ارائه روشی جهت تعیین اندازه انباشته در مسائل برنامه‌ریزی تک مرحله‌ای در حالت وجود محدودیّت ظرفیّت تولید

هیرش سلطان‌پناه [۱]
هیبت‌اله صادقی [۲]

چکیده

تعیین مقدار سفارش دهی یکی از مهم‌ترین و در عین حال مشکل ترین مسایل مطرح در برنامه ریزی تولید است. این موضوع به‌طور وسیعی در ادبیات برنامه‌ریزی تولید مورد بحث قرار گرفته است. در ایـن مقالـه روشـی ابتکـاری جهـت تعیـین مقـدار سفارش‌دهی با محدودیت ظرفیت برای حالت بدون کمبود ارائه گردیده است. روش ارائه شده با یک جواب اولیه بـرای کـل افق برنامه‌ریزی شروع می‌گردد، سپس سعی می‌نماید موجّه بودن جواب را تأمین و هزینه‌ها را تا حـد امکـان کـاهش دهـد. از مهم‌ترین ویژگی‌های مدل ارائه شده می توان به حجم کمتر محاسبات و رضایت بخش بودن جواب‌های به‌دسـت آمـده اشـاره نمود که به کمک یک مثالی این مسأله نشان داده شده است.

واژگان کلیدی : برنامه‌ریزی تولید، برنامه‌ریزی پویا، تعیین مقدار سفارش دهی.

---

[۱] عضو هیات علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد سنندج Email: hersh516@yahoo.com
[۲] عضو هیات علمی دانشگاه کردستان Email: sadeghi_haibat@yahoo.com

مقدمه

برنامه‌ریزی تولید فعالیتی است که هدف آن استفاده بهینه از منابع تولید به منظور برآورده ساختن اهداف تولیدی در طول دوره زمانی مشخص به نام افق برنامه ریزی است. اخذ تصمیم صحیح در تعیین اندازه انباشته مستقیماً بر عملکرد سیستم و بهروری آن تاثیر گذار بوده و در توانایی و قابلیت رقابت شرکت‌ها نقش تعیین کننده دارد. بنابرین توسعه و بهبود روش های حل مسائل تعیین کننده اندازه انباشته، اهمیت ویژه ای دارد.

مطالعه و تحقیق در مورد تعیین اندازه انباشته یعنی تعیین زمان و مقدار هر محصول به طوری که مجموع هزینه های آماده سازی (راه اندازی) تولید، نگهداری موجودی و هزینه های متغیر تولید حداقل شود، خصوصا ارائه یک راه حل کارا در مجلات علمی بسیار رایج است اما تاکنون الگوریتم سیستماتیکی که بتواند از هر نظر پاسخگو باشد ارائه نشده است.

مهم‌ترین الگوریتم تعیین اندازه انباشته اقتصادی، الگوریتم واگنر و ویتین [۱] می باشد واگنر و ویتین الگوریتمی را مبتنی بر برنامه‌ریزی پویا برای تعیین اندازه انباشته تک محصولی بدون محدودیت ظرفیت ارایه کرده اند که جواب بهینه مسأله را به دست می‌دهد. بعد از ارائه این الگوریتم تلاش‌های زیادی برای کاهش محاسبات روش واگنر و ویتین و محدود کردن محاسبات آن برای کاهش زمان محاسبه در کامپیوتر انجام گرفته است به عنوان مثال ایوانس[۲] برای حالت کلی مدل واگنر و ویتین (بدون هزینه مقعر) به کمک الگوریتمی جدید سعی در بهبود روش واگنر ویتین کرد. رونالد و همکاران [۳] واگلمن و همکاران [٤] و اگراوال و پارک [٥] بر اساس برنامه ریزی پویا الگوریتم هایی را برای مسأله تعیین اندازه انباشته بدون محدودیت ظرفیت پیشنهاد کرده‌اند. هم‌چنین فدرگروین و تزور [٦] نیز یک الگوریتم رو به جلو را پیشنهاد کرده‌اند که مدل عمومی مسأله تعیین اندازه انباشته تک محصولی را حل می‌کند. توسعه اصلی در مقالات فوق کاستن از پیچیدگی محاسبات نسبت به الگوریتم واگنر و ویتین است. استتلر [۷] به این نکته اساسی اشاره دارد که روش‌های بهینه حل مسایل پویای تعیین اندازه انباشته بدون محدودیت ظرفیت با فرض افق برنامه ریزی متحرک به صورت غیر بهینه عمل خواهند کرد. آریانژاد [۸] نیز مسأله تعیین اندازه انباشته پویای تک مرحله ای تک محصولی بدون محدودیت ظرفیت را در نظر گرفته، برای هر دو حالت بدون سفارش عقب افتاده و با سفارش عقب افتاده یک شرط کافی برای بهینه بودن برنامه تولیدی ارایه می‌کند، سپس مسأله را در قالب یک مدل برنامه ریزی خطی ساده مشابه بیتران و همکاران [۹] فرمول‌بندی مجدد نموده و الگوریتمی را برای کنترل شرایط بهینگی مسأله ارایه می دهد.

آریانژاد و کیانی [۱۰] همان مسأله را مورد بررسی قرار داده و روشی را برای حل آن ارایه داده اند. آنها با ارایه یک سری قضایا و نتایج حاصل از آنها به این نتیجه می‌رسند که مسأله را می توان به یک جدول حمل و نقل تبدیل نمود که به مقدار زیادی حجم محاسبات را کاهش می دهد. مقایسات به عمل آمده بین این روش و روش برنامه ریزی پویا عملی تر و مؤثرتر بودن روش ارایه شده را تأیید می‌کند واگلمن و همکاران [۱۱] و اگراوال و پارک [۱۲] بر اساس برنامه ریزی پویا، الگوریتم هایی را برای مسأله تعیین اندازه انباشته بدون محدودیت ظرفیت پیشنهاد کرده‌اند. هم‌چنین فدرگروین و تزور [۱۳] نیز یک الگوریتم رو به جلو را پیشنهاد کرده اند که مدل عمومی مسأله تعیین اندازه انباشته تک محصولی را حل می نماید.

هدف از مقاله ارائه یک راه حل ابتکاری برای مسأله اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت تولید است در زمینه اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت تولید نیز تحقیقات متعددی صورت گرفته است که به عنوان مثال می‌توان به تحقیقات فلوریان و همکاران [۱۴]، و بیتران و یاناسه [۱۵] اشاره نمود. آنها نشان داده‌اند مسأله CLSP[3] تک محصولی یک مسأله NP-hard است. متعاقباً چن و تیزی [۱۶] نشان دادن که مسأله CLSP چند محصولی قویا NP-hard است. مائس و همکاران [۱۷] نیز نشان دادند که یافتن جواب موجه برای CLSP با زمان های راه‌اندازی NP-hard است. با توجه به نتایج این تحقیقات توسعه روش حل بهینه موثر برای این مسأله غیر محتمل به نظر می رسد. شاید به همین دلیل باشد که تحقیق بر روی توسعه روش‌های حل ابتکاری این مسأله، توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده و تحقیقات جالبی در این مورد صورت گرفته است.

از آنجا که CLSP مسأله ای NP-hard است. اکثر روش‌های ارائه شده برای حل آن از نوع ابتکاری می‌باشند، با این حال علاوه بر روش مستقیم مدله‌کردن، از روش برنامه ریزی مختلط نیز راه هایی به عنوان راه حل بهینه یا نزدیک به بهینه برای آن ارائه گردیده است.

در تکنیک تولید برش بارانی و همکاران [۱۸] و یالیونگ و همکاران [۱۹] با استفاده از روش تولید برش صفحه، یک سری نامعادلات (برش‌های) معتبر و قوی به مسأله افزوده شده و برای سرعت بخشیدن به فرآیند حل مسأله و به دست آوردن تقریبی مناسب از پوسته محدب جواب های موجه CLSP، مسأله مجدداً مدل گردید و از الگوریتم شاخه و کرانه حل شده است.

در رویکرد دیگری اپن و مارتین [۲۰] برای تبدیل فرموله بندی کلاسیک CLSP به یک نمایش گراف گونه (شبکه کوتاهترین مسیر با محدودیت های جانبی) از تکنیک تعریف مجدد متغیر، استفاده کرده اند. در این نمایش کمان بین هر دو گره $(t,k+1)$ نشان دهنده انتخاب ممکن برای هر محصول در رابطه با تولید کل تقاضای دوره های t تا k است. این فرموله بندی نسبت به فرموله بندی اصلی دارای متغیرها و محدودیت های بیشتری است، اما چون ساده سازی خطی محکم تری را نسبت به مدل اصلی داراست به میزان قابل ملاحظه ای زمان حل را کاهش می دهد. در این روش برای به دست آوردن جواب بهینه ابتدا مسأله ساده شده حل می شود سپس در مرحله نهایی یک روش شاخه و کرانه مورد استفاده قرار می گیرد.

فاطمی قمی و هاشمیان [۲۱] در یک کار تحقیقی مسأله تعیین اندازه انباشته تک مرحله ای تک محصولی با محدودیت ظرفیت را در نظر گرفته و الگوریتمی تحلیلی بر مبنای تبدیل مسأله به یک مسأله کوتاه‌ترین مسیر و استفاده از برنامه ریزی خطی ارائه داده اند. سپس نشان دادند که الگوریتم مزبور تحت شرایط خاص قادر است جواب بهینه را به دست آورد.

بلواکس و ولسی [۲۲] نیز یک روش مدل سازی و بهینه یابی خاص برای مسایل تعیین اندازه انباشته که به صورت مسایل برنامه ریزی مختلط فرموله می‌شوند ارایه کرده اند. روش آنها توانسته است در بسیاری موارد جواب های با کیفیت خوب تولید کند. همچنین سلطان پناه و صادقی[۲۳] روشی هیورستیکی برای تعیین اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت ارائه داده اند که در آن فرض شده است که میزان ظرفیت تولید در تمام دوره ها ثابت و با هم برابرند.

[3] -Capacitated lot sizing problem

در این مقاله بر مسأله تعیین مقدار سفارش دهی در حالت خاصی که هزینه راه اندازی و سفارش دهی ثابت و کمبود موجودی مجاز نباشد تاکید و هم‌چنین میزان ظرفیت تولید در دوره های مختلف متغیر در نظر گرفته شده است که با ارائه راه حل ابتکاری از انجام محاسبات خسته کننده برنامه‌ریزی خطی و برنامه‌ریزی پویا جلوگیری و تا حدودی نسبت به روش‌های مشابه موجود ساده تر و سریعتر می‌باشد. از ویژگی‌های روش ارائه شده نزدیکی جواب به‌دست آمده با جواب بهینه در اکثر مسائل حل شده است.

۱. ارائه مدل

مسأله کلاسیک تعیین اندازه انباشته با محدودیت ظرفیت (CLSP)، شامل تعیین مقادیر زمان تولید محصولات در طول یک افق برنامه ریزی محدود است که در آن محدودیت ظرفیت، مقدار تولید در هر دوره را محدود می کند. هم‌چنین هزینه ثابت راه‌اندازی و هزینه (خطی) تولید مشخص بوده و هزینه نگهداری موجودی متناسب با مقدار موجودی و زمان نگهداری آن در نظر گرفته می شود. در مسأله CLSP کلاسیک، اگر چه هزینه راه اندازی می‌تواند به ازای هر محصول و در هر دوره متفاوت باشد ولی مستقل از توالی و ترتیب تولید در نظر گرفته می شود. البته انواع دیگری از مسائل CLSP نیز وجود دارند که در آنها هزینه راه اندازی، وابسته به ترتیب تولید است. این نوع مسائل همان‌طور که پیشتر نیز اشاره شد، تحت عنوان مسایل با ساختار راه اندازی پیچیده شناخته می شوند. هدف مسأله کلاسیک CLSP تعیین یک برنامه زمان‌بندی تولید با حداقل هزینه است. مدل ریاضی این مسأله به صورت زیر است (موجودی ابتدایی و پایانی برابر صفر فرض شده است):

$$\min \quad \sum_{i=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} (A_{it} y_{it} + c_{it} x_{it} + h_{it} I_{it})$$

$$S.T:$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_t * x_{it} \le k_t \qquad t = 1,2,\dots, T$$

$$x_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it}$$

$$x_{it} \le M_{it} y_{it}$$

$$y_{it} \in (0,1)$$

$$x_{it} \ge 0$$

$$I_{it} \ge 0$$

که در آن :

n : تعداد محصولات

T : تعداد دوره های افق برنامه ریزی

A_{it}: هزینه راه اندازی محصول i در دوره t

y_{it}: ۱، اگر تولید محصول i در دوره t راه اندازی شود و صفر است در غیر این صورت

c_{it} : هزینه تولید هر واحد محصول i در دوره t

x_{it} :مقدار تولید محصول i در دوره t

h_{it} : هزینه نگهداری هر واحد محصول i در دوره t

I_{it} : موجودی محصول i در انتهای دوره t

d_{it} : میزان تقاضای محصول i در دوره t

a_i : ظرفیت مورداستفاده برای تولید یک واحد محصول i بر حسب واحد زمان

k_i : میزان ظرفیت موجود در دوره t بر حسب واحد زمان

$\sum_{k=1}^{T} d_{ik} = M_{it}$:حد بالای تولید محصول i در دوره t

۲. بیان روش

تمامی روش‌های ابتکاری بهبود دهنده با یک جواب اولیه (اغلب غیر موجه) برای کل افق برنامه‌ریزی شروع شده و بعد از یافتن یک جواب اولیه سعی می‌کنند تا موجه بودن جواب را تامین و هزینه ها را کاهش دهند. این الگوریتم ها از سه قدم اصلی تشکیل می‌شوند.

اولین قدم یک جواب اولیه تولید می کند که معمولاً در آن محدودیت های ظرفیت نادیده گرفته شده و بر اساس تکنیک های تعیین اندازه انباشته بدون محدودیت ظرفیت این جواب به‌دست می آید.

قدم دوم سعی در تامین شرط موجه بودن دارد که این کار با شیفت دادن انباشته ها از یک پریود به پریودی دیگر که حداقل هزینه اضافی را تحمیل کند صورت می گیرد.

قدم سوم، این قدم در واقع قدم کاهش هزینه ها می باشد، که هدف آن حداکثر نمودن صرفه جویی هزینه در فضای جواب مسأله است. برای انتخاب شیفت ها معمولاً از یک قاعده ساده که بر اساس مقایسه بین هزینه راه اندازی و هزینه نگهداری موجود ی است استفاده شده و هر دو نوع شیفت یا انتقال مقادیر تولید به چپ یا راست (به دوره های قبلی یا بعدی) قابل اعمال است.

در روش ارائه شده ابتدا بدون در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت از روش واگنرویتین یا برنامه ریزی پویا یک جواب پایه اولیه به‌دست می آید. اگر جواب به‌دست آمده موجه باشد جواب بهینه بوده در غیر این صورت با شیفت دادن مقدار انباشته ها از یک دوره به دوره دیگر شرط موجه بودن را ایجاد می نماییم سپس با مقایسه هزینه نگهداری با هزینه راه اندازی بدون از بین رفتن شرط موجه بودن سعی می‌گردد هزینه کل کاهش یابد.

مراحل فوق را می توان بصورت زیر بیان نمود

گام اول: جواب بهینه مسأله را بدون در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت تولید به‌دست آورده و مقدار آن را با x_i نشان می دهیم.

گام دوم: جوابهای دوره هایی که میزان تولید در آنها بیش از ظرفیت تولید است ($x_i > k_i$) را در نظر می گیریم. فرض کنید در دوره iام میزان تولید به‌دست آمده بزرگ‌تر از ظرفیت تولیدی باشد و دوره بعدی سفارش دهی دوره jام باشد در فاصله دوره iام تا دوره jام دوره هایی که میزان تقاضای آنها بیش از ظرفیت تولیدی است را در نظر گرفته و با حداکثر ظرفیت تولید در این دوره ها سفارش می دهیم سپس با کم کردن این میزان سفارش از سفارش دوره iام، اگر باز هم میزان آن بزرگ‌تر از ظرفیت تولید باشد دوره های i تا j به استثنای دوره هایی که تقاضای آنها بزرگ‌تر از ظرفیت تولیدی بوده را در نظر گرفته از دوره i+1 شروع و مازاد تولید را به این دوره ها اختصاص می دهیم. باید توجه داشت که ابتدا در دوره i+1 سفارش داده در صورت رسیدن این دوره به حداکثر ظرفیت تولید به دوره بعدی رفته و این روند را تا زمانی که مازاد تولید از بین رود ادامه خواهیم داد. اگر تقاضای خود دوره سفارش دهی بیش از حداکثر ظرفیت تولیدی باشد میزان مازاد آن را در دوره یا دوره های قبلی سفارش می دهیم.

گام سوم: در آخر نیاز به تحلیل کلی در مورد دوره‌هایی که میزان تولید آنها کمتر از میزان ظرفیت تولیدی است، خواهیم داشت. باید سعی شود که تعداد دوره هایی که میزان تولید آنها کمتر از حداکثر ظرفیت تولیدی است را کاهش داد. این تحلیل از این واقعیت ناشی می شود که ممکن است میزان سفارش در یک دوره را که مقدار آن کمتر از ظرفیت تولیدی است (به غیر از دوره اول) را بتوان توسط دوره های قبلی سفارش داد، به این منظور مقدار نسبت هزینه راه اندازی و میزان سفارش در آن دوره را به‌دست آورده که این نسبت تعیین کننده تعداد دوره‌هایی است که می‌توان سفارش آن دوره را زودتر انجام داد که در صورت موجه بودن می‌تواند هزینه کل را کاهش دهد.

۳. مثال عددی :

یک مسأله برنامه‌ریزی تولید ۱۰ دوره ای با اطلاعات زیر مفروض است، هزینه راه اندازی، هزینه نگهداری هر واحد ثابت و به ترتیب برابر با ۴۰، ۱ واحد پولی و هم‌چنین میزان تقاضا و محدودیت ظرفیت تولید در هر دوره به صورت جدول (۱) می‌باشد.

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	۲	۲۷	۳	۲۹	۲۷	۵	۷	۳۴	۱۲	۴
محدودیت ظرفیت تولید	۲۰	۲۴	۱۵	۲۰	۲۵	۲۰	۲۰	۲۰	۱۷	۱۰

جدول ۱: اطلاعات مربوط به مثال بیان شده

حل مسأله

قدم اول: ابتدا مسأله را بدون در نظر گرفتن محدودیت حل می کنیم:

جدول (۲) جواب به‌دست آمده با استفاده از نرم افزار WINQSB را نشان می دهد.

04-17-2009 Stage	Period Description	Net Demand	Starting Inventory	Production Quantity	Ending Inventory	Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B)	Variable Cost	Total Cost
1	Period1	2	0	32	30	$40.00	1H	$30.00	$70.00
2	Period2	27	30	0	3	0	1H	$3.00	$3.00
3	Period3	3	3	0	0	0	1H	0	0
4	Period4	29	0	68	39	$40.00	1H	$39.00	$79.00
5	Period5	27	39	0	12	0	1H	$12.00	$12.00
6	Period6	5	12	0	7	0	1H	$7.00	$7.00
7	Period7	7	7	0	0	0	1H	0	0
8	Period8	34	0	50	16	$40.00	1H	$16.00	$56.00
9	Period9	12	16	0	4	0	1H	$4.00	$4.00
10	Period10	4	4	0	0	0	1H	0	0
Total		150	111	150	111	$120.00		$111.00	$231.00

جدول۲: جواب بهینه بدون در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت تولید

در حل بهینه $x_۱$ ، $x_۴$ و $x_۸$ به ترتیب برابر ۳۲، ۶۸ و ۵۰ می باشند.

بنابرین در حالت بهینه بدون کمبود سه دوره سفارش‌دهی داریم که هر سه دوره میزان سفارش آنها بیشتر از ظرفیت تولیدی می باشد.

قدم دوم: میزان بهینه سفارش دهی در دوره اول بیش از ظرفیت دوره ای است بنابرین فاصله دوره اول تا دوره بعدی سفارش دهی (دوره ۴) را در نظر می‌گیریم در این فاصله دوره هایی که میزان تقاضای آنها بیش از ظرفیت تولیدی است را مشخص و در این دوره ها با حداکثر ظرفیت تولیدی، سفارش می‌دهیم در این مثال دوره دوم دارای تقاضای بیش از ظرفیت تولیدی(۲۴ واحد) است بنابراین میزان سفارش دوره دوم برابر با ۲۴ واحد می باشد که با برداشتن این میزان سفارش از دوره اول، میزان سفارش دوره اول به ۸ تقلیل می یابد.

هم‌چنین میزان سفارش بهینه دوره چهارم نیز بیش از ظرفیت تولیدی (۲۰ واحد) می باشد لذا آنچه برای دوره اول انجام شد برای این مرحله نیز تکرار می‌گردد. در فاصله بین دو سفارش دوره ۴ و دوره ۸ تقاضای دوره چهار و پنج بیش از ظرفیت تولیدی است پس میزان تولید در این دو دوره را برابر با حداکثر ظرفیت تولیدی آنها در نظر می گیریم و چون میزان تقاضا دوره سفارش دهی در حالت بدون محدودیت بیش از ظرفیت تولیدی است مازارد آن را به دوره ماقبل منتقل می نماییم.

پس اگر در دوره ۴ به اندازه ۲۰ واحد و در دوره ۵ نیز به میزان ۲۵ واحد تولید می نماییم، میزان مازاد

برابر با ۱۱ (۱۱=۹+۲) واحد مـی باشـد کـه بـه دوره ماقبـل یعنـی دوره ۳ منتقـل مـی شـود پـس میـزان سفارش در دوره سوم برابر است با مجموع تقاضـای منتقل شده و میزان تقاضای دوره سـوم کـه برابـر بـا ۱۴(۱۴=۳+۱۱) می باشد و چون قـبلاً تقاضـای دوره سوم در دوره اول سفارش داده شده است مقـدار آن را از میزان سفارش دوره اول کم می کنیم لـذا میـزان سفارش دوره اول (۸ واحد) به میزان ۳ واحد کـاهش می‌یابد و به ۵ واحد تبدیل می شود.

دوره بعـدی سـفارش دهـی دوره ششـم اسـت کـه می‌بایسـت تقاضـای دوره ۶ و ۷ در ایـن دوره تولیـد گردد که مقدار آن برابر با ۱۲ می باشد.

هم‌چنین میزان سفارش دوره هشتم بـیش از ظرفیـت تولیدی در این دوره اسـت بنـابرین در ایـن دوره مـا فقط به اندازه ظرفیت تولیدی سفارش داده و مازاد آن را بین دوره های واجد شرایط تقسیم مـی نمـاییم. بـا توجه به قدم دوم چون میزان تقاضای دوره ۸ (برابـر با ۳۴ واحد) بیش از ظرفیت تولیـدی اسـت مـازاد آن را(برابـر بـا ۱۴ واحـد) را در دوره ماقبـل سـفارش می‌دهیم. پس باید ۱۴ واحد را در دوره هفتم سفارش دهیم، ضـمنا تقاضـای دوره هفـتم برابـر بـا ۷ واحـد می‌باشد که با اضافه نمودن ۱۴ واحد انتقالی به بیست و یک واحد می رسد. لذا آنجایی که ظرفیت تولید در این دوره ۲۰ واحد می باشد یک واحـد آن بـه دوره ششم انتقال مـی یابـد. بنـابرین میـزان سـفارش دوره هفتم و هشتم برابر ظرفیت تولید در این دوره ها بوده و سفارش دوره ششم برابر ۶ واحد می باشد.

خروجی این مرحله در جدول (۳) آورده شده است.

گام سوم:

دوره هایی که میزان تولیـد در آنهـا کمتـر از ظرفیـت تولیدی می باشد (به غیر از دوره اول) دوره هـای ۳، ۶ و ۹ مـی باشـند کـه بـه ترتیـب بـه بررسـی آنهـا می‌پردازیم

میزان تولید در دوره سوم برابر ۱۴ واحد می باشد لـذا باید بررسی نماییم که اگر این میـزان سـفارش را بـه دوره اول منتقل کنیم باعث کاهش هزینه های تولیدی خواهد شد یا خیر؟ جهت رسیدن به ایـن سـوال لازم است نسبت هزینه به سفارش را در این دوره به‌دست آوریم که برابر با $\frac{A}{x_3}=\frac{40}{14}=2/85$ مـی باشـد. ایـن نسبت تعداد دوره هایی را نشان می دهد که مـی‌تـوان تقاضا یا میزان سـفارش یـک دوره را بـه عقـب بـرد بدون آنکه هزینه کل افزایش یابد مقدار به‌دست آمـده نشان می دهدکه می توان تقاضای دوره ۳ را بـه دوره اول انتقال داد.

دوره بعد، دوره ششم می باشد امـا چـون در ماقبـل دوره ششم دوره ای نداریم کـه بتـوان تقاضـای ایـن دوره را به آن دوره منتقل نمود (دوره هـای تولیـدی ماقبل دوره ششم با بیشترین ظرفیت خود تولیـد مـی کنند) پس تقاضای این دوره را نمی‌توان انتقال داد.

دوره بعدی دوره نهم می باشد باید بررسی نمود که آیا می توان تقاضای دوره نهم را به دوره ششم منتقل نمود یا نه؟

نسبت هزینه به سفارش در این دوره برابر با $\frac{A}{x_9}=\frac{40}{15}=2/67$ می باشد که حداکثر می توان آن را ۲ دوره عقب آورد پس نمی توان میزان سفارش دوره نهم را به دوره ششم منتقل نمود. جواب نهایی گام سوم به صورت زیر خلاصه می شود.

هزینه کل جواب به‌دست آمده برابر با ۳۸۳ واحد می‌باشد که با هزینه جواب بهینه آن برابر می باشد.

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	۲	۲۷	۳	۲۹	۲۷	۵	۷	۳۴	۱۲	۴
محدودیت ظرفیت تولید	۲۰	۲۴	۱۵	۲۰	۲۵	۲۰	۲۰	۲۰	۱۷	۱۰
جواب بهینه بدون محدودیت ظرفیت (گام اول)	۳۲			۶۸				۵۰		
خروجی گام دوم	۵	۲۴	۱۴	۲۰	۲۵	۶	۲۰	۲۰	۱۶	

جدول۳: خروجی گام دوم

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تقاضا	۲	۲۷	۳	۲۹	۲۷	۵	۷	۳۴	۱۲	۴
محدودیت ظرفیت تولید	۲۰	۲۴	۱۵	۲۰	۲۵	۲۰	۲۰	۲۰	۱۷	۱۰
جواب بهینه بدون محدودیت ظرفیت (گام اول)	۳۲			۶۸				۵۰		
خروجی گام دوم	۵	۲۴	۱۴	۲۰	۲۵	۶	۲۰	۲۰	۱۶	
خروجی گام سوم	۱۹	۲۴	۰	۲۰	۲۵	۶	۲۰	۲۰	۱۶	

جدول ۴: خروجی گام سوم

نتیجه گیری

در این مقاله ملاحظه شد که با ارائه یک روش ابتکاری تا حدودی از محاسبات خسته کننده برنامه‌ریزی پویا در مسأله برنامه ریزی تولید جلوگیری شده است. این روش با یک جواب اولیه در حالت اندازه انباشته بدون ظرفیت تولید آغاز و با استفاده از یک دید کلی ساده، جوابی را که به جواب بهینه نزدیک است در اختیار ما قرار می دهد. حل مسائل متعدد به شیوه ارائه شده نشان از رضایت بخش بودن این روش دارد.

موضوعات تحقیقی خصوصاً ارایه راه حل کارا برای حالت با محدودیت در ظرفیت تولید در مجلات علمی دنیا رایج است و هنوز یک راه حل سیستماتیک و جا افتاده ای عرضه نشده است. لذا به علاقمندان توصیه می شود که برای به‌دست آوردن یک شرط کافی برای بهینه بودن جواب در حالت با محدودیت در ظرفیت تولید و هم‌چنین ارایه یک راه حل کاراتر برای به‌دست آوردن جواب بهینه به تحقیق بپردازند.

منابع

[1] Wagner, H. M., Whitin, T.M., "A dynamic version of the economic lit size model", Management Science, 5, 1958, pp. 89-96.

[2] Evans, J. R. (1985), "An Efficient Implementation of the Wagner-Whitin Algorithm for Dynamic Lot-Sizing," Journal of Operations Management, 5, 2, 229-235.

[3] Ronald B. Heady and Zhiwei Zhu ,(Winter 1994), "AN IMPROVED IMPLEMENTATION OF THE WAGNER-WHITIN ALGORITHM" , Production and operations management. 3, No. I, Winter 1994.

[4] Wagelmans, A., Van Hoesel, S., Kolen, A., "Economic lot-sizing: An O(n log n)-algorithm that runs in linear time in the Wagner-Whitin case", Operations Research, 40, 992, pp. 145-156.

[5] Aggrawal, A., Park, J.K., "Improved slgorithms for economic lot-size problem", Operations Research, 41(3), 1993, pp. 549-571.

[6] Federgruen, A., Tzur, M., "A simple forward algorithm to solve general dynamic lot sizing models with n periods in O(n log n) or O(n) time", Management Sciecne, 37(8), 1991,pp. 909-925.

[7] Stadtler, H., "Improved rolling schedules for the dynamic single-level lot-sizing problem", Management Science, 46(2), 2000, pp. 318-326.

[8] Aryanezhad, M.B., "An slgorithm based on a new sufficient condition of optimality in dynamic lot size model", European Journal of Operational Research, 59, 1992. pp. 425-433.

[9] Bitran, G.R., Magnanti, T.L., Yanasse, H.H., "Approximation methods for the uncapacitated dynamic lot size problem", Management Science, 30(9), 1984, pp. 1121-1140.

[10] Aryanezhad, M.B., Kiany. H., "Dynamic lot sizing with backlogging", Iranian Journal of Science & Technology, 16, 1992, pp. 43-56.

[11] WAGELMANS, A.P.M., S.V. HOSSEL AND A. KOLEN, "Economic Lot-sizing: An O(nlogn) Algorithm that Runs in Linear Time in the Wagner-Whitin Case", O.R., 40 (1992), (145-156).

[12] AGGARWAL, A. and J.K. PARK, "Improved Algorithms for Economic Lot Size Probelms", O.R., 41 (1993), 549-571.

[13] Federgruen, A., Tzur, M., "A simple forward algorithm to solve general dynamic lot sizing models with n periods in O(n log n) or O(n) time", Management Sciecne, 37(8), 1991,pp. 909-925

[14] Florian, M., Lenstra, J.K, Rinnooy Kan,A.H.G,"Deterministic production planning algorithms and complexity", Management Science,26(7), 1980, pp.669-679.

[15] Bitran, G.R., Yanasse, H.H., "Computational complexity of the complexity of the capacitated lot size problem", Management Science, 28(10), 1982,pp. 1174-1186.

[16] Chen, W.H., Thizy, J.M., "Analysis of relaxations for the multi-item capacitated lot-sizing problem", Annals of Operations Research, 26, 1990, pp. 29-72.

[17] Maes, J., McClain, J.O., Van Wassenhove, L.N., "Multilvel capacitated lot sizing complexity and LP-based heuristics", European Journal of Operational Research, 53(2), 1991, pp. 131-148.

[18] Barany, I., Van Roy, T.J., Wolsey, L.A., "Strong formulations for multi-time capacitated lot sizing", Management Sciecne, 30(10), 1984, pp. 1255-1261.

[19] Leung, J.M.Y., Magnanti, T.L., Vachani. R., "Facets and algorithms for capacitated lot sizing", Mathematical Programming, 45, 1989, pp. 331-359.

[20] Eppen, G.D., Martin, R.K., "Solving multi-item capacitated lot sizing problems using variable redefinition", Operations Research, 35(6), 1987, pp. 832-848.

[21] Fatemi Ghomi, S.M.T., Hashemin, S.S., "An analytical method for single level constrained resources production problem with constant set-up cost", Submitted to Iranian Journal of Science & Technology, Transaction, shiraz University, 26(81), 2002.

[22] Belvaux, G., Wolsey, L.A., " bc-prod: A specialized branch-and-cut system for lot-sizing problems", Management Sciene, 44, 2000, pp. 724-738.

[23] heirsh soltanpanah, haibat sadeghi , hiwa farughi "A heuristic algorithm for determine the lot size economic order with finite production capacity" 38th international conference on computers and industrial engineering.