

مدل سازی و تحلیل استاتیکی خرپاهای پارامتری دوبعدی به روش گرافیک استاتیک

فرناز اباذری اسفهلان^۱، طاها صباغیان^۲، یاسر شهبازی^{۳*}

^۱ کارشناس ارشد فناوری معماری گرایش معماری دیجیتال، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز

^۲ کارشناس ارشد فناوری معماری گرایش معماری دیجیتال، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز

^۳ دانشیار گروه فناوری معماری، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز

دریافت: ۱۴۰۰/۹/۱۰، بازنگری: ۱۴۰۰/۱۲/۵، پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۲۶، نشر آنلاین: ۱۴۰۰/۱۲/۲۶

چکیده

گرافیک استاتیک روشی هندسی برای تحلیل و محاسبه نیروهای داخلی اعضای سازه‌ای تحت بارهای خارجی است. در این روش دو دیاگرام فرم سازه و نیروهای داخلی در اعضا به صورت گرافیکی تعیین و ترسیم می‌گردد. فرآیند پارامتریک‌سازی این روش در هر دو بخش تولید فرم و محاسبات نیروهای داخلی می‌تواند به طرح‌هایی متنوع با صرف کم‌ترین زمان منجر شود. در چنین شرایطی، معماران و مهندسين سازه، می‌توانند بهترین انتخاب را بر اساس معیارها و اهداف سازه، فرم و توپولوژی هندسی برگزینند. در این مقاله، تحلیل گرافیک استاتیک پارامتریک طرح‌های متنوعی از خرپا، برگرفته از گونه‌های معروف وارن (Warren)، پرات (Pratt) هاو (Howe) و فینک (Fink) متداول و یا هر فرم آزاد مربوطه در زبان برنامه‌نویسی پایتون (Python) افزونه گرس‌هایپر (Grasshopper) انجام شده است. نتایج حاصل از تحلیل‌های صورت گرفته با نتایج موجود در منابع موجود نشان می‌دهد روش گرافیک استاتیک پارامتریک پیشنهادی در محاسبه نیروهای داخلی اعضای خرپاهای متداول و یا فرم آزاد با هر گونه بارگذاری دلخواه از عملکرد بالایی برخوردار است.

کلیدواژه‌ها: خرپا، پارامتریک، گرافیک استاتیک، پایتون، گرس‌هایپر.

۱- مقدمه

هرکدام از اضلاع نمودار فرم از طریق نمودار نیرو در اختیار کاربر قرار می‌دهد. تأثیر نمودار فرم و نیرو بر یکدیگر در صورت رعایت مقیاس، در یک مثال خرپایی به خوبی مشهود است. هنگامی که ارتفاع خرپایی نصف می‌شود، طول نمودار نیروی آن، که نماینده نیروی داخل اضلاع خرپا می‌باشد، عریض و دو برابر می‌گردد (Allen و Zalewski، ۲۰۰۹).

اساس تحلیل سازه‌ای بر مبنای اصول ترسیمی به وسیله نظریه‌های برداری شکل گرفته است. در سال ۱۵۸۶ سایمون استوین^۱ نظریه‌ای درباره قانون متوازی الاضلاع و برآیند نیروها بیان نمود که تعادل را با استفاده از بردارهای نیرو و چندضلعی‌های بسته نیرویی به صورت گرافیکی توصیف می‌کرد (Stevin، ۱۵۸۶). این نظریه آغازگر تجزیه و تحلیل تعادل سیستم‌های سازه‌ای و روش‌های گرافیکی بود که با استفاده از آن، توضیح و تحلیل نتایج آزمایش‌های فرم‌یابی از طریق وزنه‌های آویزان از یک رشته را

گرافیک استاتیک روشی گرافیکی برای تحلیل سازه‌ای می‌باشد. در این روش تعادل ایستایی سازه‌ها با استفاده از دو نمودار متقابل با رابطه هندسی که شامل نمودار فرم و نمودار نیرو می‌باشد، شکل می‌گیرد. تغییر در یک نمودار بر هندسه نمودار دیگر تأثیر می‌گذارد و طراحان به‌طور هم‌زمان کنترل مستقیمی بر فرم سازه و نیروهای داخلی ایجاد شده در اعضا دارند.

به‌منظور ترسیم نمودار نیرویی، به موازات اضلاع نمودار فرم، خط‌هایی به صورت نظیر به نظیر ترسیم می‌شود. هر گره در نمودار نیرو بیانگر یک چندضلعی بسته در نمودار فرم است و برعکس، هر گره در نمودار فرم، یک چندضلعی بسته در نمودار نیرو را مشخص می‌نماید که بر پایه نظریه دیاگرام‌های دوسویه Maxwell شکل گرفته است (Maxwell، ۱۸۶۹).

نمودار نیرویی با داشتن شکلی هندسی با ترسیم مقیاسی مشخص، اطلاعات عددی جامعی درباره مقدار نیروی داخلی در

1. Simon Stevin

* نویسنده مسئول؛ شماره تماس: ۰۴۱-۳۵۵۳۹۲۰۷

آدرس ایمیل: f.abazari@tabriziau.ac.ir (ف. اباذری)، t.sabaghian@tabriziau.ac.ir (ط. صباغیان)، y.shahbazi@tabriziau.ac.ir (ی. شهبازی).

در تعیین مقدار نیروهای اعضای سازه‌ها می‌گردد. همچنین گرافیک استاتیک باعث درک بهتر شرایط استاتیکی سازه به صورت هندسی و تعامل بیشتر معماران با سازه می‌گردد. برخلاف رویکردهای عددی مرسوم در طراحی سازه که قبل از اجرای هر تحلیلی به فرم‌های از پیش تعریف شده وابسته هستند، چارچوب ارائه شده در روش‌های گرافیک استاتیکی، متدهای طراحی جدیدی را امکان‌پذیر می‌کند که هنده سازه‌ها را به‌عنوان کاتالیزور طراحی، تحلیل و بررسی می‌نماید (Lee, 2019).

با حضور و بروز کامپیوتر که می‌توانست تحلیل‌های حاصل از روش‌های عددی همچون سختی و المان محدود را در زمان‌های معقول ارائه دهد، کم‌کم روش گرافیک استاتیک به فراموشی سپرده شد. با این حال در دو دهه اخیر و به‌ویژه با معرفی نرم‌افزارهایی که قابلیت پیاده‌سازی پارامتریک روش‌های فرمیابی و تحلیل را دارند، روش گرافیک استاتیک مورد توجه و کانون تحقیقات قرار گرفت. از آنجایی که در گذشته ترسیمات به صورت دستی انجام می‌شد، امروزه پارامتریک‌سازی این فرآیند، راهی آسان برای به روزرسانی تغییرات سازه گردیده، تحلیل را آسان‌تر نموده و در زمان کمتری در اختیار کاربر قرار می‌دهد. از دیگر کاربردها و نکات قابل توجه در استفاده از روش گرافیک استاتیک، می‌توان به بهینه‌یابی فرمی بر اساس رابطه بین تأثیر نیروهای وارده بر فرم هندسی اشاره نمود. در روش‌های معمول می‌توان با ایجاد تغییرات در هندسه، فرم بهینه مدنظر را پیدا کرد. در این روش می‌توان با شروط مختلف بهینه‌یابی در ارتباط با کم‌ترین میزان نیرویی که در اعضای سازه‌ای وجود دارد، فرم مناسبی را به دست آورد و این در حالی است که به دلیل ارتباط مستقیم متغیرهای طراحی با نیروها، تعادل سازه نیز تضمین می‌گردد و از طرفی دیگر نیازی به محاسبه سختی اعضا یا افزودن عضو جدید برای ایجاد تعادل نمی‌باشد (Beghini و Carrion, 2014).

در این مقاله پس از معرفی روش ترسیم گرافیک استاتیک و اعمال آن بر روی سازه‌های خرپایی، یک روش کلی برای پارامتریک‌سازی آن بر روی خرپاهای مختلف فرم آزاد ارائه و در زبان برنامه نویسی پایتون در افزونه گرس‌هاپر پیاده‌سازی شد تا بتوان با تغییر هر کدام از نیروهای وارد بر خرپا، چه در محل اعمال نیرو و چه در مقدار و جهت آن، دیاگرام نیرویی گرافیک استاتیک متناظر، در لحظه تغییر نموده و نیازی به ترسیم مجدد آن از ابتدا نباشد.

در برنامه پارامتریک نوشته شده می‌توان خرپاهای مختلفی را به آن معرفی نمود تا دیاگرام نیرویی مدنظر تولید گردد. لازم به ذکر است که تولید فرم خود خرپاها نیز می‌تواند به صورت پارامتریک

امکان‌پذیر نموده و محاسبه نیروهای داخل رشته‌ها را ممکن می‌کند.

در سال ۱۸۶۶ کارل کالمن^۲ مهندس سازه‌ی آلمانی تبار برای اولین بار روش تجزیه و تحلیل گرافیکی برای ایجاد تعادل در سازه را، به عنوان ابزاری قدرتمند در کتاب^۳ خود معرفی نمود و نام آن را گرافیک استاتیک نهاد. از آن زمان روش تجزیه و تحلیل گرافیکی به‌عنوان یک روش دقیق و رایج برای یافتن تعادل در خرپاها، قوس‌ها، کابل‌ها و سایر سیستم‌های ساختاری تا پایان قرن نوزدهم و اوایل قرن بیستم مورد استفاده قرار گرفت. بسیاری از خرپاها و پل‌های قوسی سنگی با استفاده از روش‌های گرافیکی محاسبه و ساخته شدند که تاکنون بدون هیچ شکست قابل توجهی ایستایی خود را حفظ نموده‌اند (Levy, 1886).

پس از آن نوشتار و کتب مختلفی در جهت توسعه دادن این روش نوشته شدند. روش نقطه قطب^۴ از روش‌های اولیه برای ایجاد تعادل به کمک چندضلعی‌های بسته بود. در این روش برآیند نیروی وزن و رانش سازه مورد نظر، در نموداری^۵ نمایش داده می‌شود که از طریق نقطه قطب ایجاد می‌گردد. روش دیگری توسط Robert Henry Bow (1827-1909) برای ترسیم دیاگرام‌های نیرویی در گرافیک استاتیک، در سال ۱۸۷۳ معرفی گردید. او در کتاب^۶ خود به بررسی گرافیکی و تحلیل نیرویی بیش از ۳۰۰ نوع خرپا پرداخته و آن‌ها را از نظر تعداد دهانه، تعداد مثلث‌های خرپایی، تعداد اعضای میله‌ای و مشابهت دسته‌بندی نموده است. وی در این روش، نوع خاصی از خوانش ترتیب اعضا، که به آن روش نشانه گذاری باو^۷ می‌گویند، را بیان کرده است. وی با توجه به ترتیب در نظر گرفته شده برای اعضای خرپایی و همچنین بارهایی فرضی که بر هر گره در خرپا وارد شده‌اند، دیاگرام نیرویی هریک از آن‌ها را ترسیم کرده است (Bow, 1873).

از روش باو در طراحی سقف خرپایی مرکز کنوانسیون استفاده شده است. در این پروژه توپولوژی‌های مختلفی از خرپاهای دوبعدی در مقطع به کار رفته در سقف به روش گرافیک استاتیک بهینه‌یابی شده است (Larsen, 2017). William Sidney Wolfe (1889-1944) نیز در کتاب^۸ خود پس از توضیح تعادل نیروها با استفاده از چندضلعی‌های بسته به تحلیل هر دو روش نقطه قطب و روش باو بر روی تیر، خرپاها، سازه‌های بنایی همچون طاق و قوس‌ها و بتن‌های مسلح پرداخته است (Wolfe, 1921).

کاربرد گرافیک استاتیک در ایجاد ارتباط بین معماری و سازه به شکل هندسی مشهود است. این روش، محاسبات پیچیده عددی را حذف نموده و با استفاده از ترسیم‌های هندسی، سبب سهولت

Structures

7. Bow's notation

8. Graphical analysis; a text book on graphic statics

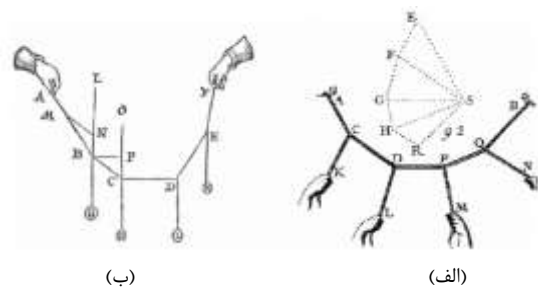
2. Karl Culmann (1821-1881)

3. Die graphische Statik

4. Pole

5. Thrust line

6. Economics of Construction in Relation to Framed



شکل ۱- الف) تصویری از ورینگتون که تجزیه و تحلیل گرافیکی شکل مفتول را نشان می‌دهد (۱۷۲۵)
 Block و همکاران، ۲۰۰۶). ب) نقاشی استوین درباره تعادل نیرو در وزنه‌های آویزان روی یک رشته (۱۵۸۶)

گرافیک استاتیک روشی هندسی برای تحلیل نیروهای وارده بر فرم بدون وارد شدن به بحث محاسبات است که از دو قسمت دیاگرام فرم و دیاگرام نیرویی تشکیل شده است. روش‌های متفاوت ترسیم گرافیکی برای محاسبه تعادل نیرویی سازه‌ها، همچون روش نقطه قطب و روش نشانه‌گذاری با معرفی شده‌اند که ویلیام ولف^{۱۵} در کتاب خود هر دو روش را مورد بررسی قرار داده است. در روش نقطه قطب برآیند نیروی وزن و رانش در سازه توسط نمودار واسطی که با نقطه قطب ایجاد می‌شود، ترسیم می‌گردد. به این صورت که ابتدا نیروهای وارد بر سازه به صورت پشت سرهم ترسیم شده، سپس از نقطه‌ای دلخواه خارج از آن به انتهای هر کدام از نیروها خطی ترسیم می‌گردد. هر کدام از این خطوط با بردارهای نیرویی وارد بر سازه یک چندضلعی بسته را تشکیل می‌دهد که نشان‌دهنده تعادل آن است. در مرحله بعد، ترسیم خط رانش از محل تکیه‌گاه‌های مربوط به فرم اولیه آغاز گردیده و به موازات هر کدام از خطوطی که از نقطه قطب عبور کرده‌اند، به ترتیب خطی در نمودار رانش ترسیم گردیده و امتداد می‌یابد تا جایی که نیروهای وارد بر سازه را قطع کند. نمودار رانش طبق نظریه استوین در حالت تعادل سازه، می‌بایست چندضلعی بسته‌ای را ایجاد کند؛ در غیر این صورت سازه در حالت ناپایدار قرار دارد (Wolfe، ۱۹۲۱). نکته قابل توجه در این روش این است که با جابه‌جایی نقطه قطب، دیاگرام‌های رانش متفاوتی را برای یک فرم هندسی می‌توان ترسیم کرد که حالت‌های کمینه و بیشینه متفاوتی را نشان می‌دهد. از این بین خط رانشی مورد قبول است که مساحت زیرین آن با مساحت زیرین فرم برابری داشته باشد (Van dijk، ۲۰۱۴). این روش بیش‌تر برای فرم‌های سازه‌ای طاق و گنبد که اعضای منقطع ندارند مناسب می‌باشد. برای فرم‌های خرپایی روش دقیق‌تری در نشانه‌گذاری با پیشنهاد شده‌است. در

انجام گردد تا در صورت دلخواه اضلاع جدیدی به هر کدام از خرپاها افزوده یا از آن‌ها حذف گردد؛ همچنین قابلیت برای تغییر مکان گره‌ها و نقاط اتصال اضلاع خرپایی برای ایجاد فرم‌های آزاد و متنوع نیز در نظر گرفته شده است. در هر حالت پس از یک بار اعمال دستورات دیگر نیازی به بازترسیم مجدد نیست و تغییرات در هر مرحله به راحتی می‌تواند صورت پذیرد و نتیجه نهایی به-روزرسانی گردد. این روش برای خرپاهای وارن^۹، هاو^{۱۰}، پرات^{۱۱} و فینک^{۱۲} پیاده‌سازی گردیده است. کارایی روش حاضر از طریق چندین مثال برای انواع مختلف خرپا چه در حالت استاندارد و چه به صورت فرم آزاد نشان داده شده و نتایج با نمونه‌های اثبات شده مقایسه می‌گردد.

۲- معرفی روش گرافیک استاتیک

از دیرباز ایجاد فرم سازه‌ای در حال تعادل و پایدار برای ساخت بناها، همواره از چالش‌های مهندسیین بوده‌است. تکنیک‌های مختلفی اعم از روش‌های فیزیکی، جبری و گرافیکی برای فرم‌یابی مورد استفاده طراحان قرار گرفته‌است. روش فرم‌یابی به‌وسیله زنجیر و کیسه‌های شنی آویخته و روش حباب صابون مثال‌هایی برای فرم‌یابی فیزیکی بوده و روش چگالی نیرو برای فرم‌یابی عددی استفاده می‌گردد. گرافیک استاتیک نیز روشی گرافیکی جهت فرم‌یابی می‌باشد که اساس آن پس از نظریه استوین درباره قانون تعادل نیروها در چندضلعی بسته شکل گرفت (Stevin، ۱۵۸۶). ورینگتون^{۱۳} به‌توسعه این نظریه پرداخت و اظهار داشت که برای محاسبه برآیند نیروها می‌توان خطوطی موازی با نیروها ترسیم کرد و مادامی که برآیند بردارها محیط بسته‌ای را ایجاد کند، در مجموع آن‌ها تعادل نیرویی وجود دارد. کتاب او در این زمینه در سال ۱۷۲۵ و سه سال پس از مرگش به چاپ رسید (Varignon، ۱۷۲۵).

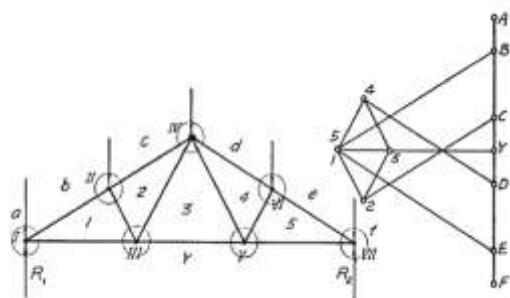
بنابراین گزاره در هر گره از یک سازه تحت اثر نیروهای مختلف، یک چندضلعی نیرویی بسته وجود دارد که با تعادل استاتیکی مطابقت دارد. نمودارهای دوسویه فرم و نیرو بر این اساس توسط ماکسول^{۱۴} در سال ۱۸۶۴ تعریف گردید که نقطه عطفی در توصیف روش تحلیل گرافیک استاتیک ایجاد نمود (McRobie و همکاران، ۲۰۱۷).

شکل (۱) نمایانگر یکی از نقاشی‌های استوین و ورینگتون برای تحلیل تعادل نیرویی را نشان می‌دهد. برای اولین بار در سال ۱۸۶۶، Culmann روش تحلیل گرافیک استاتیک را برای ایجاد تعادل سازه‌ها، در کتاب خود معرفی نمود.

13. Pierre Varignon (1654-1722)
 14. James Clerk Maxwell (1831-1879)
 15. William S. Wolf

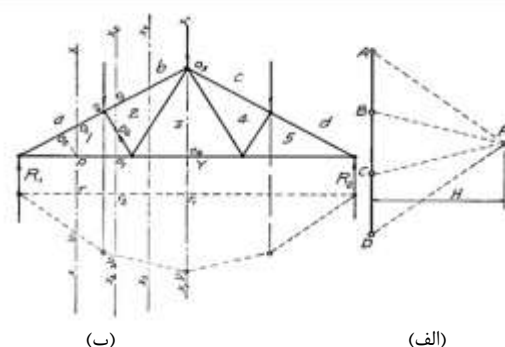
9. Warren truss
 10. Howe truss
 11. Pratt truss
 12. Fink truss

عکس‌العمل تکیه‌گاهی نیز پس از محاسبه و اعمال گشتاور، همراه با حفظ جهت خود در ادامه نیروها ترسیم می‌گردند. در صورت درست بودن ترسیمات، انتهای بردارهای نیرو باید به نقطه آغازین دیاگرام برسند. تمامی بردارها باید به ترتیب و براساس نام‌گذاری خود ترسیم گردند. در قدم بعد به موازات هر کدام از اضلاع فرم که در مجاورت یک محیط بسته قرار دارند، خطی بر روی دیاگرام نیرو از محل نام‌گذاری ضلعی که با آن نام خوانده می‌شود، ترسیم می‌شود. به موازات ضلع دیگری که در مجاورت همان فضای بسته در فرم وجود دارد نیز خطی بر روی دیاگرام نیرو ترسیم گردیده و تا جایی که خط قبلی را قطع نماید، امتداد می‌یابد. محل تقاطع نمایانگر همان فضای بسته‌ای می‌باشد که ضلع‌های مجاور آن ترسیم شده‌اند و به همان نام فضای بسته، نام‌گذاری می‌شود. طول اضلاعی که در دیاگرام نیرویی به دست آمده‌اند نیز بیانگر مقدار نیرویی است که توسط همان اضلاع در دیاگرام فرم، تحمل می‌گردد. در ادامه به موازات تمامی اضلاع فرم، خطی در دیاگرام نیرو ترسیم می‌گردد که طول آن بیانگر نیروی همان عضو در دیاگرام فرم می‌باشد (Wolfe, ۱۹۲۱). شکل (۳) نمایی از ترسیم دیاگرام نیرو را با استفاده از روش نشانه‌گذاری باو در یک خرپای مثلثی نشان می‌دهد. همچنین از این روش می‌توان برای مشخص نمودن کششی و فشاری بودن نیروی اعضای سازه بهره برد. برای این منظور می‌بایست گرهی که اضلاع در آن به هم متصل می‌گردند را انتخاب نموده و اضلاع پیرامون آن را به صورت ساعت‌گرد در دیاگرام نیرویی فراخوانی کرد. جهتی که اضلاع در دیاگرام نیرویی فراخوانی می‌شوند اگر به سمت گره مد نظر در دیاگرام فرمی وارد شود، آن عضو فشاری و اگر از گره دور شود، عضو مورد نظر کششی می‌باشد. در این روش، فراخوانی حتماً باید به صورت ساعت‌گرد باشد. مشخص نمودن اعضای کششی و فشاری و نیروی داخلی تک‌تک اعضا، از مزیت‌های روش نشانه‌گذاری باو برای تحلیل گرافیکی تعادل فرم خرابایی که اضلاع ناپیوسته دارد، می‌باشد (Zalewski و همکاران، ۱۹۹۷).



شکل ۳- ترسیم دیاگرام نیرو از طریق روش نشانه‌گذاری باو:
الف) دیاگرام نیرو (Wolfe, ۱۹۲۱)، ب) دیاگرام فرم

شکل (۲) چگونگی ترسیم خط رانش از طریق نقطه قطب به‌طور کلی نمایش داده شده است.



شکل ۲- ترسیم خط رانش از طریق نقطه قطب: الف) دیاگرام فورس و نقطه قطب (Wolfe, ۱۹۲۱)، ب) بالا، دیاگرام فرم، پایین، خط رانش

روش نشانه‌گذاری باو نیز از دو دیاگرام فرم و نیرو تشکیل می‌شود. تفاوت آن با نقطه قطب در ترسیم و نمایش نیروی داخلی تمامی اعضا می‌باشد که در این روش میسر است؛ چرا که اساس ترسیم دیاگرام نیرویی در آن، ترسیم نظیر به نظیر دیاگرام نیرو از طریق شیب اضلاع دیاگرام فرم می‌باشد. به دلیل قابلیت مشاهده و اندازه‌گیری نیروی داخلی تمامی اعضای سازه به روش هندسی، این روش، برای سازه‌هایی با قطعات ناپیوسته مناسب است. در روش باو، دیاگرام نیرویی با مقیاسی مشخص و دقیق نسبت به دیاگرام فرم ترسیم می‌گردد، از این رو با اندازه‌گیری طول هر کدام از اضلاع دیاگرام نیرو می‌توان به مقدار نیرویی که در داخل عضو مربوط به آن ضلع وجود دارد پی برد. روش ترسیم در نشانه‌گذاری باو به این صورت است که ابتدا فرم سازه‌ای با مقیاسی دقیق ترسیم شده و نیروهای وارد بر آن با اندازه و جهت تعیین می‌گردد. بین هر دو نیرو با حروف بزرگ لاتین به صورت ساعت‌گرد و به ترتیب نام‌گذاری شده و فضاهای بسته‌ای که در سازه وجود دارند نیز، مانند فضاهای مثلثی خرابا، با اعداد و به ترتیب از چپ به راست مشخص می‌گردند. هر کدام از اضلاع و یا گره‌های موجود در فرم سازه‌ای از طریق این نام‌ها و به صورت ساعت‌گرد خوانده می‌شوند. برای مثال ضلعی که در مجاورت حرف لاتین (B) و فضای شماره ۱ قرار دارد، به صورت B1 و ضلعی که در مجاورت دو فضای بسته ۱ و ۲ قرار دارد به صورت ۱۲ و گره شماره ۲ در این تصویر به صورت (C2) یا (1BC2) یا به صورت دیگر با توجه به حالت ساعت‌گرد فراخوانی می‌شوند.

برای شروع دیاگرام نیرو ابتدا می‌بایست نیروهای وارد بر فرم سازه‌ای را به صورت ساعت‌گرد شروع به ترسیم نمود، به این صورت که ابتدای دیگری برانتهای بردار قبل از خود قرار گیرد. نیروهای

۳- پارامتریک‌سازی خرپا و سازه

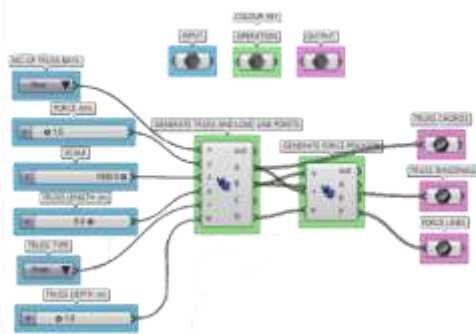
طراحی پارامتریک روشی برای ایجاد تأثیر تغییر مستقیم در مراحل مختلف فرآیند طراحی بدون طراحی مجدد از مرحله نخست می‌باشد. در این روش، طراح در هر مرحله پارامترهای مختلف مؤثر بر طراحی را از طریق پژوهش و تحلیل شرایط، متمایز ساخته و متغیرهای مد نظر را جهت بررسی گزینه‌های مختلف برای تکامل طراحی مشخص می‌نماید. این پارامترها به‌منظور بررسی گزینه‌های مختلف طراحی در شرایط متفاوت موجود گاه به‌صورت مستقیم و گاه تحت شرایط محاسبه‌ای توسط الگوریتم-های بهینه‌یابی مورد تغییر قرار می‌گیرند. خرپاها سازه‌هایی هستند که می‌توان آن‌ها را با مصالح گوناگونی مانند چوب، فولاد و آلومینیوم ساخت. همچنین این سازه‌ها گزینه‌های بسیار مناسبی برای پوشاندن دهانه‌های بزرگ بوده و از سرعت قابل توجهی در ساخت برخوردار هستند (شهپازی و همکاران، ۱۴۰۰).

این سازه‌ها از نظر انتقال نیرو به‌صورت بهینه عمل می‌کنند، زیرا در آن‌ها تنش‌های خالص محوری یعنی کشش و فشار وجود دارد. خرپاها دارای المان‌های خطی بوده که عموماً هندسه‌های مثلثی شکلی را ایجاد می‌نمایند و در راستای ساخت آن‌ها می‌توان از مقاطع مختلف و همچنین اتصالات گوناگونی استفاده نمود. باید توجه داشت که محل اعمال نیرو در سازه‌های خرپایی روی اتصالات می‌باشد (صبایان، ۱۴۰۰). یک گام کلیدی در انتخاب یک مدل خرپای بهینه، طرح‌بندی مناسب آن با به حداقل رساندن مسیر بار کل می‌باشد. گرافیک‌استاتیک امکانی فراهم می‌آورد تا مقدار بار عبوری از هر مسیر در اضلاع خرپا به صورت هندسی و به‌سهولت قابل محاسبه بوده و با پارامتریک‌سازی فرآیند محاسبات روشی برای تعیین ساختار کارآمد خرپا بر اساس نیروها حاصل شود (Persson و Alic، ۲۰۱۸).

در طراحی یک المان سازه‌ای همچون خرپا از دو پارامتر برای تغییر الگوی طراحی برای مدیریت شرایط مختلف و کنترل پارامترهای مؤثر بر طراحی بهره‌گرفته می‌شود. یکی از این پارامترها مربوط به مکان اتصالات و گره‌ها و دیگری فواصل بین آن‌هاست. هر دو پارامتر به‌طور مستقیم بر دیگری اثرگذار است، اگر جای گره‌ها تغییر کند فواصل بین آن‌ها که محل قرارگیری اعضای خرپایی می‌باشد تغییر کرده و طول اعضای خرپا نیز تغییر می‌کند.

بنابراین ترسیم پارامتریک خرپا می‌تواند یا از طریق گره‌ها یا از طریق اضلاع صورت گیرد. هانیگان^{۱۶} روشی برای پارامتریک‌سازی خرپای مسطح و ترسیم دیاگرام نیرویی آن به‌روش باو در محیط برنامه‌نویسی ویژوال بیسیک^{۱۷} و افزونه گرس‌هاپر^{۱۸}

کدنویسی نموده که اساس ترسیم خرپا در آن، طول اضلاع بالا و پایین و عمق خرپا که همان طول اضلاع میانی است، می‌باشد. در این الگوریتم اضلاع خرپا بر اساس تعداد فضاهای میانی که کاربر تعیین می‌کند تقسیم‌بندی می‌شوند. در شکل (۴) الگوریتم پیشنهادی هانیگان نمایش داده شده است (Hannigan، ۲۰۱۵). در روشی دیگر که در این مقاله توسط نگارندگان تدوین شده‌است، پارامتریک‌سازی خرپا براساس مشخص نمودن مکان اتصالات صورت گرفته‌است. به این منظور، مؤلفه‌ای در محیط برنامه‌نویسی پایتون^{۱۹} در رابط گرس‌هاپر برای نرم‌افزار راینو^{۲۰} کدنویسی شده-است (Rossum، ۱۹۹۱). نرم‌افزار راینو به‌دلیل دارا بودن بستری آزاد جهت توسعه همواره به محیطی قابل استفاده و کاربردی در حوزه معماری و طراحی صنعتی شناخته می‌شود (McNeel، ۲۰۱۰). همچنین به‌دلیل نیاز به فرآیند تولید به‌صورت پارامتریک برای سهولت در ایجاد تغییرات در خرپا از محیط پارامتریک افزونه گرس‌هاپر استفاده شده است (Rutten، ۲۰۲۰). به‌این صورت که کاربر مجموعه‌ای از نقاطی را که محل اتصال اعضای خرپایی هستند، در دو گروه گره‌های اضلاع بالا و گره‌های اضلاع پایین معرفی نموده و با مشخص نمودن نوع خرپا از بین حالت‌های تعیین شده (وارن، پرات، هاو، فینک) نرم‌افزار، بر اساس کدهای از پیش نوشته شده توسط نگارندگان خرپای مورد نظر را به انتخاب کاربر ترسیم می‌نماید.

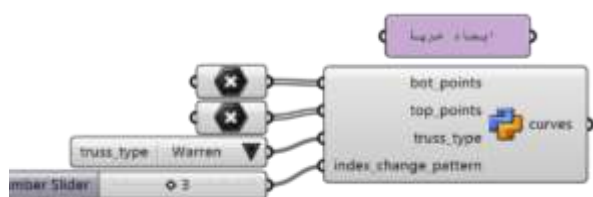


شکل ۴- الگوریتم پارامتریک‌سازی خرپا و ترسیم دیاگرام نیرویی بر اساس روش باو (Hannigan، ۲۰۱۵)

مزیت روش ارائه شده در مقاله حاضر نسبت به روش هانیگان در ایجاد خرپاهای فرم آزاد است. کاربر می‌تواند با جابه‌جایی نقاط گرهی خرپا، جهت و اندازه اضلاع را تغییر داده و فرم‌های متنوعی بر پایه یک توپولوژی (وارن، پرات، هاو، فینک) ایجاد نماید. در حالت دیگر، کاربر می‌تواند با در اختیار داشتن طول کلی اضلاع خارجی خرپا و تقسیم‌بندی آن‌ها به تعداد دلخواه، نقاط گرهی را

19. Python
20. Rhinoceros

16. Laura Hannigan
17. Visual Basic
18. Grasshopper



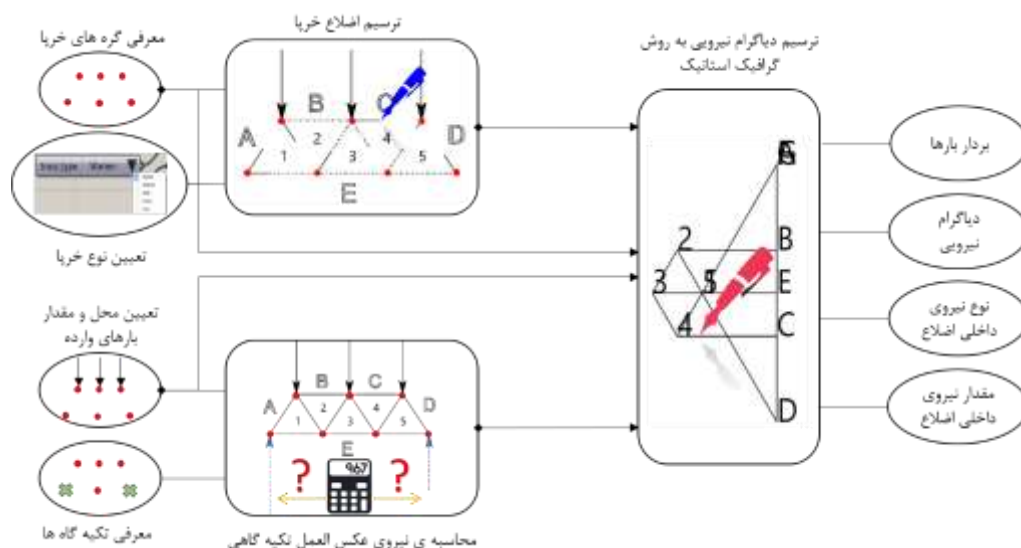
شکل ۵- مؤلفه ترسیم خرپای پارامتریک افزونه گرس‌هاپر برای راینو (ابادری اسفهلان، ۱۴۰۰)

۴- صحت‌سنجی و بررسی یک نمونه تحلیل استاتیکی خرپای دوبعدی

در این قسمت برای ارزیابی مدل و برنامه‌نویسی خرپای وارنی به طول دهانه (۱۶) متر و ارتفاع ۲ متر با تکیه‌گاه‌های ساده در طرفین به‌عنوان نمونه صحت‌سنجی انتخاب شده است (Bocko, Lengvarsky, ۲۰۱۶). به هرگره از اضلاع بالای خرپا نیرویی معادل دو کیلونیوتون وارد می‌شود. خرپای مدنظر با استفاده از مؤلفه ترسیم خرپای پارامتریک با توجه به‌روش نشانه-گذاری باو در گرس‌هاپر ترسیم گردید. در شکل (۶) شماره‌گذاری اعضای و در شکل (۷) دیاگرام نیرویی نمایش می‌دهد.

یافته و آن‌ها را به‌عنوان ورودی مؤلفه معرفی نماید. ویژگی منحصربه‌فرد دیگر این مؤلفه در ایجاد خرپاهای نامتقارن در خرپاهای پرات و هاو می‌باشد. کاربر می‌تواند با مشخص نمودن شماره یک گر، نحوه اتصال اضلاع خرپا را از حالت معکوس شدن از وسط تغییر داده و محل آن را خود انتخاب نماید. مؤلفه مربوط به ترسیم خرپا اساس ترسیم دیاگرام نیرویی می‌باشد از این رو ترتیب ترسیم اضلاع در آن اهمیت دارد. اضلاع خرپایی از چپ به راست و بین نقاط اتصال به گونه‌ای ترسیم می‌شوند که ترتیب مجاورت در یک فضای بسته را حفظ نمایند. در شکل (۵) مؤلفه ذکر شده و در جدول (۱) نمونه‌هایی از خرپاهای ترسیمی به‌صورت فرم استاندارد و فرم آزاد در ادامه آورده شده‌اند. کدنویسی گسترده مؤلفه ذکر شده در پیوست (۱) آورده شده‌است.

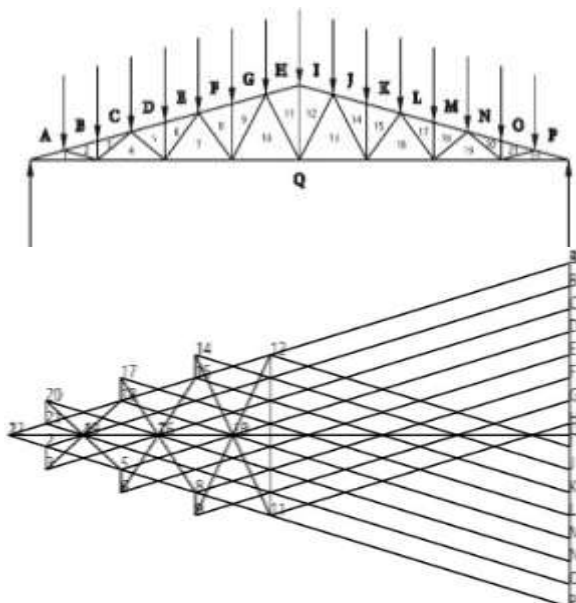
کدنویسی صورت گرفته در مقاله حاضر امکان فرم‌یابی پارامتریک انواع خرپاهای رایج را از یک‌سو و تحلیل استاتیکی آن‌ها به‌روش گرافیک استاتیک با قابلیت نمایش تصویری هم‌زمان نمودارهای فرم و نیروی آن‌ها را از سوی دیگر فراهم می‌سازد. شکل (۶) روند انجام این فرآیند را در الگوریتم نوشته شده توسط نگارندگان به‌ترتیب نمایش می‌دهد که در سه مؤلفه اصلی که شامل ترسیم خرپا، تعریف نیروهای وارده و محاسبه نیروهای عکس‌العمل تکیه‌گاهی و در نهایت ترسیم دیاگرام نیرویی خرپای مربوطه می‌باشد، تدوین شده‌است.



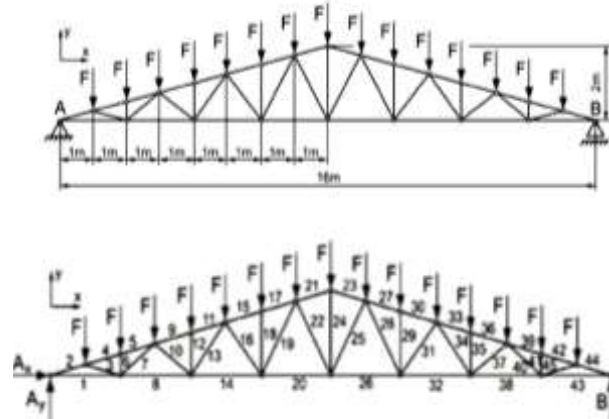
شکل ۶- روند عملکرد الگوریتم به‌کار رفته در تولید خرپا و ترسیم نمودار گرافیک استاتیک مربوطه

جدول ۱- نمونه‌هایی از خرپاهای استاندارد و فرم آزاد تولیدی توسط الگوریتم کدنویسی شده در طرح‌های وارن، پرات، هاو و فینک

خرپای وارن خطی	خرپای وارن قوسی محدب	خرپای فینک	خرپای وارن فرم آزاد
خرپای پرات خطی	خرپای پرات قوسی	خرپای پرات شیب‌دار	خرپای پرات فرم آزاد
خرپای هاو خطی	خرپای هاو قوسی	خرپای هاو شیب‌دار	خرپای هاو فرم آزاد



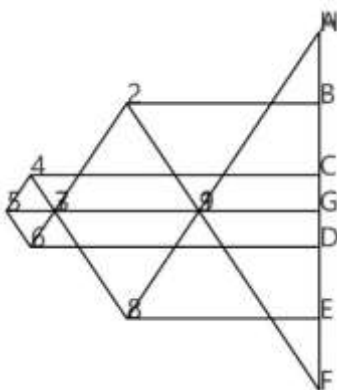
شکل ۸- ترسیم دیاگرام فرم و دیاگرام نیروی خرپای وارن به روش نشانه‌گذاری باو با نام نیروها و فضاها



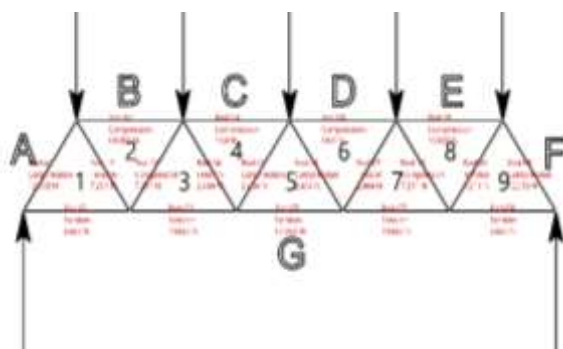
شکل ۷- ترسیم خرپا با شماره اعضا (Bocko Lengvarsky, ۲۰۱۶)

۶- مثال‌های عددی

در ادامه خرپاهای پارامتریک جدول (۱) بر اساس روش گرافیک استاتیک مورد بررسی و تحلیل نیرویی قرار گرفته‌اند. تحلیل نیرویی خرپاهای مورد نظر تحت اثر بارهای ثقلی به مقدار ۴ نیوتن که به گره‌های فوقانی اعمال شده‌اند، صورت گرفته است. شکل (۹) نمونه‌ای بزرگ‌نمایی شده از دیاگرام فرم خرپاها و دیاگرام نیرویی مربوط به آن نمایش داده شده‌است که مشخصات نیرویی و تنش‌های هر ضلع بر روی همان ضلع توسط الگوریتم محاسبه و نوشته شده‌است. در این مشخصات، سطر اول نام عضو، سطر دوم تنش داخلی اجزا و سطر سوم بیانگر مقدار نیروی داخلی اعضا بر حسب نیوتن می‌باشد. تنش داخلی اجزا با توجه به ترجمه انگلیسی آن‌ها به صورت تنش فشاری (Compression)، تنش کششی (Tension) و اجزای خنثی به صورت (Neutral) مشخص شده‌اند. در پایان برای نمایش توانایی الگوریتم کد نویسی شده، تحلیل گرافیک استاتیک یک نوع خرپا تحت شرایط مختلف بارگذاری اعم از توزیع نیروها، پراکندگی آن‌ها و نیز راستای ثقلی و یا جانبی آن‌ها در شکل (۹) ارائه شده است.



دیاگرام نیروی خرپای وارن خطی

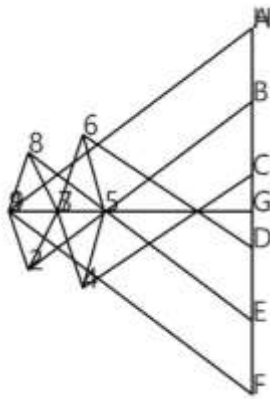


دیاگرام فرم خرپای وارن خطی

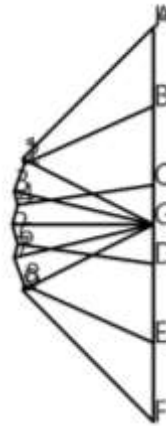
پس از ترسیم دیاگرام‌های فرم و نیروی خرپا، نتایج تحلیل نیرویی به روش گرافیکی توسط اندازه‌گیری طول اعضای دیاگرام نیرویی به دست آمده و در جدول (۲) نوشته شده‌اند و با نتایج به دست آمده از حالت محاسبه عددی مقایسه شده‌اند. از ۲۳ عضو بررسی شده در این خرپا در حالت محاسبه عددی و در حالت گرافیک استاتیک، ۱۰ عضو مقدار نیروی داخلی مشابه در دو حالت را دارا بوده و در حالت تفاوت، بیشترین مقدار انحراف تنها در دو عضو به مقدار ۰/۰۹ نیوتن به دست آمده‌است. برای تعیین کششی (T)، فشاری (C) و یا خنثی و صفر نیرویی بود (N) بودن اضلاع خرپا در روش گرافیک استاتیک نیز کافی است به روش نشانه-گذاری باو، گرهی را انتخاب نموده و اضلاع پیرامونی آن را به صورت ساعت‌گرد شروع به خوانش نمود. با دنبال کردن حروف در دیاگرام نیرویی در صورتی که جهت حرکت حروف به سمت گره باشد آن عضو فشاری بوده و در غیر این صورت، ضلع مورد نظر کششی می‌باشد. کل فرآیند مربوط به تشخیص اضلاع کششی و فشاری نیز در محیط پایتون در گرس‌هاپر کدنویسی شده و در ادامه مجموعه‌ای از اطلاعات مربوط به اضلاع را پس از ترسیمات گرافیک به دست می‌دهد. در جدول (۲) داده‌های به دست آمده از مؤلفه تولید شده توسط نگارندگان و مقایسه با نتایج منبع ارائه شده است.

جدول ۲- مقایسه نتایج صحت‌سنجی کدنویسی حاضر با نتایج تحلیل استاتیکی در مرجع (Bocko و Lengvarsky, ۲۰۱۶)

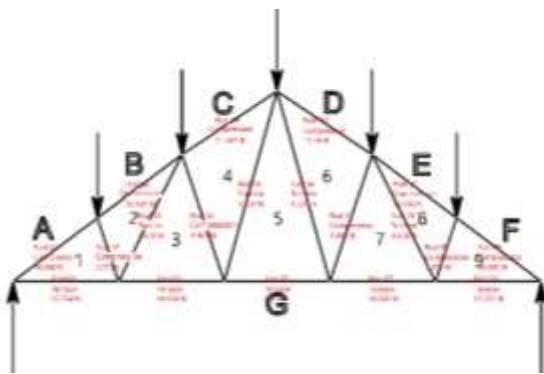
Nr.	نتایج مرجع		Internal tensions
	نتایج کدنویسی نگارندگان	نتایج Bocko, Lengvarsky, ۲۰۱۶	
1=43	60	60	T
2=44	-61.85	61.846584	C
3=45	-4.12	4.123106	C
4=42	-57.72	57.723479	C
5=39	-57.72	57.723479	C
6=41	-2.06	2	C
7=40	5.09	5	T
8=38	51.93	52	T
9=36	-49.48	49.477268	C
10=37	-5.09	5	C
11=33	-49.48	49.477268	C
12=35	-2.06	2	C
13=34	6.4	6.403124	T
14=32	44.01	44	T
15=30	-41.22	41.231056	C
16=31	-6.4	6.403124	C
17=27	-41.22	41.231056	C
18=29	-2.06	2	C
19=28	8.06	8.062258	T
20=26	36	36	T
21=23	-32.99	32.984845	C
22=25	-8.06	8.062258	C
24	14	14	T



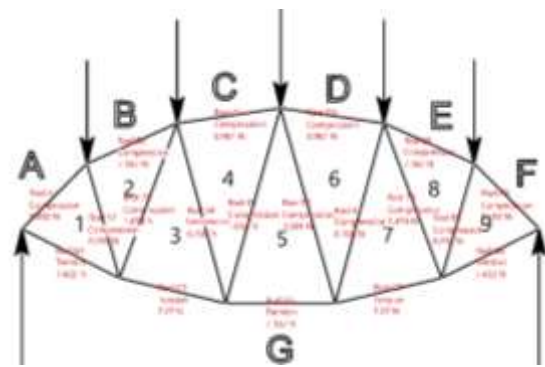
دیاگرام نیروی خرابی فینک



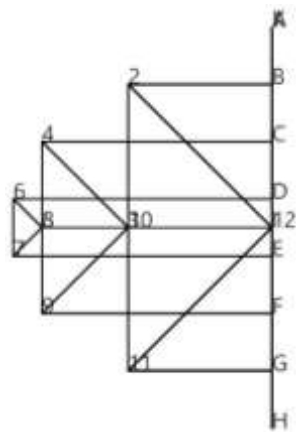
دیاگرام نیروی خرابی وارن قوسی



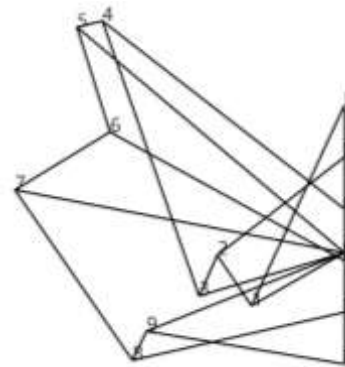
دیاگرام فرم خرابی فینک



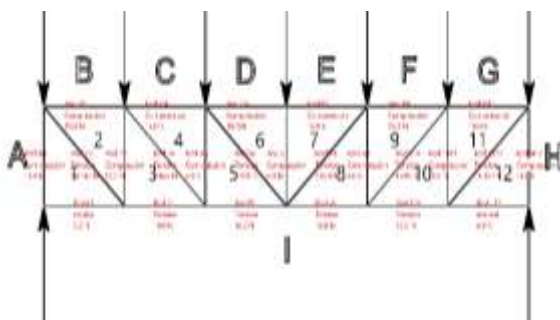
دیاگرام فرم خرابی وارن قوسی



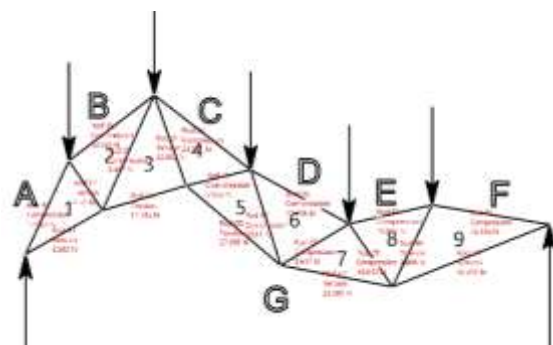
دیاگرام نیروی خرابی وارن خطی



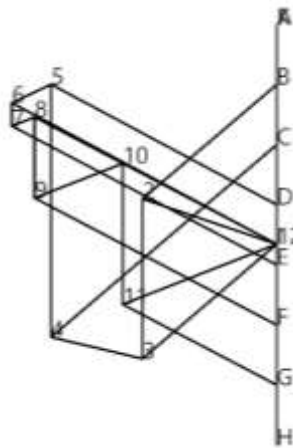
دیاگرام نیروی خرابی وارن فرم آزاد



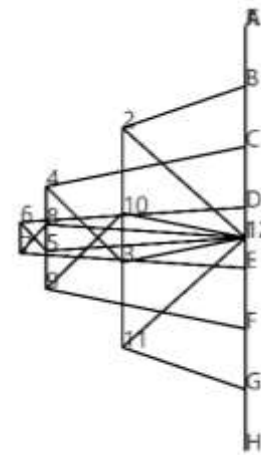
دیاگرام فرم خرابی پرات خطی



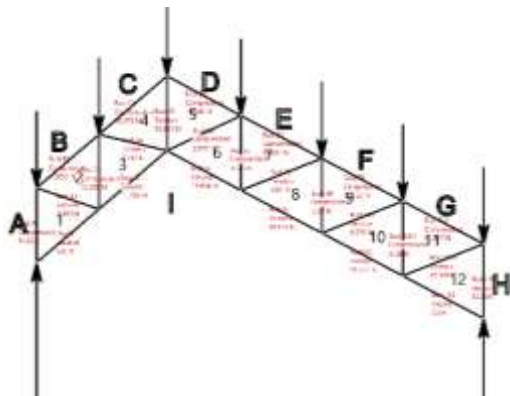
دیاگرام فرم خرابی وارن فرم آزاد



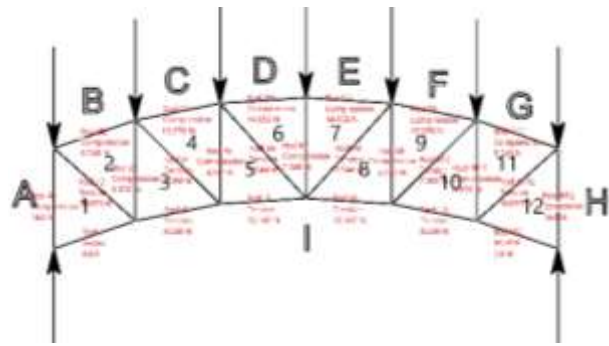
دیاگرام نیروی خرابی پرات فرم آزاد



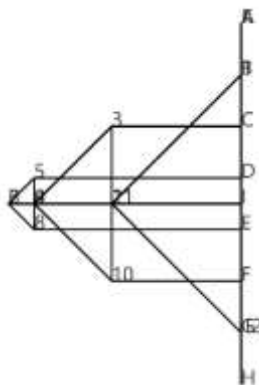
دیاگرام نیروی خرابی پرات قوسی



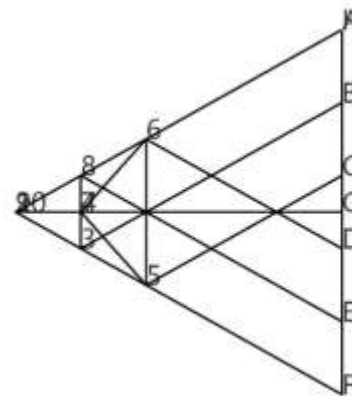
دیاگرام فرم خرابی پرات فرم آزاد



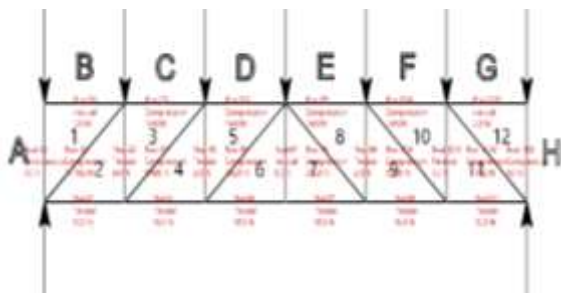
دیاگرام فرم خرابی پرات قوسی



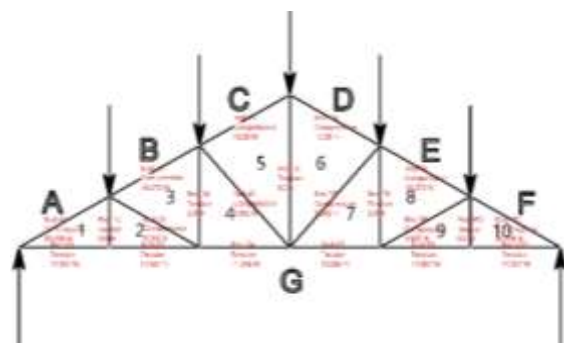
دیاگرام نیروی خرابی هاو خطی



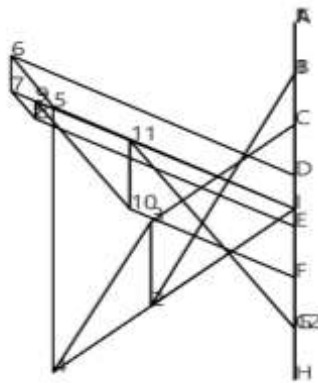
دیاگرام نیروی خرابی پرات شیب‌دار



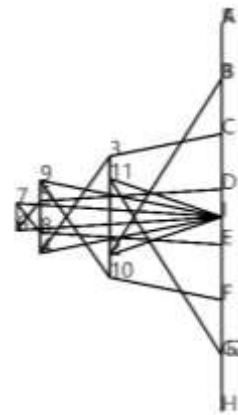
دیاگرام فرم خرابی هاو خطی



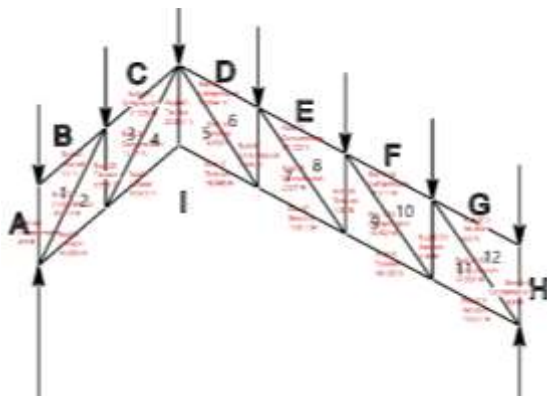
دیاگرام فرم خرابی پرات شیب‌دار



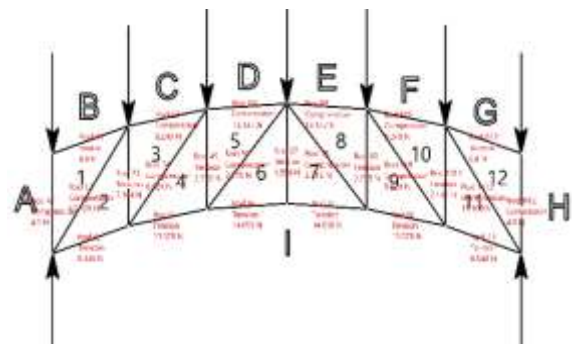
دیاگرام نیروی خریای هاو فرم آزاد



دیاگرام نیروی خریای هاو قوسی



دیاگرام فرم خریای هاو فرم آزاد



دیاگرام فرم خریای هاو قوسی

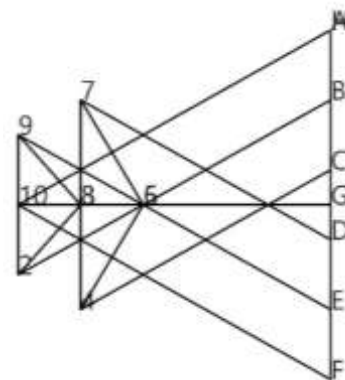
شکل ۹- دیاگرام‌های فرم و نیروی خریاها به همراه اطلاعات مستخرج از الگوریتم گرافیک استاتیک

۷- نتیجه‌گیری

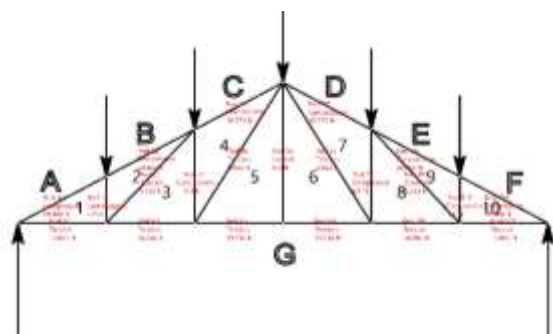
در این مقاله، فرمیابی و تحلیل گرافیک استاتیک پارامتریک خریاهای دو بعدی ارائه و به زبان پایتون در رابط گرس‌هاپر نرم‌افزار راینو پیاده‌سازی گردید. برنامه نوشته شده ضمن محاسبه مقدار نیرو، قابلیت خودکار تعیین کششی و فشاری بودن اعضا را نیز دارد. فرمیابی پارامتریک، امکان تولید بی‌شمار حالت فرم آزاد با پیچیدگی‌های متنوع هندسی و بارگذاری را فراهم می‌سازد. پس از صحت‌سنجی روش و الگوریتم کدنویسی شده با اطلاعات موجود در منابع، تحلیل گرافیک استاتیک نمونه‌هایی از خریاهای متداول خانواده‌های وارن، پرات، فینک و هاو و نیز فرم‌های آزادشان ارائه شده است.

۸- مراجع

ابادری اسفهلان ف، "مدل‌سازی پارامتریک، تحلیل و بهینه‌یابی سایبان‌های خریایی فرم آزاد به روش گرافیک استاتیک"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، ۱۴۰۰.



دیاگرام نیروی خریای هاو شیب‌دار



دیاگرام فرم خریای هاو شیب‌دار

- Stevin S, "In the principal works of simon stevin: general introduction mechanics", Swets and Seitzinger, 1955.
- Van dijk N, "Graphic statics in arches and curved beams", Technical University of Delft, 2014. graphic statics in arches and curved beams PDF Download (zlibrary.cc)
- Varignon P, "Nouvelle mécanique ou statique", Paris. 1725. Nouvelle mécanique, ou, Statique, dont le projet fut donné en M. DC. LXXXVII. Varignon, Pierre, 1654-1722: Free Download, Borrow, and Streaming: Internet Archive
- Wolfe W, "Graphical analysis", McGraw-Hill Book Co. Inc., New York, 1921. Graphical analysis; a text book on graphic statics: Wolfe, William Sidney, b. 1889: Free Download, Borrow, and Streaming: Internet Archive
- Zalewski W, Allen E, Iano J, "Shaping structures: statics", Wiley publishing, 1997.
- شهبازی ی، صباغیان ط، ذاکروفایی ن، "پوسته‌های شبکه‌های چوبی، سازه، معماری و مهارت ساخت"، انتشارات جهاد دانشگاهی، ۱۴۰۰.
- صباغیان ط، "تحلیل، طراحی پارامتریک و بهینه‌سازی سازه‌های فضاکار شبکه‌های به‌روش گرافیک استاتیک"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، ۱۴۰۰.
- Allen E, Zalewski W, "Form and Forces", John Wiley & Sons, 2009. <https://www.wiley.com/eng/Form+and+Forces%3A+Designing+Efficient%2C+Expressive+Structures-p-9781118174258>
- Alic V, Persson K, "Generating initial reinforcement layouts using graphic statics", Proceedings of the IASS Symposium, Lund University, Boston, USA, 2018. <https://lup.lub.lu.se/record/691bef3a-fc0c-43e4-8bc6-53843bb2ea9d>
- Beghini LL, Carrion J, Beghini A, Mazurek A, Baker WF, "Structural optimization using graphic statics", Structural and Multidisciplinary Optimization, 2014, 49, 351-366. <http://dx.doi.org/10.1007/s00158-013-1002-x>
- Block P, DeJong M, Ochsendorf J, "As Hangs the Flexible Line: Equilibrium of Masonry Arches", Nexus Network Journal, 2006, 8, 13-24. <https://doi.org/10.1007/s00004-006-0015-9>
- Bow RH, "Economics of construction in relation to framed structures", ICE Publishing, London, 1873. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107297005>
- Culmann K, "Die graphische Statik", Verlag Von Meyer und Zeller, Zürich, 1866. <https://doi.org/10.3931/e-rara-20052>
- Hannigan L, "Parametric Truss Analysis using Graphic Statics", 2015.
- Larsen E, "Integrated structural analysis and design using graphic statics", Master's Dissertation of Lund University, Sweden, 2017. <https://lup.lub.lu.se/student-papers/search/publication/8942184>
- Lee J, "Computational Design Framework for 3D Graphic Statics", PhD Thesis, ETH Zurich, 2019. <https://dx.doi.org/10.3929/ethz-b-000331210>
- Lengvarsky P, Bocko J, "The static analysis of the truss", American Journal of Mechanical Engineering, 2016, 4 (7), 440-444.
- Levy M, "La Statique Graphique et ses applications aux constructions", Gauthier-Villars, Paris, 1886.
- Maxwell JC, "On reciprocal diagrams in space and their relation to Airy's function of stress", Proceedings of the London Mathematical Society 2, 1869, 58-60, 44, 104, 105.
- McRobie A, Konstantatou M, Athanasopoulos G, Hannigan L, "Graphic kinematics, visual virtual work and elastographics", Royal Society Open Science, 2017, 4 (5), 170202. <https://doi.org/10.1098/rsos.170202>
- McNeel R, others, "Rhinoceros 3D, Version 6.0", Robert McNeel & amp, Associates, Seattle, WA, 2010.
- Van Rossum G, "Python, Version 2.7", Centrum voor Wiskunde en Informatica (CWI), Amsterdam, 2010.
- Rutten D, others, "Grasshopper 3D, Version 14.0", Robert McNeel & amp, Associates, WA, 2020.

پیوست ۱- کدهای نوشته شده سازه‌های خرابایی در زبان برنامه‌نویسی پایتون (به ترتیب ستون سمت چپ از بالا به پایین و پس از آن ستون سمت راست از بالا به پایین اجرا می‌شود)

<pre> Grasshopper Python Script Editor File Edit Tools Mode Help 1 import rhinoscriptsyntax as rs 2 import ghpythonlib.components as gh 3 4 5 curves=[] 6 7 if truss_type=="Warren" or truss_type=="Fink" : 8 ---if len(bot_points)>len(top_points): 9 x=bot_points 10 y=top_points 11 ---else: 12 x=top_points 13 y=bot_points 14 15 ---for i in range(len(y)): 16 curves.append(gh.Line(x[i],y[i])) 17 curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 18 curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i])) 19 if i<len(y)-1: 20 curves.append(gh.Line(y[i],y[i+1])) 21 22 </pre>	<pre> 91if index_change_pattern < i+1 < len(x)+1: 92curves.append(gh.Line(y[i-1],y[i])) 93curves.append(gh.Line(x[i],y[i])) 94curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 95curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i])) 96curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i])) 97 98 ---if len(bot_points)-len(top_points)== 2: 99curves.append(gh.Line(x[-2],x[-1])) 100curves.append(gh.Line(x[-1],y[-1])) 101 102 103 104 105 106 if truss_type=="Howe": 107 108 ---if len(bot_points)==len(top_points): 109x=bot_points 110y=top_points 111if index_change_pattern>len(x) or index_change_pattern<0: 112index_change_pattern=len(x)//2 </pre>
<pre> 23 24 if truss_type=="Warren2" : 25 ---if len(bot_points)>(len(top_points)//2)-1: 26 x=bot_points 27 y=top_points 28 ---else: 29 x=top_points 30 y=bot_points 31 32 ---j=0 33 ---for i in range(len(x)-1): 34 curves.append(gh.Line(x[i],y[j])) 35 curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 36 curves.append(gh.Line(x[i+1],y[j])) 37 if i<len(y)//2: 38 curves.append(gh.Line(y[j],y[j+1])) 39 curves.append(gh.Line(y[j+1],x[i+1])) 40 curves.append(gh.Line(y[j+1],y[j+2])) 41 j=j+2 42 </pre>	<pre> 113 114for i in range(len(y)): 115curves.append(gh.Line(x[i],y[i])) 116if i<(index_change_pattern): 117curves.append(gh.Line(y[i],y[i+1])) 118curves.append(gh.Line(x[i],y[i+1])) 119curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 120 121if index_change_pattern < i+1 < len(x): 122curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 123curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i])) 124curves.append(gh.Line(y[i],y[i+1])) </pre>
<pre> 45 46 if truss_type=="Pratt": 47 48 ---if len(bot_points)==len(top_points): 49x=bot_points 50y=top_points 51if index_change_pattern>len(x) or index_change_pattern<0: 52index_change_pattern=len(x)//2 53 54for i in range(len(y)): 55curves.append(gh.Line(x[i],y[i])) 56if i<(index_change_pattern): 57curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 58curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i])) 59curves.append(gh.Line(y[i],y[i+1])) 60 61if index_change_pattern < i+1 < len(x): 62curves.append(gh.Line(y[i],y[i+1])) 63curves.append(gh.Line(x[i],y[i+1])) 64curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 65 </pre>	<pre> 127 128 ---if len(bot_points)-len(top_points)==1 : 129x=bot_points 130y=top_points 131if index_change_pattern>len(x) or index_change_pattern<0: 132index_change_pattern=len(x)//2 133 134for i in range(len(y)): 135if i<(index_change_pattern): 136curves.append(gh.Line(x[i],y[i])) 137curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 138curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i])) 139if i<(index_change_pattern)-1: 140curves.append(gh.Line(y[i],y[i+1])) 141 142if index_change_pattern < i+1 < len(x): 143curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 144curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i-1])) 145curves.append(gh.Line(y[i-1],y[i])) 146curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i])) 147 </pre>

<pre> 67 68 ---if len(bot_points)-len(top_points) in [1,2] : 69x=bot_points 70y=top_points 71if len(bot_points)-len(top_points)==2: 72if index_change_pattern==(len(x)-1): 73index_change_pattern=len(x)//2 74if index_change_pattern==len(x) or index_change_pattern<=0 : 75index_change_pattern=len(x)//2 76 77curves.append(gh.Line(x[0],y[0])) 78curves.append(gh.Line(x[0],x[1])) 79 80for i in range(len(y)): 81if i<(index_change_pattern): 82curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i])) 83if i<(index_change_pattern)-1: 84curves.append(gh.Line(x[i+1],x[i+2])) 85if i<(index_change_pattern)-1: 86curves.append(gh.Line(x[i+2],y[i])) 87curves.append(gh.Line(y[i],y[i+1])) 88 </pre>	<pre> 152if len(bot_points)-len(top_points)==2: 153x=bot_points 154y=top_points 155if index_change_pattern==(len(x)-1) or index_change_pattern<=0: 156index_change_pattern=len(x)//2 157 158for i in range(len(y)+1): 159if i<(index_change_pattern): 160curves.append(gh.Line(x[i],y[i])) 161curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 162curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i])) 163if i<(index_change_pattern)-1: 164curves.append(gh.Line(y[i],y[i+1])) 165 166if index_change_pattern < i+1 < len(x): 167curves.append(gh.Line(x[i],x[i+1])) 168curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i-1])) 169if i<len(y): 170curves.append(gh.Line(y[i-1],y[i])) 171curves.append(gh.Line(x[i+1],y[i])) 172 </pre>
--	---