(1), 79–105.

[11] Markowitz Harry, M. (1959). *Portfolio selection: efficient diversification of investments*. 16 Yale University Press. http://www.jstor.org/stable/j.ctt1bh4c8h

[12] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, *2*(6), 429–444.

[13] Murthi, B. P. S., Choi, Y. K., & Desai, P. (1997). Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. *European journal of operational research*, *98*(2), 408–418.

[14] Basso, A., & Funari, S. (2001). A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance. *European journal of operational research*, *135*(3), 477–492.

[15] Morey, M. R., & Morey, R. C. (1999). Mutual fund performance appraisals: a multi-horizon perspective with endogenous benchmarking. *Omega*, *27*(2), 241–258.

[16] Daraio, C., & Simar, L. (2006). A robust nonparametric approach to evaluate and explain the performance of mutual funds. *European journal of operational research*, *175*(1), 516–542.

[17] Galagedera, D. U. A., & Silvapulle, P. (2002). Australian mutual fund performance appraisal using data envelopment analysis. *Managerial finance*, *28*(9), 60–73.

[18] McMullen, P. R., & Strong, R. A. (1998). Selection of mutual funds using data envelopment analysis. *The journal of business and economic studies*, *4*(1), 1–12.

[19] Kerstens, K., Mounir, A., & de Woestyne, I. (2011). Geometric representation of the mean-variance-skewness portfolio frontier based upon the shortage function. *European journal of operational research*, *210*(1), 81–94.

[20] Liu, W., Zhou, Z., Liu, D., & Xiao, H. (2015). Estimation of portfolio efficiency via DEA. *Omega*, *52*, 107–118.

[21] Aragon, G. O., & Ferson, W. E. (2007). Portfolio performance evaluation. *Foundations and trends in finance*, *2*(2), 83–190.

[22] Ghanbari, J., Abbasi, E., Didekhani, H., & Ashrafi, M. (2022). The impact of strategic cost management on the relationship between supply chain practices, top management support and financial performance improvement. *Journal of applied research on industrial engineering*, *9*(1), 32–49.

Archive of SID.ir

Archive of SID.ir

[23] Harvey, C. R., & Siddique, A. (2000). Conditional skewness in asset pricing tests. *The journal of finance*, *55*(3), 1263–1295.

[24] Kraus, A., & Litzenberger, R. H. (1976). Skewness preference and the valuation of risk assets. *The journal of finance*, *31*(4), 1085–1100.

[25] Qin, Z., Dai, Y., & Zheng, H. (2017). Uncertain random portfolio optimization models based on value-at-risk. *Journal of intelligent & fuzzy systems*, *32*(6), 4523–4531.

[26] Banihashemi, S., Moayedi Azarpour, A., & Navvabpour, H. (2016). Portfolio optimization by mean-value at risk framework. *Applied mathematics & information sciences*, *10*(5), 1935–1948.

[27] Szegö, G. P. (2004). *Risk measures for the 21st century* (Vol. 1). Wiley New York.

[28] Dempster, M. A. H. (2002). *Risk management: value at risk and beyond*. Cambridge University Press.

[29] Mansini, R., Ogryczak, W., & Speranza, M. G. (2007). Conditional value at risk and related linear programming models for portfolio optimization. *Annals of operations research*, *152*, 227–256.

[30] Andersson, F., Mausser, H., Rosen, D., & Uryasev, S. (2001). Credit risk optimization with conditional value-at-risk criterion. *Mathematical programming*, *89*, 273–291.

[31] Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of risk*, *2*, 21–42.

[32] Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2002). Conditional value-at-risk for general loss distributions. *Journal of banking & finance*, *26*(7), 1443–1471.

[33] Banihashemi, S., & Navidi, S. (2017). Portfolio performance evaluation in Mean-CVaR framework: A comparison with non-parametric methods value at risk in Mean-VaR analysis. *Operations research perspectives*, *4*, 21–28.

[34] Branda, M. (2016). Mean-value at risk portfolio efficiency: approaches based on data envelopment analysis models with negative data and their empirical behaviour. *4OR*, *14*, 77–99.

[35] Chen, Z., & Lin, R. (2006). Mutual fund performance evaluation using data envelopment analysis with new risk measures. *Or spectrum*, *28*(3), 375–398.

[36] Yu, J., Yang, X., & Li, S. (2009). Yu, J., Yang, X., & Li, S. (2009). Portfolio optimization with CVaR under VG process. *Research in international business and finance*, *23*(1), 107–116.

میرصادق‌پورزوفی و همکاران / تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۸، شماره ۳، پاییز ۱۴۰۲، صفحه: ۷۸۴-۷۷۱

Archive of SID.ir