تحقیقات مالی
Journal of Financial Research

دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
دورهٔ ۱۸، شمارهٔ ۲
تابستان ۱۳۹۵
صص. ۳۹۰- ۳۶۹

بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست

عمران محمدی[۱]، سیدعرفان محمدی[۲]، شاهین رامتین‌نیا[۳]

چکیده: بهینه‌سازی سبد سهام یکی از مهم‌ترین موضوعاتِ تصمیم‌گیری برای شرکت‌های فعال در بازار سرمایه است. هنگامی که وضعیت و محدودیت‌های دنیای واقعی نظیر محدودیت سرمایه‌گذاری در هریک از سهام‌ها و نیز محدودیت تعداد سهام‌های موجود در سبد سهام در نظر گرفته می‌شوند، مسئلهٔ بهینه‌سازی سبد سهام به راحتی حل نمی‌شود، از این رو استفاده از شیوه‌های فراابتکاری مد نظر قرار می‌گیرد. هدف اصلی از پژوهش حاضر، حل مسئلهٔ بهینه سازی سبد سهام با استفاده از نوعی الگوریتم فراابتکاری کاملاً جدید و نوظهور به نام الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست با در نظر گرفتن محدودیت‌های دنیای واقعی در تشکیل سبد سهام است. این الگوریتم با الهام از روابط هم‌زیستی موجود در اکوسیستم‌های گوناگونی که در طبیعت وجود دارد، در سال ۲۰۱۴ معرفی شده است. در نهایت روش و مدل مورد استفاده در این پژوهش با داده‌های واقعی حل شد و نتایج آن تجزیه و تحلیل شدند. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد، الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست در بهینه‌سازی سبد سهام، عملکرد موفقی داشته و توانسته است به نحو مطلوبی با محدودیت‌های واقعی بازار تعامل کند.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست، بهینه‌سازی سبد سهام، روش‌های فراابتکاری، محدودیت کاردینالیتی.

۱. استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکدهٔ مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران
۲. کارشناس‌ارشد مهندسی صنایع، دانشکدهٔ صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران
۳. کارشناس مهندسی صنایع، دانشکدهٔ صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹٤/۱۱/۰۳
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۲۹
نویسندهٔ مسئول مقاله: عمران محمدی
E-mail: e_mohammadi@iust.ac.ir

Archive of SID
www.SID.ir

مقدمه

بهینه‌سازی سبد سهام[1]، یکی از مهم‌ترین موضوعات در زمینهٔ مسائل مالی است که در این راستا مدل‌ها و روش‌های متعددی تاکنون توسط محققان مختلف ارائه شده است. از جمله مهم‌ترین و به نوعی تأثیرگذارترین مطالعات صورت‌گرفته در این حوزه، می‌توان به مدل‌های مارکوئیتز (۱۹۵۲) و شارپ (۱۹۶۳) اشاره کرد.

مارکوئیتز مدل اساسی سبد سهام را ارائه کرد که این مدل مبنایی برای تئوری مدرن سبد سهام قرار گرفت. وی پیشنهاد داد علاوه‌بر بازده سرمایه‌گذاری، معیار ریسک نیز در انتخاب دارایی‌ها برای سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شود. در واقع مارکوئیتز اولین کسی بود که مفهوم سبد سهام و ایجاد تنوع را به‌صورت رسمی بیان کرد. او به‌صورت کمی نشان داد که چرا و چگونه متنوع‌سازی سبد سهام، می‌تواند موجب کاهش ریسک سبد سهام سرمایه‌گذار شود و همچنین مفهوم سبد سهام کارا را نیز مطرح کرد. پس از مارکوئیتز، شخص دیگری به نام شارپ با پیگیری کارهای او و با هدف کاهش میزان محاسبات و برآوردهای مدل مارکوئیتز، مدل تک‌شاخصی را ارائه کرد که بازده هر اوراق بهادار را به شاخص بازده بازار مرتبط می‌ساخت. شایان ذکر است که علاوه‌بر این دو مدل، تاکنون مدل‌های متعدد دیگری نیز ارائه شده است که هر یک نقص‌هایی داشته‌اند و هر مدل به‌منظور بهبود و رفع آن نقص‌ها، جایگزین مدل‌های قبلی شده است. با درک این موضوع می‌توان دریافت که همه روزه تلاش‌های گسترده‌ای برای بهبود روش‌های بررسی و تحلیل سهام در بازارهای مالی دنیا صورت می‌پذیرد. تلاش در جهت بهبود روش‌های تجزیه‌وتحلیل سهام، به‌ویژه در بازارهایی که شمار سهام در آنها بسیار بالاست، به پدیدآمدن روش‌های حل نوینی منجر شده که در کنار روش‌های گذشته، درصدد یافتن پاسخی برای میل به حداکثرسازی سود در بازارهای مالی هستند.

مدل مارکوئیتز برای نخستین‌بار توانست تلفیقی از بیشینه‌سازی نرخ بازده و کمینه‌سازی ریسک ارائه کند، اما در برخورد با برخی محدودیت‌های دنیای واقعی ناتوان بود. برای مثال، هنگامی که محدودیتی با نام تعداد دارایی موجود در سبد سهام[2] مطرح باشد یا حداقلی برای میزان سرمایه‌گذاری در یک دارایی، تعیین شده باشد، مدل اولیهٔ مارکوئیتز قادر به حل مسئله نخواهد بود (منسینی، اگریسزک و اسپرانزا، ۲۰۱۴). علاوه‌بر آن جست‌وجوی مرز کارا[3] با روش‌های مرسوم ریاضی تنها در حضور تعداد اندکی از دارایی‌ها در زمان مطلوب امکان‌پذیر است. به بیان

1. Portfolio Optimization
2. Cardinality Constraint
3. Efficient Frontier (EF)

Arhive of SID

www.SID.ir

دیگر، در جست‌وجوی مرز کارا هنگامی که تعداد دارایی‌های مطـرح‌شـده در سـبد سـهام از حـد معینی بالاتر رود، به‌دلیل پیچیدگی‌های محاسباتی به‌وجودآمده، راه‌حل‌های مرسوم ریاضی کارایی خود را از دست می‌دهند. در همین رابطه و در بازارهای سرمایه که سهام‌هـای در دسـت بررسـی حجم زیادی دارند، تلاش‌های بسیاری در زمینهٔ حل مسئلهٔ یادشده صورت پذیرفته اسـت کـه از آن جمله می‌توان به استفاده از روش‌های فراابتکاری[1] اشـاره کـرد کـه در آنهـا بـا بـه‌کـارگیری الگوریتم‌هایی برگرفته از طبیعت، به حل این‌گونه مسائل پرداخته شده است.

پیشینه پژوهش

روش‌های فراابتکاری در حوزهٔ مالی جایگاه مناسب خود را یافته‌اند. برای نمونه مـی‌تـوان کـاربرد الگوریتم ژنتیک[2] توسط سجادی و همکارانش را در بهینه‌سازی سبد سـهام بـا حضـور داده‌هـای غیرقطعی نام برد که در آن از رویکردهای مختلف استوارسازی نیز استفاده شده اسـت (سـجادی، قره‌خانی و سفری، ۲۰۱۲). همچنین دنگ، لین و لو (۲۰۱۲) با به‌کارگیری الگوریتم بهینـه‌سـازی ازدحام ذرات[3]، به بهینه‌سازی سبد سهام در حضور محدویت کاردینـالیتی اقـدام کردنـد. در ادامـه نجفی و موسی‌خانی (۲۰۱۵) با ترکیب دو الگـوریتم ژنتیـک و بهینـه‌سـازی ازدحـام ذرات بـرای بهینه‌سازی سبد سهام چند دوره‌ای با در نظر گرفتن محدودیت هزینه‌های معامله تلاش کردنـد. پای (۲۰۱۲) با به‌کارگیری الگوریتم کلونی مورچگان[4] و در نظر گرفتن ریسک تـأمین بودجـه در فرایند سرمایه‌گذاری، تلاش کرد سبد سهام را بهینه‌سـازی کنـد. کرامـا و سـینز (۲۰۰۳) نیـز بـا به‌کارگیری الگوریتم تبرید شبیه‌سازی‌شده[5] به بهینه‌سـازی سـبد سـهام در حضـور محـدویت‌هـای افزوده‌شده به مدل اساسی مارکوئیتز پرداخت. در این میان و در کشورمان نیـز مطالعـاتی در ایـن حوزه صورت پذیرفته است که از آن جمله می‌توان به الهـی، یوسـفی و زارع مهرجـردی (۱۳۹۳) اشاره کرد که با به‌کارگیری الگوریتم جست‌وجوی شکار[6] به بهینه‌سازی سبد سهام در بازار بورس تهران پرداختند. رجبی و خالوزاده (۱۳۹۳) نیز با اجـرای پـژوهش تحلیلـی، دو رویکـرد الگـوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه را مقایسه کردنـد و کـاربرد آنهـا را در بـازار بـورس

1. Meta-Heuristic Methods
2. Genetic Algorithm (GA)
3. Particle Swarm Optimization (PSO)
4. Ant Colony Optimization (ACO)
5. Simulated Annealing (SA)
6. Hunting Search Algorithm (HSA)

Archive of SID

www.SID.ir

تهران ارزیابی نمودند. علاوه‌بر آن، قدسی، تهرانی و بشیری (۱۳۹۴) نیز با به‌کارگیری الگوریتم تبرید شبیه‌سازی‌شده به بهینه‌سازی سبد سهام در بازار بورس تهران اقدام کردند.

در این میان، چنگ و پرایوگو (۲۰۱۴)، الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست[1] را در مجلهٔ کامپیوتر و ساختارها معرفی کردند. این الگوریتم، از رابطهٔ بین موجودات زنده در طبیعت الهام می‌گیرد و الگوریتمی بسیار ساده و در عین حال سریع و قدرتمند است. ویژگی اصلی این الگوریتم، این است که به مرحلهٔ تنظیم پارامتر نیازی ندارد، به‌گونه‌ایی که تنها پارامتر دریافت‌شده از کاربر فقط تعداد تکرارهای لازم برای دستیابی به جواب بهینه است. روش چنگ و پرایوگو در ۲۶ مسئلهٔ مختلف بهینه‌سازی با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری مقایسه شده است و نتایج آن، گویای سرعت و قدرت بیشتر این الگوریتم در مقایسه با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری بوده است. از این رو، در پژوهش حاضر برآن شدیم تا با توجه به کارایی و نوظهور بودن الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست و همچنین به‌کارنرفتن آن در فرایند بهینه‌سازی سبد سهام در مطالعات پیشین، از این الگوریتم به‌منظور غلبه بر پیچیدگی‌های محاسباتی ناشی از افزودن محدودیت‌های دنیای واقعی به مدل انتخاب سبد سهام بهینه، استفاده کنیم.

پس از مرور کلی بر موضوع تحقیق، ساختار مقاله به این ترتیب ادامه می‌یابد؛ در بخش بعدی به معرفی بیشتر مدل به‌کاررفته در این پژوهش به‌منظور بهینه‌سازی سبد سهام پرداخته می‌شود، سپس رویکردهای حل فراابتکاری تشریح‌شده و الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست به‌منظور حل عددی مسئله بررسی می‌شود. بخش بعد به چگونگی تشکیل سبد سهام در قالب مثال عددی و با بهره‌مندی از داده‌های واقعی اختصاص یافته است و در نهایت نیز به بیان نتایج پژوهش و ارائهٔ پیشنهادهایی برای مطالعات آتی پرداخته خواهد شد.

شرح مدل‌های بهینه سازی سبد سهام

دو مؤلفهٔ مهم در تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، میزان ریسک و بازده دارایی‌های سرمایه‌ای است. اغلب سرمایه‌گذاران به‌دنبال بیشینه‌سازی بازدهی خود در سطح معینی از ریسک یا کمینه‌کردن ریسک در سطح معینی از بازده هستند. مارکوئیتز با ارائهٔ مدل میانگین ــ واریانس خود نشان داد با تشکیل سبدی از سهام می‌توان در سطح معینی از بازده، ریسک سرمایه‌گذاری را کاهش داد. این امکان به‌دلیل نبود همبستگی کامل بین بازده سهام‌های مختلف به‌وجود می‌آید. افراد مختلف بر اساس میزان مطلوبیت مورد انتظارشان دست به سرمایه‌گذاری می‌زنند و

1. Symbiotic Organisms Search (SOS)

Arhive of SID

www.SID.ir

از مصرف امروز به امید مصرف بیشتر در آینده چشم‌پوشی می‌کنند. تابع مطلوبیت هر سرمایه‌گذار با توجه به ترجیحات همان شخص تعیین می‌شود که لزوماً با سایر سرمایه‌گذاران یکسان نخواهد بود. انتخاب سبد سهام بهینه، اغلب با تبادل میان ریسـک و بـازده صـورت مـی‌پـذیرد و هرچـه ریسک سبد سهام بیشتر باشد، سرمایه‌گذاران انتظار دریافت بازده بیشـتری را خواهنـد داشـت. از این رو، شناسایی مرز کارای مربوط به سبد سهام این امکان را به سرمایه‌گذاران خواهد داد که بر اسـاس تـابع مطلوبیـت و میـزان ریسـک‌پـذیری خـویش، بیشـترین بـازده مـورد انتظـار را از سرمایه‌گذاری خود به‌دست آورند (کلم، توتونچو و فابزی، ۲۰۱۴).

شایان ذکر است که با توجه به وفاق و اجماعی که روی نحوهٔ محاسبهٔ بازده مـورد انتظـار از سرمایه‌گذاری وجود دارد، بیشتر مطالعات صورت‌گرفته در این حوزه حول نحوهٔ محاسـبهٔ ریسـک سرمایه‌گذاری و مداخله محدودیت‌های دنیای واقعی در فرایند حل مسئله شکل گرفته‌اند. از ایـن رو، در ادامه ضمن بررسی سیر تکاملی مدل‌های به‌کاررفتـه در بهینـه‌سـازی سـبد سـهام، نقـش محدودیت‌های کاربردیِ دنیای واقعی در فرایند بهینه‌سازی سبد سهام ارزیابی می‌شـود. از جملـهٔ آن محدودیت‌ها می‌توان به حداقل یا حداکثر میزان سرمایه‌گذاری در یک دارایی اشاره کـرد کـه بیل و فارست (۱۹۷۶) آن را به مدل اولیهٔ مارکوئیتز اضافه کردند. در ادامه نیز با توجه بـه تمایـل سرمایه‌گذاران به در اختیار داشتن و مدیریت سبدی از سهام که تعداد محدودتری از دارایـی‌هـا را در خود جای داده باشد، محدودیت دیگری با عنـوان «محـدودیت کاردینـالیتی» بـه مـدل اولیـهٔ مارکوئیتز اضافه شد. در نهایت، قاسمی و نجفی (۱۳۹۱)، انواع محدودیت‌های به‌کارگرفته‌شده در بهینه‌سازی سبد سهام و مدل میانگین ـ واریانس مارکوئیتز را معرفی کردنـد؛ امـا، در بسـیاری از پژوهش‌هـای صـورت‌گرفتـه در ایـن حـوزه، از دو محـدودیت یادشـده بـه‌عنـوان مهـم‌تـرین و تأثیرگذارترین محدودیت‌های دنیای واقعی نام برده شده اسـت (چنـگ، میـده، بیزلـی و شـرایها، ۲۰۰۰). از این رو، فرناندز و گومز (۲۰۰۷) مدل مارکوئیتز را با افـزودن محـدودیت حـدود بـالا و پایین برای هریک از سهام‌ها، اصلاح کردند و مدل میانگین ـ واریانس بـا مؤلفـه‌هـای مقیـد[1] را به‌وجود آوردند. اکنون در صورتی که محدودیت تعداد سهام‌های منتخب نیز به مسئلهٔ فوق افزوده شود، مدل یادشده به شکل زیر نشان داده خواهد شد:

$$Min\ \lambda \left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} z_i x_i z_j x_j \sigma_{ij}\right] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{n} z_i x_i \mu_i\right] \qquad \text{رابطهٔ ۱)}$$

1. Cardinality Constraint Mean-Variance (CCMV)

Archive of SID

www.SID.ir

Subjected to:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, \qquad \text{رابطهٔ ۲)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} z_i = k, \qquad \text{رابطهٔ ۳)}$$

$$l_i z_i \le x_i \le u_i z_i, (i = 1, \dots, n) \qquad \text{رابطهٔ ۴)}$$

$$z_i \in [0,1], (i = 1, \dots, n) \qquad \text{رابطهٔ ۵)}$$

$$x_i \ge 0, (i = 1, \dots, n) \qquad \text{رابطهٔ ۶)}$$

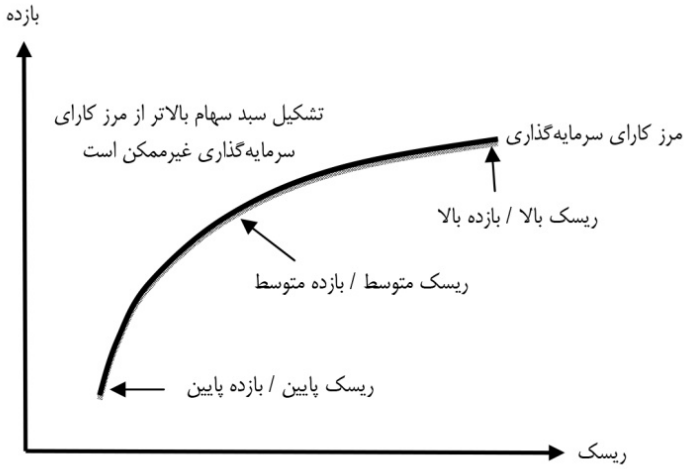
$$x_j \ge 0. (j = 1, \dots, n) \qquad \text{رابطهٔ ۷)}$$

در مدل ریاضی بالا که به‌عنوان مدل اصلی مقالهٔ حاضر نیز از آن استفاده می‌شود، λ پارامتری است که مقدار آن در فاصلهٔ [۰ , ۱] تغییر می‌کند؛ به‌طوری که با قرار دادن $\lambda = ۰$ کل مقدار ضریب وزنی به بازده تخصیص می‌یابد و بدون توجه به ریسک، سبد سهام دارای بیشترین بازده انتخاب می‌شود و با در نظر گرفتن $\lambda = ۱$ کل مقدار ضریب وزنی به ریسک تخصیص می‌یابد و بدون توجه به بازده، سبد سهام دارای کمترین ریسک انتخاب می‌شود. به‌طبع، در فاصلهٔ بین صفر و یک، بهینه‌سازی سبد سهام با در نظر گرفتن هر دو عامل ریسک و بازده صورت می‌پذیرد. z_i متغیر تصمیمِ سرمایه‌گذاری در سهام i ام است؛ اگر z_i برابر یک باشد، به این معناست که سهام i ام در سبد قرار خواهد گرفت و اگر برابر صفر باشد، یعنی سهام i ام در سبد قرار نخواهد گرفت. مجموع تعداد سهامی که در سبد سهام بهینه قرار دارد، بنا به محدودیت دوم مسئله k سهم است و همچنین l_i و u_i به‌ترتیب حدود پایین و بالای سهام i ام را تشکیل خواهند داد.

پس از حل مسئلهٔ بهینه‌سازی سبد سهام، با در نظرگرفتن بازده‌های متفاوت و تعیین اوزان بهینه، نموداری شبیه شکل ۱ به‌وجود می‌آید که به آن مرز کارای سرمایه‌گذاری نیز اطلاق می‌شود. شایان ذکر است که تشکیل سبد سهام بالاتر از مرز کارای سرمایه‌گذاری ناممکن است و از سوی دیگر تشکیل سبد سهام در پایین‌تر از مرز کارا سرمایه‌گذاری نیز صحیح نیست؛ چرا که با همان میزان ریسک می‌توان بازده بالاتری را در تشکیل سبد سهام به‌دست آورد.

Archive of SID

www.SID.ir



شکل ۱. مرز کارای سرمایه‌گذاری

مجموعهٔ معادلات مدل میانگین ـ واریانس با مؤلفه‌های مقید ترکیبی از مسئلهٔ برنامه‌ریزی عدد صحیح[1] و مسئلهٔ برنامه‌ریزی درجهٔ دوم[2] است؛ به بیان دیگر، افزایش تعداد دارایی‌ها در فرایند تشکیل سبد سهام، در نظر گرفتن محدودیت سرمایه‌گذاری در هر یک از دارایی‌ها و نیز لحاظ‌کردن محدودیت کاردینالیتی، موضوع بهینه‌سازی سبد سهام را به یک مسئلهٔ ان. پی. سخت[3] تبدیل می‌کند (چنگ و همکاران، ۲۰۰۰) که برای حل دقیق این نوع مسائل، الگوریتم‌های مؤثر و کارایی در برنامه‌ریزی ریاضی[4] وجود ندارد. بنابراین، در این پژوهش با هدف تشکیل سبد سهام بهینه و شناسایی مرز کارای سرمایه‌گذاری، به بررسی امکان شناسایی و تشکیل این سبد توسط تکنیک فراابتکاری جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست پرداخته خواهد شد.

شرح الگوریتم‌های فراابتکاری در فرایند حل مسئله

در این قسمت برخی از مهم‌ترین روش‌های فراابتکاری حل مسئله که در ادبیات موضوع اشاره شد، تشریح می‌شود و در ادامه به‌صورت کاملاً تفصیلی الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست معرفی خواهد شد.

1. Integer Programming (IP)
2. Quadratic Programming (QP)
3. NP-Hard
4. Mathematical Programming (MP)

Archive of SID

www.SID.ir

الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک که نخستین‌بار توسط جان هالند (۱۹۷۵) ارائه شد، نوعی الگوریتم جست‌وجوی مبتنی بر سازوکار انتخاب طبیعی و علم ژنتیک است. این الگوریتم قدرت بقای بهترین ساختار رشته‌ای را با عمل تعویض تصادفی اطلاعات ترکیب‌کرده و الگوریتم جست‌وجوی بسیار قدرتمندی را تشکیل می‌دهد. برای حل مسئله با این الگوریتم، ابتدا باید پاسخ کدگذاری شود؛ به‌گونه‌ای که در ادامهٔ اجرای الگوریتم بتوان این پاسخ را ارزیابی کرد و عملگرهای مختلف را روی آن اعمال نمود. اجرای این الگوریتم با استفاده از یک مجموعهٔ ابتدایی از جواب‌های تصادفی که جمعیت اولیه نام دارد، آغاز می‌شود. هر عضو در جمعیت یک کروموزوم نامیده می‌شود که نشان‌دهندهٔ یک حل برای مسئلهٔ موجود است. یک کروموزوم رشته‌ای از اعداد است که در اصطلاح به آن ژن می‌گویند. طی هر تکرار الگوریتم، مجموعهٔ جدیدی از کروموزوم‌ها تولید می‌شود. جمعیت در زمان معلوم را نسل می‌نامند. طی هر نسل، میزان برازش کروموزوم‌ها با تابع برازش ـ که یک کروموزوم را با توجه به تابع هدف مسئله برآورد می‌کند ـ تعیین می‌شود. طی فرایند بازتولید، عملگرهای ژنتیک یعنی عملگرهای زاد و ولد و عملگر جهش، بر کروموزوم‌ها اعمال می‌شوند. به کروموزوم‌هایی که از این طریق تولید می‌شوند، نوزاد می‌گویند. در این مرحله، پس از ارزیابی برازندگی نوزادان، کروموزوم‌های بهتر به‌وسیلهٔ یکی از رویه‌های گزینش، انتخاب‌شده و به نسل بعد منتقل خواهند شد. برای هر یک از عملگرهای ژنتیک یک پارامتر احتمال تعریف می‌شود که عملگرها با این احتمال بر کروموزوم‌ها اعمال می‌شوند. این فرایند تا زمان دستیابی به شرط توقف الگوریتم ادامه خواهد یافت.

الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات

این الگوریتم اولین‌بار توسط کندی و البرهارت (۱۹۹۵) مطرح شد. در تدوین این روش، از پرواز گروهی پرندگان، شنای گروهی ماهی‌ها و زندگی اجتماعی آنان الهام گرفته شده که با استفاده از یک سری روابط ریاضی ساده فرمول‌بندی شده است. مانند هر روش فراابتکاری دیگر، این الگوریتم نیز با ایجاد یک جمعیت تصادفی اولیه آغاز می‌شود که در اینجا یک گروه از ذره‌ها نامیده می‌شود. مشخصات هر ذره در گروه، براساس مجموعه‌ای از پارامترها تعیین می‌شود که باید مقادیر بهینهٔ آنها مشخص شود. در این روش، هر ذره مبین یک نقطه از فضای جواب مسئله خواهد بود. هر یک از ذرات دارای حافظه است، یعنی بهترین موقعیتی که در فضای جست‌وجو به آن می‌رسد را به خاطر می‌سپارد. بنابراین حرکت هر ذره در دو جهت صورت می‌پذیرد؛ ابتدا به سوی بهترین موقعیتی که تاکنون اختیار کرده است، سپس به سوی بهترین موقعیتی که همهٔ

Arhive of SID

www.SID.ir

ذرات تا به حال اختیار کرده‌اند. بنابراین در این روش، تغییر موقعیت هر ذره در فضای جست‌وجـو تحت تأثیر تجربه و دانش خود و همچنین همسایگانش خواهد بود.

الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست

در چند سال اخیر با توجه به محدودیت‌های موجود در روش‌های حل دقیق، پژوهش‌های زیـادی در زمینهٔ استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری، به‌منظور بهینه‌سازی سـبد سـهام صـورت پذیرفتـه است. یکی از کاراترین روش‌های مورد استفاده در این زمینه، الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست است. الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست توسـط چنـگ و پرایوگـو (۲۰۱۴) برای اولین‌بار در مجلهٔ کامپیوتر و ساختارها معرفی شد. این روش یکی از جدیـدترین روش‌هـای حل فراابتکاری مسئله است. الگوریتم یادشده با الهام از روابط و کنش‌های بیولوژیکی موجـود در اکوسیستم، روابطی را شبیه‌سازی می‌کند که موجودات زنده برای بقا در طبیعت انجام مـی‌دهنـد. ارگانیسم‌ها در طبیعت به‌ندرت تنها زندگی می‌کنند و در طول حیاتشان بارها تحت تأثیر جانداران دیگر قرار می‌گیرند. در این بین، برخی از این فعل و انفعالات سبب بهبود زندگی آنها مـی‌شـود و سازگاری آنها را در طبیعت بیشتر می‌کند. این روابط به‌طور خلاصه، هم‌زیستی[1] نامیده مـی‌شـود. امروزه واژهٔ هم‌زیستی برای توضیح روابط میان دو ارگانیسم مجزا به‌کار می‌رود. این روابط ممکن است ضروری بوده و بقای دو ارگانیسم به این روابط وابسته باشد؛ یا اینکه اختیاری باشـد، یعنـی حیات دو جاندار به رابطهٔ هم‌زیستی وابسته نباشد. سه نوع رابطهٔ هم‌زیستی کـه در طبیعـت زیـاد دیده می‌شود عبارت‌اند از: همیاری[2]، همسفرگی[3] و انگلی[4].

همیاری به روابطی گفته می‌شود که در آن هر دو طرف از این رابطه بهره می‌برند. در روابـط همسفرگی تنها یک طرف رابطه از آن بهره می‌برد و سازگاری بیشتری با اکوسیستم پیدا می‌کند، جاندار دیگر نسبت به آن بی‌تفاوت است و این رابطهٔ هم‌زیستی، سود و زیـانی بـرایش نـدارد. در روابط انگلی، یک طرف رابطه از آن بهره می‌برد و طرف دیگر به‌شدت آسیب می‌بیند، بـه‌نحـوی که اغلب از بین مـی‌رود. از ایـن رو، در الگـوریتم جسـت‌وجـوی ارگانیسـم‌هـای هـم‌زیسـت، از مدل‌کردن این سه نوع رابطه برای بهینه‌سازی مسئله استفاده می‌شود.

1. Symbiosis
2. Mutualism Relationship
3. Commensalism Relationship
4. Parasitism Relationship

Arhive of SID

www.SID.ir

روش شناسی پژوهش

مشابه تمام روش‌های فراابتکاری، الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست نیز با یک جمعیت اولیه آغاز به کار می‌کند که به آن اکوسیستم گفته می‌شود. این الگوریتم، اکوسیستم را با سازوکار خاص خود، برای پیدا کردن جواب بهینه به‌کار می‌گیرد و در فضای جواب مسئله، به‌دنبال پاسخ‌های هرچه بهتر می‌گردد. در روش جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست، اکوسیستم از تعدادی ارگانیسم یا جاندار تشکیل شده است که هر یک از آنها، نمایندهٔ یک نقطه و یک کاندید برای پاسخِ مسئله‌اند. در واقع هر ارگانیسم نقطه‌ای است که به تعداد متغیرهای تصمیم مسئله، مؤلفه دارد. بنابراین، می‌توان مقدار تابع هدف را برای هر ارگانیسم محاسبه کرد یا به ارزیابی آن پرداخت. مقدار تابع هدف به‌دست‌آمده، نشان‌دهندهٔ سازگاری ارگانیسم یادشده با طبیعت است. کمابیش در تمام روش‌های فراابتکاری، مجموعه‌ای از عملیات‌ها وجود دارد که الگوریتم مد نظر با اجرای آنها روی جمعیت اولیه، جمعیت‌های بعدی و بهبودیافته را تشکیل می‌دهد. برای مثال، در الگوریتم ژنتیک، دو عملگر زاد و ولد و جهش، وظیفهٔ تولید جمعیت جدید را بر عهده دارند. در الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست نیز، این وظیفه بر عهدهٔ سه عملگر است که هر یک از آنها نمایندهٔ یک نوع از هم‌زیستی‌های همیاری، همسفرگی و انگلی هستند. الگوریتم از سه فاز اصلی تشکیل می‌شود که به‌ترتیب عبارت‌اند از فازهای هم‌زیستی همیاری، هم‌زیستی همسفرگی و هم‌زیستی انگلی (چنگ و پرایوگو، ۲۰۱۴). بنابراین ساختار کلی این الگوریتم به‌صورت زیر خواهد بود.

- فاز تولید جمعیت اولیه
- حلقهٔ تکرار الگوریتم
  - فاز همیاری
  - فاز همسفرگی
  - فاز انگلی
- تکرار حلقه تا رسیدن به وضعیت پایانی.

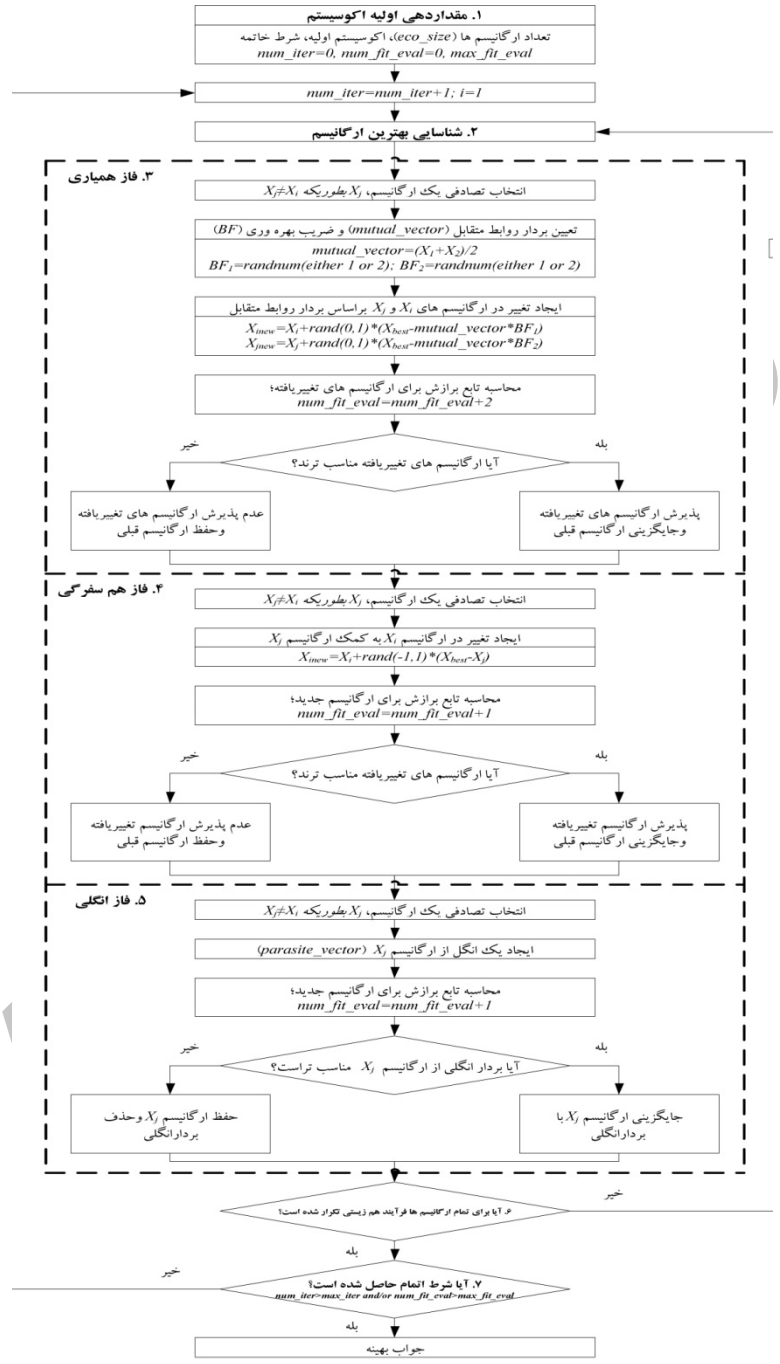
نمای کلی الگورتیم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست در شکل ۲ آمده است. در ادامه به تشریح هریک از فازهای این الگوریتم پرداخته می‌شود.

الف) فاز همیاری

از جمله روابط هم‌زیستی همیاری در طبیعت، می‌توان به رابطهٔ زنبورعسل با گل‌ها اشاره کرد. در این رابطه، زنبور عسل از شهد گل‌ها برای تولید عسل بهره می‌برد و گل‌ها نیز با گرده‌افشانی که از طریق زنبورعسل صورت می‌پذیرد، از رابطه خود با زنبور عسل بهره‌مند می‌شوند.

Arhive of SID

www.SID.ir



شکل ۲. الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست

www.SID.ir

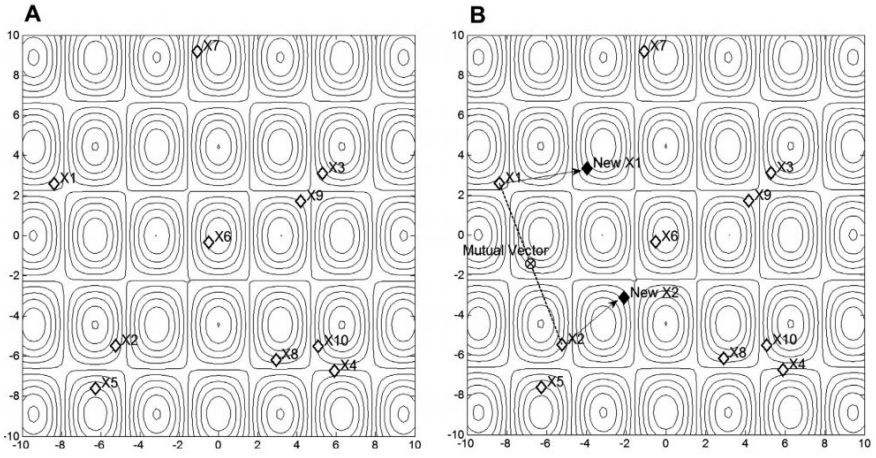
در این فاز از الگوریتم، x_i که نشان‌دهندهٔ ارگانیسم i ام اکوسیستم و x_j نیز معرف ارگانیسم j ام اکوسیستم است، به‌صورت تصادفی از میان ارگانیسم‌های موجود در طبیعت انتخاب می‌شوند تا ارگانیسم‌های i ام و j ام هم‌زیستی همیاری را با یکدیگر بیازمایند. پس از تغییرات ایجادشده از رابطهٔ همزیستی همیاری، دوباره نقاط جدید به‌دست‌آمده ارزیابی می‌شوند و اگر تغییرات اعمال‌شده در جهت بهبود و سازگاری بیشتر هر دو ارگانیسم باشند، این تغییرات قطعی‌شده و نقاط جدید حفظ می‌شوند. در غیر این صورت، تغییرات اعمال نمی‌شوند. این عملیات برای تمام ارگانیسم‌های موجود در اکوسیستم، طبق روابط زیر تکرار خواهند شد.

رابطهٔ ۸) $$x_{inew} = x_i + rand(0,1) \times (x_{best} - Mutual_Vector \times BF_1)$$

رابطهٔ ۹) $$x_{jnew} = x_j + rand(0,1) \times (x_{best} - Mutual_Vector \times BF_2)$$

رابطهٔ ۱۰) $$Mutual_Vector = \frac{x_i + x_j}{2}$$

در روابط همزیستی همیاری، ممکن است که یک ارگانیسم از ارگانیسم دیگر بیشتر بهره‌مند شود، بنابراین باید ابزاری وجود داشته باشد تا این موضوع را نیز شبیه‌سازی کند. BF_1 و BF_2 اعدادی هستند که با مقدارگیری تصادفی از میان اعداد ۱ و ۲ موضوع مطرح‌شده را شبیه‌سازی می‌کنند. در قسمت $(x_{best} - Mutual_Vector \times BF_1)$، تلاش ارگانیسم‌ها برای رسیدن به بالاترین حد سازگاری موجود در طبیعت شبیه‌سازی می‌شود که این موضوع خود متأثر از نظریهٔ انتخاب بهترین‌های داروین است.



شکل ۳. عملیات همزیستی همیاری، (A) موقعیت پیش از شروع فاز، (B) موقعیت پس از اتمام فاز

Archive of SID

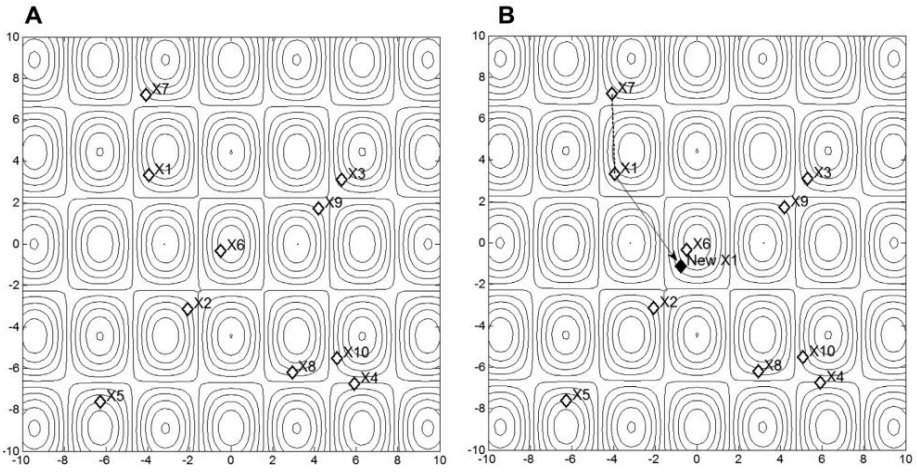
www.SID.ir

ب) فاز همسفرگی

از جمله روابط هم‌زیستی همسفرگی در طبیعت، می‌توان به ماهیان گوشت‌خواری اشاره کـرد کـه با حرکت در کنار کوسه‌ها، از باقی‌ماندهٔ طعمه‌های آنها تغذیه می‌کننـد. ایـن مـاهی‌هـا از رابطـهٔ همسفرگی بهرهٔ زیادی می‌برند، در حالی که برای کوسه‌ها برقرارشدن یا نشدن این رابطه تفاوتی ندارد. در این قسمت نیز همانند قسمت همیاری، x_j به‌صـورت تصـادفی از جمعیـت اکوسیسـتم برای همزیستی با x_i انتخاب می‌شود و عملگر همسفرگی طبـق رابطـهٔ ۱۱ اجـرا خواهـد شـود. شایان ذکر است همانند پدیدهٔ همسفرگی در طبیعت، رابطهٔ همزیستی همسفرگی نیـز تفـاوتی در x_j به‌وجود نمی‌آورد.

$$x_{inew} = x_i + rand(-1,1) * (x_{best} - x_j)$$ رابطهٔ ۱۱)

همانند فاز همیاری، این تغییر نیز در صورتی حفظ و اعمال می‌شود که به بهبود تـابع هـدف x_i منجر شود.



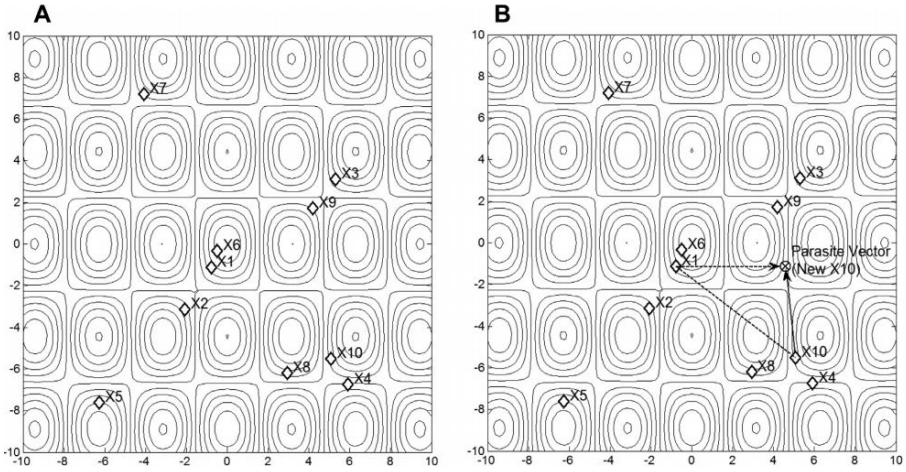
شکل ٤. عملیات همزیستی همسفرگی، (A) موقعیت پیش از شروع فاز، (B) موقعیت پس از اتمام فاز

ج) فاز انگلی

از جمله روابط هم‌زیستی انگلی در طبیعت، می‌توان به انگلی با نام پلاسمودیوم یا مالاریـا اشـاره کرد که در بدن انسان رشد می‌کند و از طعام انسان بهره می‌بـرد و در صـورت ادامـهٔ ایـن رونـد،

www.SID.ir

انسان میزبان دچار زیان‌های اساسی می‌شود و جان خود را از دست می‌دهد. در این بخش x_i نقش انگل را بازی می‌کند که به آن بردار انگلی[1] نیز می‌گویند. به‌منظور ایجاد بردار انگلی، نمونهٔ مشابه x_i ساخته می‌شود، سپس این نمونه در جهت‌های تصادفی و با مقدارهای تصادفی در فضای جواب حرکت می‌کند. حال x_j به‌صورت تصادفی از میان جمعیت اکوسیستم انتخاب‌شده و میزبان انگل جدید می‌شود. در این حالت تابع هدف هم برای x_j و هم برای بردار شکل‌گرفته و محاسبه می‌شود. اگر مقدار تابع هدف برای بردار انگلی ساخته‌شده بهتر بود، بردار ساخته‌شده جایگزین x_j می‌شود و x_j از بین می‌رود. در غیر این صورت x_j بر بردار انگلی غلبه می‌کند و بردار ساخته‌شده از بین خواهد رفت.



شکل ۵. عملیات همزیستی انگلی، (A) موقعیت پیش از شروع فاز، (B) موقعیت پس از اتمام فاز

یافته های پژوهش

به‌منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های همزیست در حل مدل میانگین ـ واریانس با مؤلفه‌های مقید، اقدام به پیاده‌سازی آن روی مجموعه‌ای از داده‌های واقعی نمودیم و به مقایسهٔ نتایج آن با نتایج به‌دست‌آمده از دو روش فراابتکاری دیگر به نام‌های الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات پرداختیم. در این مطالعه از مجموعهٔ داده‌های بازار سرمایهٔ ژاپن (Nikkei) در فاصلهٔ زمانی مارچ ۱۹۹۲ تا سپتامبر ۱۹۹۷ که در آن اطلاعات مربوط به ۲۲۵ سهام به‌صورت رسمی اعلام شده، استفاده شده است. اطلاعات این مجموعه شامل میانگین بازده

1. Parasite Vector

www.SID.ir

سهام‌ها، ماتریس کواریانس میان سهام‌ها و همچنین ۲۰۰۰ نقطه از مرز کـارای سـرمایه‌گـذاری است[۱].

به‌طور کلی معیارهایی که در تعیین کارایی یک الگوریتم نسبت به سایر الگوریتم‌ها در فرایند بهینه‌سازی سبد سهام استفاده می‌شود، عبارت‌انـد از کیفیـت و دقـت جـواب ارائـه‌شـده و زمـان سپری‌شده به‌منظور دستیابی به جواب بهینه. کیفیت جواب ارائه‌شده به این معناست که الگـوریتم مد نظر تا چه میزان توانسته است در تحقق بهینگی تابع هدف گام بردارد و مقصود از دقـت ایـن است که با توجه به وابستگی تمام روش‌های فراابتکاری به جمعیت اولیـه کـه اغلـب بـه‌صـورت تصادفی تولید می‌شوند، الگوریتم مد نظر تا چه میزان توانسته است در همگرایی به جواب بهینـه، به‌ویژه در تعداد تکرارهای بالا مناسب عمل کند. از این رو، برای هریک از رویکردهای یادشده با در نظرگرفتن λ یکسان ($\lambda = ۰/۵$)، به حل مسئله با دفعات تکرار زیاد اقدام کردیم ($t = ۵۰$). در این صورت با تعریف f_{best}، به‌عنوان بهترین مقدار تابع هدف در تکرارهای صـورت‌گرفتـه و f_t، به‌عنوان مقدار تابع هـدف در تکـرار t ام؛ مـی‌تـوان میـانگین درصـد خطـا[۲] را بـرای هریـک از رویکردهای نام‌برده به‌صورت رابطهٔ ۱۲ تعریف کرد (صلاحی، دائمی، لطفی و جمالیان، ۲۰۱۴):

$$Mean\ Percentage\ Error = \frac{1}{50}\sum_{t=1}^{50}\frac{f_t - f_{best}}{f_t} \times 100 \qquad \text{رابطهٔ ۱۲)}$$

در ادامه بـرای ۵۱ مقـدار متفـاوت از λ بـا میـزان افـزایش ۰/۰۲ در بـازهٔ $[۰ , ۱]$ الگـوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست به اجرا درآمد و نتایج آن ثبت شد. شایان ذکر اسـت کـه در این تحقیق، محدودیت تعداد سهام‌های منتخب بـه‌صـورت $k = ۱۰$ و همچنـین حـدود پـایین و بالای سهام i ام به‌ترتیب معادل ۰/۰۱ و ۱ در نظر گرفته شده است. گفتنی است، تمام محاسبات این پژوهش به‌کمک رایانه‌ای با پردازشگر پنج هسته‌ای ۲/۳ گیگاهرتز و ۸ گیگابایـت رم انجـام شده است.

در همین رابطه، مدل میانگین ـ واریانس با مؤلفه‌های مقید با دو رویکرد بهینه‌سازی ازدحـام ذرات و الگوریتم ژنتیک نیز حل شد و علاوه‌بر ترسیم مرزکارای سـرمایه‌گـذاری در هـر یـک از رویکردهای یادشده، مقایسه‌ای تحلیلی بین عملکرد هریک صورت پذیرفت که نتایج آن در قالب جدول‌ها و شکل‌های زیر مشاهده می‌شود.

---

۱. این اطلاعات از آدرس http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/portinfo.html به‌دست آمده است.

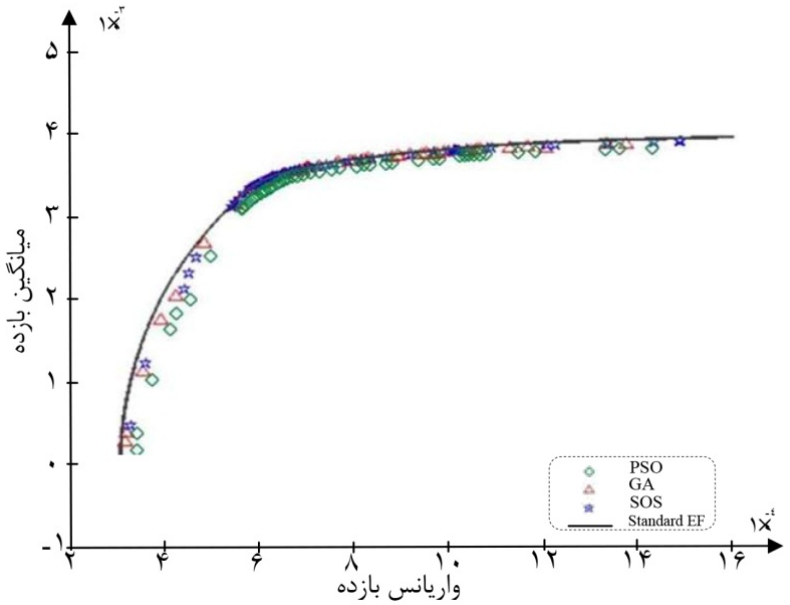
2. Mean Percentage Error (MPE)

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۱. تنظیم پارامترها در هریک از رویکردهای فراابتکاری

بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)		الگوریتم ژنتیک (GA)	
اندازهٔ جمعیت (nPop)	۱۰۰	اندازهٔ جمعیت (nPop)	۱۰۰
حداکثر تعداد تکرار (MaxIt)	۱۰۰	حداکثر تعداد تکرار (MaxIt)	۱۰۰
ضریب کنترل سرعت (W)	۰/۷۲	احتمال عملگر زاد و ولد (pCrossover)	۰/۷
ضریب یادگیری فردی (C_1)	۱/۴۹	احتمال عملگر جهش (pMutation)	۰/۲
ضریب یادگیری اجتماعی(C_2)	۱/۴۹		
جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست (SOS)			
اندازهٔ جمعیت (nPop)	۱۰۰		
حداکثر تعداد تکرار (MaxIt)	۱۰۰		



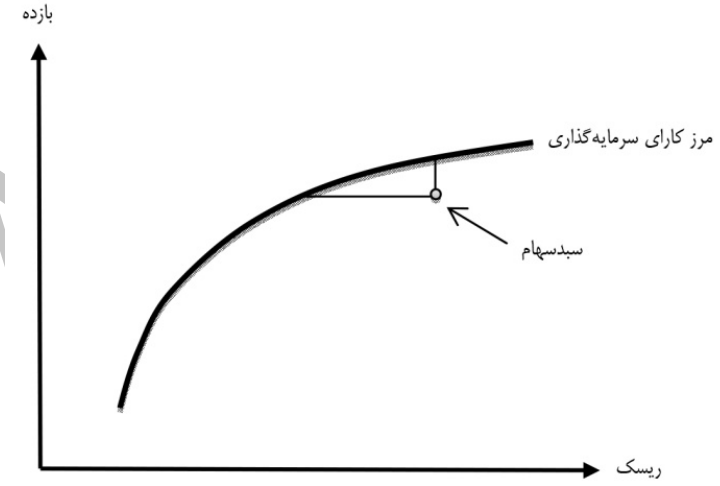
شکل ٦. مرز کارای سرمایه‌گذاری برای بازار سرمایهٔ ژاپن (Nikkei)

www.SID.ir

جدول ۲. نتایج محاسبهٔ حل مدل میانگین ـ واریانس با مؤلفه‌های مقید

بازار سرمایه / تعداد سهام	معیارهای ارزیابی	بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)	الگوریتم ژنتیک (GA)	الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست (SOS)
۲۲۵/Nikkei	بهینگی تابع هدف	۰/۱۸۳۸۳	۰/۱۷۱۳۰	۰/۱۶۹۹۱
	میانگین درصد خطا	٪۰/۴۲۱۳	٪۰/۲۸۵۵	٪۰/۱۵۵۵
	تعداد تکرار تا همگرایی	۸۱	۹۲	۷۶
	زمان محاسبات (ثانیه)	۱۴/۴	۱۰/۱	۷۹/۷

در ادامه و برای تحلیل بهتر نتایج، با اسـتفاده از شـاخص معرفـی‌شـدهٔ چنـگ و همکـارانش (۲۰۰۰)، به محاسبهٔ فاصلهٔ نقاط (سبد سهام) از مرز کارای اسـتاندارد اقـدام شـده اسـت. در ایـن شاخص هر نقطه یک سبد سهام را نشان می‌دهد و از مرز کارای اسـتاندارد دو نـوع فاصـله دارد: فاصلهٔ عمودی (اختلاف در مقدار بازده) و فاصلهٔ افقی (اختلاف در ریسک سبد سهام). از ایـن رو با توجه به بهینه‌بودن تمام نقاط روی مرز کارای استاندارد، هر نقطه‌ای کـه از ایـن مـرز حـداقل فاصلهٔ عمودی یا افقی را داشته باشد، مطلوب‌تر است که آن را انحراف از استاندارد نیز می‌نامنـد. این مفهوم در شکل ۷ نشان داده شده است.



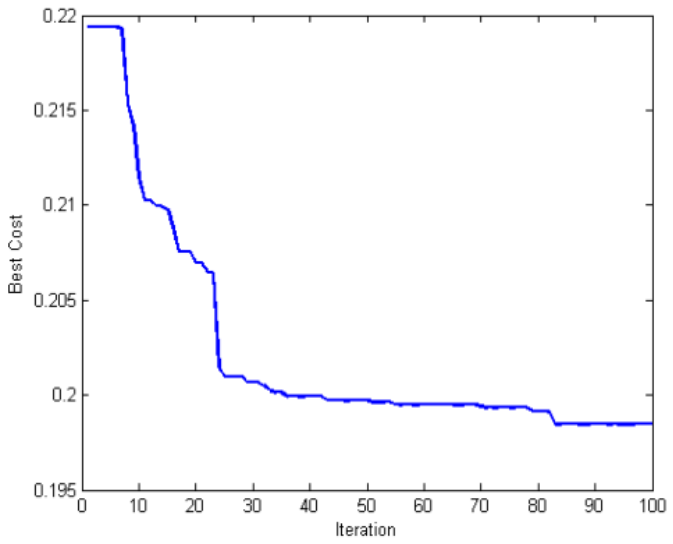
شکل ۷. محاسبهٔ حداقل فاصله از مرز کارای استاندارد

www.SID.ir

با توجه به توضیحاتی که بیان شد، فاصلهٔ مرز کارای رویکردهای یادشده با مرز کارای استاندارد، به‌صورت دقیق محاسبه شد. جدول ۳ مقدار این فاصله را برای آزمون کارایی انجام‌شده، نشان می‌دهد. مقادیر به‌دست‌آمده گویای آن است که الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست برای ارائهٔ مرز کارا، دقت زیادی دارد. همچنین برای تحلیل بهتر نتایج، روند همگرایی به جواب بهینه برای هر سه رویکرد نام‌برده در قالب شکل‌های ۸ تا ۱۰ نشان داده شده است.

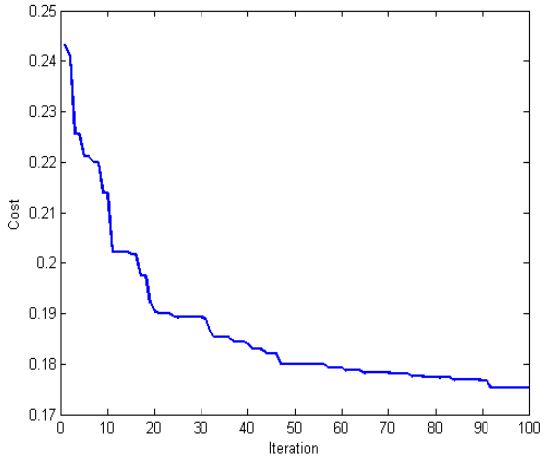
جدول۳. محاسبهٔ حداقل فاصله از مرز کارای استاندارد

نام رویکرد	میانگین انحراف از استاندارد	میانهٔ انحراف از استاندارد	بیشینهٔ انحراف از استاندارد
بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)	۰/۰۰۰۰۰۸۱	۰/۰۰۰۰۰۵۴	۰/۰۰۰۰۲۱۲
الگوریتم ژنتیک (GA)	۰/۰۰۰۰۰۶۸	۰/۰۰۰۰۰۴۷	۰/۰۰۰۰۱۸۳
الگوریتم‌جست‌وجوی‌ارگانیسم‌های‌هم‌زیست (SOS)	۰/۰۰۰۰۰۶۳	۰/۰۰۰۰۰۴۳	۰/۰۰۰۰۱۷۱

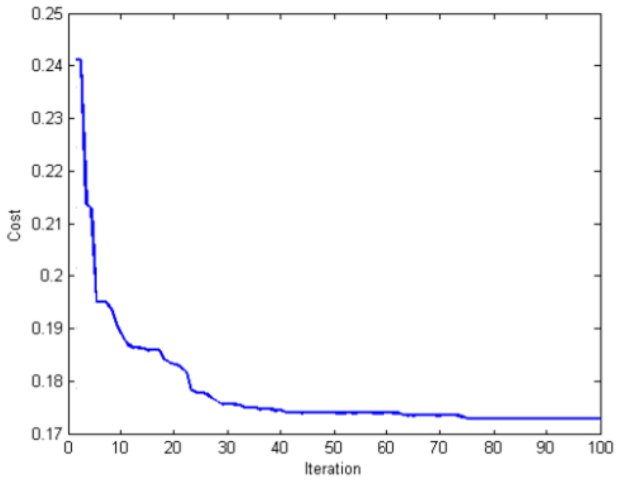


شکل ۸. روند همگرایی‌در بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)

www.SID.ir



شکل ۹. روند همگرایی در الگوریتم ژنتیک (GA)



شکل ۱۰. روند همگرایی در الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های‌هم‌زیست (SOS)

شکل‌های ۸ تا ۱۰ نشان می‌دهند با توجه به تابع هدف مسئله که از نوع کمینه‌سازی اسـت، مقدار تنزیل جواب اولیه در الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست نسبت بـه دو رویکـرد دیگر به مراتب بیشتر است، از این رو می‌تواند در تعداد تکرارهای کمتری به جواب بهینهٔ مسـئله دست یابد. از امتیازهای دیگر این الگوریتم نسبت به دو رویکرد یادشده، می‌توان به بی‌نیـازی آن به مرحلهٔ تنظیم پارامتر اشاره کرد و اینکه تنها مؤلفهٔ دریافتی از کاربر، فقط تعداد تکرارهای لازم

www.SID.ir

تا توقف الگوریتم است که این مهم با توجه به این که در سایر رویکردهـای فراابتکـاری بخـش قابل توجهی از زمان صرف این مرحله می‌شود، اهمیت بسیاری دارد.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله به بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست پرداخته شد که با بهره‌مندی از روابط میان موجودات زنده در طبیعت، توانست در عین سادگی بـا سرعت و دقت زیادی در فرایند یافتن جواب‌های بهینه عمل کند. بدین منظور بـه مـرور ادبیـات جامع در زمینهٔ کاربرد روش‌های فراابتکاری در بهینه‌سازی سبد سهام که تـاکنون ارائـه شـده، پرداخته شد تا نشان داده شود با این که استفاده از الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست در بهینه‌سازی و تشکیل سبد سهام مزیت‌های بسیاری دارد، هنوز این روش به‌دلیل نوظهور بودن در کانون توجه قرار نگرفته است. پس از آن، به‌منظور تطبیـق مناسـب وضـعیت بـازار در فراینـد تشکیل سبد سهام بهینه، مدل میانگین ـ واریانس با مؤلفه‌های مقید برای ایـن تحقیـق انتخـاب شد. این مدل با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست و بـر مبنـای داده‌هـای واقعی حل شد و نتایج آن با دو رویکرد شناخته‌شدهٔ فراابتکاری در حل مسائل بهینـه‌سـازی سـبد سهام با نام‌های الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی ازدحام ذرات مقایسه شد که نتایج آن نشان‌دهنـدهٔ کارایی و عملکرد مناسب الگوریتم جست‌وجوی ارگانیسم‌های هم‌زیست در بهینه‌سازی سبد سهام بود.

در پایان، به‌عنوان موضوع پیشنهادی برای تحقیقات آتـی بایـد گفـت کـه بـا افـزودن سـایر محدودیت‌های دنیای واقعی، همچون میزان نقدشونگی سبد سهام و هزینه‌های مترتب بر معامله، می‌توان مدل میانگین ـ واریانس مارکوئیتز را جامع‌تر کرد و در راستای نزدیکی هرچه بیشـتر بـه وضعیت واقعی بازار گام برداشت.

References

Beale, E. M. L. & Forest, J. J. H. (1976). Global optimization using special ordered sets. *Mathematical Programming*, 10(1), 52-69.

Chang, T.J., Meade, N., Beasley, J. E. & Sharaiha, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. *Computers & Operations Research*, 27(13), 1271-1302.

Cheng, M. Y. & Prayogo, D. (2014). Symbiotic organisms search: a new metaheuristic optimization algorithm. *Computers & Structures*, 139, 98-112.

Archive of SID

www.SID.ir

Crama, Y. & Schyns, M. (2003). Simulated annealing for complex portfolio selection problems. *European Journal of operational research*, 150(3), 546-571.

Deng, G. F., Lin, W. T. & Lo, C. C. (2012). Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization. *Expert Systems with Applications*, 39(4), 4558-4566.

Eberhart, R. C. & Kennedy, J. (1995). A new optimizer using particle swarm theory. *Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science,* New York, NY.

Elahi, M., Yousefi, M. & Zare mehrjerdi, Y. (2014). Portfolio optimization with mean-variance approach using hunting search meta-heuristic algorithm. *Journal of Financial Research*, 16(1), 37-56. (*in Persian*)

Fernández A. & Gómez, S. (2007). Portfolio selection using neural networks. *Computers & Operations Research*, 34(4), 1177-1191.

Ghasemi, H.R. & Najafi, A.A. (2013). Portfolio optimization in terms of justifiability short selling and some market practical constraints. *Journal of Financial Research*, 14(2), 117-132. (*in Persian*)

Holland, J. H. (1975). *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*, USA, University of Michigan Press.

Kolm, P.N., Tütüncü, R. & Fabozzi, F. J. (2014). 60 Years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends. *European Journal of Operational Research*, 234(2), 356-371.

Mansini, R., Ogryczak, W. & Speranza, M. G. (2014). Twenty years of linear programming based portfolio optimization. *European Journal of Operational Research*, 234(2), 518-535.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.

Najafi, A. A. & Mushakhian, S. (2015). Multi-stage stochastic mean – semivariance – CVaR portfolio optimization under transaction costs. *Applied Mathematics and Computation*, 256, 445-458.

Pai, G. V. (2012). Risk budgeted portfolio optimization using an extended ant colony optimization metaheuristic. *International Journal of Applied Metaheuristic Computing (IJAMC)*, 3(4), 25-42.

Qodsi, S., Tehrani, R. & Bashiri, M. (2015). Portfolio optimization with simulated annealing algorithm. *Journal of Financial Research*, 17(1), 141-158. (*in Persian*)

Archive of SID

www.SID.ir

Rajabi, M. & Khaloozadeh, H. (2014). Optimal portfolio prediction in Tehran stock market using multi-objective evolutionary algorithms, NSGA-II and MOPSO. *Journal of Financial Research*, 16(2), 253-270. (*in Persian*)

Sadjadi, S. J., Gharakhani, M. & Safari, E. (2012) Robust optimization framework for cardinality constrained portfolio problem. *Applied Soft Computing*, 12(1), 91-99.

Salahi, M., Daemi, M., Lotfi, S. & Jamalian, A. (2014). *PSO and Harmony Search Algorithms for Cardinality Constrained Portfolio Optimization Problem Advanced Modeling and Optimization*, 16(3), 559-573.

Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management science*, 9(2), 277-293.

Arhive of SID

www.SID.ir