Journal of Financial Research

تحقیقات مالی

دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
دورهٔ ۱۸، شمارهٔ ۳
پاییز ۱۳۹۵
صص. ۴۶۰- ۴۳۷

تخمین ارزش در معرض ریسک (VaR) و ریزش مورد انتظار (ES) با استفاده از رویکرد ارزش فرین شرطی در بورس اوراق بهادار تهران

علیرضا سارنج[1]، مرضیه نوراحمدی[2]

چکیده: این مقاله بـه بـرآورد ارزش در معـرض ریسـک و ریـزش مـورد انتظـار بـا توجـه بـه روش‌های نوین با تأکید بر رویکرد ارزش فرین شرطی و مقایسهٔ آنها بـا عملکـرد رویکـردهـای پارامتریک می‌پردازد. روش‌های معرفی‌شدهٔ محاسبهٔ ریسک بازار برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در دورهٔ ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۵ انجام شده است. به‌علاوه، برای بررسی و مقایسهٔ الگوها از روش‌های پس‌آزمایی VaR مانند آزمون‌های استقلال تخطی‌ها و پوشش برنـولی و روش‌هـای پس‌آزمایی ES همچون آزمون مک‌نیل و فری و آزمون رتبه‌بندی MCS استفاده می‌شود. نتایج پس‌آزمایی به‌دست‌آمده در این مقاله حاکی از برتـری محاسـبهٔ VaR برگرفتـه از تئـوری ارزش فرین شرطی در مقایسه با سایر مدل‌های رقیب، از قبیل مدل ارزش فـرین غیرشـرطی، نرمـال ایستا (روش واریانس ـ کواریانس) و نرمال شرطی (مدل گارچ) است. همچنین نتایج تابع MCS برای معیار ES نشان داد رویکردهای ارزش فرین شرطی بـا فـرض پسـماندهای استانداردشـدهٔ تی. استیودنت، ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استانداردشدهٔ نرمال و مـدل GARCH با فرض پسماندهای تی. استیودنت به‌ترتیب در رتبه‌های اول تا سوم قرار می‌گیرند.

واژه‌های کلیدی: ***ارزش در معرض ریسک، تابع مجموعهٔ اطمینـان مـدل، تئـوری ارزش فـرین شرطی، روش‌های پس آزمایی، رویکرد فراتر از آستانه، ریزش مورد انتظار.***

۱. استادیار گروه حسابداری و مدیریت مالی، دانشکدهٔ مدیریت و حسابداری پردیس فارابی، دانشگاه تهران، قم، ایران
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مدیریت مالی دانشکدهٔ مدیریت و حسابداری پردیس فارابی، دانشگاه تهران، قم، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۱/۳۰
تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۵/۰۶/۱۴
نویسندهٔ مسئول مقاله: علیرضا سارنج
E-mail: alisaranj@ut.ac.ir

مقدمه

امروزه اندازه‌گیری ریسک بازار از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. ورشکستگی‌های تاریخی، اُفت شدید بازار، سقوط بازارهای مالی، قصور مؤسسات بزرگ در ایفای تعهدات، بحران‌های مالی و بلایای طبیعی به‌دنبال رویدادهایی که معمولاً سابقه نداشته، رُخ داده‌اند. احتمال وقوع حوادث فرین کم است، ولی به محض وقوع، تبعات (زیان‌های) بسیاری به‌همراه دارند که در بازارهای مالی مشهود است. با توجه به اهمیت این حوادث و رویدادها، یکی از مهم‌ترین کارهای مدیریت ریسک، ارائهٔ ابزارهایی برای شناسایی و برآورد این حوادث است که از جملهٔ آنها می‌توان به رویکردهای نوین اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار اشاره کرد.

ارزش در معرض ریسک، حداکثر زیان مورد انتظار بر پرتفوی سرمایه‌گذاری در مدت زمان معین و با فاصلهٔ اطمینان معین را نشان می‌دهد. در دههٔ ۱۹۹۰ رویکرد ارزش در معرض ریسک به واسطهٔ پژوهش‌های انجام‌شده در مؤسسهٔ جی. پی. مورگان معرفی شد و محققان بسیاری در این حوزه متمرکز شدند. به تعبیر آرتنر، دی‌هان، ابر و هلت (۱۹۹۹) VaR علی‌رغم سادگی و سهولت اجرا، معیار ریسک منسجم[1] نیست، زیرا ویژگی زیرجمع‌پذیری ندارد؛ به این معنا که VaR پرتفوی کمتر از VaR مجموع دارایی‌های فردی داخل پرتفوی نیست (بر خلاف اصل تنوع‌سازی). مورد دیگر و شاید خطرناک‌تر، این است که VaR از زیان‌های بالقوهٔ ماورای نقطهٔ چندک مد نظر چشم‌پوشی می‌کند در حالی‌که معیار ریزش مورد انتظار منسجم است (اکربی و تاسچه، ۲۰۰۲). VaR حداکثر زیان با سطح اطمینان مشخص در میان دورهٔ زمانی معین است در حالی‌که ریزش مورد انتظار (ES) میانگین زیان به شرطی است که زیان از VaR فراتر رفته باشد. از جمله نام‌های دیگری که برای ریزش مورد انتظار به‌کار می‌رود، ارزش در معرض ریسک شرطی[2]، دنبالهٔ شرطی مورد انتظار[3] و دنبالهٔ زیان مورد انتظار[4] است (جان هال، ۲۰۱۵: ۲۵۹). به‌طور کلی قاعدهٔ تصمیم‌گیری در مورد ریسک و بازده مورد انتظار، با استفاده از ES نسبت به VaR معتبرتر و مطلوب‌تر است.

تئوری ارزش فرین (EVT) بر مدل‌سازی رفتار دنبالهٔ توزیع زیان با استفاده از ارزش‌های فرین به جای کل نمونه متمرکز شده و از توزیع دنباله، برآوردی پارامتریک ارائه می‌کند. بنابراین EVT که بر اساس قضایای آماری فرین شکل گرفته است با تمرکز بر زیان‌های فرین، برای

---

۱. معیار ریسک، منسجم (coherent) است. اگر به‌طور همزمان حائز شرایط پایای انتقال (translation invariance)، همگنی مثبت (positive homogeneity)، زیرجمع‌پذیری (subadditivity) و یکنواختی (monotonicity) باشد.

2. Conditional value at risk
3. Conditional tail expectation
4. Expected tail loss

اندازه‌گیری ریسک مرتبط با دنباله، رویکردی بهتر و قوی‌تر ارائه می‌دهد. نظریهٔ ارزش فرین غیرشرطی برای پیش‌بینی ارزش در معرض ریسک یا زیان منتظره طی یک دورهٔ بلندمدت مفید است. اما، گاهی اوقات پژوهشگران به‌دنبال کاربرد نظریهٔ ارزش فرین شرطی برای برخی ساختارهای پویا هستند و این مستلزم تمایز بین متغیر و عوامل تصادفی محرک آن است. استفاده از نظریهٔ ارزش فرین شرطی یا پویا زمانی مفید است که با دوره‌های کوتاه‌مدت سروکار داشته باشیم و در عین حال، متغیر ساختاری پویا و قابل مدل‌سازی داشته باشد. به‌طور معمول خود سری‌های زمانی زیان دارای توزیع یکسان و مستقل (iid) نیستند، بنابراین با استفاده از مدل‌سازی نوسانات می‌توان پسماندهای استانداردشده که iid هستند را در تئوری ارزش فرین به‌کار برد. در این پژوهش با استفاده از تئوری ارزش فرین ریزش مورد انتظار محاسبه شده و عملکرد و دقت آنها را با یکدیگر مقایسه خواهیم کرد. تأکید اصلی این پژوهش بر تئوری ارزش فرین (EVT) به‌منظور ارزیابی این است که مدل‌های ارزش فرین شرطی در ارزیابی ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار چقدر بهتر از سایر رویکردها عمل می‌کند؟

در راستای بررسی پرسش بالا، ساختار مقالهٔ حاضر بدین ترتیب است. ابتدا پژوهش‌های مشابه انجام شده در خارج و داخل کشور به‌طور مختصر بیان شده و در ادامه، به بررسی مبانی نظری پژوهش پرداخته می‌شود. بخش بعد به ارائهٔ روش‌های مختلف اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک همراه با انواع مختلف روش‌های پس‌آزمایی اختصاص دارد. پس از آن مطالب با تجزیه و تحلیل داده‌ها ادامه می‌یابد و در نهایت به نتیجه‌گیری می‌پردازیم.

پیشینهٔ تجربی پژوهش

پژوهش‌های انجام‌شده در خصوص اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک در دو گروه طبقه‌بندی می‌شوند. بخش نخست اندازه‌گیری این سنجه بر اساس روش‌های سنتی مانند روش‌های پارامتریک و ناپارامتریک است. روش واریانس ـ کواریانس از جمله روش‌های پارامتریک است که فرض را بر نرمال بودن توزیع بازده‌ها می‌گذارد. روش تاریخی و مونت‌کارلو نیز از جمله روش‌های ناپارامتریک است. امروزه محققان دریافته‌اند که بازده دارایی‌های مالی نرمال نبوده و مقدار شایان توجهی کشیدگی (حاکی از دنبالهٔ پهن توزیع احتمال آنها) را نشان می‌دهند. همچنین، فرض توزیع‌های مشخص (مثل نرمال، t، GED و ...) برای برآورد آماره‌های مرکزی مناسب هستند، در صورتی‌که در بحث برآورد VaR و ES روی ارزش‌های حدی که به‌طور معمول داده‌های کمی نیز برای آنها وجود دارد، تأکید می‌شود. به همین دلیل گروه دوم از پژوهش‌ها به محاسبهٔ این سنجهٔ ریسک بر اساس روش‌های نوین و نظریه‌های آماری برای

تخمین درست دنبالهٔ توزیع می‌پردازند. به‌طور مثال، تئوری ارزش فرین (EVT) بر مدل‌سازی رفتار دنبالهٔ توزیع زیان فقط با استفاده از این ارزش‌ها به‌جای کل نمونه متمرکز شده و برآوردی پارامتریک از توزیع دنباله ارائه می‌کند. در این گروه از مطالعات می‌توان به تحقیقات زیر اشاره کرد:

لانگین (۱۹۹۶) تحرکات فرین را در قیمت بازار سهام ایالات متحدهٔ آمریکا بررسی کرد و نشان داد که بازده‌های فرین از توزیع دنبالهٔ پهن فرشت[1] تبعیت می‌کنند. دنیلسون و دی وریز (۱۹۹۷) نشان دادند که تئوری ارزش فرین عموماً زمانی که دنباله‌ها پهن باشند نسبت به روش‌های تاریخی و واریانس ـ کواریانس دقیق‌ترند. مولر، داکورگونا و پیکت (۱۹۹۸) روش EVT را همراه با مدل گارچ متغیر در زمان برای نرخ‌های ارز خارجی به‌کار بردند. بالی و نفتچی (۲۰۰۳) از رویکرد EVT برای به‌دست آوردن ارزش در معرض ریسک تغییرات عایدی خزانهٔ ایالات متحده استفاده کردند. هو، باریج، کِدل و توبالد (۲۰۰۰) و ژنسی و سلکوک (۲۰۰۴) EVT را برای بازارهای سهام نوظهور تحت تأثیر بحران مالی به‌کار بردند و نشان دادند توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو برای توزیع بازده دنباله‌ها در این بازارها مناسب بوده و تئوری ارزش فرین در پیش‌بینی VaR به‌خصوص در دنباله‌های فرین‌تر بر سایر روش‌های پارامتریک مسلط است. رِن و جیلز (۲۰۱۰) کاربرد ارزش فرین را برای بازده روزانهٔ قیمت نفت خام در بازار نقدی کانادا بین سال‌های ۱۹۹۸ تا ۲۰۰۶ ارائه کردند. دیمیتریکوپلس، ناووسانوس و اسپیرو (۲۰۱۰) دقت پیش‌بینی انواع رویکردهای ارزش در معرض ریسک را در ۱۶ بازار سهام نوظهور و ۴ بازار سهام توسعه‌یافته ارزیابی کردند و دریافتند که مدل ارزش فرین بهترین روش نتایج پس‌آزمایی را به‌دست می‌آورد. موتو، بالوگ و مولدوان (۲۰۱۱) عملکرد مدل‌های متفاوت ارزش در معرض ریسک را با استفاده از شاخص‌های روزانهٔ بازار سهام اروپای مرکزی و شرقی تحلیل کردند. آنها مشاهده کردند که تنها مدل‌های پیشرفتهٔ ارزش در معرض ریسک از قبیل تئوری ارزش فرین یا مدل‌های گارچ می‌توانند به‌خوبی ریسک بازار را اندازه‌گیری کنند. در این مقاله‌ها در حالی که EVT برای پیش‌بینی VaR به‌کار رفته‌اند، تمرکز روی برآورد توزیع غیرشرطی بازده‌های دارایی است و نوسانات تصادفی سری‌های زمانی مالی نادیده گرفته می‌شود. علاوه بر این، استفاده از EVT متکی بر فرض مهم مشاهدات با توزیع یکسان و مستقل (iid) است که به‌طور معمول با داده‌های واقعی سری‌های زمانی مالی، تطابق ندارد. به‌منظور غلبه بر این مشکل راه‌حلی توسط مک نیل و فِری (۲۰۰۰) ارائه شد. سینگ، آلن و رابرت (۲۰۱۳) در مقالهٔ «ریسک بازار فرین و تئوری ارزش فرین» تئوری ارزش فرین را برای مدل ریسک بازار آن برای شاخص عمومی

1. Frechet fat-tailed distribution

ASX-ALL و شاخص S&P500 آمریکا به‌کار گرفتند. آنها نشان دادند EVT می‌تواند برای سری‌های بازده بازارهای مالی برای پیش‌بینی CVaR،VaR یا ES(ریزش مورد انتظار) و سطح بازده مورد انتظار و همچنین محاسبهٔ VaR روزانه با استفاده از مدل GARCH و EVT مبتنی بر رویکرد پویا، با موفقیت به‌کار گرفته شود.

در ادامه برخی از مهم‌ترین تحقیقات داخلی صورت‌گرفته در خصوص تئوری ارزش فرین بررسی می‌شود. فلاح پور و یاراحمدی (۱۳۹۱) در تحقیق خود دنبالهٔ تابع توزیع بازده چند شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تئوری تعمیم‌داده شدهٔ مقدار حدی در دو بازهٔ زمانی مختلف را بررسی کرده و وجود دنبالهٔ پهن را آزمایش کردند. فلاح‌طلب و عزیزی (۱۳۹۲) در تحقیق خود رویکرد فراتر از آستانه را در پیش‌بینی VaR شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران به‌کار گرفته و نتایج این روش را با نتایج دیگر رویکردها مقایسه کردند. نتایج تحقیق نشان می‌دهد استفاده از این رویکرد در سطوح اطمینان بالا قابل اتکا است. سجاد و هدایتی (۱۳۹۳) در مقالهٔ خود مقدار VaR را با استفاده از هفت روش مختلف از جمله نظریهٔ ارزش فرین و برای سه سطح اطمینان، برای بازده لگاریتمی شاخص کل TSE، نرخ برابری دلار و یورو به‌صورت روزانه محاسبه کردند. نتایج نشان داد محاسبهٔ VaR با استفاده از روش‌های سنتی لزوماً نتایج مناسبی نمی‌دهد و در برخی از موارد استفاده از نظریهٔ ارزش فرین و در نظر گرفتن نوسانات شرطی برای داده‌ها نتایج بهتری دارد. همچنین باجلان، راعی و محمدی (۱۳۹۳) نیز در مقاله خود از نظریهٔ ارزش فرین برای مدل‌سازی تابع زیان بیمه‌ای استفاده کردند.

پیشینهٔ نظری پژوهش

تئوری ارزش فرین روشی برای برآورد بهتر نتایج فرین پرتفوی است. تئوری ارزش فرین شاخه‌ای از آمار است که با انحرافات فرین[1]در توزیع احتمال ارتباط دارد. این تئوری در تعدادی از رشته‌ها برای برآورد حوادث بسیار نادر و مشاهده‌نشده، به‌کار می‌رود. تئوری ارزش فرین مربوط به تعیین حدهای مجانبی است که توزیع فرین‌ها را توصیف می‌کند (ری، ۲۰۱۰: ۳۷). دو رویکرد توزیع تعمیم‌یافتهٔ ارزش فرین (GEV) و رویکرد فراتر از آستانه[2] (POT) نسخه‌های مختلفی از یک نظریهٔ زیربنایی به نام نظریهٔ ارزش فرین هستند. رویکرد نخست، پوشش‌دهندهٔ توزیع ارزش‌های فرین است و رویکرد دوم، با توزیع تخطی‌های فراتر از یک آستانهٔ بزرگ سروکار دارد که در ادامه دربارهٔ آن بحث شده و در این تحقیق از آن استفاده خواهد شد.

1. Extreme deviations
2. Peaks over Threshold

رویکرد فراتر از آستانه

همان‌گونه که نظریهٔ تعمیم‌یافتهٔ ارزش فرین راه‌حلی بدیهی برای مدل‌سازی حداکثرها و حداقل‌هاست، رویکرد فراتر از آستانه نیز روشی بدیهی برای مدل‌سازی تخطی‌ها از یک آستانهٔ بزرگ است. به‌بیانی دیگر، ما تنها به‌دنبال مشاهدات حداکثر یا حداقل نیستیم، بلکه تخطی مشاهدات فرین از یک آستانهٔ بزرگ نیز برایمان جالب است. یک راه استخراج ارزش‌های فرین از یک نمونهٔ مشاهدات این است که تخطی‌ها از یک آستانهٔ بزرگ را به‌عنوان ارزش‌های فرین در نظر بگیریم. اگر نمونهٔ مشاهدات را با $X_1, X_2, \dots, X_n$، تابع توزیع آن را با $F(X)$ و مقدار آستانه را با u نشان دهیم، $F(u)$ را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴: ۲۹۱):

رابطهٔ ۱)
$$F(u) = Pr\,\{X_i \leq u\}$$

تخطی زمانی اتفاق می‌افتد که برای هر $i = 1, 2, \dots, n$ داشته باشیم:

رابطهٔ ۲)
$$X_i > u$$

بر این اساس، مقدار اضافی فراتر از آستانه را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

رابطهٔ ۳)
$$y_i = X_i - u$$

برای احتمالات $X_i \leq y_i + u$ خواهیم داشت (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴: ۲۹۱):

رابطهٔ ۴)
$$Pr\{X_i \leq y_i + u\} = F(y_i + u)$$

به این ترتیب، برای توزیع احتمال مقادیر اضافی فراتر از آستانهٔ u خواهیم داشت:

رابطهٔ ۵)
$$F_u(y) = Pr\,\{X_i - u \leq y_i | X_i > u\}$$

که $F_u(y)$ معرف احتمال تخطی X حداکثر به اندازهٔ y از آستانهٔ u است، البته مشروط بر این‌که X از u فراتر رفته باشد. این احتمال مشروط را می‌توان به‌صورت زیر نوشت (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴: ۲۹۱):

رابطهٔ ۶)
$$F_u(y) = Pr\,\{X_i - u \leq y_i | X_i > u\} = \frac{\Pr\,\{X_i - u \leq y_i, X_i > u\}}{\Pr\,(X_i > u)}$$

که در نتیجه خواهیم داشت:

رابطهٔ ۷)
$$F_u(y) = \frac{F(y_i + u) - F(u)}{1 - F(u)}$$

از آنجا که $F_u(y)$ احتمال مشروط بر تخطی از آستانه است، y_i تنها برای مقادیر بزرگ‌تـر از صفر تعریف می‌شود و بدین ترتیب هر زمان کـه y_i مقـدار مـی‌گیـرد، تخطـی روی داده اسـت. می‌دانیم که برای هر $X > u$ داریم: $X = y + u$ بنابراین توزیع احتمال متغیـر X را مـی‌تـوان به‌صورت زیر نوشت:

رابطهٔ ۸)
$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u)$$

توجه داشته باشید که رابطهٔ بالا تنها برای $X > u$، صـادق اسـت (ژنسـی و سـلوک، ۲۰۰۴: ۲۹۱).

بالکما و دی‌هان و نیز پیکاندس طی قضیه‌ای نشان دادند که برای uهایی که به‌اندازهٔ کـافی بزرگ است، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو تقریب زد، زیـرا با بزرگ‌شدن آستانه، توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه یعنی $F_u(y)$ بـه توزیـع تعمـیم‌یافتـهٔ پرتـو نزدیک می‌شود. توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم (ژنسی و سـلوک، ۲۰۰۶: ۵۵۱):

رابطهٔ ۹)
$$G_{\xi,\mu,\sigma}(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi(\frac{x-\mu}{\sigma})\right]^{-1/\xi} & if\ \xi \neq 0 \\ 1 - exp\left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)\right] & if\ \xi = 0 \end{cases}$$

با:
$$x \in \begin{cases} [\mu, \infty] & if\ \xi \geq 0 \\ [\mu, \mu - \sigma/\xi] & if\ \xi < 0 \end{cases}$$

بدیهی است که حد بخش نخست رابطهٔ بالا به‌ازای $\xi \to 0$، برابر با رابطهٔ دوم است. بر ایـن اساس، می‌توان توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو را تنها با رابطهٔ زیر نمایش داد:

رابطهٔ ۱۰)
$$G_{\xi,\mu,\sigma}(x) = 1 - \left[1 + \xi(\frac{x-\mu}{\sigma})\right]^{-1/\xi}$$

اهمیت قضیهٔ بالکما، دی‌هان و پیکاندس در این است که می‌توان توزیع ارزش‌های فراتـر از آستانه را با انتخاب شاخص دنباله و یک آستانهٔ بزرگ از طریق GPD تخمین زد.

توجه داشته باشید که در رابطه‌های ۹ و ۱۰، x همان ارزش‌های فراتر از آستانه یا «X»هـای بزرگ‌تر از u است و μ نیز معادل آستانه یا همان u است. بنابراین می‌تـوان رابطـهٔ ۹ را بـه ایـن صورت بازنویسی کرد:

رابطهٔ ۱۱)

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left[1 + \xi\left(\frac{x-u}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi} & if\ \xi \neq 0 \\ 1 - exp\left[-(\frac{x-u}{\sigma})\right] & if\ \xi = 0 \end{cases}$$

با:

$$x \in \begin{cases} [u, \infty] & if\ \xi \geq 0 \\ [u, u - \sigma/\xi] & if\ \xi < 0 \end{cases}$$

برآورد VaR و ES

محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک مستلزم تخمین چندک‌های توزیع بازده دارایی است. این کار معادل محاسبهٔ چندک‌های توزیع بازده مادر است. تا اینجا، فرایند تخمین توزیع ارزش‌های فراتر از آستانه ارائه شد. به عبارت دیگر، می‌توان توزیع بازده‌های کوچک‌تر از یک آستانهٔ کوچک یا زیان‌های بزرگ‌تر از یک آستانهٔ بزرگ را تعیین کرد. اما، چگونه می‌توان از طریق توزیع احتمال دنباله‌های متغیری تصادفی مانند بازده، توزیع بازده مادر و چندک‌های توزیع بازده را استخراج کرد؟ و در نهایت، چگونه می‌توان ارزش در معرض ریسک را محاسبه کرد؟ برای حل این مسئله باید به‌دنبال رابطه‌ای باشیم که نشان‌دهندهٔ نحوهٔ ارتباط توزیع بازده‌های فراتر از آستانه و توزیع بازده مادر است. این ویژگی در رابطهٔ ۸ یافت می‌شود.

طبق قضیهٔ بالکما، دی‌هان و پیکاندس، $F_u(y)$ برای «u»هایی که به‌اندازهٔ کافی بزرگ است، به توزیع تعمیم‌یافتهٔ پرتو نزدیک می‌شود و نیز از آنجا که برای هر $X > u$ داریم: $X = u + y$، می‌توان نوشت (داو، ۲۰۰۵: ۲۰۲):

رابطهٔ ۱۲)

$$F(x) = [1 - F(u)]G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u) + F(u)$$

بعد از تعیین آستانه، مشاهدات فراتر از آستانه را از نمونهٔ مشاهدات جدا می‌کنیم. اگر تعداد مشاهدات فراتر از آستانه را با n_u و تعداد کل مشاهدات نمونه را با n نمایش دهیم، به‌راحتی می‌توانیم آخرین جملهٔ سمت راست رابطهٔ ۱۲ را با برآوردکنندهٔ تجربی زیر تخمین بزنیم (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۶: ۵۵۲):

رابطهٔ ۱۳)

$$\hat{F}(u) = \frac{n - n_u}{n}$$

با جای‌گذاری رابطهٔ ۱۳در رابطهٔ ۱۲ می‌توان توزیع احتمال مقادیر x را برآورد کرد (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴: ۲۹۲):

رابطهٔ ۱۴)

$$\hat{F}(x) = \left(1 - \frac{n - n_u}{n}\right) G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u) + \frac{n - n_u}{n}$$
$$= \frac{n_u}{n} G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u) + \frac{n - n_u}{n}$$
$$= 1 + \frac{n_u}{n}\left[G_{\xi,\mu,\sigma}(x-u) - 1\right]$$

در نهایت، با جای‌گذاری رابطهٔ ۱۰ در رابطهٔ ۱۴ خواهیم داشت:

رابطهٔ ۱۵)

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{n_u}{n}\left[1 + \hat{\xi}\left(\frac{x-u}{\hat{\sigma}}\right)\right]^{\frac{-1}{\hat{\xi}}}$$

می‌توانیم به جای $x - u$ ، معادل آن یعنی مقادیر اضافی فراتر از آستانه را جایگزین کنیم (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴: ۲۹۲):

رابطهٔ ۱۶)

$$\hat{F}(x) = 1 - \frac{n_u}{n}\left[1 + \hat{\xi}\,\frac{y}{\hat{\sigma}}\right]^{\frac{-1}{\hat{\xi}}}$$

برای یک سطح اطمینان معین مثل $1 - \alpha$، به‌راحتی می‌توان چندک مربوط به توزیع $\hat{F}(x)$ را برآورد کرد. بدیهی است که این کار با معکوس‌کردن توزیع $\hat{F}(x)$ امکان‌پذیر است:

رابطهٔ ۱۷)

$$\hat{F}^{-1}(1-\alpha) = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left\{\left(\frac{n}{n_u}\alpha\right)^{-\hat{\xi}} - 1\right\}$$

این رابطه در صورتی صحیح است که شرط زیر برآورده شود:

رابطهٔ ۱۸)

$$1 - \alpha > F(u)$$

اگر داده‌های مورد بررسی بازدهٔ دارایی باشد، رابطهٔ ۱۷ همان ارزش در معرض‌ریسک درصدی است. یعنی می‌توان نوشت (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴: ۲۹۸):

رابطهٔ ۱۹)

$$\%VaR = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left\{\left(\frac{n}{n_u}\alpha\right)^{-\hat{\xi}} - 1\right\}$$

ارزش درمعرض ریسک از حاصل‌ضرب ارزش در معرض‌ریسک درصدی در قیمت جاری دارایی به‌دست می‌آید.

ریزش مورد انتظار درصدی نیز برابر است با (آلن و سینگ، ۲۰۱۳: ۳۶۱):

$$\%ES = \frac{\%VaR}{1-\hat{\xi}} + \frac{\hat{\sigma} - \hat{\xi}u}{1-\hat{\xi}}$$ رابطهٔ ۲۰)

البته، این رابطه مشروط بر $\hat{\xi} < 1$ است.

روش‌شناسی پژوهش

به‌کارگیری تئوری ارزش فرین شرطی[1] در ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار

در حالی‌که دنبالهٔ پهن ممکن است به‌طور مستقیم توسط EVT مدل‌سازی شود، فقدان بازده (زیان)های iid همچنان مشکل‌ساز است. یک رویکرد برای این حل این مشکل به‌وسیلهٔ مک نیل و فِری (۲۰۰۰) فراهم شده است. آنها با استفاده از رویکرد دو مرحله‌ای، نوسانات شرطی را با استفاده از مدل‌های گارچ در مرحلهٔ نخست برآورد کردند. از مدل گارچ برای فیلتر کردن سری‌های بازدهی استفاده می‌شود، به‌طوری که پسماندهای مدل گارچ نسبت به سری‌های بازدهی اولیه به iid نزدیک‌تر هستند. با وجود مرحلهٔ نخست همچنان ممکن است پسماندهای گارچ، دنباله‌های متراکم داشته باشند (کارماکار و شوکلا، ۲۰۱۵: ۳). بنابراین در مرحلهٔ دوم، مک نیل و فِری EVT را برای پسماندهای گارچ به‌کار بردند. به همین ترتیب، ترکیب EVT-GARCH هر دوی نوسانات متغیر در زمان و توزیع دنبالهٔ پهن را اصلاح می‌کند. بنابراین رویکرد EVT شرطی به‌صورت زیر انجام می‌گیرد:

مدل گارچ مناسبی برای داده‌های بازده به‌وسیلهٔ رویکرد حداکثرکردن شبه‌درست‌نمایی[2] برازش می‌شود. یعنی، به حداکثر رساندن تابع لگاریتم درست‌نمایی نمونه با فرض شوک‌های با توزیع معین. به پسماندهای استانداردشدهٔ محاسبه‌شده در مرحلهٔ ۱ که فرایند نوفهٔ سفید[3] هستند، توجه کرده و دنباله‌های شوک‌ها را با استفاده از EVT برآورد کنید. سپس، چندک‌های شوک‌ها را برای ارزش‌های مختلف q محاسبه کنید (کارماکار و شوکلا، ۲۰۱۵: ۴).

فرض می‌کنیم که بازده میانگین شرطی را می‌توان به‌وسیلهٔ مدل $AR(s)$ ارائه کرد:

$$r_t = u_t + \varepsilon_t = u_t + \sqrt{h_t}\, z_t$$ رابطهٔ ۲۱)

که $u_t = a_0 + \sum_{i=1}^{s} a_i r_{t-i}$، a_0 ثابت، a_i پارامترها، r_{t-i} بازده‌های وقفه‌ای و ε_t پسماندی است که از توزیع معینی مانند نرمال، GEV، t و یا .... پیروی می‌کند، $z_t = \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{h_t}}$ یا

1. Conditional EVT
2. Quasi-maximum likelihood
3. White noise process

$z_t = \frac{r_t - u_t}{\sqrt{h_t}}$ پسماند استاندارد شده و h_t واریانس شرطی ε_t است (کارماکار و شوکلا، ۲۰۱۵: ۴). همچنین فرض می‌کنیم که واریانس شرطی h_t از فرایند گارچ مناسبی پیروی می‌کند.

اگر پسماندهای استانداردشده iid باشند و مدل برازش‌شده به‌خوبی تصریح شده باشد، مرحلهٔ نخست با برآورد میانگین شرطی u_{t+1} و واریانس h_{t+1} برای روز $t+1$ با استفاده از پیش‌بینی‌های استاندارد یک مرحلهٔ رو به جلو[1] به‌پایان می‌رسد. پیش‌بینی میانگین شرطی یک مرحلهٔ رو به جلو عبارت است از:

رابطهٔ ۲۲)
$$\hat{u}_{t+1} = \hat{a}_0 + \sum_{i=1}^{s} \hat{a}_i\, r_{t-i+1}$$

و پیش‌بینی واریانس شرطی یک مرحلهٔ رو به جلو با استفاده از مدل مناسب GARCH(p,q) به صورت زیر به‌دست می‌آید:

رابطهٔ ۲۳)
$$\sigma_{t+1}^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \varepsilon_{t-i+1}^2 + \sum_{i=1}^{p} \beta_i \sigma_{t-i+1}^2$$

در مرحلهٔ دوم، EVT را برای پسماندهای استانداردشدهٔ z_t به‌کار برده و چندک دنبالهٔ تعریف شده را برآورد می‌کنیم. برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی برای افق یک روزه به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

رابطهٔ ۲۴)
$$VaR_{1-\alpha}^{t} = \hat{u}_{t+1} + \sqrt{\hat{h}_{t+1}}\widehat{VaR}\,(z_{1-\alpha})$$

که $1-\alpha$ سطح اطمینان و $\widehat{VaR}\,(z_{1-\alpha})$ به‌وسیلهٔ معادلهٔ زیر به‌دست می آید و برای پسماندهای استانداردشدهٔ منفی به‌کار می‌رود (کارماکار و شوکلا، ۲۰۱۵: ۴).

رابطهٔ ۲۵)
$$\widehat{VaR}\,(z_{1-\alpha}) = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}}\left\{\left(\frac{n}{n_u}\alpha\right)^{-\hat{\xi}} - 1\right\}$$

و در نهایت ما نتایج به‌دست‌آمده از تئوری ارزش فرین شرطی را با دیگر مدل‌های رقیب از قبیل مدل ارزش فرین غیرشرطی، شبیه‌سازی تاریخی، نرمال ایستا (یا روش واریانس ـ کوواریانس) و نرمال شرطی (مدل گارچ) مقایسه می‌کنیم.

1. Standard 1-step ahead forecasts

پس‌آزمایی

برای انجام پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک از آزمـون پوششـی برنـولی و اسـتقلال تخطـی استفاده کرده و برای پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار از پس‌آزمایی مک نیل و فری و تابع زیـان و آزمون رتبه‌بندی MCS استفاده می‌کنیم.

پس‌آزمایی مک نیل وفری

پس‌آزمایی برای پیش‌بینی‌های ریزش مورد انتظار مدل‌های ریسک به‌وسـیلهٔ مـک نیـل وفـری (۲۰۰۰) ارائه شدکه یکی از موفق‌ترین روش‌ها در ادبیات است. این پس‌آزمایی مبتنی بـر سـری پسماندهای تخطی استاندارد شده[1] است که بر اساس رابطهٔ زیر تعریف می‌شـود (اولسـن، ۲۰۱۵: ۲۷):

رابطهٔ ۲۶)

$$R_{t+1}=\begin{cases}\dfrac{y_{t+1}-ES_{t+1|t}^{(1-p)}}{\hat{\sigma}_{t+1}}, & if\ y_{t+1}<VaR_{t+1|t}^{(1-p)}\\ 0, & if\ y_{t+1}\geq VaR_{t+1|t}^{(1-p)}\end{cases}$$

تمایز بین بازده‌های تخطی‌کننده از VaR و پیش‌بینی ES در آن روز به‌نحوهٔ استاندارد شـدن آنها توسط انحراف معیـار بـرآورده شـده اسـت. بـرآورد $\hat{\sigma}_{t+1}$ در روش‌هـای پارامتریـک و نیمـه پارامتریک به‌وسیلهٔ هر کدام از مدل‌های آرچ به‌دست می‌آید، در صـورتی کـه ایـن بـرآورد بـرای مدل‌های ناپارامتریک از طریق انحراف معیار نمونه به‌دست می‌آید. ایـن پـس‌آزمـایی متکـی بـر مشاهده‌ای است که R_{t+1} باید مانند فرایند iid با میانگین صفر رفتار کرده و اینکه ES برآوردی نااریب از اُمید ریاضی دنباله[2] است و پویایی‌های فرایند بازده به‌درستی مـدل‌سـازی شـده اسـت. فرضیهٔ صفر و فرضیهٔ مقابل می‌تواند به‌صورت زیر باشد (اولسن، ۲۰۱۵: ۲۸):

رابطهٔ ۲۷)

$$H_0: \bar{R}_{t+1}=0$$
$$H_1: \bar{R}_{t+1}>0$$

که $\bar{R}_{t+1}$ نمایانگر میانگین بردار پسماندهای تخطی استانداردشـده، اسـت. فرضـیهٔ مقابـل یـک طرفه است به‌طوری که میانگین مثبت نشان‌دهندهٔ این است که ES کمتر برآورد شده است، کـه این حالت اغلب خطرناک‌ترین حالت است (مک‌نیل و فری، ۲۰۰۰). آمارهٔ آزمون مشابه نسـبت t استاندارد توسط رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

---

1. Standardized exceedance residuals
2. Tail expectation

رابطهٔ ۲۸)
$$t_{R_{t+1}}=\frac{\bar{R}_{t+1}}{\hat{\sigma}_{R_{t+1}}/\sqrt{N}}$$

که $\hat{\sigma}_{R_{t+1}}$ نمایانگر انحراف معیار $\bar{R}_{t+1}$ و تعداد تخطی از نمونه مانند پس‌آزمایی VaR با N نشان داده می‌شود. از آنجا که توزیع t نامعلوم است، فرایند بوتسترپ ،که پیش فرضی در مورد توزیع پسماند نمی‌کند، انجام می‌شود.

رتبه‌بندی بر اساس روش MCS

وجود چندین تصریح مدل مختلف معتبر برای VaR و ES این سؤال را مطرح می‌کند که بهترین مدل (بهینه) کدام است. رویهٔ آماری به‌کاررفته برای تعیین اینکه آیا ارزش میانگین تابع زیان یک مدل ریسک نسبت به مدل دیگر به‌صورت معناداری آماری بالاتر است یا خیر، رویهٔ مجموعهٔ اطمینان مدل (MCS)[1] پیشنهادی توسط هانسن، لوند و ناسون (۲۰۱۱) است. رویهٔ هانسن شامل دنباله‌ای از آزمون‌های آماری است که در آنها، مدل‌ها به‌لحاظ معناداری آماری و با استفاده از آزمون‌های آمارهٔ توانایی پیش‌بینی برابر (EPA)[2] به‌صورت دوبه‌دو مقایسه شده و در نهایت مجموعه‌ای از مدل‌های برتر که در آنها فرضیهٔ صفر آزمون EPA در سطح اطمینان α رد نشده‌اند، ایجاد می‌شود. آزمون‌های آمارهٔ EPA برای هر تابع زیان اختیاری که شرایط کلی مانایی ضعیف را برآورده کند، قابل محاسبه است. ورودی‌های MCS توابع زیان مدل‌های مختلف هستند. بنابراین تابع زیان زیر بر این اساس برای مدل‌های مختلف ES محاسبه می‌شود (اولسن، ۲۰۱۵: ۳۰):

رابطهٔ ۲۹)
$$\psi_{(ES)t+1}=\begin{cases}1+\left(y_{t+1}-Es_{t+1|t}^{(1-p)}\right)^2 , & if\ y_{t+1}<Es_{t+1|t}^{(1-p)}\\ \left(y_{t+1}-Es_{t+1|t}^{(1-p)}\right)^2 , & if\ Es_{t+1|t}^{(1-p)}<y_{t+1}<VaR_{t+1|t}^{(1-p)}\\ 0 , & if\ y_{t+1}\geq VaR_{t+1|t}^{(1-p)}\end{cases}$$

این تابع زیان تضمین می‌کند که بازده‌هایی که از ES تخطی می‌کنند، $y_{t+1}<Es_{t+1|t}^{(1-p)}$، همیشه سخت‌تر از تخطی‌هایی که کمتر از مورد انتظار هستند، جریمه می‌شوند. بنابراین مدل ریسک دقیق باید $\bar{\psi}_{ES}=\tilde{T}^{-1}\sum_{t=0}^{\tilde{T}-1}\psi_{(ES)t+1}$ را مینیمم کند و برای اینکه در مقایسه با مدل‌های رقیب مرجع باشند باید تفاوت معناداری بین توابع زیانشان وجود داشته باشد.

1. Model Confidence Set
2. Equal Predictive Ability

یافته‌های پژوهش

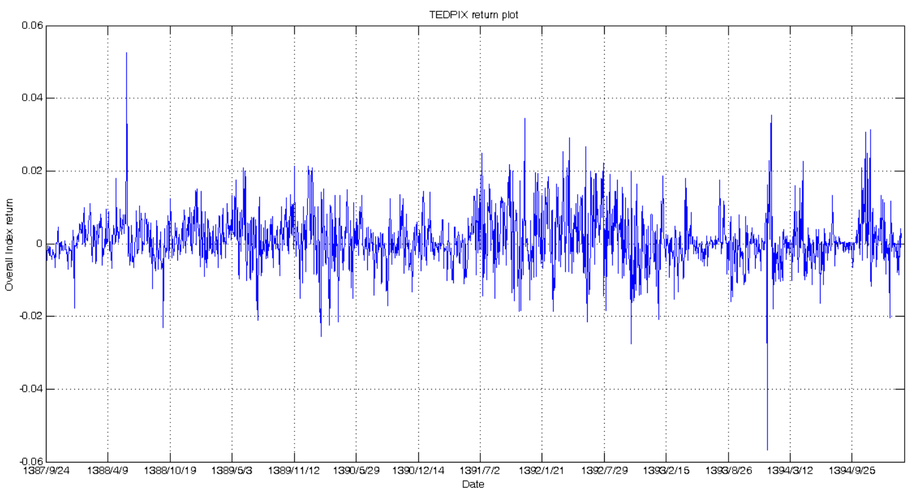
تجزیه و تحلیل داده‌ها و تخمین ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار

همان‌طور که در مقدمه ذکر شد در این مقاله به اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک بر اساس روش‌های مختلف برای داده‌های مربوط به شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در فاصلهٔ سال‌های ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۵ به‌صورت روزانه پرداخته می‌شود. کل دورهٔ زمانی در این پژوهش، ۱۷۹۵ مشاهدهٔ روزانه از ۱۳۸۷/۰۹/۲۹ تا ۱۳۹۵/۰۲/۲۹ است. دورهٔ زمانی درون نمونه از ۱۳۸۷/۰۹/۲۹ تا ۱۳۹۲/۰۹/۱۱ شامل ۱۲۰۰ روز و دورهٔ زمانی برون نمونه از ۱۳۹۲/۰۹/۱۲ تا ۱۳۹۵/۰۲/۲۹ شامل ۵۹۴ روز است.

با توجه به اینکه توزیع قیمت سهام به توزیع لاگ‌نرمال[1] نزدیک است برای محاسبهٔ بازده داده‌ها از فرمول بازده لگاریتمی به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$r_t = ln(P_t/P_{t-1})$$ رابطهٔ ۳۰)

نمودار بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در کل دورهٔ زمانی در شکل ۱ نمایش داده شده است.



شکل ۱. نمودار بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران

1. Lognormal

آمار توصیفی داده‌ها

با توجه به نتایج بالا، حداکثر و حداقل بازده روزانه به‌ترتیب برابر با ۵/۲۶ درصد و ۵/۶۷- درصد، میانگین بازده روزانه و انحراف معیار به‌ترتیب برابر بـا ۰/۱۲ درصـد و ۰/۷۴ درصـد وکشـیدگی و چولگی به‌ترتیب برابر با ۷/۷۵و ۰/۲۹ است که نشان‌دهندهٔ فاصلهٔ زیاد توزیع بازده از توزیع نرمال است.

برای تخمین پارامترها باید یک مقدار منطقـی بـرای آسـتانهٔ u انتخـاب کنـیم. ایـن آسـتانه تعیین‌کنندهٔ تعداد مشاهدات فراتر از آستانه یعنی n_u است. مبانی نظری ضـعیفی بـرای انتخـاب آستانه وجود دارد که یکی از ضعف‌های نظریهٔ فراتر از آستانه است. بـدین ترتیـب ایـن انتخـاب بیشتر به قضاوت‌ها مربوط می‌شود. در زیر نحوهٔ انتخاب آستانه را توضیح می‌دهیم.

جدول ۱. آمار توصیفی کل داده‌ها

میانگین	انحراف معیار	مینیمم	ماکسیمم	چولگی	کشیدگی
۰/۰۰۱۲	۰/۰۰۷۴	۰/۰۵۶۷-	۰/۰۵۲۶	۰/۲۹۷۴	۷/۷۵۴۱

انتخاب آستانه

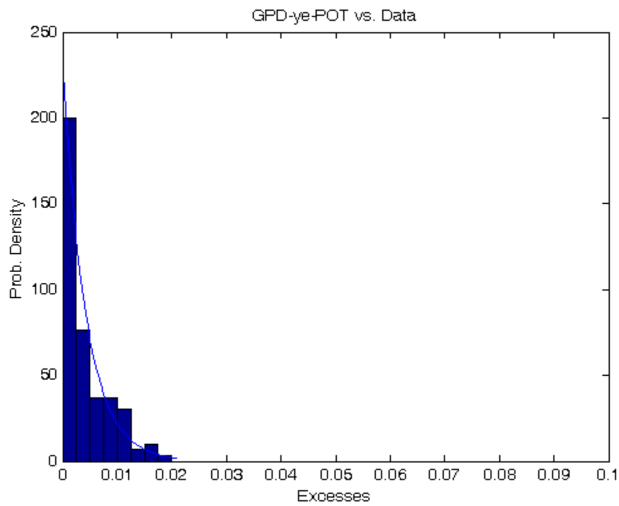
اغلب برای شناسایی آستانه در ادبیات از سه ابزار بصری شـامل نمـودار چنـدک ـ چنـدک، تـابع میانگین فزونی و نمودار هیل استفاده می‌شود. برای استفاده از ابزار چندک ـ چندک، چندک‌هـای توزیع فرضی را در مقابل چندک‌های توزیع تجربی ترسیم کرده و میزان همخوانی چندک‌های دو توزیع با هم مقایسه می‌شود. اگر توزیع نمونه از توزیع فرضی به‌دست آمده باشد، شکل چنـدک ـ چندک خطی خواهد بود. در روش تابع میانگین فزونی، اگر این تابع را بر اساس تغییـرات آسـتانه ترسیم کنیم، بهتر است آستانه را در جایی انتخاب کنیم که تابع میانگین فزونی پس از آن، خطی راست با شیب مثبت باشد. این تابع به‌صورت زیر تعریف می‌شود (ژنسی و سلوک، ۲۰۰۴: ۲۹۳):

$$MEF(u) = \frac{\sum_{i=1}^{n} max(X_i - u, 0)}{\sum_{i=1}^{n} I_{(X_i > u)}} \qquad \text{رابطهٔ ۳۱)}$$

برآوردگر هیل میانگین k مشاهده از فرین‌ترین مشاهدات دنبالهٔ منهای k+1اُمـین مشـاهده است. برای تعیین آستانه، شکل هیل را به‌گونه‌ای ترسیم می‌کنیم کـه شـاخص دنبالـهٔ تخمینـی $\xi_{n,k}^{(H)}$، تابعی از k باشد. آستانه را در جایی که شاخص دنباله نسبتاً ثابت باشد، انتخاب مـی‌کنـیم. به عبارتی دیگر، آستانه را در جایی که تخمین‌زن هیل، به ازای مقادیر k نسبتاً اُفقـی مـی‌شـود، انتخاب می‌کنیم (داو، ۲۰۰۵: ۱۹۷).

$$\hat{\xi}_{n,k}^{(H)} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} lnX_i - lnX_{k+1} \text{ برای } 1 \leq k \leq n-1$$ رابطهٔ ۳۲)

بنابراین برای انتخاب آستانهٔ مناسب، چندک ۰/۷ تا ۰/۹۷ بررسی شده و در نهایت با توجه به تعداد داده‌های فرین باقی‌مانده و ناریب بودن تخمین‌ها چندک ۰/۹ به‌عنوان آستانه انتخاب شد. در شکل ۲ هیستوگرام داده‌های فراتر از آستانه (چندک ۰/۹) مشاهده می‌شود که نمودار تابع چگالی توزیع پرتوی تعمیم‌یافته روی آن برازش شده است. شایان ذکر است که ما از منفی بازده شاخص استفاده کرده و بر مشاهدات فرین بالایی متمرکز می‌شویم.



شکل ۲. هیستوگرام داده‌های فرین به‌همراه نمودار تابع چگالی توزیع پرتوی تعمیم‌یافتهٔ برازش‌شده روی آن

تخمین‌های مربوط به پارامترهای توزیع پرتوی تعمیم‌یافته نیز به‌صورت جدول ۲ است. با توجه به نتایج جدول ۲ برای تخمین ارزش فرین پارامتر شکل برابر با ۰/۰۱۷۲ ، پارامتر مقیاس برابر با ۰/۰۰۴۲ و آستانه را ۰/۰۰۶۵ در نظر می‌گیریم.

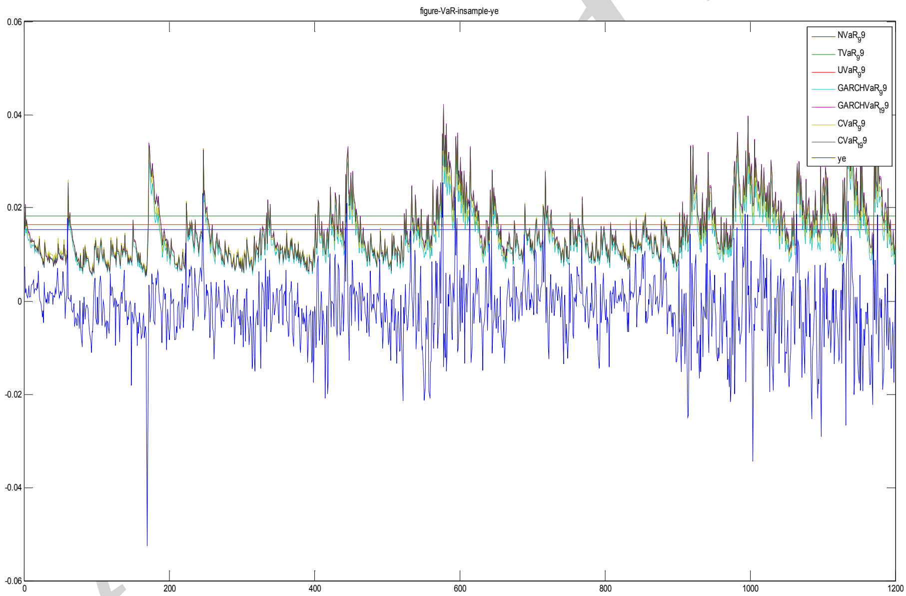
برای تخمین ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار با استفاده از روش گارچ نیز ابتدا با استفاده از تشکیل ماتریس شوارتز مدل بهینه که دارای کمترین معیار اطلاعاتی شوارتز است را به‌صورت مدل ARMA(۲،۱) ـ GARCH(۱،۱) برای توزیع تی. استیودنت و نرمال انتخاب کرده و بدین وسیله محاسبات خود را انجام می‌دهیم.

جدول ۲. پارامترهای تخمینی توزیع پرتوی تعمیم‌یافته

پارامتر شکل (ξ)	۰/۰۱۷۲ (۰/۱۲۶۵)
پارامتر مقیاس (σ)	۰/۰۰۴۲ (۰/۰۰۰۷)
آستانه (u)	۰/۰۰۶۵

محاسبهٔ ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار درون نمونه

دورهٔ زمانی درون نمونه از ۱۳۸۷/۰۹/۲۹ تا ۱۳۹۲/۰۹/۱۱ شامل ۱۲۰۰ مشاهدهٔ روزانه است. در شکل ۳ نمودار ارزش در معرض ریسک درون نمونه با مدل‌های مختلف در سطح اطمینان ۹۹ درصد قابل مشاهده است.

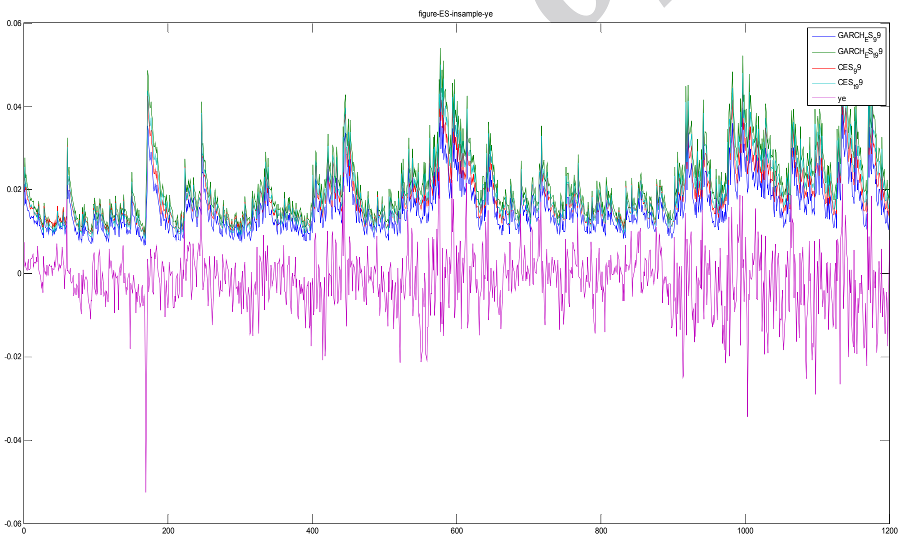


توضیحات: ۱. مدل با فرض توزیع نرمال غیرشرطی (NVaRf)؛ ۲. مدل با فرض توزیع تی. استیودنت غیرشرطی (TVaRf)؛ ۳. رویکرد ارزش فرین غیرشرطی (UVaRf)؛ ۴. مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای نرمال (GARCH-VaRf)؛ ۵. مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای تی. استیودنت (GARCH-VaR-tf)؛ ۶. رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استانداردشدهٔ نرمال (CVaRf)؛ ۷. رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استانداردشدهٔ تی. استیودنت (CVaR-tf)؛ ۸. مشاهدات واقعی منفی بازده شاخص کل (ye).

شکل ۳. نمودار ارزش در معرض ریسک درون نمونه

همان‌طور که در شکل ۳ مشخص است از میان روش‌های به‌کارگرفته‌شده در این مقاله، سه روش مدل با فرض توزیع نرمال غیرشرطی، مدل با فرض توزیع تی. استیودنت غیرشرطی و رویکرد ارزش فرین غیرشرطی حساسیت نسبت به تغییر در شرایط بازده ندارند، از این رو واقعیت‌های مربوط به ریسک را به‌خوبی انعکاس نمی‌دهند، بنابراین نمی‌توانند سنجه‌های مناسبی برای اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک باشند. در مقابل روش‌های رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده تی. استیودنت ، مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای تی. استیودنت، رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استانداردشدهٔ نرمال، مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای نرمال، با توجه به وضعیت اقتصاد و نوسانات موجود در بازده‌ها طی زمان تغییر می‌کند. از این رو وضعیت ریسکی موجود در شاخص را بهتر از سایر سنجه‌ها منعکس می‌کند.

در شکل ۴ ریزش مورد انتظار درون نمونه با مدل‌های مختلف در سطح اطمینان ۹۹ درصد قابل مشاهده است.



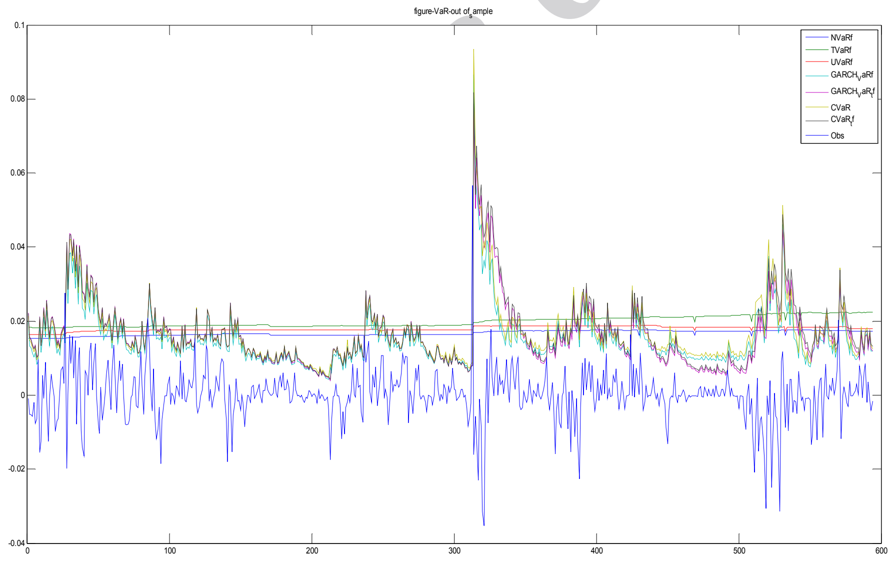
توضیحات: ۱. مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای نرمال (GARCH-ES-99)؛ ۲. مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای تی. استیودنت (GARCH-ES-t-99)؛ ۳. رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استانداردشدهٔ نرمال (CES-99)؛ ۴. رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استانداردشدهٔ تی. استیودنت (CES-t-99)؛ ۵. مشاهدات واقعی منفی بازده شاخص کل (ye)

شکل٤. نمودار ریزش مورد انتظار درون نمونه

محاسبۀ ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار برون نمونه

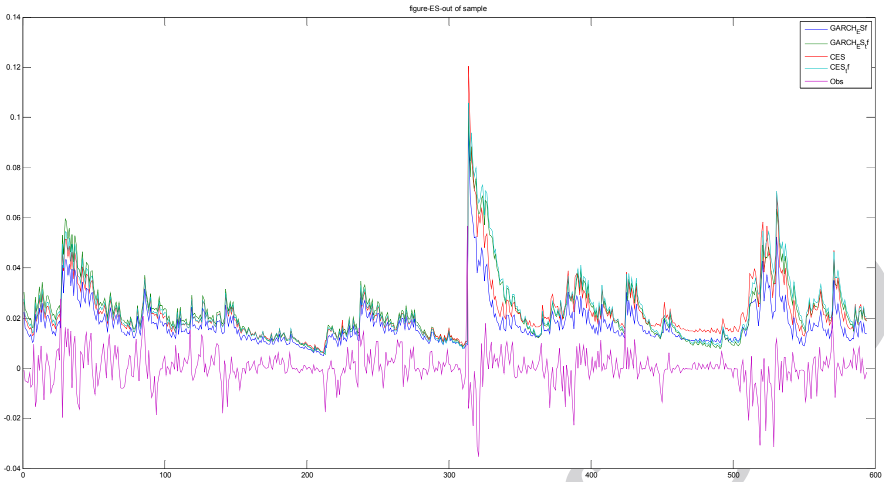
دورۀ زمانی برون نمونه از ۱۳۹۲/۰۹/۱۲ تا ۱۳۹۵/۰۲/۲۹ شامل ۵۹۴ مشـاهدۀ روزانـه اسـت. در شکل ۵ نمودار ارزش در معرض ریسک برون نمونه با مدل‌های مختلـف در سـطح اطمینـان ۹۹ درصد قابل مشاهده است.

در خصوص محاسبۀ ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار به‌صورت بـرون نمونـه‌ای نیز ملاحظه می‌شود که سه روش مدل با فرض توزیع نرمال غیرشرطی، مدل با فرض توزیع تی. استیودنت غیرشرطی و رویکرد ارزش فرین غیرشرطی تغییرات لازم متناسب با تغییـرات بـازار را نشان نمی‌دهند. به‌عنوان نمونه در هنگامۀ شوکی که در اویل سال ۱۳۹۴ (داده ۳۰۰ تـا ۳۵۰) رخ داد، ریسک در بازار به‌شدت افزایش یافته است، در حالی‌که سه روش مدل با فرض توزیع نرمـال غیرشرطی، مدل با فرض توزیع تـی. اسـتیودنت غیرشـرطی و رویکـرد ارزش فـرین غیرشـرطی هیچ‌گونه واکنشی نسبت به این تغییر شرایط ریسکی نشان نمی‌دهند. اما روش‌های ارزش فـرین شرطی و گارچ به‌خوبی میزان ریسک را متناسب با تغییر شرایط بازار نشان می‌دهند.



شکل ۵. نمودار ارزش در معرض ریسک برون نمونه

در شکل ۶ نمودار ریزش مورد انتظار برون نمونه با مـدل‌هـای مختلـف در سـطح اطمینـان ۹۹درصد قابل مشاهده است.



شکل ٦. نمودار ریزش مورد انتظار برون نمونه

پس‌آزمایی مدل‌های ارزش در معرض ریسک

در قسمت بالا به برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از چندین رویکرد پرداخته شده است. اما سؤال مهم بررسی پس‌آزمایی این روش‌ها است. برای این منظور در این قسمت برای بررسی اعتبار مدل‌های ارزش در معرض ریسک از دو آزمون پس‌آزمایی پوشش برنولی و استقلال خطی (دنیلسون، ۲۰۱۱: ۱۵۵و ۱۵۷) استفاده می‌شود.

جدول ۳. پس‌آزمایی مدل‌های مختلف ارزش در معرض ریسک در سطح اطمینان ۹۹درصد

نوع روش پس آزمایی	آزمون پوشش برنولی		آزمون استقلال تخطی	
	آمارهٔ آزمون	pvalue	آمارهٔ آزمون	pvalue
با فرض توزیع نرمال	۰/۱۶۷۲	۰/۶۸۲۶	۰/۱۸۰۷	۰/۶۷۰۸
با فرض توزیع تی. استیودنت	۰/۰۳۰۵	۰/۸۶۱۳	۰/۷۹۶۱	۰/۱۸۰۲
با فرض VaR غیرشرطی GPD	۰/۰۵۴۳	۰/۸۱۵۷	۰/۷۲۳۱	۰/۳۹۵۱
با فرض رویکرد GARCH برای توزیع نرمال	۰/۲۱۸۸	۰/۶۳۹۹	۰/۶۵۰۹	۰/۴۱۹۸
با فرض رویکرد GARCH برای توزیع تی. استیودنت	۰/۲۷۷۴	۰/۵۹۸۴	۱/۳۷۵۲	۰/۲۴۰۹
با فرض VaR شرطی GPD برای توزیع نرمال	۰/۱۶۷۲	۰/۶۸۲۶	۰/۱۸۰۷	۰/۶۷۰۸
با فرض VaR شرطی GPD برای توزیع تی. استیودنت	۰/۱۶۷۲	۰/۶۸۲۶	۰/۱۸۰۷	۰/۶۷۰۸

با توجه به این که تمام pvalue ها بزرگ‌تر از ۵ درصد هستند بنابراین تمام مدل‌های VaR اعتبار دارند.

پس‌آزمایی مدل های ریزش مورد انتظار

پس‌آزمایی برای پیش‌بینی‌های ریزش مورد انتظار مدل‌های ریسک به‌وسیلهٔ مک نیل و فری (۲۰۰۰) ارائه شد.

جدول ٤. پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار سطح ۹۹درصد

نوع روش پس‌آزمایی	پس‌آزمایی مک نیل و فری	
	آمارهٔ آزمون	احتمال
روش GARCH براساس توزیع نرمال	۰/۳۲۷۹	۰/۰۲۲۰
روش GARCH براساس توزیع تی. استیودنت	۰/۸۵۲۰	۰/۰۹۸۸
روش GPD بر اساس توزیع نرمال	۰/۰۵۷۷	۰/۰۷۲۳
روش GPD براساس توزیع تی. استیودنت	۰/۰۴۸۷	۰/۰۷۶۱

همان‌گونه که از جدول بالا مشخص است تنها رویکرد ARMA-GARCH براساس توزیع نرمال در آزمون پس‌آزمایی از اعتبار برخوردار نیست. بنابراین در مرحلهٔ رتبه‌بندی مدل‌های مختلف با استفاده از تابع MCS این رویکرد حذف شده و سایر مدل‌های معتبر وارد می‌شوند.

حال سه روش معتبر GARCH براساس توزیع تی. استیودنت، روش GPD بر اساس توزیع نرمال و روش GPD بر اساس توزیع تی. استیودنت بر اساس روش MCS و تابع زیان اولسن و در سطح اطمینان ۹۹ درصد رتبه‌بندی می‌کنیم. بر اساس نتایج به‌دست‌آمده رتبه‌های اول تا سوم به‌ترتیب روش GPD بر اساس توزیع تی. استیودنت، روش GPD بر اساس توزیع نرمال و GARCH بر اساس توزیع تی. استیودنت هستند.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش به برآورد ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار با توجه به روش‌های نوین با تأکید بر رویکرد ارزش فرین شرطی و مقایسهٔ آنها با عملکرد رویکردهای پارامتریک پرداخته شد. روش‌های معرفی‌شده برای محاسبهٔ ریسک بازار برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در دورهٔ ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۵ انجام شده است. در این پژوهش ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار درون نمونه و برون‌نمونه را با مدل‌های مختلف در سطح اطمینان ۹۹ درصد محاسبه کرده و نمودار روزانهٔ ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار را ترسیم کردیم. از میان روش‌های به‌کارگرفته‌شده در این پژوهش و با توجه به نمودار ترسیم‌شده، سه مدل با فرض توزیع نرمال غیرشرطی، مدل با فرض توزیع تی. استیودنت غیرشرطی و رویکرد ارزش فرین غیرشرطی حساسیت نسبت به تغییر در شرایط بازار ندارند. از این رو واقعیت‌های مربوط به

ریسک را به‌خوبی انعکاس نمی‌دهند و نمی‌توانند سنجه‌های مناسبی برای اندازه‌گیری ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار باشند. در مقابل روش‌های رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استانداردشدهٔ تی. استیودنت، مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای تی. استیودنت، رویکرد ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استانداردشدهٔ نرمال، مدل ARMA-GARCH با فرض پسماندهای نرمال، با توجه به وضعیت اقتصاد و نوسانات موجود در بازده‌ها طی زمان تغییر می‌کند و بنابراین وضعیت ریسکی موجود در شاخص را بهتر از سایر سنجه‌ها منعکس می‌کند. برای بررسی و مقایسهٔ الگوها از روش‌های پس‌آزمایی مانند آزمون استقلال تخطی‌ها، آزمون پوشش برنولی، آزمون مک نیل و فری و آزمون MCS استفاده شده است. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده برای پس‌آزمایی ارزش در معرض ریسک، همه مدل‌های VaR اعتبار دارند. از آنجا که VaR معیار زیرجمع‌پذیری (به این معنا که VaR پرتفوی کمتر از VaR مجموع دارایی‌های فردی داخل پرتفوی نیست) از اصول موضوعهٔ معیارهای ریسک منسجم (یکنواختی، همگنی مثبت، پایای انتقال و زیرجمع‌پذیری) را رعایت نمی‌کند. مورد دیگر و شاید خطرناک‌تر، این است که VaR از زیان‌های بالقوهٔ ماورای نقطهٔ چندک مد نظر چشم‌پوشی می‌شود در حالی‌که ریزش مورد انتظار منسجم است، بنابراین در این پژوهش از معیار ریزش مورد انتظار به‌عنوان سنجهٔ اصلی ریسک استفاده شده است و یکی از نوآوری‌های این پژوهش پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار و محاسبهٔ ارزش فرین شرطی است. برای پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار نیز از آزمون مک‌نیل و فری استفاده کردیم. طبق نتایج به‌دست‌آمده دریافتیم که تنها رویکرد ARMA-GARCH بر اساس توزیع نرمال در آزمون پس‌آزمایی از اعتبار برخوردار نیست. همچنین در این تحقیق برای پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار از تابع زیان جدیدی استفاده شد که تطابق بیشتری با تابع مطلوبیت عوامل اقتصادی دارد. در این پژوهش برای رتبه‌بندی مدل‌ها از تابع MCS استفاده شد. تابع MCS، زیان‌های مدل‌های مختلف را به لحاظ معناداری آماری و به‌صورت دوبه‌دو مقایسه کرده و در نهایت رتبه‌بندی می‌کند. این در حالی است که در اکثر تحقیقات گذشته تنها از یک معیار میانگین زیان‌ها، برای مقایسه و رتبه‌بندی مدل‌ها استفاده شده است. درمرحلهٔ رتبه‌بندی مدل‌های مختلف با استفاده از تابع MCS رویکرد ARMA-GARCH بر اساس توزیع نرمال حذف شده و سایر مدل‌های معتبر وارد می‌شوند. سپس سه روش معتبر GARCH براساس توزیع تی. استیودنت، روش GPD بر اساس توزیع نرمال و روش GPD براساس توزیع تی. استیودنت بر اساس روش MCS و تابع زیان اولسن و در سطح اطمینان ۹۹ درصد رتبه‌بندی کردیم. بر اساس نتایج به‌دست‌آمده رتبه‌های اول تا سوم به‌ترتیب روش GPD بر اساس توزیع تی. استیودنت، روش GPD بر اساس توزیع نرمال و

GARCH بر اساس توزیع تی. استیودنت است. در ادامه به تحلیل مقایسه‌ای مهم‌ترین نتایج با تحقیقات مشابه می‌پردازیم. دیمیتریکوپلس و همکاران (۲۰۱۰)، موتو و همکاران (۲۰۱۱)، سینگ و همکاران (۲۰۱۳) و کارماکار، شوکلا (۲۰۱۵) در پژوهش‌های خود نشان دادند که تئوری ارزش فرین نسبت به سایر رویکردها عملکرد بهتری دارد، که ما نیز به همین نتیجه در پژوهش خود رسیدیم. مطابق با تحقیقات مولر و همکاران (۱۹۹۸) و موتو و همکاران (۲۰۱۱) که روشEVT را به‌همراه مدل گارچ متغیر در زمان به‌کار بردند، ما نیز در این پژوهش رویکرد ارزش فرین را با مدل گارچ با فرض توزیع نرمال و تی. استیودنت مقایسه کرده و به این نتیجه رسیدیم که تئوری ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای با توزیع تی. استیودنت نتیجهٔ بهتری نسبت به مدل گارچ دارد.

References

Acerbi, C., & Tasche, D. (2002). Expected Shortfall: a natural coherent alternative to Value at Risk. *Economic notes,* 31(2), 379-388.

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. & Heath, D. (1999). Coherent Risk Measures. *Mathematical Finance*, 9(3), 203-228.

Bajalan, S., Raei, R. & Mohammadi, S. (2016). Modeling Insurance Claims Distribution through Combining Generalized Hyperbolic Skew-t Distribution with Extreme Value Theory. *Journal of Financial Research*, 18(1), 39-58. (*in Persian*)

Bali, T.G. & Neftci, S.N. (2003). Disturbing extremal behavior of spot rate dynamics. *Journal of Empirical Finance*, 10(4), 455-477.

Danielsson, J. & de Vries, C. G. (1997). Tail index and quantile estimation with very high frequency data. *Journal of empirical Finance*, 4(2), 241-257.

Dimitrakopoulos, D. N., Kavussanos, M. G., & Spyrou, S. I. (2010). Value at risk models for volatile emerging markets equity portfolios. *The Quarterly Review of Economics and Finance,* 50(4), 515-526.

Dowd, K. (2005). *Measuring market risk*. England, John Wiley & Sons.

Falahtalab, H., Azizi, M. (2014). Application of Extreme Value Theory in Value at Risk forecasting. *Journal of Investment Knowledge*, 3(12), 159-180. (*in Persian*)

Fallahpour, S., Yar-Ahmadi, M., (2013). Estimation of Value at Risk by using Extreme Value Theory in Tehran Stock Exchange. *Journal of Financial Engineering and Portfolio Management*, 4(13), 133-158. (*in Persian*)

Gencay, R. & Selcuk, F. (2004). Extreme value theory and Value-at-Risk: Relative performance in emerging markets. *International Journal of Forecasting*, 20(2), 287-303.

Gençay, R. & Selçuk, F. (2006). Overnight borrowing, interest rates and extreme value theory. *European Economic Review*, 50(3), 547-563.

Hansen, P., Lunde, A. & Nason, J. (2011). The model confidence set. *Econometrica*, 79 (2), 453-497.

Ho, L. C., Burridge, P., Cadle, J. & Theobald, M. (2000). Value-at-risk: Applying the extreme value approach to Asian markets in the recent financial turmoil. *Pacific-Basin Finance Journal*, 8(2), 249-275.

Hull, J. (2015). *Risk Management and Financial Institutions*. (Vol. 733). John Wiley & Sons.

Karmakar, M. & Shukla, G. K. (2015). Managing extreme risk in some major stock markets: An extreme value approach. *International Review of Economics & Finance,* 35, 1-25.

Longin, F. M. (1996). The asymptotic distribution of extreme stock market returns. *Journal of business*, 69(3), 383-408.

McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: an extreme value approach. *Journal of empirical finance,* 7(3), 271-300.

Müller, U. A., Dacorogna, M. M., & Pictet, O. V. (1998). Heavy tails in high-frequency financial data. A practical guide to heavy tails: Statistical techniques and applications, 55-78. ISBN: 0-8176-3951-9.

Mutu, S., Balogh, P. & Moldovan, D. (2011). The efficiency of value at risk models on central and eastern European stock markets. *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, 5(2), 110-117.

Olsen, N.N. (2015). *The Application of Historical Simulation in Expected Shortfall Prediction: An Empirical Analysis of Risk Models' Forecasting Accuracy.* Thesis for Master of Science in Finance, School of Business and Social Sciences Aarhus University.

Ray, C. I. (2010*). Extreme risk management: revolutionary approaches to evaluating and measuring risk*. McGraw-Hill.

Ren, F. & Giles, D. E. (2010). Extreme value analysis of daily Canadian crude oil prices. *Applied Financial Economics*, 20(12), 941-954.

Sajjad, R., Hedayati, S., Hedayati, S. (2014). Estimation of Value at Risk by using Extreme Value Theory. *Journal of Investment Knowledge*, 3(9), 133-158. (*in Persian*)

Singh, A. K., Allen, D. E., & Robert, P. J. (2013). Extreme market risk and extreme value theory. *Mathematics and computers in simulation*, 94, 310-328.