



## Estimation of Expected Shortfall Based on Conditional Extreme Value Theory Using Multifractal Model and Intraday Data in Tehran Stock Exchange

**Saeed Fallahpour**

Associate Prof., Department of Financial Management and Insurance, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: falahpor@ut.ac.ir

**Hamed Tabasi**

\*Corresponding author, Ph.D. Candidate, Department of Financial Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: tabasi.hamed@ut.ac.ir

### Abstract

**Objective:** After the financial crisis in 2008, market practitioners and financial researchers began to attach more importance to risk measurement and modeling. Expected shortfall is recognized risk measures in financial literature.

**Methods:** By the estimation of expected shortfall as a coherent risk measure, and by use of conditional extreme value theory and combining new volatility measures, this research attempts to introduce a new model for risk measurement. Intraday data has been used in this research in order to estimate mentioned risk measures.

**Results:** The results show that in comparison with alternative models, such as GARCH conditional peak over threshold models, multifractal conditional peak over threshold models, which utilize intraday data, perform better in risk estimation. In addition, the use of extreme value theory brings about more favorable results in risk estimation. In this research, we use a new back-testing models in order to back-test expected shortfall.

**Conclusion:** The use of the normal distribution function for the disruption components to estimate the expected drop has not been successful, and has led to an estimate of the low risk category. The use of Student's t-distribution in estimating risk measures has been acceptable, although in some cases it has led to an estimate of high risk. Considering extreme value theory of value in the above models has in most cases led to improved model performance. This means that it has moderately adjusted the estimates of the upper hand and the estimates of the.

**Keywords:** Back-testing, Expected shortfall, Intraday data, Multifractal Volatility Model, Peak-over Threshold Model.

**Citation:** Fallahpour, S., & Tabasi, H. (2020). Estimation of Expected Shortfall Based on Conditional Extreme Value Theory Using Multifractal Model and Intraday Data in Tehran Stock Exchange. *Financial Research Journal*, 22(1), 27-43. (in Persian)

Financial Research Journal, 2020, Vol. 22, No.1, pp. 27-43

DOI: 10.22059/frj.2018.142184.1006131

Received: January 30, 2016; Accepted: June 05, 2016

© Faculty of Management, University of Tehran



## برآورد ریزش مورد انتظار بر اساس نظریه ارزش فرین شرطی با استفاده از مدل مولتی فرکتال و داده‌های درون روزانه در بورس اوراق بهادار تهران

سعید فلاح پور

استادیار، گروه مدیریت مالی و بیمه، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: falahpor@ut.ac.ir

حامد طبسی

\* نویسنده مسئول، دانشجوی دکتری، گروه مدیریت مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: tabasi.hamed@ut.ac.ir

### چکیده

**هدف:** پس از بحران مالی سال ۲۰۰۸، فعالان و پژوهشگران علوم مالی به اندازه‌گیری و مدل‌سازی ریسک بیش از پیش توجه نشان داده‌اند. از جمله سنجه‌هایی که برای اندازه‌گیری ریسک به آنها توجه شده، ریزش مورد انتظار است. هدف از این پژوهش ارائه مدلی جدید به منظور برآورد ریزش مورد انتظار است. مدل ارائه شده، مدلی ترکیبی با استفاده از نظریه ارزش فرین است که از داده‌های درون‌روزی نیز بهره می‌جوید.

**روش:** روش استفاده‌شده در این پژوهش دارای دو گام است. گام نخست به برازش مدل معرفی‌شده و مدل‌های جایگزین با استفاده از داده‌های بورس تهران می‌پردازد و در گام دوم مدل‌های برازش‌شده پس‌آزمایی می‌شوند.

**یافته‌ها:** یافته‌های حاصل از پژوهش نشان می‌دهند که مدل فراتر از آستانه شرطی مولتی فرکتال که از داده‌های درون‌روزی بهره می‌جوید، در مقایسه با مدل‌های جایگزین نظیر فراتر از آستانه شرطی گارچ در برآورد ریسک بازار عملکرد بهتری داشته است.

**نتیجه‌گیری:** با توجه به یافته‌های این پژوهش می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از نظریه ارزش فرین و داده‌های درون‌روزی موجب بهبود برآورد ریسک بازار شده است.

**کلیدواژه‌ها:** پس‌آزمایی، داده‌های درون‌روزی، ریزش مورد انتظار، مدل فراتر از آستانه، مدل نوسان مولتی فراکتال.

**استناد:** فلاح‌پور، سعید؛ طبسی، حامد (۱۳۹۹). برآورد ریزش مورد انتظار بر اساس نظریه ارزش فرین شرطی با استفاده از مدل مولتی فرکتال و داده‌های درون روزانه در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، ۲۲(۱)، ۲۷-۴۳.

تحقیقات مالی، ۱۳۹۹، دوره ۲۲، شماره ۱، صص. ۲۷-۴۳

DOI: 10.22059/frj.2018.142184.1006131

دریافت: ۱۳۹۴/۱۱/۱۰، پذیرش: ۱۳۹۵/۰۳/۱۶

© دانشکده مدیریت دانشگاه تهران

## مقدمه

پس از بحران مالی سال ۲۰۰۸، به اهمیت مدیریت ریسک و روش‌های دقیق اندازه‌گیری ریسک بیش از پیش توجه شد. در پی پژوهش‌های پژوهشگران، ابزارهای مختلفی برای اندازه‌گیری ریسک معرفی شده‌اند. هر یک از این ابزارها، اغلب برای اندازه‌گیری نوع معینی از ریسک توسعه یافته است. در سال‌های اخیر، سنج‌های عمومی برای اندازه‌گیری ریسک وارد ادبیات مالی شده؛ ابزاری که به دلیل ویژگی‌های خود به سنج‌های استاندارد برای اندازه‌گیری انواع مختلف ریسک تبدیل شده است. شاهد این مدعا پیمان کمیته نظارت بر بانک‌ها یعنی بال<sup>۱</sup> در راستای کمی‌سازی ریسک مؤسسه‌های مالی و به خصوص بانک‌ها است. این پیمان به بانک‌ها توصیه می‌کند که برای اندازه‌گیری ریسک بازار، اعتباری<sup>۲</sup> و عملیاتی<sup>۳</sup> از مدل‌های این سنج ریسک استفاده کنند. همچنین بسیاری از بورس‌های اوراق بهادار از جمله بورس اوراق بهادار نیویورک<sup>۴</sup> شرکت‌های پذیرفته شده را به افشای ریسک بر اساس این سنج به‌عنوان یکی از گزینه‌های افشا ملزم کرده‌اند. این سنج ارزش در معرض خطر<sup>۵</sup> است. اگرچه ارزش در معرض ریسک به‌عنوان پراستفاده‌ترین سنج خطر استفاده می‌شود، ولی از دیدگاه ریسک معیار منسجمی<sup>۶</sup> نیست و خاصیت جمع‌پذیری<sup>۷</sup> در همه موارد در آن صادق نیست. با معرفی ارزش در معرض خطر شرطی<sup>۸</sup> یا ریزش مورد انتظار<sup>۹</sup> که در حقیقت میانگین توزیع احتمال آن سوی VAR است، ایراد ارزش در معرض ریسک به‌عنوان یک سنج منسجم ریسک برطرف شد.

ادامه این مقاله به‌صورت ذیل خواهد بود. در بخش دوم به پیشینه پژوهش اشاره می‌شود که با توجه به استفاده از مدل مولتی‌فراکتال به‌عنوان یکی از مدل‌های پژوهش، علاوه بر اشاره به ادبیات مالی در حوزه ریزش مورد انتظار به پیشینه مدل‌های فرکتال نیز اشاره شده است. پس از مرور ادبیات پژوهش، به بررسی مدل‌های پژوهش می‌پردازیم که در بخش چهارم، نتایج حاصل از پس‌آزمایی آنها ارائه شده است. در بخش نهایی نیز نتایج حاصل از پس‌آزمایی را تفسیر می‌کنیم.

## پیشینه پژوهش

در ادبیات مالی در خصوص تخمین ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی با رویکرد ارزش فرین پژوهش‌های بسیار زیادی انجام شده است. در ادامه علاوه بر ذکر برخی از این پژوهش‌ها، به پژوهش‌های صورت‌گرفته در خصوص مدل‌سازی ویژگی مولتی‌فراکتالی در بازارهای مالی نیز اشاره شده است.

## ویژگی مولتی فرکتالی

در این بخش از پژوهش به برخی از نتایج پژوهش‌های حاصل از کاربردهای تجربی مدل‌های مولتی‌فراکتال در علوم مالی

1. Basel  
3. Operational  
5. Value-at-Risk  
7. Sub-additive  
9. Expected Shortfall

2. Credit  
4. NYSE  
6. Coherent Risk Measure  
8. Conditional VAR

می‌پردازیم. گفتنی است، با وجود اینکه پژوهش‌های صورت‌گرفته در داخل کشور در این حوزه بسیار محدود هستند، سعی شده به تمامی آنها اشاره شود.

کالوت و فیشر<sup>۱</sup> (۲۰۰۱) عملکرد پیش‌بینی مدل MSM<sup>۲</sup> را با مدل‌های GARCH<sup>۳</sup>، MS-GARCH<sup>۴</sup> و FIGARCH<sup>۵</sup> مقایسه کردند. آنها دریافتند که در افق‌های زمانی کوتاه‌مدت MSM تقریباً عملکرد مشابه و گاهی اوقات بهتر از رقبای خود نشان می‌دهد و در افق‌های زمانی طولانی مدت MSM به‌طور واضح‌تر عملکرد بهتری از تمام مدل‌های جایگزین دارد. لوکس و دیگران<sup>۶</sup> (۲۰۰۸) نسخه‌ای از مدل MSM برای پیش‌بینی نوسان‌ها به کار برد و به این نتیجه رسید که عملکرد مدل (RV-MSM)<sup>۷</sup> در مقایسه با مدل‌های MSM، SV، TGARCH و FIGARCH بهتر است. لیو و لوکس<sup>۸</sup> (۲۰۱۳) دریافتند که مدل مولتی‌فرکتال دومتغیره در مقایسه با مدل CC-GARCH<sup>۹</sup>، به‌خصوص در رابطه با نرخ‌های ارز، پیش‌بینی بهتری از ارزش در معرض خطر فراهم می‌کند. وی و ونگ<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۸) با تعریف مدل MFV<sup>۱۱</sup> که در این پژوهش نیز از آن استفاده می‌شود و مقایسه آن با سایر رویکردهای پیش‌بینی نوسان از جمله مدل‌های خانواده GARCH، مدل نوسان‌های تحقق‌یافته و مدل نوسان‌های تصادفی به این نتیجه رسیدند که تحت توابع زیان مختلف، مدل MFV برتری شایان توجهی در پیش‌بینی نوسان‌های بورس شانگهای دارد. شایان ذکر است، پژوهش‌های انجام‌شده در ایران بیشتر در خصوص فرضیه بازار فرکتال و نیز آزمون مولتی‌فرکتالی شاخص بورس اوراق بهادار تهران بوده است.

نوروززاده و رحمانی<sup>۱۲</sup> (۲۰۰۵) با تحلیل نمای هرست تعمیم‌یافته، وجود هم‌بستگی‌های بلندمدت در شاخص سهام تهران را نشان داد. رودپستی و کلانتری (۱۳۹۳) نیز به نتایج مشابهی دست یافته و در پژوهش خود به آنالیز فرکتالی شاخص بورس اوراق بهادار تهران به روش R/S (آنالیز بازده با مقیاس مجدد) پرداختند و به این نتیجه رسیدند که سری زمانی بررسی‌شده خاصیت مولتی‌فرکتالی دارد. جلائی و ابوالحسینی (۱۳۸۸) به بررسی خواص فرکتالی در رفتار نرخ ارز ایران پرداختند و به این نتیجه رسیدند که در داده‌های بررسی‌شده خواص مولتی‌فرکتالی وجود دارد. تهرانی و دیگران (۱۳۹۱) با استفاده از روش تحلیل چندفرکتالی هم‌بستگی‌های بدون روند شده<sup>۱۳</sup> به بررسی ساختار هم‌بستگی میان شاخص‌های قیمت بورس اوراق بهادار تهران پرداخت. در آن پژوهش، وجود خاصیت مولتی‌فرکتالی تأیید شده و منبع آن هم‌بستگی ذکر شده است. راعی و بلگوریان<sup>۱۴</sup> (۲۰۱۲) نیز پدیده مولتی‌فرکتالی را در رفتار سرمایه‌گذاران خرد در بورس اوراق بهادار تهران مشاهده کردند.

1. Calvet and Fisher  
3. Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity  
5. Fractionally Integrated GARCH  
7. Realized Volatility MSM  
9. Constant Correlations GARCH  
11. MultiFractal Volatility  
13. MF-DFA

2. Markov-Switching Multifractal  
4. Markov-Switching-GARCH  
6. Lux and et al  
8. Liu and Lux  
10. Wei & Wang  
12. Norouzzadeh and Rahmani  
14. Raei and Bolgorian

### ریزش مورد انتظار

در ایران پژوهش‌های زیادی در خصوص تخمین ارزش در معرض ریسک انجام شده که در هر یک، از روش‌های مختلفی استفاده شده است. اما در اینجا به پژوهش‌هایی که مبنای تئوریک نزدیک‌تری با پژوهش پیش رو دارد اشاره می‌شود، از جمله به تخمین ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین، تخمین ارزش در معرض ریسک با استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی<sup>۱</sup> و تخمین ارزش در معرض ریسک شرطی اشاره خواهد شد.

محمدمدی، راعی و فیض‌آباد (۱۳۸۷) در محاسبه ارزش در معرض خطر دریافت که استفاده از توزیع‌های لپتوکورتیک از دقت و عملکرد بالاتری برخوردار است. رادپور (۱۳۸۷) به این نتیجه رسید که مدل فراتر از آستانه<sup>۲</sup> در تخمین ارزش در معرض خطر در مقایسه با سایر مدل‌ها از عملکرد بسیار بهتری برخوردار است. گرگانی، حداد و شهریار (۱۳۹۰) نشان داد که دنباله داده‌های مورد استفاده از تابع توزیع پارتو تعمیم‌یافته پیروی می‌کنند. هدایتی (۱۳۹۰) در تخمین ارزش در معرض خطر دریافت که استفاده از نظریه ارزش فرین و در نظر گرفتن حالت‌های شرطی نتایج بهتری را موجب می‌شود. زمانی، اسلامی بیدگلی و کاظمی (۱۳۹۱) دریافت که استفاده از نظریه ارزش فرین در سطوح اطمینان بالا بیشترین دقت و کارایی را دارد. کریمی (۱۳۹۱) با استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی به محاسبه وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلا پرداخت و دریافت که نظریه ارزش فرین شرطی با رویکرد فراتر از آستانه در سطوح اطمینان بالا دارای بهترین عملکرد است. فلاح‌پور، رضوانی و رحیمی (۱۳۹۳) در تخمین ارزش در معرض ریسک شرطی دریافت که استفاده از توزیع‌های گارچ با فرض توزیع تی استیودنت برای اجزا اخلاص عملکرد معتبرتری داشته است.

بررسی پژوهش‌های گذشته در ادبیات مالی داخل نشان‌دهنده تخمین دقیق‌تر ارزش در معرض ریسک توسط نظریه ارزش فرین در مقایسه با مدل‌های جایگزین است. ضمن اینکه در برخی از پژوهش‌ها نیز به دلیل عدم تبعیت از خاصیت تحذیب یا زیرجمع‌پذیری و همچنین عدم برآورد زیان مورد انتظار در سنجه ارزش در معرض ریسک از ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده شده است. بنابراین هم از لحاظ تئوریک و هم از لحاظ تجربی استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی به‌منظور تخمین ارزش در معرض ریسک شرطی تأیید می‌شود.

پژوهش‌های بسیاری به بررسی عملکرد نظریه ارزش فرین شرطی در مقابل سایر روش‌های مرسوم پرداخته‌اند که در این قسمت به تعدادی از پژوهش‌های مهم اشاره می‌کنیم.

آرتزرنر، دلین و ایبر<sup>۳</sup> (۱۹۹۹) در مقاله خود با عنوان سنجه‌های منسجم<sup>۴</sup> ریسک در مجله ریاضیات مالی ضمن اشاره به ضعف‌های ارزش در معرض ریسک از جمله عدم خاصیت زیرجمع‌پذیری با معرفی سنجه ریزش مورد انتظار یا ارزش در معرض ریسک شرطی، آن را به‌عنوان سنجه کامل ریسک معرفی کرد.

مک نیل و فری<sup>۵</sup> (۲۰۰۰) با ترکیب روش ارزش فرین و مدل‌های گارچ برای نخستین بار روش نظریه ارزش فرین شرطی را مطرح کردند و به این نتیجه رسیدند که با ترکیب مدل گارچ (که خاصیت خوشه‌بندی نوسان‌ها<sup>۶</sup> را در مدل خود

1. Conditional EVT

3. Artzner, Delbean, & Eber

5. McNeil & Frey

2. Peak Over Threshold

4. Coherent Measures of Risk

6. Clustering (Conditional heteroskedasticity)

لحاظ می‌کند) با نظریه ارزش فرین، تخمین ارزش در معرض ریسک در مقایسه با روش‌های ساده EVT از دقت بالاتری برخوردار است.

کوروما و همکارانش<sup>۱</sup> (۲۰۱۱) به بررسی قدرت پیش‌بینی رویکردهای مختلف محاسبه ریزش مورد انتظار در بحران مالی سال ۲۰۰۸ میلادی پرداخت. نتایج پژوهش وی نشان می‌دهند که روش‌های غیرشرطی برآوردهای دست پایین دارند. این در حالی است که نظریه ارزش فرین شرطی حتی طی دوران بحران نیز برآوردهای دقیقی از مقدار ریسک را ارائه می‌کند. سلطانه و دیگران<sup>۲</sup> (۲۰۱۲) با ترکیب مدل‌های گارچ و ارزش فرین<sup>۳</sup> به تخمین ارزش در معرض ریسک شرطی پرداخت و به این نتیجه رسید که استفاده از رویکردهای شرطی نظریه ارزش فرین دقت اندازه‌گیری سنجه مد نظر را بهبود می‌بخشد. بنجامین جلسن<sup>۴</sup> (۲۰۱۳) نیز با به‌کارگیری مدل‌های بالا در تخمین ریزش مورد انتظار به نتایج مشابهی رسید.

چنسی و دیگران<sup>۵</sup> (۲۰۰۳) با مقایسه نظریه ارزش فرین در تخمین ارزش در معرض خطر با سایر روش‌های شناخته‌شده از جمله مدل‌های گارچ و نیز شبیه‌سازی تاریخی دریافت که نظریه ارزش فرین از مدل‌های جایگزین عملکرد بهتری داشته است. بروکس و دیگران<sup>۶</sup> (۲۰۰۴) در مقاله خود نیز به نتایج مشابهی دست یافت، این نتایج با ترکیب روش‌های بوت استرپ نیز بهبود یافته است. گوریل و طرابلسی<sup>۷</sup> (۲۰۰۷) دریافتند که نظریه ارزش فرین شرطی با استفاده از روش فراتر در مقایسه با نظریه ارزش فرین شرطی با استفاده برخوردار بوده است. سلطانه، کارا و بلالا<sup>۸</sup> (۲۰۱۲) به مقایسه کارایی نظریه ارزش فرین، نظریه ارزش فرین شرطی، گارچ و شبیه‌سازی تاریخی پرداخت و به این نتیجه رسید که روش ارزش فرین شرطی به‌خوبی توانسته است تلاطم را پیش‌بینی کند.

لانگین<sup>۹</sup> (۱۹۹۵) به محاسبه وجه تضمین قراردادهای نقره در بازار کامکس<sup>۱۱</sup> پرداخت و به این نتیجه رسید که وجه تضمین محاسبه‌شده به روش فرین بیشتر از مقادیر اتاق پای‌پای بود. کاتر<sup>۱۲</sup> (۲۰۰۰) با استفاده از نظریه تعمیم‌یافته ارزش فرین به محاسبه وجه تضمین اولیه قراردادهای آتی شاخص سهام اروپایی پرداخت و به این نتیجه رسید که وجه تضمین‌های محاسبه‌شده با فرض نرمالیتی ناکافی است و بهبود آن با به‌کارگیری ارزش فرین را پیشنهاد داد. بهاتاچاریا و ریتولیا<sup>۱۳</sup> (۲۰۰۶) با استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی به روش فراتر از آستانه به محاسبه وجه تضمین می‌پردازند و نشان می‌دهند که این روش در مقایسه با روش نظریه ارزش فرین و شبیه‌سازی تاریخی عملکرد بسیار بهتری داشته است. کاوو و لین<sup>۱۴</sup> (۲۰۱۰) با استفاده از نظریه ارزش فرین و با فرض توزیع تی استیودنت برای اجزای اخلال نشان می‌دهند که وجه تضمین محاسبه‌شده با این روش در مقایسه با روش کاتر (۲۰۰۰) از دقت بالایی برخوردار

1. Kourouma et al.

3. GARCH-EVT

5. Gencay et al

7. Ghorbel and Trabledsi

9. Soltane et al

11. Comex

13. Bhattacharyya and Ritolia

2. Soltane, Karaa, &amp; Bellalah

4. Kjellson

6. Brooks et al

8. Block Maxima

10. Longin

12. Cotter

14. Kao and Lin

است. کاتر و لانگین<sup>۱</sup> (۲۰۰۶) با استفاده از داده‌های درون‌روزی به محاسبه وجه تضمین پرداخته و به این نتیجه رسیدند که نوسان‌های طی روز قیمت یکی از عوامل کلیدی در تعیین وجه تضمین هستند و نادیده گرفتن آنها باعث برآورد دست پایین میزان وجه تضمین می‌شود.

این پژوهش دارای ویژگی‌های جدیدی در سطح کشور و بین‌المللی است. اولاً برای نخستین بار است که در سطح بین‌المللی برای تخمین ریزش مورد انتظار از مدل ترکیبی ارزش فرین با مدل پیش‌بینی نوسان MFV استفاده خواهد شد. ثانیاً برای نخستین بار است که در سطح کشور برای تخمین ارزش در معرض ریسک از ترکیب مدل نوسان‌های مولتی‌فراکتالی با نظریه ارزش فرین استفاده می‌شود. ضمن اینکه برای نخستین بار است که در کشور از داده‌های درون‌روزی برای تخمین ارزش در معرض خطر و ریزش مورد انتظار استفاده می‌شود. همچنین به‌منظور تأیید مدل ریزش مورد انتظار، مدلی پس‌آزمایی جدیدی برای نخستین بار در کشور استفاده شده است.

### روش‌شناسی پژوهش

مدل اصلی پژوهش تخمین ریزش مورد انتظار در بورس اوراق بهادار تهران است. بنابراین این بخش را به چهار قسمت تقسیم‌بندی می‌کنیم. در بخش نخست به بررسی اجمالی مدل ریزش مورد انتظار و ارزش در معرض خطر می‌پردازیم. در بخش دوم مدل‌های پیش‌بینی بازده و نوسان را ارزیابی می‌کنیم. در بخش سوم به تخمین صدک آلفا در برآورد ریزش مورد انتظار و ارزش در معرض خطر می‌پردازیم و در نهایت مدل‌های پس‌آزمایی استفاده‌شده در این پژوهش را بررسی می‌کنیم.

### تخمین ریزش مورد انتظار

اگر فرض کنیم که سری مورد بررسی  $X_t$  باشد، ارزش در معرض خطر و ریزش مورد انتظار به‌صورت زیر است:

$$VaR_q^t(X_{t+1}) = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} \cdot VaR_q^t(Z) \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$ES_q^t(X_{t+1}) = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1} \cdot ES_q^t(Z) \quad \text{رابطه (۲)}$$

که  $\mu$  از مدل‌های پیش‌بینی میانگین به دست می‌آید و  $\sigma$  از مدل‌های پیش‌بینی نوسان تخمین زده می‌شود،  $VaR_q^t(Z)$  و  $ES_q^t(Z)$  مقدار صدک آلفا و ارزش در معرض خطر شرطی باقی‌مانده‌های استاندارد شده هستند که بر اساس توزیع مفروض (نرمال، تی - استیودنت و توزیع تعمیم‌یافته پارتو) محاسبه می‌شود. سطح اطمینان ریزش مورد انتظار و ارزش در معرض خطر با  $q$  نشان داده شده است ( $q = 1 - \alpha$  و  $\alpha$  سطح خطای مد نظر است).

1. Cotter and Longin

### مدل‌های پیش‌بینی میانگین و نوسان

همان‌طور که در بالا نیز آورده شده است، برای تخمین ریزش مورد انتظار و ارزش در معرض خطر به پیش‌بینی میانگین و انحراف استاندارد سری مورد بررسی نیاز داریم. برای تخمین میانگین از مدل خودرگرسیون از مرتبه اول (AR(1) استفاده شده که یکی از حالت‌های خاص مدل خودرگرسیونی میانگین متحرک، ARMA است. در تخمین مدل‌های مولتی‌فرکتال نیز از مدل خودرگرسیونی میانگین متحرک انباشت جزئی، ARFIMA<sup>۱</sup> استفاده شده است. برای برآورد نوسان از مدل گارچ و نیز مدل مولتی‌فرکتال استفاده کرده‌ایم.

### مدل مولتی‌فرکتال<sup>۲</sup>

در مدل مولتی‌فرکتال که برای نخستین بار در ایران از آن برای تخمین ارزش در معرض ریسک استفاده می‌شود؛ ابتدا سری مولتی‌فرکتالی محاسبه شده، سپس این سری به‌عنوان سری نوسان در معادله ARFIMA برای پیش‌بینی دوره بعدی استفاده می‌شود. برای نخستین بار وی و ونگ (۲۰۰۸) نحوه محاسبه نوسان مولتی‌فرکتال طی فرایند تحلیل طیف مولتی‌فرکتال<sup>۳</sup> را معرفی کردند. آنها نوسان مولتی‌فرکتال در هر روز را به قرار ذیل معرفی کردند:

$$\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} \quad \text{رابطه ۳}$$

که در آن  $\alpha$  توان تکینگی<sup>۴</sup> است که در تحلیل طیف مولتی‌فرکتال که در ارزیابی ویژگی‌های مولتی‌فرکتالی سری استفاده می‌شود، به دست می‌آید. به‌منظور قابلیت قیاس با سری‌های نوسان عادی، مقدار بیان شده با پارامتر مقیاس  $H$ ، به سری قابل قیاس با نوسان‌های عادی تبدیل می‌شود.

شایان ذکر است، در بیشتر پژوهش‌هایی که در خصوص پیش‌بینی بازده سهام و نوسان‌ها انجام می‌شوند، مرتبه‌های بالاتر در تحلیل داده‌ها پیش از برآورد تخمین زده می‌شوند. اما در اینجا به این دلیل که تمرکز بر مدل‌سازی ریسک و تخمین سنج‌های ارزش در معرض خطر و ریزش مورد انتظار است، از مرتبه‌های پایین مدل‌ها استفاده شده است. ضمن اینکه تمامی پارامترهای این مدل‌ها با روش حداکثر درست‌نمایی<sup>۵</sup> تخمین زده می‌شود. در روش حداکثر درست‌نمایی، برای اجزای اخلاص<sup>۶</sup>، تابع توزیعی فرض می‌شود و بر اساس آن تابع توزیع، پارامترهای مدل تخمین زده می‌شود. توابع توزیع استفاده‌شده برای تخمین پارامترهای مدل‌های پیش‌بینی میانگین و نوسان در این پژوهش، توزیع نرمال و توزیع تی استیودنت است.

### تخمین صدک آلفا

همان‌طور که در بخش قبل نیز به آن اشاره شد، پس از تخمین میانگین و انحراف استاندارد، به‌منظور تخمین VaR و ES، می‌بایست صدک آلفا را برای باقی‌مانده‌های مدل‌های شرطی برآورد کرد. نظریه ارزش فرین که ما در این پژوهش

1. Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average  
3. Multifractal spectrum analysis  
5. Maximum Likelihood estimation method

2. Multifractal Volatility Model (MFV)  
4. Singularity exponent  
6. Innovations



از روش فراتر از آستانه آن استفاده می‌کنیم، در تخمین صدک الفا برای باقی‌مانده‌ها که در بخش قبل با نماد  $Z$  از آن یاد شد، استفاده می‌شود. قبل از آوردن توضیحاتی در خصوص مدل فراتر از آستانه، یادآوری می‌شود که واژه شرطی در نظریه ارزش فرین به معنای مشروط بودن به یک مدل دیگر است. به بیان دیگر نظریه ارزش فرین روی باقی‌مانده مدل‌های میانگین و نوسان برازش می‌شود. بنابراین علاوه بر مدل‌های اصلی<sup>۱</sup> با فرض توزیع‌های نرمال و تی‌استیودنت، به‌منظور برآورد بهتر صدک آلفا، مدل فراتر از آستانه نیز روی باقی‌مانده مدل‌های اصلی برازش می‌شود. بنابراین به تعداد مدل‌های اصلی، مدل‌های معادل فراتر از آستانه داریم.

نظریه ارزش فرین، با تمرکز بر داده‌های دور، به‌دنبال تخمین تابع توزیع دنباله است و خود دنباله را دارای توزیع می‌داند. این نظریه دارای دو رویکرد برای تخمین دنباله است؛ رویکرد حداکثرهای بلوک و روش فراتر از آستانه. در هر دو روش برای تخمین دنباله از توزیع‌های GEV<sup>۲</sup> استفاده می‌شود. به‌دلیل نیاز به پارامترهای بالاتر و عدم توانایی کافی در روش حداکثرهای بلوک در تخمین دقیق دنباله که در بعضی از مقاله‌ها به آن اشاره شده است، در این پژوهش فقط از روش فراتر از آستانه استفاده می‌شود.

در مدل فراتر از آستانه، نشان داده شده است که با انتخاب آستانه‌ای به‌اندازه کافی بزرگ،  $u$ ، توزیع داده‌های بالاتر از آستانه<sup>۳</sup>، از توزیع پارتو تعمیم یافته پیروی می‌کند. بالکما و دی‌هان<sup>۴</sup> (۱۹۷۴) و پیکاندس<sup>۵</sup> (۱۹۷۵) در قضیه‌ای نشان دادند که برای  $u$ هایی که به‌اندازه کافی بزرگ هستند، تابع توزیع مقادیر فراتر از آستانه را می‌توان با توزیع تعمیم‌یافته پرتو تقریب زد. توزیع تعمیم‌یافته پرتو را به‌صورت ذیل تعریف می‌کنیم:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - u}{\sigma_{\max}} \right) \right]^{-1/\xi_{\max}} & \text{if } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp \left[ - \left( \frac{x - u}{\sigma_{\max}} \right) \right] & \text{if } \xi = 0 \end{cases} \quad \text{رابطه ۴}$$

که در آن  $\xi_{\max}$  پارامتر شاخص دنباله است،  $u$  مقدار آستانه و  $\sigma_{\max}$  پارامتر معیار است. پارامترهای توزیع پارتو را می‌توان با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی، روش رگرسیون یا سایر روش‌های مناسب تخمین زد. روش حداکثر درست‌نمایی در مقایسه با سایر روش‌ها از قابلیت اتکای بیشتری برخوردار بوده و در این پژوهش از این روش استفاده می‌شود.

برای تخمین پارامترها در روش فراتر از آستانه، می‌بایست مقداری منطقی برای آستانه  $u$  انتخاب کنیم. این آستانه تعیین‌کننده تعداد مشاهده‌های فراتر از آستانه یعنی  $n_u$  است. می‌توان با بررسی مشاهده‌های فرین و تجزیه و تحلیل دنباله‌ها به شیوه قابل قبولی به انتخاب آستانه اقدام کرد. از جمله این روش‌ها، بررسی نمودار صدک - صدک<sup>۶</sup>، تابع میانگین فزونی<sup>۷</sup> و استفاده از نمودار هیل<sup>۸</sup> است.

1. Original models

3. Threshold

5. Pickands

7. Mean Excess Function (MEF)

2. Generalized Extreme Value distribution

4. Balkema and De Hann

6. Quantile-Quantile plot

8. Hill-plot

بر اساس پیشنهاد مک نیل و فری، مقدار آستانه بهتر است به گونه‌ای انتخاب شود که حدود صد مشاهده برای برازش مدل پارتو داشته باشیم. در این پژوهش از روشی که توسط دنیلسون<sup>۱</sup> (۲۰۰۱) برای تخمین آستانه پیشنهاد شده است، استفاده خواهیم کرد. این روش مبتنی بر شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۲</sup> بر اساس روش هیل است و برای هر مدل مقدار آستانه را به طور جداگانه تخمین می‌زند. در پژوهش حاضر از کدهای موجود در نرم‌افزار R برای تخمین مقدار آستانه استفاده شده است. شایان ذکر است، زمانی که داده‌های مدل زیاد باشد، با توجه به تغییر شرایط بازار و ورود داده‌های جدید، می‌بایست مقدار آستانه هر چند وقت یک بار، مجدد بررسی شود که دشواری پژوهش را دوچندان می‌کند. در این پژوهش تعداد داده‌ها انقدر زیاد نیست که به تخمین مجدد آستانه با ورود داده‌های جدید نیاز داشته باشیم.

### نظریه ارزش فرین شرطی<sup>۳</sup>

همه رویه‌هایی که در رابطه با نظریه مقدار فرین در بالا بیان شدند، غیرمشروط بودند. بدین معنا که بدون هیچ‌گونه تعدیلی در رابطه با متغیر تصادفی مد نظر  $X$  به طور مستقیم به کار گرفته می‌شوند. کاربرد تئوری مقدار فرین غیرشرطی برای پیش‌بینی ارزش در معرض خطر و ریزش مورد انتظار می‌تواند طی یک دوره بلندمدت مفید باشد. اما گاهی اوقات به دلیل مشاهده پدیده‌هایی در متغیر مورد بررسی، خواهان کاربرد EVT شرطی بر برخی ساختارها هستیم. برای مثال اگر بتوان متغیر تصادفی را با یک فرایند GARCH مدل‌سازی کرد، فرصت خوبی برای استفاده از EVT مشروط ایجاد می‌شود. در این حالت به دنبال این هستیم که با استفاده از فرایند GARCH نوسان‌های متغیر تصادفی را تشریح کنیم و سپس از تئوری مقدار فرین برای مدل‌سازی باقی‌مانده‌ها استفاده کنیم. برای این کار مک نیل و فری فرایند دومرحله‌ای زیر را پیشنهاد دادند:

نخست اینکه، از یک مدل پیش‌بینی نوسان (در این پژوهش مدل‌های نوسانی گارچ و مولتی‌فرکتال) برای پیش‌بینی نوسان‌ها استفاده می‌کنیم و پس از تخمین پارامترهای مدل، باقی‌مانده‌ها را استخراج می‌کنیم. انتظار بر این است که این خطاها دارای توزیع‌های یکسان و مستقل از هم باشد. در انتهای این مرحله از نوسان و بازده مورد انتظار آتی یعنی  $\sigma_{t+1}$  و  $\mu_{t+1}$  تخمین‌هایی در دست داریم. سپس تئوری مقدار فرین را برای خطاهای استاندارد شده به کار می‌گیریم و بدین ترتیب با استفاده از EVT برای باقی‌مانده‌ها، تخمین‌هایی از ریزش مورد انتظار و ارزش در معرض خطر (صدک آلفا) به دست می‌آوریم.

همان‌طور که اشاره شد، برای تخمین ارزش در معرض خطر و ریزش مورد انتظار به تخمین  $Var_q^t(Z)$  و  $ES_q^t(Z)$  نیاز داریم که در اینجا به صدک آلفای مد نظر معروف است. همان‌طور که در بالا نیز اشاره شد، به تعداد مدل‌های اصلی با فرض نرمال و تی استیودنت برای اجزای اخلاص، مدل‌های متناظر فراتر از آستانه نیز تخمین زده شده است. با فرض توزیع نرمال و تی استیودنت، صدک آلفا از جدول‌های مربوطه قابل استخراج است. در صورتی که برای تخمین  $Var_q^t(Z)$  و  $ES_q^t(Z)$  از نظریه ارزش فرین استفاده شود، خواهیم داشت:

1. Danielsson, De Haan, Peng & De Vries  
3. Conditional Extreme Value Theory (CEVT)

2. Double bootstrap methodology

$$VaR_q^t(Z) = u + \frac{\hat{\sigma}_{\max}}{\hat{\xi}_{\max}} \left( \left( \frac{1-q}{\hat{\xi}_u} \right)^{-\hat{\xi}_{\max}} - 1 \right) \quad (\text{رابطه ۵})$$

$$ES_q^t(Z) = \frac{VaR_q^t(Z)}{\hat{\xi}_{\max}} + \frac{\hat{\sigma}_{\max} - \hat{\xi}_{\max} u}{1 - \hat{\xi}_{\max}} \quad (\text{رابطه ۶})$$

که در آن  $\hat{\xi}_u$  برابر است با احتمال بزرگتر بودن متغیر  $Z$  از مقدار آستانه یعنی  $u$  است، پارامترهای  $\hat{\sigma}_{\max}$  و  $\hat{\xi}_{\max}$  پارامترهای توزیع تعمیم یافته پارتو هستند که در روش فراتر از آستانه پس از تخمین  $u$ ، با روش حداکثر درست‌نمایی به دست می‌آیند.

### مدل‌های پس‌آزمایی<sup>۱</sup>

پس از تخمین ارزش در معرض خطر و ریزش مورد انتظار، باید صحت و درستی تخمین‌های بالا بررسی شود. این مهم توسط مدل‌های پس‌آزمایی انجام می‌شود. با توجه به ماهیت سنج‌های مورد استفاده، می‌توان عنوان کرد که مدل‌های پس‌آزمایی ارزش در معرض خطر در مقایسه با مدل‌های پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار بیشتر و شناخته‌شده‌تر هستند. شایان ذکر است، برای نخستین مرتبه است که از مدل پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار در پژوهش‌های داخلی استفاده می‌شود.

برای پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار از مدل معرفی شده توسط مک نیل و فری با عنوان روش باقی‌مانده‌های مازاد استاندارد<sup>۲</sup> استفاده می‌شود. باقی‌مانده‌های مازاد استاندارد به روش ذیل محاسبه می‌شوند.

$$r_{t+1} = \frac{x_{t+1} - \hat{ES}_q^t(X_{t+1})}{\hat{\sigma}_{t+1}}, \text{ if } x_{t+1} > \hat{VaR}_q^t \quad (\text{رابطه ۷})$$

بر مبنای مدل مک نیل و فری، اگر ارزش در معرض ریسک شرطی محاسبه شده یک برآوردکننده ناریب زیان روزانه باشد، میانگین باقی‌مانده‌های مازاد صفر خواهد بود. بر همین اساس در آزمون فرضیه، صفر بودن میانگین باقی‌مانده‌های مازاد استاندارد را فرض صفر در نظر گرفته شده است. اگرچه مک نیل و فری (۲۰۰۰) در مقاله خود آماره مدل پس‌آزمایی خود را معرفی کردند، اما در این پژوهش برای محاسبه مقادیر p-value مدل‌ها از روش بوت‌استرپ غیرپارامتریک معرفی شده توسط جلسن (۲۰۱۳) استفاده شده است. مبنای این روش بر اساس مدل مکنیل و فری است، اما در مدل مکنیل و فری، فقط آماره مدل معرفی شده بود که در این روش با استفاده از شبیه‌سازی به محاسبه p-value پرداخته است. مدل معرفی شده توسط مک نیل و فری، مانند مدل بالا به بررسی صحت مدل‌های ریزش مورد انتظار

1. Backtesting models

2. Standardized exceedance residuals

می‌پردازد. امبرچتس<sup>۱</sup> (۲۰۰۵) مدل دیگری به منظور مقایسه عملکرد مدل‌های ریزش مورد انتظار، با نام آزمون V معرفی کردند که در این پژوهش به منظور رتبه‌بندی از آن استفاده می‌شود.

### داده‌های پژوهش و نرم‌افزارهای مورد استفاده

داده‌های مورد استفاده در پژوهش بالا، از ابتدای سال ۱۳۸۸ گرفته شده است، زیرا به دلیل تغییر نحوه محاسبه شاخص کل در سال ۱۳۸۷، ممکن است هم‌گونی اطلاعات در شاخص، ما را به نتایج غیرقابل استناد سوق دهد. نکته دوم در خصوص داده‌ها و نحوه تخمین پارامترها، تقسیم‌بندی داده‌های درون‌نمونه‌ای و برون‌نمونه‌ای است. داده‌های درون‌نمونه‌ای برای تخمین پارامترها و داده‌های برون‌نمونه‌ای برای پس‌آزمایی مدل‌های پژوهش استفاده می‌شوند. از آنجا که در این پژوهش VAR و ES در سطح آلفای ۱ درصد و ۰/۵ درصد محاسبه می‌شود، هر میزان که داده‌های برون‌نمونه‌ای بیشتر باشد، پس‌آزمایی مدل‌های بالا در سطح آلفاهای نام‌برده بهتر است، اما افزایش تعداد داده‌های برون‌نمونه‌ای با کاهش داده‌های درون‌نمونه‌ای همراه است. از آنجا که برای برآورد پارامترهای توزیع پارتو و نیز تخمین u در رویکرد فراتر از آستانه به تعداد شایان توجهی داده نیاز داریم، نمی‌توان تعداد داده‌های درون‌نمونه‌ای را کوچک در نظر گرفت. در جدول ذیل مفروض‌های مورد استفاده در تخمین مدل و مدل‌های پس‌آزمایی آورده شده است:

جدول ۱. انتخاب پارامترهای اولیه

۴۷۲	تعداد داده‌های درون‌نمونه‌ای (n)
۴	درجه آزادی برای توزیع t استیودنت
۱۰/۰۰۰	تعداد نمونه بوت‌استرپ ( $N_T$ )

تعداد دفعه‌های شبیه‌سازی آماره مدل‌های ریزش مورد انتظار ۱۰/۰۰۰ مرتبه در نظر گرفته شده است. این پژوهش، نخستین پژوهش در سطح کشور است که در آن با استفاده از روش بوت‌استرپ به محاسبه p-value مدل‌های پس‌آزمایی ریزش مورد انتظار می‌پردازد. افق پیش‌بینی یک روزه در نظر گرفته شده است. برای تخمین داده‌ها و رسم نمودارها بیشتر از نرم‌افزارهای آر<sup>۲</sup> و متلب<sup>۳</sup> استفاده شده است.

### یافته‌های پژوهش

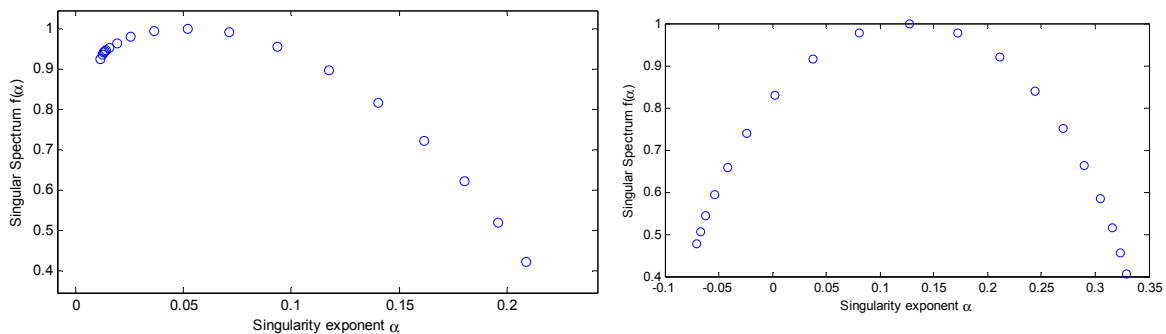
در این بخش از پژوهش به تجزیه و تحلیل داده‌ها و نتایج به دست آمده نتایج این تحلیل‌ها از پس‌آزمایی مدل‌های ریزش مورد انتظار می‌پردازیم. این قسمت شامل سه زیربخش است که عبارت‌اند از: تحلیل داده‌ها پیش از برآورد که به منظور بررسی اولیه مدل‌های پژوهش است، تحلیل پارامترها و تخمین سنج‌ها و در نهایت پس‌آزمایی مدل‌ها که تفسیر نتایج را به دست می‌دهند. در اینجا به تحلیل طیف مولتی‌فرکتال و پس‌آزمایی مدل‌ها اشاره می‌کنیم.

1. Embrechts, Kaufmann & Patie  
3. MATLAB

2. R

### مولتی فرکتالی

یکی از مدل‌های پیش‌بینی نوسان در این پژوهش، مدل نوسان‌های مولتی فرکتالی است که در تحلیل طیف فرکتال به دست می‌آید. تحلیل طیف فرکتال که یکی از روش‌های آن، استفاده از تحلیل نوسان‌های رون‌زدایی شده مولتی فرکتال است، به بررسی وجود ویژگی مولتی فرکتالی در سری زمانی مورد بررسی و منبع آن می‌پردازد.



شکل ۱. طیف مولتی فرکتال برای دو روز مختلف شاخص

در تحلیل طیف فرکتالی که یکی از روش‌های آن بررسی توان تکینگی است، اگر طیف به دست آمده از تغییرهای توان تکینگی تغییر نکند، سری مورد بررسی مولتی فرکتالی نیست. در صورت تغییر آن، سری مولتی فرکتال بوده و مطابق تعریف، مقدار بیشینه و کمینه توان تکینگی، به عنوان نوسان مولتی فرکتال معرفی می‌شود. در نمایه بالا، بخشی از تحلیل طیف فرکتال که در آن از توان تکینگی استفاده شده، برای سری داده‌های درون‌روزی دو روز مختلف شاخص کل آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود دامنه تغییرهای توان تکینگی در نمودار راست (تغییرهای گسترده‌تر)، بیشتر از دامنه تغییرهای در نمودار چپ (تغییرهای محدودتر) است. ضمن اینکه با تغییر توان تکینگی، طیف مقدار ثابتی به خود نگرفته است، بنابراین می‌توان اظهار داشت که سری مورد بررسی مولتی فرکتال است، بررسی اینکه منبع مولتی فرکتالی از هم‌بستگی است یا از توزیع، می‌تواند موضوع پژوهش دیگری باشد.

### پس آزمای مدل‌ها

یادآوری می‌شود که صحت مدل‌های ریزش مورد انتظار به تخمین صحیح مدل‌های ارزش در معرض خطر وابسته است. در جدول بعد نتایج حاصل از آزمون پس‌آزمایی بوت استرپ مک نیل و فری آورده شده است. هر میزان که مقدار  $p$ -value بالاتر باشد، فرض صفر رد نشده و به معنای صحت مدل است. سطح خطای آزمون پس‌آزمایی مد نظر  $0.05$  در نظر گرفته شده است. گفتنی است، از آنجا که در اینجا عدم رد فرض صفر به معنای صحت مدل است، باید برای بررسی صحت مدل در حالت سخت‌گیرانه‌تر سطح خطای مد نظر را بالاتر برد.

همان‌طور که در جدول نیز مشاهده می‌شود فرض صفر در تمامی مدل‌های ریزش مورد انتظار با فرض توزیع نرمال

برای اجزای اخلاص رد شده است. نتیجه به دست آمده در این پژوهش مطابق نتایج پژوهش مک نیل و فری (۲۰۰۰) است. در آن پژوهش مک نیل و فری به این نکته اشاره کردند که فرض توزیع نرمال برای اجزای اخلاص برای تخمین ریزش مورد انتظار نامناسب است. به کارگیری نظریه فرین در مدل های ریزش مورد انتظار با فرض توزیع نرمال برای اجزای اخلاص به بهبود p-value مدل انجامیده، اما در بیشتر موارد فرض صفر در سطح ۵ درصد رد شده است.

جدول ۲. آزمون بوت استرپ مدل های ریزش مورد انتظار

داده ها	$S_n$	$S_n^P$	$S_t$	$S_t^P$	$F_n$	$F_n^P$	$F_t$	$F_t^P$
$q=0/95$								
کل	۰/۰۴۵	۰/۰۴۷	۱/۰۰۰	۰/۱۰۲	۰/۰۴۶	۰/۲۰۶	۱/۰۰۰	۰/۲۰۲
شناور آزاد	۰/۰۷۸	۰/۰۴۷	۰/۷۷۱	۰/۱۹۲	۰/۰۶۵	۰/۰۴۷	۰/۷۲۶	۰/۰۴۶
صنعت	۰/۰۶۸	۰/۰۷۲	۰/۸۷۰	۰/۲۴۱	۰/۰۹۴	۰/۱۱۳	۰/۸۴۳	۰/۱۱۰
۵۰ شرکت	۰/۰۳۵	۰/۰۶۵	۰/۸۲۷	۰/۵۳۷	۰/۰۴۷	۰/۱۷۳	۰/۷۰۶	۰/۲۶۲
$q=0/975$								
کل	۰/۰۰۱	۰/۱۱۰	۱/۰۰۰	۰/۳۱۲	۰/۰۰۲	۰/۳۲۰	۱/۰۰۰	۰/۴۱۹
شناور آزاد	۰/۰۰۱	۰/۰۴۶	۰/۷۹۶	۰/۲۲۶	۰/۰۰۱	۰/۱۸۶	۰/۹۵۰	۰/۲۷۹
صنعت	۰/۰۰۳	۰/۲۰۲	۰/۸۶۱	۰/۳۶۰	۰/۰۰۴	۰/۲۶۲	۱/۰۰۰	۰/۳۵۴
۵۰ شرکت	۰/۰۱۱	۰/۲۶۲	۰/۷۱۸	۰/۴۹۹	۰/۰۰۸	۰/۱۵۹	۰/۸۹۴	۰/۲۵۰
$q=0/99$								
کل	۰/۰۰۱	۰/۰۵۱	۱/۰۰۰	۰/۰۵۳	۰/۰۰۱	۰/۰۶۲	۱/۰۰۰	۰/۰۸۸
شناور آزاد	۰/۰۰۱	۰/۰۴۷	۰/۴۲۴	۰/۰۳۳	۰/۰۰۱	۰/۰۴۹	۰/۶۶۰	۰/۰۲۲
صنعت	۰/۰۰۱	۰/۰۴۱	۰/۷۳۸	۰/۰۴۶	۰/۰۰۲	۰/۰۵۱	۰/۸۷۲	۰/۰۵۰
۵۰ شرکت	۰/۰۰۱	۰/۰۶۱	۰/۳۵۲	۰/۰۸۳	۰/۰۰۱	۰/۰۴۱	۰/۳۹۰	۰/۰۳۱
$q=0/995$								
کل	۰/۰۰۱	۰/۰۸۶	۰/۵۳۶	۰/۰۹۳	۰/۰۰۱	۰/۰۴۸	۰/۵۷۳	۰/۰۸۶
شناور آزاد	۰/۰۰۱	۰/۰۰۶	۰/۰۹۴	۰/۰۰۴	۰/۰۰۱	۰/۰۴۱	۰/۱۹۱	۰/۰۴۰
صنعت	۰/۰۰۱	۰/۰۳۹	۰/۷۷۷	۰/۰۴۹	۰/۰۰۱	۰/۰۲۴	۰/۸۹۳	۰/۰۷۳
۵۰ شرکت	۰/۰۰۱	۰/۰۰۹	۱/۰۰۰	۰/۰۷۱	۰/۰۰۱	۰/۰۳۰	۱/۰۰۰	۰/۱۴۱

### نتیجه گیری

نتایج حاصل از آزمون های پس آزمایی در مدل های ریزش مورد انتظار در سطح ۵ درصد خطا، برای تمامی سطوح ریزش مورد انتظار به صورت جدول ذیل و به ترتیب رتبه مشخص شده است.

جدول ۳. نتایج حاصل از پس‌آزمایی مدل‌ها

رتبه	شرح	ریزش مورد انتظار
۱	فراتر از آستانه مولتی‌فرکتال با توزیع تی‌استیودنت اجزای اخلال	سبز
۲	فراتر از آستانه گارچ با توزیع تی‌استیودنت اجزای اخلال	سبز
۳	مولتی‌فرکتال با توزیع تی‌استیودنت اجزای اخلال	سبز
۴	گارچ با توزیع تی‌استیودنت اجزای اخلال	سبز
۵	فراتر از آستانه مولتی‌فرکتال با توزیع نرمال اجزای اخلال	سفید
۶	فراتر از آستانه گارچ با توزیع نرمال اجزای اخلال	سفید
۷	مولتی‌فرکتال با توزیع تی‌استیودنت اجزای اخلال	قرمز
۸	گارچ با توزیع تی‌استیودنت اجزای اخلال	قرمز

برای تفسیر جدول بالا، می‌بایست رنگ سبز را به نشانه عملکرد قابل قبول مدل، رنگ سفید به منزله عملکرد به نسبت قابل قبول مدل (استفاده از مدل با احتیاط) و رنگ قرمز به معنای عملکرد غیرقابل قبول مدل در پس‌آزمایی مدل‌های ریزش مورد انتظار دانست. دسته‌بندی بالا بر اساس تعدد عدم رد فرض صفر در سطوح مختلف اطمینان شاخص‌های مختلف به دست آمده است، بدین معنا که مدل‌هایی که در آنها در بیش از ۷۰ درصد موارد فرض صفر رد نشده رنگ سبز، مدل‌هایی که در آنها عدم رد فرض صفر بین ۷۰-۵۰ درصد موارد بوده است، رنگ سفید و مدل‌هایی که در آنها عدم رد فرض صفر زیر ۵۰ درصد بوده، رنگ قرمز را به خود گرفته‌اند. نتایج حاصل را می‌توان به صورت ذیل خلاصه کرد.

استفاده از تابع توزیع نرمال برای اجزای اخلال برای برآورد ریزش مورد انتظار موفق عمل نکرده و به برآورد دست پایین ریسک منجر شده است. استفاده از توزیع تی‌استیودنت در برآورد سنج‌های ریسک بالا عملکرد قابل قبولی داشته، هرچند در برخی از موارد به برآورد دست بالای ریسک منجر شده است. لحاظ کردن نظریه ارزش فرین در مدل‌های بالا در بیشتر موارد به بهبود عملکرد مدل منجر شده، بدین معنا که برآوردهای دست بالا و برآوردهای دست پایین را در بیشتر موارد به طور مطلوب تعدیل کرده است. مدل‌های فرکتال فراتر از آستانه در مقایسه با مدل‌های گارچ از عملکرد بهتری برخوردار بودند.

### پیشنهادها

برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود از سایر مدل‌های نوسانان شرطی و مدل‌های درون‌روزی استفاده شود. ضمن اینکه پیشنهاد می‌شود سبدهای مختلفی از سهام تشکیل شوند و عملکرد مدل‌های بالا، با اضافه کردن سایر مدل‌های پس‌آزمایی نیز بررسی شوند. پیشنهاد دیگر اینکه این مدل‌ها با مدل‌های نیمه‌پارامتریک و ناپارامتریک نیز بررسی شوند. برای موارد کاربردی نیز پیشنهاد می‌شود از سنج ریزش مورد انتظار با مدل فراتر از آستانه شرطی با فرض توزیع تی‌استیودنت برای اجزای اخلال، در تخمین وجه تضمین اولیه در قراردادهای آتی، توسط قانون‌گذار استفاده شود.

## منابع

- تهرانی، رضا؛ نمکی، علی؛ هدایتی‌فر، لیلا (۱۳۹۱). همبستگی متقابل شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تحلیل چندفرکتالی همبستگی بدون روند شده، *تحقیقات مالی*، ۱۱۴(۱)، ۵۵-۶۸.
- جلایی، سید عبدالمجید؛ ابوالحسینی، علی (۱۳۸۸). بررسی خواص فرکتالی در رفتار نرخ ارز ایران. *مطالعات اقتصاد بین‌الملل*، ۳۵(۲)، ۳۹-۴۸.
- رادپور، میثم (۱۳۸۷). *ارزش در معرض خطر و آزمون آن در بورس اوراق بهادار تهران*. پایان‌نامه. دانشکده مدیریت و حسابداری دانشگاه شهید بهشتی.
- رهنمای رودپشتی، فریدون؛ کلانتری دهقی، مهدیه (۱۳۹۳). مدل‌های مولتی فرکتال در علوم مالی: ریشه، ویژگی‌ها و کاربردهای آنها. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۷(۲۴)، ۶۸-۹۱.
- زمانی، شیوا؛ اسلامی بیدگلی، سعید؛ کاظمی، معین (۱۳۹۲). محاسبه ارزش در معرض ریسک شاخص بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از نظریه ارزش فرین. *فصلنامه بورس اوراق بهادار*، ۲۱(۲)، ۱۱۵-۱۳۶.
- فلاح‌پور، سعید؛ رضوانی، فاطمه؛ رحیمی، محمدرضا (۱۳۹۴). برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن در بازار طلا و نفت. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، ۸(۲۶)، ۴۵-۶۳.
- کریمی، سمیرا (۱۳۹۱). *محاسبه وجه تضمین قراردادهای آتی سکه طلا با استفاده از نظریه ارزش فرین شرطی*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مدیریت و اقتصاد دانشگاه صنعتی شریف.
- گرگانی، مصطفی؛ حداد، احمد؛ شهریار، بهنام (۱۳۹۱). محاسبه نرخ بهره بهینه اوراق قرضه فاجعه‌آمیز بیمه رشته آتش‌سوزی کشور با استفاده از رویکرد نظریه مقدار کرانی. *تحقیقات مالی*، ۱۱۴(۱)، ۱۰۱-۱۱۶.
- محمدی، شاپور؛ راعی، رضا؛ فیض‌آباد، آرش (۱۳۸۷). محاسبه ارزش در معرض خطر پارامتریک با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی در بورس اوراق بهادار تهران. *تحقیقات مالی*، ۱۰(۲۵)، ۱۰۹-۱۲۴.

## References

- Artzner, P., Delbean, F., Eber, J. (1998). Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 9 (3), 203-228.
- Balkema, A. A., De Haan, L. (1974). Residual Life Time at Great Age. *The Annals of Probability*, 2(5), 114-137.
- Bhattacharyya, M., Ritolia, G. (2006). Conditional VaR Using EVT—Towards a Planned Margin Scheme. *International Review of Financial Analysis*, 17 (2), 382-395.
- Brooks, C., Clare, A.D., Dalle, M., Persaud, J.W. (2005). A Comparison of Extreme Value Theory Approaches for Determining Value at Risk. *Journal of Empirical Finance*, 12 (2), 339-352.
- Calvet, L.E., Fisher, A.J. (2001). Forecasting Multifractal Volatility. *Journal of Econometrics*, 105, 27-58.
- Cotter, J. (2000). Extreme Risk in Future Contracts. *Applied Economics Letter*, 12(8), 489-492.



- Cotter, J., Longin, F. (2006). Margin Setting with High-Frequency Data. *MPRA Paper 3528*, University Library of Munich, Germany.
- Danielsson, J., De Haan, L., Peng L., De Vries, C. (2001). Using a Bootstrap Method to Choose the Sample Fraction in Tail Index Estimation. *Journal of Multivariate Analysis*, 76 (2), 226–248.
- Embrechts, P., Kaufmann, R., Patie, P. (2005). Strategic Long-term Financial Risks: Single Risk Factors. *Computational Optimization and Applications*, 32 (2), 61–90.
- Fallahpour, S., Rezvani, F., Rahimi, M. (2015). Estimating Conditional VaR Using Symmetric and Non-Symmetric Autoregressive Models in Old and Oil Markets. *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 8 (26), 45-63. (in Persian)
- Gencay, R., Selcuk, F., Ulgulyagci, A. (2003). High Volatility, Thick Tails and Extreme Value Theory in VAR Estimation. *Journal of Insurance: Mathematics and Economics*, 33, 337-356.
- Ghorbel, A., Trabelsi, A. (2009). Measure of Financial Risk Using Conditional Extreme Value Copulas with EVT Margins. *Journal of Risk*, 11 (4), 51-85.
- Gorgani, M., Hadad, A.A., Shahriar, B. (2012). The Calculation of Optimal Interest Rate of Fire Insurance Catastrophe Bonds in Iran using Extreme Value Theory. *Financial Research Journal*, 14 (1), 101-116. (in Persian)
- Jalaei, S.E., Abolhosseini, A. (2009). Multifractal Characteristics of Iranian Rial's Exchange Rate. *International Economics Studies*, 35 (2), 39-48. (in Persian)
- Kao, T., Lin, Ch. (2010). Setting Margin Levels in Futures Markets: An Extreme Value Method. *Nonlinear Analysis Real World Applications*, 11(3), 1704-1713.
- Karimi, S. (2012). *Estimating Required Margin of the Gold Future Contracts Using Extreme Value Theory*. Bachelor' Thesis, Faculty of Management and Economics Sharif University. (in Persian)
- Kjellson, B. (2013). *Forecasting Expected Shortfall an Extreme Value Approach*. Bachelor's thesis, Faculty of Science Mathematical Statistics Lund University.
- Kourouma, L., Dupre, D., Sanfilippo, G., Taramasco, O. (2011). Extreme Value at Risk and Expected Shortfall during Financial Crisis. *Halshs Working paper*.
- Liu, R., Lux, T. (2013). Multifractality and Long-Range Dependence of Asset Returns: The Scaling Behavior of the Markov-Switching Multifractal Model with Lognormal Volatility Components. *Advances in Complex Systems*, 11 (5), 669-684.
- Longin, F. M. (1995). From Value at Risk, To Stress Testing, The Extreme Value Approach. *Journal of Banking & Finance*, 24 (7), 1097-1130.
- Lux, T., Morales-Arias, L., Sattarhoff, C. (2008). A Markov-switching Multifractal Approach to Forecasting Realized Volatility. *Kiel Institute for the World Economy (IfW) 1737, Kiel Working Papers*.
- McNeil, A.J. & Frey, R. (2000). Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroskedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach. *Journal of Empirical Finance*, 7 (4), 271-300.

- Mohammadi, Sh., Raei, R., Faizabad, A. (2008). Forecasting Value-at-Risk Using Conditional Volatility Models: Evidence from Tehran Stock Exchange. *Financial Research Journal*, 10 (25), 109-124. (in Persian)
- Norouzzadeh, P., Rahmani, B. (2005). A Multifractal Detrended Fluctuation Description of Iranian Rial-US Dollar Exchange Rate. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 367, 328-336.
- Pickands, J. (1975). Statistical Inference Using Extreme Order Statistics. *The Annals of Statistics*, 3 (1), 119-131.
- Raadpour, M. (2008). *Value at Risk at Tehran Stock Exchange*. Master's thesis, Faculty of Management and Accounting Shahid Beheshti University. (in Persian)
- Raei, R., Bolgorian, M. (2011). A Multifractal Detrended Fluctuation Analysis of Trading Behavior of Individual and Institutional Traders in Tehran Stock Market. *Physica A*, 390, 3815-382.
- Roodposhti, F., Kalantri, D. M. (2004). Multifractal Models in Finance: Characteristics and Applications, *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 7 (24), 68-91. (in Persian)
- Soltane, H.B., Karaa, A., Bellalah, M. (2012). Conditional VaR Using GARCH-EVT Approach: Forecasting Volatility in Tunisian Financial Market. *Journal of Computations & Modelling*, 2 (2), 95-115.
- Tehrani, R., Namaki, A., Hedayatifar, L. (2012). The Cross-correlation Structure of Tehran Stock Exchange Indexes by Multifractal Detrended Fluctuation Analysis. *Financial Research Journal*, 14 (1), 55-68. (in Persian)
- Wei, Y., Wang, P. (2008). Forecasting Volatility of SSEC in Chinese Stock Market Using Multifractal Analysis. *Physica A.*, 387, 1585-1592.
- Zamani, Sh., Bidgoli, S., Kazemi, M. (2013). Estimation of Tehran Security Index's Value at Risk using Extreme Value Theory. *Journal of Securities Exchange*, 21, 115-136. (in Persian)