

## مقایسه روش‌های حل عددی در برخورد قائم و مورب پرندۀ

رضا هدایتی<sup>۱</sup>، سعید ضیایی راد<sup>۲\*</sup>

۱- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

۲- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان

\* اصفهان، صندوق پستی ۸۳۱۱۱-۸۴۱۵۶. szrad@cc.iut.ac.ir

**چکیده-** تصادم بین پرندۀ و هواپیما که به عنوان "برخورد پرندۀ" شناخته می‌شود، پدیده‌ای معمول و در عین حال خطرناک است. در این پژوهش برای تحلیل برخورد پرندۀ از سه روش لاغرانز، هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده (SPH) و اویلر-لاغرانز اختیاری (ALE) استفاده شده و نتایج حاصل از آن‌ها با هم و با نتایج تجربی مقایسه شده است. برای مقایسه نتایج، نحوه تغییر شکل مدل پرندۀ و نمایه فشار در مرکز برخورد با هم مقایسه شده‌اند. نتایج نشان داد که هر سه روش لاغرانز، هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده و اویلر-لاغرانز اختیاری به خوبی می‌توانند نمودار فشار آزمون‌های عملی را چه در برخورد عمود و چه در برخورد مورب پیش‌بینی کنند. همچنین هر سه روش تغییر شکل مشابهی از پرندۀ را چه در برخورد عمودی و چه در برخورد مورب پیش‌بینی می‌کنند. کوتاهی زمان حل، نداشتن پارامترهای زیاد و دشوار و نیز مواجهه نشدن با خطاهای عددی شایستگی بهتر روش SPH را در مدل‌سازی برخورد پرندۀ نسبت به دو روش دیگر نشان می‌دهد.

**کلیدواژگان:** برخورد قائم و مورب پرندۀ، روش لاغرانز، روش اویلر-لاغرانز اختیاری، روش هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده

## Comparison of numerical methods in perpendicular and inclined bird strike events

R. Hedayati<sup>1</sup>, S. Z. Rad<sup>2\*</sup>

1- M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Isfahan Univ. of Tech.

2- Prof., Department of Mechanical Engineering, Isfahan Univ. of Tech.

\*P.O.B. 84156-83111, Isfahan, Iran. szrad@cc.iut.ac.ir

**Abstract-** Collisions between a bird and an aircraft, known as "bird strike event" is a common and dangerous phenomenon in aviation industry. In this study, three numerical methods namely Lagrange, Smoothed Particles Hydrodynamics (SPH) and Arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) have been implemented in order to investigate bird strike incident. The results have been compared with each other and also with experimental data. In order to compare the results obtained from three methods, pressures at the center of impact and also deformation of bird models have been compared. Results indicate that all the three methods are able to predict the pressure at the center of impact almost accurately in both perpendicular and inclined impacts. In addition to that all the methods are able to predict same deformation of bird at particular time intervals. Shorter solution time, not having much parameters to deal with and low probability of numerical errors make the SPH method as a good candidate to analyze bird strike problems.

**Keywords:** Perpendicular and inclined bird impact, Lagrangian method, SPH method, ALE method

تغییرشکل‌ها و جابه‌جایی‌ها بزرگ، قیود از نوع تماسی و رفتار ماده از نوع الاستیک-پلاستیک است.

## ۲- شبیه‌سازی عددی

از اواخر دهه ۸۰ میلادی، کدهای المان محدود صریح<sup>۴</sup> برای طراحی سازه‌های مقاوم در برابر پرنده به کار رفته‌اند. این کدها از شیوه‌های المان محدود مختلفی برای مدل‌سازی پدیده برخورد بهره‌بردارند، که از آن جمله می‌توان: شیوه لاغرانژ، شیوه اویلر، شیوه لاغرانژ-اویلری انتخابی<sup>۵</sup> و اخیراً شیوه هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده<sup>۶</sup> را نام برد. شیوه لاغرانژ بیشتر برای توصیف حرکت مواد جامد به کار می‌رود. اما مشکل آنجاست که برای تحلیل مساله برخورد پرنده، استفاده از شیوه لاغرانژ می‌تواند منجر به از دست رفتن جرم پرنده شود، چرا که رفتار مایع‌گونه پرنده در این برخورد، منجر به اعوجاج<sup>۷</sup> در المان‌ها می‌شود. از آنجا که اندازه گام‌زنی با کوچک‌ترین بعد<sup>۸</sup> کوچک‌ترین المان نسبت مستقیم دارد، اعوجاج المان‌ها اندازه گام‌زنی را به سمت صفر میل می‌دهد و حل را واگرا می‌کند. برای اجتناب از واگراشدن محاسبات المان‌های دچار اعوجاج شده را از شبیه‌سازی حذف می‌کنند و همین امر است که منجر به از دست رفتن مقداری از جرم پرنده می‌شود. از دست رفتن جرم پرنده در شبیه‌سازی، ممکن است مقدار نیروهای وارد بر سطح هدف را بهشتیاه کاهش دهد. با این حال، شیوه لاغرانژ دارای مزیت‌های زیادی نسبت به شیوه دیگری به نام شیوه اویلری می‌باشد. در شیوه اویلر، پرنده برای برخورد با سازه هدف، درون شبکه اویلری جریان می‌یابد. المان‌های پرنده، نیرو را توسط الگوریتم درگیری<sup>۹</sup> ALE به المان‌های هدف وارد می‌کنند. در هردو مورد، مدل هدف توسط المان‌های لاغرانژی شبکه‌بندی می‌شود. در روش ALE، شبیه‌سازی به سه مرحله لاغرانژی، اویلری و هموارسازی<sup>۱۰</sup> تقسیم می‌شود. به این دلیل است که در شیوه ALE، ماده اجازه تغییرشکل بسیار بیشتری نسبت به شیوه

## ۱- مقدمه

تصادم بین پرنده و هواپیما که به عنوان "برخورد پرنده" شناخته می‌شود، پدیده‌ای معمول و در عین حال خطرناک است. سطوح خارجی یک هواپیما از جمله آشیانه موتور،<sup>۱</sup> سرپوش کابین،<sup>۲</sup> شیشه جلو، لبه جلویی بال و دم<sup>۳</sup>، پروانه موتورها و... در معرض برخورد پرنده قرار دارند. در یک دوره ۱۵ ساله (۱۹۹۰-۲۰۰۴)، ۵۹۱۹۶ برخورد پرنده با هواپیماهای مسافربری به سازمان هوابی آمریکا گزارش و در پایگاه‌دادهای "برخورد حیات و حشر" ثبت شدند. از سال ۱۹۸۸، برخورد حیات و حشر با هواپیما بیش از ۱۹۴ نفر را کشته و بیش از ۱۶۳ هواپیما را نابود کرده است. در ایالات متحده، آسیب مالی ناشی از برخورد پرنده بیش از ۶۰۰ میلیون دلار در سال است.<sup>[۱]</sup> گفتنی است که هرسال که می‌گذرد، برتعاد برخوردهای پرنده با هواپیما و به تبع هزینه‌ی سالیانه ناشی از آن افزوده می‌شود.<sup>[۱]</sup> این امر صنایع هواپیما سازی را بر آن داشته است که هواپیماهای مقاوم‌تر در برابر پرنده‌گان بسازند. لذا پیش از آن که به هواپیماها اجازه ورود به ناوگان هوابی داده شود، باید مقاومت اجزای مختلف آن‌ها در برابر برخورد پرنده‌گان مورد تایید مقامات و یا سازمان‌های هوابی معتبر قرار گیرد.

از آنجا که گرفتن تاییدیه از طریق آزمایش عملی نیاز به مدت‌ها برنامه‌ریزی دارد و نیز انجام آن مشکل و هزینه‌بر است، شبیه‌سازی‌های عددی می‌توانند کمک شایانی در طراحی سازه‌های مقاوم در برابر پرنده‌گان داشته باشند. بنابراین برای درست پیش‌بینی کردن نحوه آسیب در اجزای هواپیما در یک حادثه برخورد پرنده، نیاز به ایجاد مدل عددی قابل اتکا به خوبی احساس می‌شود. این مدل عددی باید بتواند به درستی نحوه آسیب و مقدار نیروهای تولیدی در اثر برخورد را پیش‌بینی کند. یک شیوه مناسب برای مدل‌سازی عددی، استفاده از نرم‌افزارهای المان محدود صریح است، چرا که این نرم‌افزارها از پس تحلیل هندسه‌های پیچیده و نیز تحلیل‌های غیرخطی گذرا به خوبی برمی‌آیند زیرا در مساله برخورد پرنده

4. Explicit

5. Arbitrary Lagrangian Eulerian

6. Smoothed Particle Hydrodynamics

7. Element Distortion

8. Coupling Algorithm

9. Smoothing

1. Nacelle

2. Canopy

3. Leading Edge

این نوع فرمولاسیون بیشتر برای مواد جامد کاربرد دارد. از ویژگی‌های مثبت این نوع فرمولاسیون آن است که اعمال شرایط مرزی در آن آسان است، چرا که گره‌های مرزی روی مرزهای ماده باقی می‌مانند. یکی دیگر از مزیت‌های این روش آن است که بررسی پیشینه هر جز از ماده آسان است، چرا که برای بررسی پیشینه هر ذره کافیست که پیشینه زمانی نزدیک‌ترین گره به آن را بررسی کنیم. بزرگترین اشکال روش لاغرانژ، امکان به وجود آمدن نتایج نادقيق در صورت تغییرشکل‌های خیلی بزرگ است.

مکان اولیه یک ذره را  $X$  (مختصات لاغرانژی) و مکان کنونی ذره را  $x$  می‌نامیم. برای فرمولاسیون لاغرانژ توصیف حرکت عبارت است از:

$$x = \varphi(X, t) \quad (1)$$

که در آن  $\varphi(X, t)$  نگاشت بین موقعیت کنونی و موقعیت اولیه است. جایه‌جایی هر نقطه از ماده از اختلاف بین موقعیت کنونی و موقعیت اولیه آن به دست می‌آید:

$$u(X, t) = \varphi(X, t) - X = x - X \quad (2)$$

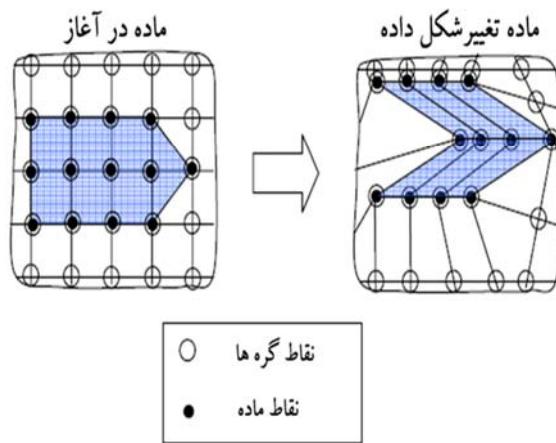
## ۲-۲- روش اویلری

پیش از تشریح روش اویلری-لاغرانژی (ALE) لازم است توضیح کوتاهی راجع به روش اویلری ارائه گردد. در فرمولاسیون اویلری شبکه در فضا ثابت‌می‌ماند و همان‌طور که در شکل ۲ دیده‌می‌شود، ماده در درون شبکه جاری می‌شود. از آنجا که شبکه حرکت‌نمی‌کند و تغییرشکل نمی‌دهد لذا یکی از مشکلات اصلی روش لاغرانژ که همان اعوجاج بیش‌از حد المان‌هاست، به وجود نمی‌آید. از این روش بیشتر برای شبیه‌سازی سیالات استفاده می‌شود، اگرچه در مواردی در شبیه‌سازی جامدات نیز کاربرد داشته‌است. دو اشکال بزرگ این روش دشواری دنبال کردن سطوح مادی و نیز دنبال کردن پیشینه

لاگرانژ دارد و لذا زمان حل موردنیاز آن نیز از شیوه لاغرانژ بالاتر است. روش SPH، روش دیگری است که اخیرا برای حل مساله برخورد پرنده استفاده می‌شود. این روش در واقع نوعی روش لاغرانژ بدون شبکه است که در آن شبکه المان محدود جامد با مجموعه‌ای از ذرات جدا ولی موثر بر هم جایگزین می‌شود. این روش از آنجا که ذرات در آن تغییرشکل نمی‌دهند، روشی کارا برای مدل‌سازی مسائلی است که در آن‌ها تغییرشکل‌ها بزرگ و پیچیده‌اند. از آنجا که این روش در واقع نوعی روش لاغرانژ تغییریافته است، می‌توان آن را به راحتی با نرم‌افزارهای کدنویسی معمول پیوندداد. در این پژوهش برای تحلیل برخورد پرنده از هر سه روش استفاده شده و نتایج حاصل از آن‌ها با هم مقایسه شده است.

## ۲-۱- روش لاغرانژ

تفاوت فرمولاسیون‌های گوناگونی که برای تحلیل المان محدود وجوددارند در مختصات مرجعی که برای توصیف حرکت استفاده می‌شود و نیز در نوع معادلات حاکم می‌باشد. روش لاغرانژ از مختصات مادی (که به عنوان مختصات لاغرانژی هم شناخته می‌شود) به عنوان مرجع استفاده می‌کند. گره‌های شبکه لاغرانژ به اجزای ماده موردن بررسی متصل‌اند و لذا هر گره، یک جز از ماده را دنبال می‌کند، که در شکل ۱ قابل مشاهده است.



شکل ۱ نحوه تغییر شکل در شبکه‌بندی به روش لاغرانژ

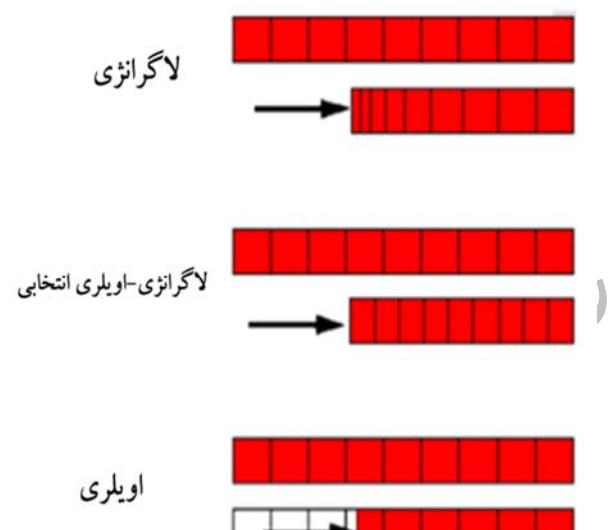
$\hat{u}(\bar{x}, t) = \bar{x} - \bar{X}$  تعیین می‌شود. جابه‌جایی شبکه با رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{u}(\bar{x}, t) = \bar{x} - \bar{X} \quad (4)$$

رابطه بین مختصات مادی و مختصات ALE همان‌طور که در شکل ۶-۲ نمایش داده شده است از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\bar{\chi} = \hat{\varphi}^{-1}(\bar{\varphi}(\bar{X}, t), t) = \bar{\psi}(\bar{X}, t) \quad (5)$$

که در آن:  $\bar{\varphi} = \bar{\psi}$ . در شکل ۳ نحوه حرکت ماده و شبکه بین سه روش لاغرانژ، اویلری و ALE مقایسه شده است.

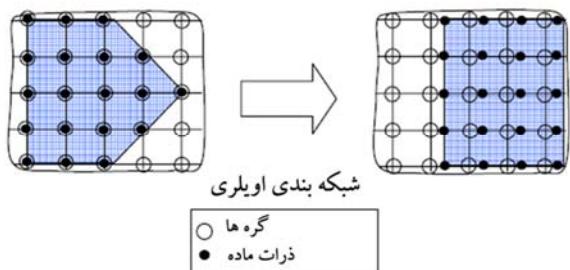


شکل ۳ مقایسه حرکت ماده و شبکه بین سه روش لاغرانژ، اویلری و ALE

#### ۴-۲ روش هیدرودینامیک ذره‌ای هموارشده (SPH)

روش SPH در واقع روش لاغرانژ بدون شبکه است که در آن شبکه المان محدود جامد با مجموعه‌ای از ذرات جدا و لی موثر بر هم جایگین می‌شود. این روش از آنجا که ذرات در آن تغییر‌شکل نمی‌دهند، روشی کارا برای مدل‌سازی مسائلی است که در آن‌ها تغییر‌شکل‌ها بزرگ‌ند. از آنجا که این روش در واقع

دگرگونی مواد است. پیگیری این دو مورد نیاز به محاسبات بیشتری نسبت به روش لاغرانژ دارد و زمان حل را بالا می‌برد.



شکل ۲ توصیف حرکت در فرمولاسیون اویلری

توصیف حرکت اویلری توسط نگاشت معکوس حرکت لاغرانژی بیان می‌شود:

$$X = \varphi^{-1}(x, t) \quad (3)$$

این روش مختصات مادی را بر حسب مختصات فضایی بیان می‌کند.

#### ۴-۳-۱ روش اویلری-lagrangian-ale (ALE)

روش ALE همان‌طور که از نامش برمی‌آید، ترکیبی از روش‌های لاغرانژ و اویلری است که در آن مرجع توسط کاربر به‌ نحوی تنظیم می‌شود که از مزیت‌های دو روش استفاده و از اشکالات آن‌ها دوری گردد. در این روش حرکت شبکه تنها در جاهایی که لازماست همچون مرزهای آزاد به ماده مقيديمی شود، در غیر اين صورت حرکت شبکه و ماده از هم مستقل هستند. کاربر باید شبکه را به گونه‌ای تنظيم کند که با تغيير‌شکل المان‌ها، شبکه کمترین اعوجاج را متحمل شود. اين موضوع مهم‌ترین اشکال اين روش است، چرا که کاربر باید در زمينه انتخاب شبکه، مجريب و کارآزموده باشد.

در اين روش، مختصات مرجع با  $\bar{\chi}$  نمایش داده می‌شود. موقعیت ذره با رابطه  $\varphi(\bar{X}, t) = \bar{\chi}$  و موقعیت شبکه با رابطه

1. Arbitrary Lagrangian Eulerian

فیزیکی هر نقطه توسط فاصله اش از آن نقطه و نیز جرم آن ذره تعیین می شود. در حد، هنگامی که طول هموارسازی به صفر میل می کند ( $0 \rightarrow h$ ) تابع هموارکننده کرنل، به تابع دلتا تبدیل می شود.

یکی از مشکلات در SPH آن است که این روش نیاز به حافظه و پردازشگر قوی دارد چرا که حجم محاسبات در آن بسیار بالاست. یکی دیگر از مشکلات این روش پیچیدگی در ایجاد شرایط مرزی است، چرا که ذرات ممکن است به مرزها نفوذ کرده و از دقت حل بکاهند.

ذرات متحرک به صورت زیر تعریف می شوند:

$$(x_i(t), m_i(t))_{i \in P} \quad (6)$$

که در آن  $P$  تعداد ذرات،  $(t)_i$  موقعیت ذرات و  $m_i(t)$  جرم ذرات را نشان می دهد. لاکوم<sup>۵</sup> در سال ۲۰۰۱ [۴] میزان تغییر در وزن را با رابطه زیر نشان داد:

$$\frac{dm_i}{dt} = \nabla \cdot V(x_i, t) m_i \quad (7)$$

همان طور که می دانیم یکی از جنبه های اصلی در روش SPH کرنل هموارکننده است. ابتدا لازم است که تابع بی اسپلین مکعبی معین<sup>۶</sup> را معرفی کنیم:

$$\theta(y) = \alpha_1 \times \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}y^2 + \frac{3}{4}y^3 & y \leq 1 \\ \frac{1}{4}(2-y)^3 & 1 \leq y \leq 2 \\ 0 & y \geq 2 \end{cases} \quad (8)$$

که در آن  $\alpha_1$  به بعد و شکل تابع کرنل بستگی دارد، در دو بعد:

لاکوم [۵] کرنل هموارکننده را به صورت زیر پیشنهاد کرد:

$$W(x_i - x_j, \bar{h}) = \frac{1}{\bar{h}} \theta\left(\frac{x_i - x_j}{\bar{h}}\right) \quad (9)$$

که در آن  $\bar{h}$  طول هموارسازی<sup>۷</sup> است (منظور از علامت بار روی  $h$  میانگین آن است). به طور کلی، ویژگی دلخواه ( $A(x_i)$

نوعی روش لاگرانژ تغییریافته است، می توان آن را به راحتی با نرم افزارهای کدنویسی معمول پیوندداد بدون آنکه با مشکلات متداول ایجاد شده در سطوح ماده که در روش اویلری به وجود می آید مواجه شد. این روش برای اولین بار توسط لویس<sup>۸</sup> مطرح شد [۲] و گینگولد و موناگان<sup>۹</sup> از آن برای حل مسائل اختریزیک استفاده کردند [۳]. اخیرا این روش در حل سایر مسائل فیزیکی در مکانیک پیوسته، شبیه سازی تصادف و شکست نرم و ترد در جامدات نیز کاربرد پیدا کرده است. به دلیل نبود شبکه در این روش، این روش شبیه سازی بسیاری از مسائل را که در گذشته به دلیل تغییر شکل های بزرگ چالشی بزرگ در المان محدود به شمار می رفتند امکان پذیر کرده است. یکی دیگر از مزیت های روش SPH این است که به دلیل نبود شبکه، امکان حل مسائل با هندسه های پیچیده وجود دارد. در این فرمولاسیون، ماده (ممولا سیال) توسط مجموعه ای از ذرات متحرک معرفی می شود، که هر کدام از این ذرات نماینده یک نقطه درون یابی هستند. سپس با استفاده از یک تابع درون یابی، می توان تمام ویژگی های ماده را در تمام نقاط به دست آورد. در این روش جسم به عنوان مجموعه ای از ذرات (نقاط درون یابی) معرفی می شود که از نظر مکانی از هم مستقلند. معادلات پایستگی انرژی، جرم و مومنتوم در مکانیک پیوسته، توسط "تابع هموارکننده کرنل"<sup>۱۰</sup> از شکل پاره ای به شکل انتگرالی تغییر فرم می یابند.

تابع هموارکننده کرنل، هر متغیر فیزیکی میدانی (ویژگی های ترمودینامیکی و هیدرودینامیکی) را در هر نقطه از فضا تخمین می زند. این تابع به ذرات مختلف با توجه به فاصله ای که از نقطه مورد بررسی در فضا دارند، وزن می دهد. معمولا در اطراف هر نقطه شعاعی به نام طول هموارسازی<sup>۱۱</sup> تعریف می شود. ویژگی های فیزیکی هر ذره توسط جمع زدن آن ویژگی در تمام ذراتی که درون طول هموارسازی قرار گرفته اند، بدست می آید (اصطلاحا گفته می شود: ویژگی های مختلف ماده در هر ذره توسط تابع کرنل "هموار" می شود). نقش هر ذره در ویژگی

5. Lacome

6. Auxiliary cubic B-spline function

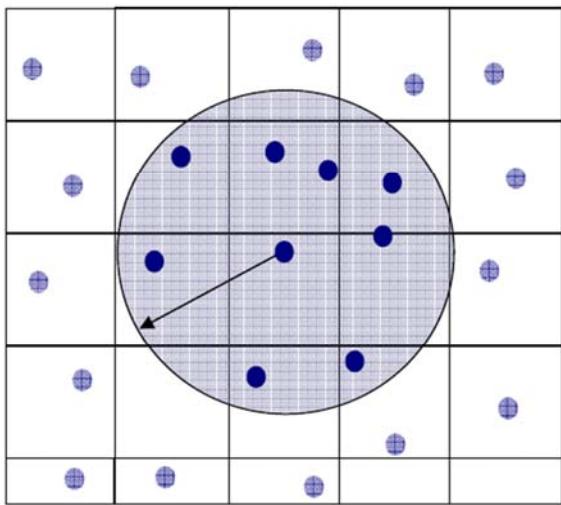
7. Smoothing Length

1. Lucy

2. Gingold and Monaghan

3. Smoothing Kernel Function

4. Smoothing Length

شکل ۴ ذرات همسایه با یک ذره که درون کره‌ای به شعاع  $2h$  قرار دارند.

برای اجتناب از مشکلات حاصل از فشردگی و انبساط ماده، بهتر است که طول هموارسازی متغیر باشد. راهکار طول هموارسازی متغیر، توسط بنز<sup>۱</sup> توسعه یافت. ایده اصلی راهکار او این است که برای صحیح بودن تخمین متغیرهای پیوسته، لازم است که تعداد کافی ذرات در همسایگی هر ذره وجود داشته باشد. به همین دلیل طول هموارسازی می‌تواند در زمان و مکان تغییر یابد. چنانچه طول هموارسازی ثابت باشد، انبساط ماده منجر به شکست عددی می‌شود و بر عکس، فشردگی ماده می‌تواند تا حد زیادی سرعت حل را پایین بباورد.

نرخ زمانی تغییر طول هموارسازی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1}{3} \bar{h} \nabla \cdot V \quad (13)$$

برای برقراری این معادله، جرم درون همسایگی باید ثابت بماند. برای داشتن بازده در محاسبات، یک کمینه و یک بیشینه برای طول هموارسازی در نظر می‌گیرند. معمولاً برای کمینه،  $\frac{1}{2} \cdot 0$  طول هموارسازی اولیه و برای بیشینه ۲ برابر طول هموارسازی اولیه را در نظر می‌گیرند. تا پایان حل، طول هموارسازی همواره بین این دو مقدار خواهد بود.

در هر ذره توسط مقدار تخمینی هموارشده آن یعنی  $A^h(x_i)$  معرفی می‌شود. ویژگی دلخواه هموارشده  $A^h(x_i)$  در هر ذره  $i$  توسط رابطه زیر به دست می‌آید:

$$A^h(x_i) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{A(x_j)}{\rho(x_j)} W(x_i - x_j, \bar{h}) \quad (10)$$

گردیدان این تابع با اعمال اپراتور مشتق روی طول هموارسازی به دست می‌آید:

$$\nabla A^h(x_i) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{A(x_j)}{\rho(x_j)} \nabla W(x_i - x_j, \bar{h}) \quad (11)$$

در اوایل، همواره در روش SPH، طول هموارسازی در تمام شبیه‌سازی ثابت درنظر گرفته می‌شد. بهر حال، نشان داده شده است که بهتر است هر ذره با توجه به تعداد ذراتی که در نزدیکی آن وجود دارد، طول هموارسازی مربوط به خود را داشته باشد. لذا در فرمول‌های بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$\bar{h} \rightarrow h(x_i) \quad (12)$$

در روش SPH، دانستن آن که کدام یک از ذرات مجاور بر هر ذره اثر می‌کنند، مهم است. به همین دلیل لامکوم در سال ۲۰۰۱ یک روش جستجوی همسایه برای ذرات را توسعه داد. هر ذره تنها بر آن ذراتی در همسایگیش اثر می‌کند که درون کره‌ای به شعاع  $2h$  قرار داشته باشند که  $h$  طول هموارسازی است. در شکل ۴ یک ذره و ذرات همسایه با آن که درون کره‌ای به مرکز ذره و شعاع  $2h$  قرار دارند، نشان داده شده است. در طی فرایند جستجوی همسایه، در هر گام زمانی، فهرست کردن ذراتی که در درون کره قرار می‌گیرند نیز مهم است. اگر سیستم ما دارای  $N$  ذره باشد، آنگاه لازم است که  $(N-1)$  مقایسه فاصله صورت بگیرد. اگر این مقایسه برای هر ذره صورت بگیرد، آنگاه تعداد کل مقایسه‌ها در هر گام زمانی  $(N-1)N$  خواهد بود.

از آنجا که بیشتر بافت بدن پرندگان، از آب تشکیل شده است، برای پرنده، می‌توان از مدل متشکلهای با پاسخ هیدرودینامیکی مشابه آب بهره برد. ساختار آناتومی پرنده، شامل حفره‌های داخلی زیادی از جمله شش‌ها و کیسه‌های هوایی مختلفی است که چگالی پرنده را بدون در نظر گرفتن پرها، از ۱۰۰۰ به ۹۰۰ تا ۹۵۰ کیلوگرم/مترمکعب کاهش می‌دهند<sup>[۷، ۸]</sup>.

یکی دیگر از مزیت‌های ارتباط دادن پرنده با آب آن است که در آن می‌توان همچون آب از معادله حالت (EOS) برای بیان رابطه فشار-چگالی ماده بهره‌برد. برای آب از معادلات حالت مختلفی استفاده می‌شود: معادله حالت چندجمله‌ای، جدولی و گرونوایسن. در مورد معادله حالت بهینه تحقیقاتی صورت گرفت و معادله حالت گرونوایسن به عنوان معادله حالت بهینه برای این پژوهش انتخاب شد. این معادله حالت، رابطه فشار-حجم را بسته به آن که ماده فشرده یا منبسط شده است، به دو شکل بیان می‌کند. برای ماده فشرده شده، معادله حالت گرونوایسن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P = \frac{\rho_0 C^2 \mu [1 + (1 - \frac{\gamma_0}{2})\mu - \frac{a}{2}\mu^2]}{\left[1 - (S_1 - 1)\mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu+1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu+1)^2}\right]^2} + (\gamma_0 + a\mu) E \quad (14)$$

و برای حالت منبسط شده:

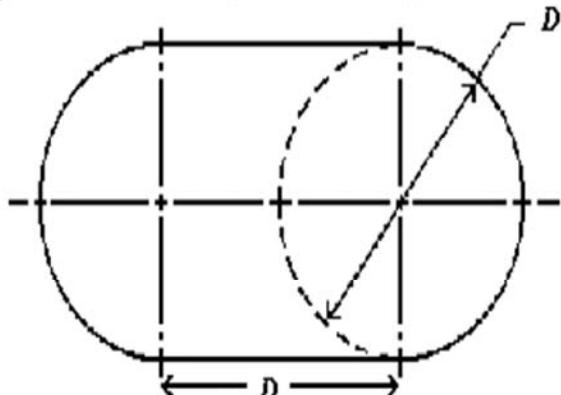
$$P = \rho_0 C^2 \mu + (\gamma_0 + a\mu) E \quad (15)$$

که در آن‌ها C تقاطع منحنی  $v_s - v_p$  و  $S_1, S_2, S_3$  ضرایب شیب منحنی  $v_s - v_p$  و  $\gamma_0$  گامای گرونوایسن؛ a اصلاح حجم مرتبه اول و  $1 - \frac{1}{\rho_i} = \frac{\rho}{\rho_i}$  است. برای آب از  $C = 1480$ ،  $\gamma_0 = 0.1$  و  $S_1 = 1.92$  قرارداده شدند.

برای پرنده از یک استوانه دو سرکروی به جرم یک کیلوگرم و چگالی متوسط ۹۵۰ کیلوگرم/مترمکعب استفاده شد. قطر استوانه برابر ۰/۰۹۳۴ متر و طول استوانه دو سرکروی برابر ۰/۱۸۶۸ متر قرار داده شد.

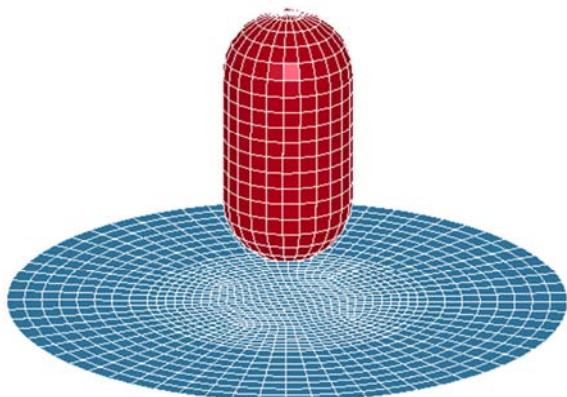
### ۳- مدل پرنده

تاکنون در مطالعات مختلف برای مدل کردن پرنده در روش المان محدود از مدل‌های مختلفی همچون بیضی‌گون، استوانه دوسرخت و استوانه دوسکروی استفاده شده است. اعتبار یک مدل عددی پرنده، از طریق مقایسه نمودار فشار اعمالی بر سطح صلب در آن شبیه‌سازی با نمودار تجربی منتظر سنجیده می‌شود. Airoldi و Cacchione<sup>1</sup> در سال ۲۰۰۵ توسط نرم‌افزار PAM-CRASH<sup>2</sup> بر روی بهترین روش مدل‌سازی پرنده تحقیقاتی را انجام دادند<sup>[۶]</sup>. آن‌ها پرنده‌هایی با تخلخل، نسبت طول به قطر و سر(انتهای)<sup>۳</sup> مختلف را مدل کردند و نمودارهای فشار حاصل از مدل‌های خود را با نمودار فشار برخورد پرنده واقعی مقایسه کردند تا بهترین مدل را برای پرنده برگزینند. نتایج تحقیق آنها نشان داد که پرنده با انتهای نیم‌کروی و نسبت طول به قطر ۲ بهترین مدل برای شبیه‌سازی پرنده واقعی است. لذا در این تحقیق نیز برای مدل کردن پرنده، از استوانه دوسکروی با نسبت طول به قطر ۲ و جنس ژلاتین استفاده می‌شود. شکل ۵ نمایی از مدل پرنده‌ای مورد استفاده را نشان می‌دهد.



شکل ۵ هندسه مدل پرنده

1. Airoldi And Cacchione
2. PAM-CRASH
3. Different Ends



شکل ۶ نحوه شبکه‌بندی کلی پرنده و سطح

برای مقایسه نتایج با نتایج تجربی از نمایه نیرو بخش بر سطح در هر لحظه استفاده می‌شود. این روش در مقالات مختلفی مورد استفاده قرار گرفته و دقت آن تایید شده است [۹، ۱۰].

## ۵- شبکه‌بندی پرنده

در هر سه روش از المان‌های جامد مخصوص به همان روش استفاده شده است. یعنی در روش لاگرانژ از المان‌های مکعبی، در روش SPH از المان‌های SPH و در روش ALE از المان‌های مکعبی نوع ALE استفاده شده است. در شبیه‌سازی‌های لاگرانژ و SPH کنترل ساعت‌شنبی نیز فعال شد تا از تغییرشکل المان‌ها با انرژی صفر جلوگیری شود. برای کنترل ساعت‌شنبی از الگوریتم کنترل ارائه شده توسط فلانگان بلیتسکو<sup>۵</sup> با ضریب کنترل ۱۴/۰ استفاده شده است.

شبیه‌سازی‌های به روش لاگرانژ و SPH با سه اندازه شبکه متفاوت انجام شده است تا حساسیت به اندازه شبکه نیز بررسی شود. روش ALE با دو اندازه شبکه انجام شده است. علت آن است که در روش ALE به دلیل آنکه فضای اطراف پرنده هم دارای المان است، با ریز شدن اندازه المان‌ها کد المان محدود نیاز به حافظه موقت بیشتری دارد که امکانات موجود سخت‌افزاری پاسخ‌گوی آن نبود. تعداد المان‌ها در شبیه‌سازی به روش‌ها و در اندازه‌های شبکه مختلف در جدول ۱ آمده است.

5. Flanagan-Belytschko

## ۴- سطح هدف

سطح هدف مورد استفاده برای شبیه‌سازی‌های برخورد پرنده یک صفحه دیسکی شکل صلب می‌باشد. صفحه دیسکی شکل دارای قطر ۰/۴ متر و ضخامت ۱ میلی‌متر می‌باشد. علت استفاده از صفحه صلبی شکل آن است که رفتار آن مشخص است - در واقع هیچ تغییر شکلی نمی‌دهد و تنشی در آن ایجاد نمی‌شود - و لذا تمام توجه به رفتار پرنده در حین برخورد معطوف می‌شود. اگرچه ویژگی‌های ماده مورد استفاده برای سطح، به دلیل صلب بودن آن تغییری در نتایج فشار ایجاد نمی‌کند، به منظور تعریف تماس، برای سطح هدف از ویژگی‌های فولاد ۴۳۴۰ استفاده شده است. برای سطح هدف، ماده‌ای با مدول کشسانی ۲۰۵ گیگاپاسکال و چگالی ۷۸۰۰ کیلوگرم/مترمکعب در نظر گرفته شد. دو دسته برخورد شبیه‌سازی می‌شوند. در دسته اول پرنده به صورت عمود با سرعت اولیه ۱۱۶ متر/ثانیه به صفحه هدف برخورد می‌کند و در دسته دوم پرنده با زاویه ۳۰ درجه نسبت به خط عمود بر صفحه سرعت اولیه ۹۵ متر/ثانیه به صفحه هدف برخورد می‌کند.

سطح هدف در تمامی شبیه‌سازی‌های این پژوهش از ۱۲۸۰ المان غشایی<sup>۱</sup> با ضخامت ۱ میلی‌متر تشکیل شده است. در شکل ۶ نحوه شبکه‌بندی سطح هدف مشاهده می‌شود. برای شبیه‌سازی لاگرانژ و SPH از الگوریتم تماسی برای تعریف واکنش بین پرنده و سطح هدف استفاده شد. قید تماسی به طور معمول توسط روش پنالتی اعمال می‌شود. در تمامی محاسبات، تماس بین پرنده و سطح صلب توسط الگوریتم تماسی گره به سطح تعریف شده است. ضریب اصطکاک بین پرنده و سطح هدف برابر ۱/۰ قرارداده شده است. برخلاف دو روش SPH و لاگرانژ، برای روش ALE از الگوریتم درگیرکننده لاگرانژ در جامد<sup>۲</sup> استفاده می‌شود. در این الگوریتم المان‌های ALE به عنوان المان‌های اصلی<sup>۳</sup> و المان‌های سطح هدف به عنوان برده (تابع)<sup>۴</sup> تعریف می‌شوند.

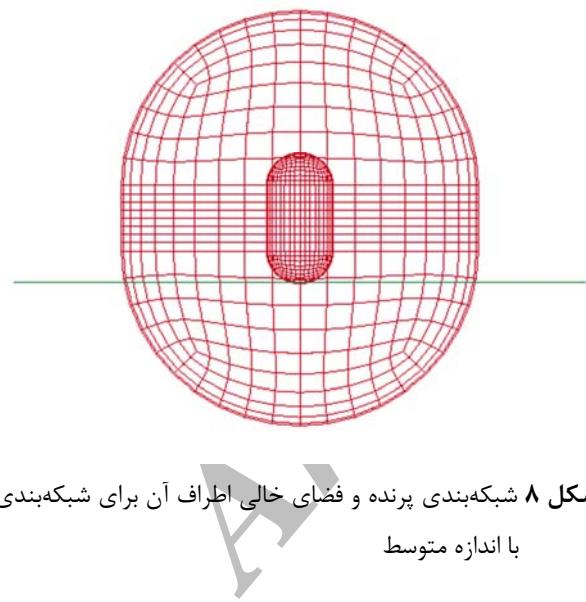
1. Shell Element

2. Constrained Lagrange in Solid

3. Master

4. Slave

شیوه ALE همان‌طور که قبلاً گفته شد، ترکیبی از شیوه‌های لاگرانژ و اویلری است که در آن مرجع توسط کاربر به نحوی تنظیم می‌شود که از مزیت‌های دو روش استفاده و از اشکالات آن‌ها دوری گردد. در این روش حرکت شبکه تنها در جاهایی که لازم است -همچون مرزهای آزاد- به ماده مقید می‌شود، در غیر این صورت حرکت شبکه و ماده از هم مستقل هستند. لذا لازم است که فضای خالی اطراف پرنده نیز شبکه‌بندی شود. پرنده و فضای اطراف آن، هر دو باید بخشی از یک دامنه محاسباتی باشند، و لذا المان‌های آن‌ها نباید با هم تداخل کنند. بنابراین ادغام گره‌های مشترک موجود بین پرنده و فضای اطرافش ضروری است. کاربر باید شبکه را به گونه‌ای تنظیم کند که با تغییرشکل المان‌ها، شبکه کمترین اعوجاج را متحمل شود. در شکل ۸ نحوه شبکه‌بندی پرنده و فضای خالی اطراف آن برای شبکه‌بندی با اندازه شبکه متوسط مشاهده می‌شود.



شکل ۸ شبکه‌بندی پرنده و فضای خالی اطراف آن برای شبکه‌بندی با اندازه متوسط

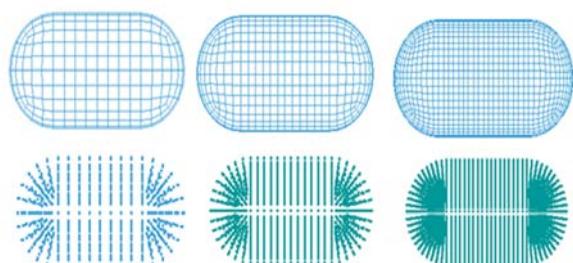
### ۶- نتایج شبیه‌سازی‌های عمود

نتایج شبیه‌سازی‌های عمودی با نتایج آزمون‌های عملی انجام شده توسط ویلبک مقایسه می‌شود. از بین آزمون‌های ویلبک، آزمون برخورد عمودی یک پرنده با سرعت ۱۱۷ متر/ثانیه انتخاب شد. نمودار بی بعد فشار هوگونیوت، یعنی

جدول ۱ تعداد المان‌ها در شبیه‌سازی به روش‌ها و اندازه شبکه‌های مختلف

شبکه درشت (۶ المان در شعاع)	شبکه متوسط (۸ المان در شعاع)	شبکه ریز (۱۲ المان در شعاع)	شبیه‌سازی
پرنده ۲۴۴۸ المان	پرنده ۶۶۵۶ المان	پرنده ۲۳۰۴۰ المان	لاگرانژ
پرنده ۱۹۶۵ المان	پرنده ۴۷۸۱ المان	پرنده ۱۵۶۱۹ المان	SPH
پرنده ۱۹۴۴ المان	پرنده ۶۴۰۰ فضای اطراف	-	ALE
فضای اطراف ۹۱۲۰ المان	اطراف ۱۸۴۰۰ المان		

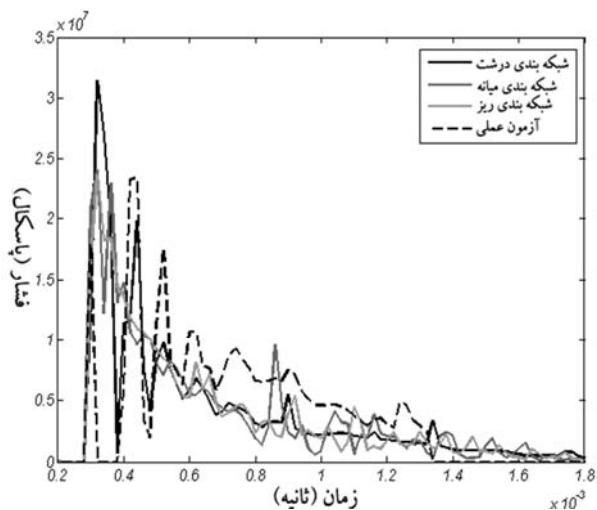
نحوه شبکه‌بندی مدل پرنده برای شبیه‌سازی‌های لاگرانژ و SPH در شکل ۷ آمده است. در نرم‌افزار LS-PrePost نمی‌توان پرنده را به صورت SPH شبکه‌بندی کرد. بدین منظور ابتدا پرنده توسط المان‌های لاگرانژی شبکه‌بندی می‌شود و سپس در گره‌های آن شبکه‌بندی، نقاط کلیدی<sup>۱</sup> تعریف می‌شود. سپس المان‌های لاگرانژی پاک شده و در نقاط کلیدی که از قبل ایجاد شده، المان‌های ذره‌ای SPH تعریف می‌شود.



شکل ۷ شبکه‌بندی لاگرانژ و SPH مدل پرنده با سه اندازه شبکه

1. Keypoint

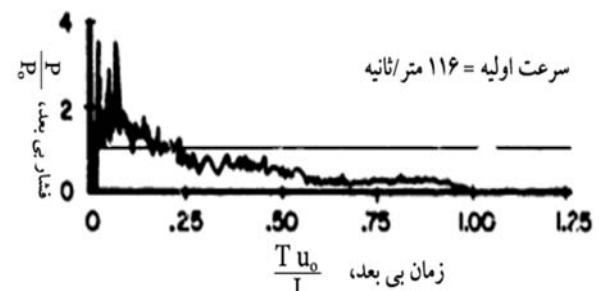
ویلبک مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود هر سه اندازه شبکه فشار بیشینه‌ای مشابه با نتیجه عملی پیش‌بینی می‌کنند. اگرچه با ریزتر شدن اندازه شبکه، نتیجه به نتیجه عملی نزدیک‌تر شده است.



شکل ۱۱ فشار در مرکز برخورد در روش لاغرانژ برای سه اندازه شبکه مختلف و آزمون عملی

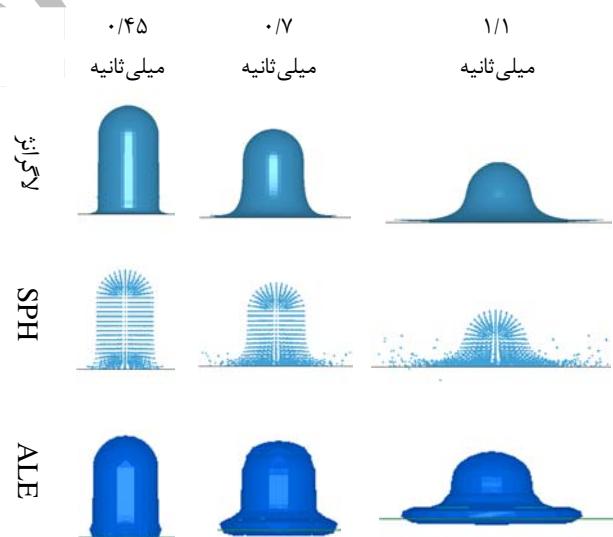
در شکل ۱۲ فشار در مرکز برخورد در روش SPH برای سه اندازه شبکه مختلف با فشار اندازه‌گیری شده در آزمون عملی ویلبک مقایسه شده است. فشار بیشینه اندازه‌گیری شده در هر سه اندازه شبکه با فشار بیشینه آزمون عملی نزدیک است اما با ریزتر شدن شبکه، فشار بیشینه روند افزایشی یا کاهشی خاصی را طی نمی‌کند. علت این امر را می‌توان به خاصیت ذاتی روش SPH نسبت داد. چرا که با اندکی کوچک‌تر یا بزرگ‌تر شدن اندازه شبکه، تعداد المان‌هایی که در لحظه اول با سطح هدف تماس پیدا می‌کنند تغییر زیادی می‌کند. این مورد اگرچه یکی از مشکلات روش SPH است، اما تغییر زیادی را در نتایج ایجاد نمی‌کند. علاوه بر این برخورد با سطوح نسبتاً پیچیده را تنها می‌توان با روش SPH مدل کرد و مدل لاغرانژ ممکن است با اعوجاج المان‌ها و در نتیجه اشکال در حل مواجه شود. لذا روش SPH را هیچگاه نمی‌توان به طور کلی کنار گذاشت.

بیشینه فشار بوجود آمده در لحظات اولی برخورد، در آزمون مورد بررسی در شکل ۹ مشاهده می‌شود.



شکل ۹ نمودار بی‌بعد فشار آزمون مرجع ویلبک - آزمون برخورد عمودی پرنده با سرعت ۱۱۷ متر/ثانیه

نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لاغرانژ، SPH و ALE در زمان‌های مشخص در شکل ۱۰ آمده است.

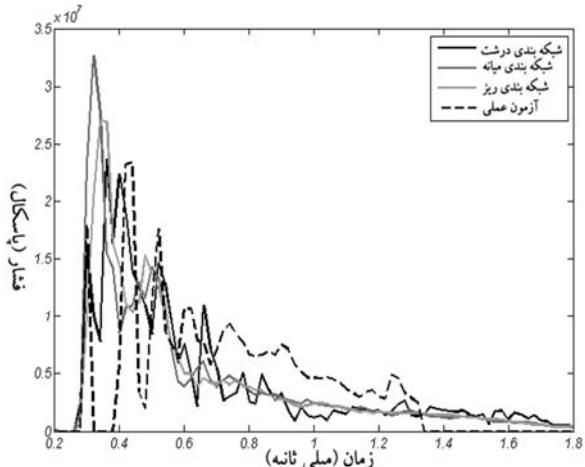


شکل ۱۰ نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لاغرانژ، SPH و ALE

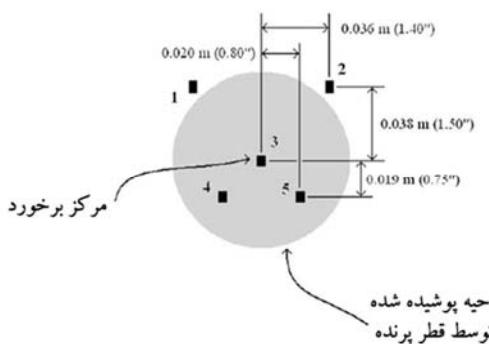
همان‌طور که مشاهده می‌شود، هر سه روش در زمان‌های یکسان تغییر‌شکل‌های مشابهی را از پرنده پیش‌بینی می‌کنند. در شکل ۱۱ فشار در مرکز برخورد در روش لاغرانژ برای سه اندازه شبکه مختلف با فشار اندازه‌گیری شده در آزمون عملی

## ۷- نتایج شبیه‌سازی‌های مورب

نتایج شبیه‌سازی‌های مورب با نتایج آزمون‌های عملی انجام شده توسط لاوویه مقایسه می‌شود [۱۱]. در آزمون لاوویه سطح برخورد با مسیر حرکت توده ژلاتینی زاویه  $30^\circ$  می‌سازد. او از مدل پرنده‌ای به جرم یک کیلوگرم بهره برد. لاوویه برای ثبت فشار اعمالی پرنده روی سطح صلب از پنج کرنش سنج<sup>۱</sup> کربنی در شعاع‌های مختلف از مرکز برخورد استفاده کرد. در شکل ۱۴ نحوه چیدمان کرنش سنج‌های کربنی با شماره‌های ۱ تا ۵ مشاهده می‌شود.

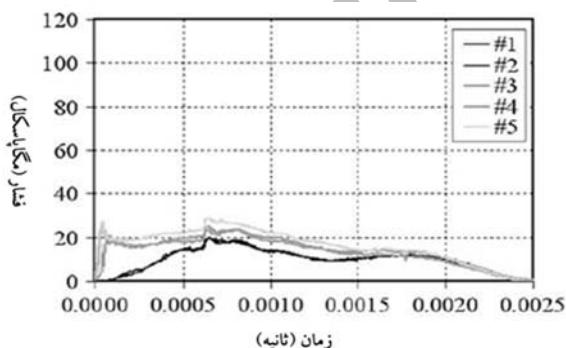


شکل ۱۲ فشار در مرکز برخورد در روش SPH برای سه اندازه شبکه مختلف و آزمون عملی



شکل ۱۴ نحوه چیدمان گیج‌های کربنی

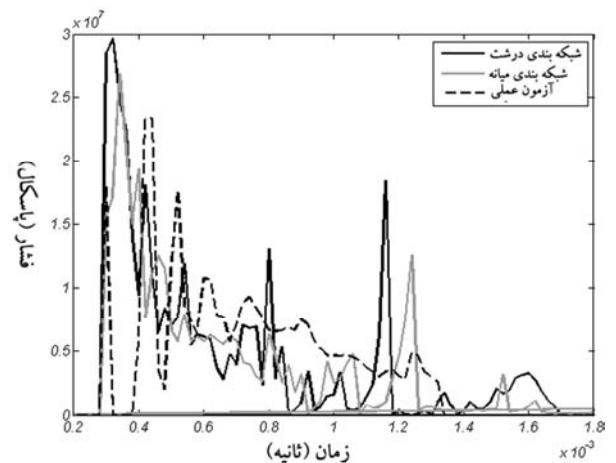
در شکل ۱۵ نمایه فشار برخورد مایل توده ژلاتینی در کرنش سنج‌های ۱ تا ۵، مشاهده می‌شود.



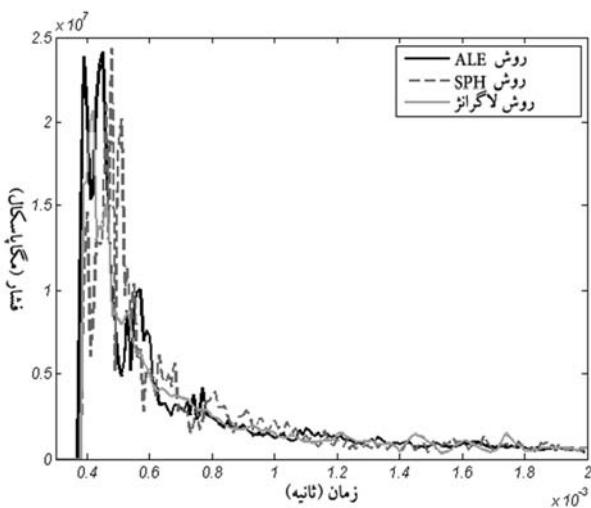
شکل ۱۵ نمایه فشار برخورد مایل توده ژلاتینی در کرنش سنج‌های ۱ تا ۵

1. gage

در شکل ۱۳ فشار در مرکز برخورد در روش ALE برای دو اندازه شبکه مختلف با فشار اندازه‌گیری شده در آزمون عملی ویلک مقایسه شده است. قابل ذکر است که به علت کمبودهای سختافزاری امکان انجام شبیه‌سازی با اندازه شبکه ریز وجود نداشت. همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد، با کاهش اندازه شبکه، بیشینه فشار مرکز برخورد کاهش یافته و به بیشینه فشار آزمون عملی نزدیکتر می‌شود.



شکل ۱۳ فشار در مرکز برخورد در روش ALE برای دو اندازه شبکه مختلف و آزمون عملی



شکل ۱۷ تغییرات فشار در مرکز ضربه برای سه روش لگرانژ، SPH و ALE

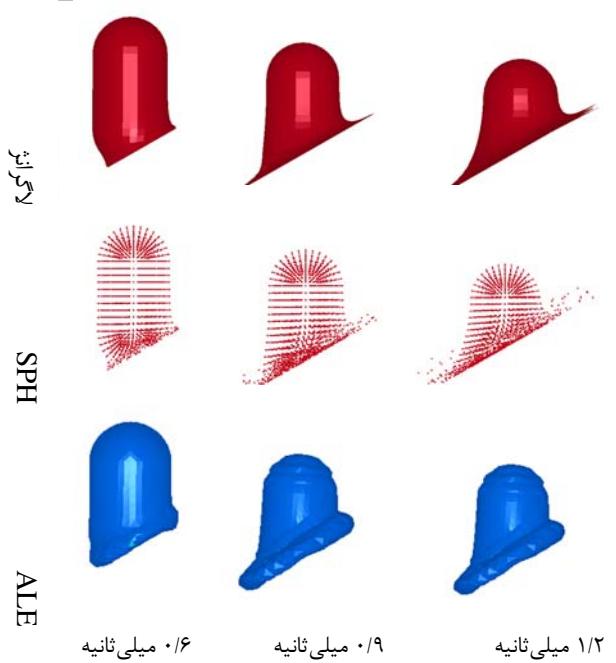
همان‌طور که مشاهده می‌شود هر سه روش فشار بیشینه‌ای نزدیک به فشار بیشینه آزمون عملی پیش‌بینی می‌کنند. در هر سه روش فشار مرکز ضربه روند مشابهی را طی می‌کند. یعنی پس از ایجاد یک یا چند قله فشار، نمودار فشار رو به افول نهاده و پس از مدتی و با شبی کم به صفر میل می‌کند.

## ۸- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، روش‌های مدل‌سازی عددی برخورد پرنده با مقادیر تجربی و نیز با یکدیگر مقایسه شده‌اند. هر سه روش لگرانژ، SPH و ALE به‌خوبی میتوانند نمودار فشار آزمون‌های عملی را چه در برخورد عمودی و چه در برخورد مورب پیش‌بینی کنند. همچنین هر سه روش تغییر شکل مشابهی از پرنده را چه در برخورد عمودی و چه در برخورد مورب پیش‌بینی می‌کنند. زمان حل در روش لگرانژ از همه کمتر، در روش SPH میانه و روش ALE از همه بیشتر بود. مهمترین اشکال روش لگرانژ خطاهای عددی بود که به دلیل اعوجاج در المان‌ها بوجود می‌آمدند. برای حل خطاهای عددی نیاز به تلاش و صرف وقت فراوانی بود. روش SPH اگرچه برای حل نیاز به زمان بیشتری داشت اما با اشکالات حل مواجه نمی‌شد و نیازی به تغییر پارامترها در آن نبود. روش ALE نیز همچون روش SPH با اشکالات در حل مواجه نمی‌شد اما برای مدل‌سازی

برای برخورد پرنده با سطح شیبدار برای هر روش شبیه‌سازی، یک حل با اندازه شبکه متوسط انجام شد. برای شبیه‌سازی لگرانژ پرنده دارای ۵۶۳۲ المان جامد، برای شبیه‌سازی SPH پرنده دارای ۴۳۶۳ المان SPH و برای روش ALE، پرنده دارای ۶۴۰۰ المان و فضای اطراف آن دارای ۱۸۴۰ المان می‌باشد. در این شبیه‌سازی‌ها اگرچه سطح هدف به‌جای المان‌های غشایی از المان‌های جامد تشکیل شده است، اما از آنجا که جنس سطح هدف صلب در نظر گرفته شده است، تغییر ایجاد شده در سطح هدف تغییری در نتایج حل ایجاد نمی‌کند.

نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لگرانژ، SPH و ALE در زمان‌های مشخص در شکل ۱۶ آمده است.



شکل ۱۶ نحوه تغییر شکل مدل پرنده در سه روش لگرانژ، SPH و ALE

همان‌طور که از نحوه تغییر شکل پرنده مشخص است، هر سه روش برای مدل پرنده تغییر شکل مشابهی را در زمان‌های یکسان پیش‌بینی می‌کنند. تغییرات فشار در مرکز ضربه برای سه روش در شکل ۱۷ آمده است.

- [5] Langrand, B., Bayart, A.S., Chauveau, Y. and Deletombe, E.; "Assessment of Multi-Physics FE Methods for Bird Strike Modelling – Application to a Metallic Riveted Airframe", International Journal of Crashworthiness, Vol. 7, No. 4, 2002, pp 415–428.
- [6] Airoldi, A. and Cacchione, B.; "Modelling of impact forces and pressures in Lagrangian bird strike analyses". International Journal of Impact Engineering 32, 2006, pp 1651–1677.
- [7] Wilbeck, J.S.; "Impact behavior of low strength projectiles", Air Force Materials Laboratory; 1977.
- [8] Cassenti, B.N.; "Hugoniot pressure loads in soft body impact", In: Proceedings of the 20th structural dynamics, and materials conference, 1979, pp 241–8.
- [9] Mao, R. H., Meguid, S. A., Ng, T. Y.; "Transient three dimensional finite element analysis of a bird striking a fan blade", Int J Mech Mater Des, Vol. 4, No. 1, 2008, pp 79–96.
- [10] Mao, R. H., Meguid S. A., Ng, T. Y.; "Effects of incidence angle in bird strike on integrity of aero-engine fan blade", International Journal of Crashworthiness, Vol. 14, No. 4, 2009, pp 295–308.
- [11] Lavoie, M.A., Gakwaya, A., Nejad Ensan, M., Zimcik, D.G., Nandlall, D.; "Bird's substitute tests results and evaluation of available numerical methods", International Journal of Impact Engineering, Vol. 36, No. 10-11, 2009, pp 1276–1287

پرنده و تعریف تماس نیاز نیاز به تعریف پارامترهای زیادی داشت. علاوه بر این‌ها نحوه تعریف المان‌های فضای اطراف پرنده به نحوی که بتوان تغییر شکل سریع پرنده را دنبال کند از دیگر اشکالات این روش بود. در کل مقایسه سه روش، شایستگی بهتر روش SPH را در مدل‌سازی برخورد پرنده نشان می‌دهد.

## ۹- منابع

- [1] York, D.L., Cummings, J.L., Engeman, R.M., and Wedemeyer, K.L.; "Hazing and movements of Canada geese near Elmendorf Air Force Base in Anchorage", Alaska, Int. Biodeterior. Biodegrad. Vol. 4, No. 3–4, 2004, pp 103–110.
- [2] Lucy, L.B.; "A Numerical Approach to the Testing of Fusion Process", The Astronomical Journal, Vol. 88, 1977, pp 1013–1024.
- [3] Gingold, R.A. and Monaghan, J.J.; "Smoothed Particle Hydrodynamics: Theory and Application to Non-SPHERical Stars", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 181, 1977, pp 375–389.
- [4] Lacome, J.; "Smooth Particle Hydrodynamics - Part II", FEA Information International News for the World-Wide Engineering Community, November 2001, pp 6–11.