



مقایسه عددی و تجربی جریان یک بعدی و سه بعدی روی عملکرد توربین توربوشارژر یک موتور بنزینی

حمیدرضا طباطبایی^{۱*}، مسعود برومند^۲، محمد طبیبی رهنه^۳

۱- دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران

۳- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران

* تهران، صندوق پستی ۷۷۵، ۱۴۵۱۵ hrtabatabaei@yahoo.com

چکیده- در این مقاله، جریان یک بعدی و سه بعدی لزج و تراکم پذیر در توربین توربوشارژر یک موتور بنزینی ۱/۷ لیتری چهار سیلندر و شانزده سوپاپ شبیه سازی شده و مقایسه شده اند. برای صحه گذاری نتایج شبیه سازی و تایید مدل سازی، مجموعه موتور و توربوشارژر روی سکوی آزمایش قرار گرفته و پارامترهای عملکردی موتور در ۱۲ دور مختلف اندازه گیری شده است، ولی نتایج فقط برای سه دور مینیم، متوسط و ماکریم ارائه شده اند. حلزونی و پره های توربین به طور کامل مدل سازی و برای پره های متحرک از روش مختصات دوار چندگانه استفاده شده است. بررسی پارامترهای عملکردی توربین تحت تاثیر جریان سه بعدی پایا نشان می دهد اثرات جریان نوسانی که ناشی از طبیعت رفت و آمدی پیستون است فوق العاده مهم بوده و قابل حذف نمی باشد. اگرچه شبیه سازی یک بعدی یک روش سریع و کم هزینه است، اما از آن جهت که اثرات سه بعدی بودن جریان در آن منظور نشده است و همچنین وابسته به منحنی مشخصه هایی است که توسط سازندگان توربوشارژر ارائه می شود و این منحنی ها با جریان پایا محاسبه شده اند دارای ضعف می باشد. برای دستیابی به پاسخ های دقیق تر، بررسی یک جریان سه بعدی ناپایا شبیه جریان خروجی از موتور اجتناب ناپذیر است.

کلیدواژگان: توربوشارژر، شبیه سازی، جریان نوسانی، موتور احتراق داخلی، روش های عددی

Comparing between 1D & 3D flow analysis in the on-engine small turbocharger experimentally and numerically

H. R. Tabatabaei^{1*}, M. Boroomand², M. Taiebi Rahni³

1- PhD Student of Aerospace Eng., Science and Research Branch, Islamic Azad Univ., Tehran, Iran

2- Assoc. Prof. of Aerospace Eng., Amirkabir Univ., Tehran, Iran

3- Prof. of Aerospace Eng., Sharif Univ., Tehran, Iran

* P.O.B. 14515-775, Tehran, Iran, hrtabatabaei@yahoo.com

Abstract- Possibilities and limitations of 1D and 3D flow simulations in the vaneless turbocharger turbine of a 1.7 liter SI engine are presented experimentally and numerically. A test setup of the turbocharged engine on dynamometer is prepared to validate the results of numerical modeling. Various performance parameters are measured at 12 different engine speeds and the results of measurement in 3 different engine speeds are presented in this report. The complete form of the volute and rotor vanes is modeled. An extensive study on the number of meshes has been undertaken to ensure the independency to meshes. The modeling of rotating wheel is considered by Multiple Rotating Frames (MRF) technique. Finally, the variations of turbine performance parameters are studied under different pulse frequencies of the engine. The results show that at high engine speeds a 3D unsteady flow simulation is required to get reasonably accurate results. The results presented in current report will be used in simulating three dimensional steady and unsteady compressible flow within the turbine of the turbocharger.

Keywords: Turbocharger, Simulation, Pulsating Flow, Internal Combustion Engine, Computational Fluid Dynamics

داد که توربین تحت جریان پالسی ورودی به دلیل اینرسی سیستم نمی‌تواند در حالت شبه‌پایا فرض شود و با افزایش دور توربین و در نتیجه افزایش فرکانس جریان انحراف از جریان شبه‌پایا افزایش می‌یابد. این عوامل روی دقت مدل‌سازی جریان یکبعدی که با منحنی مشخصه‌های جریان پایا کار می‌کند موثر است.

در این مقاله، جریان یکبعدی ناپایا و جریان سهبعدی پایا، تراکم‌پذیر و لزج درون توربین توربوشارژر مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند. مقایسه این دو جریان اثرات مرکب پایا یا ناپایابودن جریان و یکبعدی یا سهبعدی بودن آن را در بردارد و برای تشخیص دقیق اثر پالسی بودن جریان یک کار عددی برای جریان ناپایا ضروری است. برای آشفتگی از مدل آر ان جی کا-اپسیلون^۴ و برای تحلیل جریان پره‌های متحرک از روش مختصات دوار چندگانه^۵ استفاده شده است [۷ و ۸]. در این روش، یک سیستم مختصات همراه با پره‌های توربین می‌چرخد و معادلات اصلاح شده ناویر استوکز که نیروهای کوریولیس و گریز از مرکز را شامل می‌شوند به کار می‌روند. این کار با اضافه کردن مقدار مناسبی از جمله چشممه در معادلات ممتد موتور را اثراً می‌نماید. شبهه سازی جریان سه بعدی پایا و مقایسه آن با نتایج تجربی و جریان سه بعدی ناپایا و یکبعدی ناپایا جهت تحقیق اثرات واقعی جریان پالسی راه‌گشا خواهد بود.

۲- معادلات حاکم

۲-۱- معادلات اصلی

معادلات ناپایای جرم، ممتد و انرژی در یک دستگاه مختصات ثابت به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + S_M \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho h_o)}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} h_o) &= -\nabla \cdot (\lambda \nabla T) \\ &+ \nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot \tau) + \mathbf{U} \cdot S_M \end{aligned} \quad (3)$$

τ نرخ کرنش به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tau = \mu \left(\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T - \frac{2}{3} \delta \nabla \cdot \mathbf{U} \right) \quad (4)$$

۱- مقدمه

شبیه‌سازی جریان یکبعدی ناپایا داخل توربین یک توربوشارژر غالب نتایج مفید و قابل قبولی دارد، اما متأسفانه بسیاری از جزئیات حرکت سیال مانند الگوی جریان، گردابه‌ها، چگونگی توزیع دما، فشار و مواردی از این قبیل در قسمت‌های مختلف قابل مشاهده و تحلیل نیستند. از طرف دیگر شبیه‌سازی سه بعدی نیازمند شرایط مرزی است که نتایج حاصل از روش یکبعدی را می‌توان مورد استفاده قرار داد. در واقع در یک تحقیق عددی کارآمد می‌توان ترکیبی از این دو روش را به کار برد تا به نتایجی دقیق و قابل اعتماد دست یافته.

توربین توربوشارژر تحت جریان نوسانی خروجی از موتور کار می‌کند. تحقیقات وسیعی به منظور مشخص کردن میزان تاثیر این جریان پالسی انجام شده است. بنسون و اسکریمشاو [۱]، والاس و همکاران [۲]، دیل و واتسون [۳]، وینتریون و همکاران [۴]، کاپوبیانکو و گمبروتا [۵] و بینز، حاجیلوی و یئو [۶] کارهای آزمایشگاهی وسیعی روی جریان پایا^۱ و ناپایا^۲ برای توربوشارژرهای مختلف انجام دادند و نشان دادند اگر چه مقدار آنی^۳ راندمان توربین توربوشارژر نسبت به زمان متغیر است و می‌تواند کمتر یا بیشتر از راندمان جریان پایا باشد، اما متوسط راندمان آنی برای جریان ناپایا از جریان پایا کمتر خواهد بود. اغلب این تحقیقات درخصوص موتورهای بزرگ بهویژه موتورهای دیزل با دو ورودی انجام شد و تجهیزات آن‌ها به دورهای تا ۱۰۰۰۰ دور در دقیقه محدود بود و شامل کارهای عددی نمی‌شد. در موتورهای بنزینی کوچک، به دلیل محدوده وسیع کاربرد و دورهای بسیار بالا (تا ۲۵۰۰۰ دور در دقیقه) و محدودیت نسبت فشار کمپرسور به دلیل احتمال خودسوزی اثرات جریان پالسی پیچیده‌تر و بحث برانگیزتر است. یکی از کارهای قابل توجه انجام شده در زمینه تجربی و عددی توسط لم و همکاران [۷] صورت پذیرفته است. آن‌ها گزارش کردند که اگرچه اختلاف نسبت فشار توربین در دو جریان پایا و ناپایا به حدود هشت درصد می‌رسد، اما تغییرات راندمان بسیار کم (حدود دو درصد) بوده و قابل اعتماد نمی‌باشد. اما در هر حال تحقیقات قبلی مبنی بر بالاترین راندمان در جریان پایا را تایید می‌کند. تحقیق دیگری توسط هلشتروم [۸] نشان

1. Steady
2. Unsteady
3. Instantaneous

4. RNG K-ε

5. Multiple Rotating Frames (MRF)

نتایج تجربی نشان می‌دهد در نواحی نزدیک دیواره مقدار تابع دیواره کمتر از $11/36$ فیزیکی نیست و از مقادیر بیش از 200 هم باید دوری کرد چون گردابه‌های زیادی در لایه مرزی ایجاد می‌شود که نشانه درشت‌بودن شیوه است [۱۱ و ۱۰].

۴-۲- مدل آشفتگی
یکی از مدل‌های توانمند آشفتگی مدل کا-اپسیلون است و به دلیل پایداری خوب، قابلیت استفاده عددی و توانایی تخمین رژیم جریان یک مدل استانداردشده است. این مدل با همه توانایی‌هاییش در جریان‌هایی مانند جریان داخل توربین که سیال در حال چرخش است به دلیل تغییرات ناگهانی کرنش قابل استفاده نیست. برای چنین جریان‌هایی، اغلب محققان از مدل اصلاح شده آر ان جی کا-اپسیلون استفاده کرده‌اند [۱۲]. در این مقاله نیز برای اینکه امکان مقایسه نتایج با یافته‌های سایر محققان وجود داشته باشد از این روش استفاده شده است.

۵-۲- راندمان توربین
جریان ورودی به توربین ناشی از طبیعت رفت‌وآمدی حرکت پیستون در سیلندر موتور احتراق داخلی یک جریان پالسی بوده و بنابراین همه پارامترها در ورود و خروج تابعی از زمان می‌باشند. یک تعریف کامل از راندمان ایزنتروپیک توربین، $\eta_{is,tur}(t)$ ، به صورت تابعی از زمان به شکل زیر بیان می‌شود:

$$\dot{\eta}_{is,tur}(t) = \frac{\dot{W}_{a,tur}(t)}{\dot{W}_{is,tur}(t)} \quad (11)$$

جایی که $\dot{W}_{a,tur}(t)$ توان واقعی آنی و $\dot{W}_{is,tur}(t)$ ماسکریم توان آنی قابل دستیابی توربین می‌باشد و به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\dot{W}_{is,tur}(t) = m_{tur}(t) c_p T_{o,tur_in}(t) \left(1 - \left(\frac{P_{tur_out}(t)}{P_{o,tur_in}(t)} \right)^{\gamma-1} \right) \quad (12)$$

$$\dot{W}_{a,tur}(t) = \left(\frac{2\pi}{60} \right)^2 J_{shaft} N_{shaft} \frac{dN_{shaft}}{dt} + \frac{\dot{W}_{a,comp}(t)}{\eta_m} \quad (13)$$

$$\dot{W}_{a,comp}(t) = m_{comp}(t) c_p [T_{o,comp-out}(t) - T_{o,comp-in}(t)] \quad (14)$$

در این معادلات نحوه متوسط‌گیری زمانی از پارامترهای موثر در راندمان برای محاسبه مقدار آن تاثیرگذار خواهد بود. از

برای بسته‌شدن سیستم معادلات، معادله حالت به شکل زیر اضافه می‌شود:

$$\rho = \rho(p, T) \\ dh = \left. \frac{\partial h}{\partial T} \right|_p dT + \left. \frac{\partial h}{\partial p} \right|_T dp = c_p(p, T) dT + \left. \frac{\partial h}{\partial p} \right|_T dp \quad (5)$$

S_M چشم ممنتوم^۱، ∇ اپراتور گرادیان^۲، \otimes علامت ضرب تانسوری و δ تابع دلتای کرونکر^۳ می‌باشد.

۲-۲- نیروهای چرخشی

برای سیالاتی که در یک دستگاه مختصات متحرك با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخند چشم‌های ممنتوم اضافی ظاهر می‌شوند تا اثرات نیروهای کوریولیس و گریز از مرکز را نشان دهند. این ترم‌های اضافه به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$S_{M,rot} = S_{M,cor} + S_{M,cfg} \\ S_{M,cor} = -2\rho\omega \times U \\ S_{M,cfg} = -\rho\omega \times (\omega \times r) \quad (6)$$

و در معادله انرژی ترم انتالپی به روتالپی^۴ تغییر می‌یابد:

$$I = h + \frac{1}{2} (U \cdot U - \omega \times R \cdot \omega \times R) \quad (7)$$

۳-۲- تابع دیواره

تابع دیواره^۵ استفاده شده در این مقاله تعیین یافته روش لاندر-اسپالدینگ [۹] است. در تابع دیواره، توسط فرمول‌های تجربی بین ویسکوزیته محدوده زیر لایه و وضعیت‌های مرزی نزدیک دیوار برای استفاده در معادلات سرعت متوسط و انتقال آشفتگی اتصال برقرار می‌شود. این فرمول‌ها مقادیر نزدیک دیواره مانند تنش برشی دیواره را به متغیرهای وابسته در سلول آن به گونه‌ای متصل می‌کنند که فرض شود در محدوده لایه مرزی منطقه کاملاً آشفته واقع شده است.

معادله لگاریتمی سرعت نزدیک دیواره به صورت زیر است:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C \quad (8)$$

$$y^+ = \frac{\rho \Delta y u_\tau}{\mu} \quad (9)$$

$$u_\tau = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{1/2} \quad (10)$$

1. Source of Momentum

2. Kronecker Delta

3. Rothalpy

4. Wall Function

جدول ۱ مشخصات هندسی و عملکردی موتور

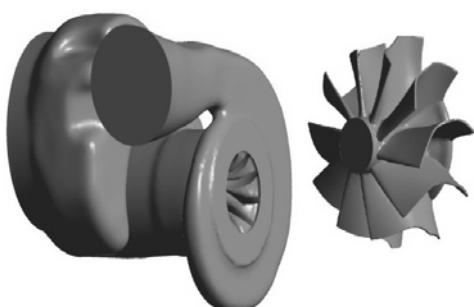
۱۶۵۰	حجم موتور (سانتی متر مکعب)
۱۰/۵	نسبت تراکم
۱۶-۴	تعداد سیلندر - تعداد سوپاپ
۱۱۰	ماکزیمم توان (کیلووات در ۵۵۰۰ دور در دقیقه)
۲۱۵	ماکزیمم گشتاور (نیوتن متر)
۱۲۵۰	دماهای گازهای خروجی (کلوین)
۷۸/۶	قطر پیستون (میلی متر)
۸۵	کورس پیستون (میلی متر)

توربین توربوشارژر مورد استفاده در موتور به طور کامل مدل شده است. مجموعه توربین به دو قسمت حلقه ای همان را با مجرای خروجی (قسمت سیال) و پره ها (قسمت جامد) تقسیم شده است. برای کاهش پیچیدگی مشاهده ها، از فاصله هوایی بین پره های توربین و بدنه صرف نظر شده است. اثر این فاصله هوایی به مقدار آن بستگی داشته و در پاره ای موارد می تواند قابل توجه باشد، اما بررسی ها نشان داده است در کل تاثیر قابل توجهی روی پارامترهای عملکردی توربین مانند راندمان و نسبت فشار نداشته و در مقابل ساده تر شدن مشابه بین چشم پوشی است [۱۳ و ۱۴]. جدول ۲ مشخصات توربین توربوشارژر را نشان می دهد.

جدول ۲ مشخصات توربین توربوشارژر

۴۵۳	قطر متوسط نوک رو تور (میلی متر)
۱۰	تعداد پره های رو تور
-	تعداد پره های نازل
۶/۸۶	پهنای پره در ورود (میلی متر)

شکل ۱ مدل سازی سه بعدی دو قسمت توربین را نشان می دهد.



شکل ۱ مدل سه بعدی حلقه ای، مجرای خروجی و پره ها

آنجا که بعضی از مقادیر مانند دما و دبی به طور آنی قابل اندازه گیری نیستند استفاده از متوسط زمانی آنها هنگام محاسبه تجربی راندمان توربین مفید می باشد. راندمان متوسط کمپرسور به صورت زیر تعریف می شود:

$$\dot{W}_{a,comp}(t) = m_{comp}(t) \bar{c}_p [\bar{T}_{o,comp_out}(t) - \bar{T}_{o,comp_in}(t)] \quad (15)$$

علامت $\bar{\cdot}$ روی متغیرها نشانه متوسط گیری زمانی آنها در فاصله زمانی 0 تا t می باشد. بنابراین می توان راندمان آنی تعریف کرد که با آزمون نیز قابل محاسبه باشد:

$$\eta_{is,tur}(t) = \frac{\left(\frac{2\pi}{60}\right)^2 J_{shaft} N_{shaft} \frac{dN_{shaft}}{dt} + \dot{W}_{a,comp}}{m_{tur} \bar{c}_p \bar{T}_{o,tur_in} \left(1 - \left(\frac{P_{tur_out}(t)}{P_{o,tur_in}(t)} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right)} \quad (16)$$

۶-۲- روش حل

در روش سگر گیتید^۱، ابتدا معادلات ممتدوم حل شده و سپس یک فشار حدس زده شده و مقدار آن تصحیح می شود. این روش به دلیل طبیعت سعی و خطایی که دارد نیاز به تعداد زیادی تکرار دارد. در روش کاپلد^۲ که در این مقاله نیز از آن استفاده شده است، معادلات شامل سرعت ها و فشار در یک سیستم یکپارچه به صورت همزمان حل می شوند. این روش نیاز به حل معادلات ضمنی گسسته در هر گام زمانی دارد. در جریان های پایا این گام زمانی مشابه یک پارامتر سرعت دهنده^۳ عمل کرده و موجب می شود تعداد تکرارها کاهش یابد. سرعت جریان قبل و بعد از توربین پایین است و می تواند تراکم ناپذیر فرض شود، اما با توجه به سرعت بالای محور توربین سرعت جریان درون آن به شدت افزایش می یابد و اثر تراکم پذیری بسیار مهم و قابل توجه می شود. در نتیجه، برای عمومی بودن حل، جریان تراکم پذیر فرض شده است.

۳- مشخصات هندسی

جدول ۱ مشخصات هندسی و عملکردی موتور را نشان می دهد.

1. Segregated
2. Coupled
3. Accelerator Parameter

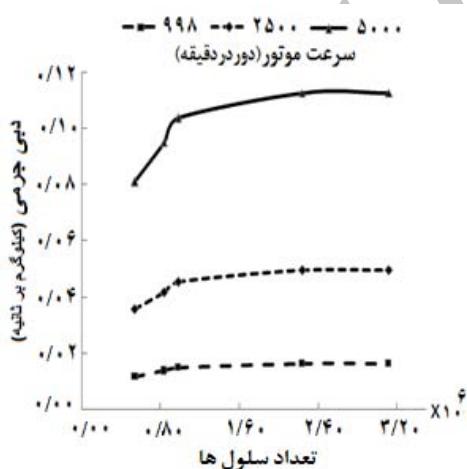
محاسبه مقدار اینتابع و کنترل همزمان یک پارامتر مانند دبی می‌توان تعداد مشاهای مناسب را مشخص کرد.

جدول ۳ مقادیر مینیمم، ماکزیمم و متوسط تابع دیواره در مشبندی‌های مختلف را نشان می‌دهد. گزینه‌های ۴ و ۵ از نظر مقدار تابع دیواره قابل قبول‌اند.

جدول ۳ محاسبه تابع دیواره با تعداد سلول‌های مختلف

y_{ave}^+	y_{max}^+	y_{min}^+	تعداد سلول‌ها	
۷۵	۴۸۰	۶۷	۵۴۰۰۰	۱
۵۷	۲۵۷	۴۱	۸۳۳۰۰	۲
۴۶	۱۸۴	۲۷	۹۷۶۰۰	۳
۳۱	۱۲۲	۱۷	۲۲۴۰۰	۴
۲۵	۱۰۱	۹	۳۱۲۰۰	۵

شکل ۴ کنترل دبی جرمی با تعداد سلول‌ها را نشان می‌دهد. تعداد سلول‌های جدول ۳ با دبی جرمی نیز کنترل شده‌اند و محاسبات نشان می‌دهد در تمام دورهای موتور مقدار دبی جرمی با تعداد سلول‌های مورد ۴ به بعد ثابت می‌ماند و به عبارتی محاسبات از تعداد سلول‌ها مستقل می‌شود. بنابراین تعداد سلول‌های ۲۲۴۰۰۰ مبنای محاسبات قرار گرفت.

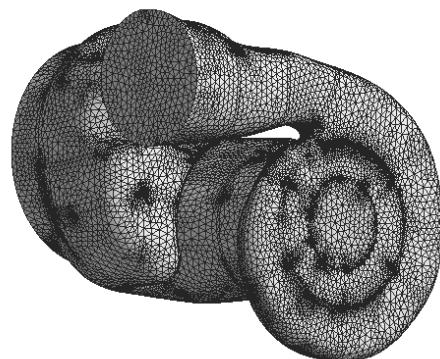


شکل ۴ کنترل دبی جرمی با تعداد سلول‌ها

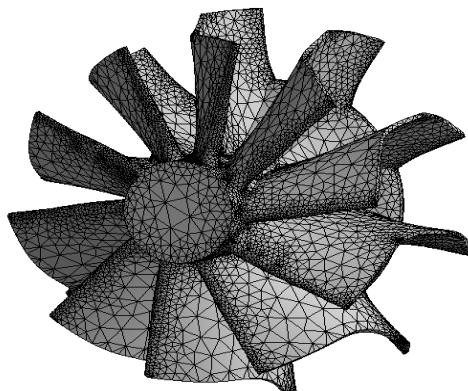
۵- شرایط مرزی

در جریان سه‌بعدی پایا، مقادیر متوسط دبی جرمی و دمای سکون در ورودی و فشار استاتیک در خروجی به عنوان شرایط مرزی منظور شده‌اند. دیوارهای توربین آدیباًتیک و هموار

۴- تولید شبکه
انتخاب نوع و تعداد مشاهای از مهم‌ترین قسمت‌های یک شبیه‌سازی توانمند است. به دلیل هندسه پیچیده توربین توربواشرز، از شبکه چهاروجهی^۱ نامنظم که مناسب این هندسه پیچیده است استفاده شده است و برای انطباق شبکه^۲ در جاهایی که گرادیان شدید وجود دارد اندازه مشاه ریزتر شده یا به اصطلاح شبکه تطبیق یافته است[۱۵]. شکل ۲ مشبندی پره‌های توربین را نشان می‌دهند.



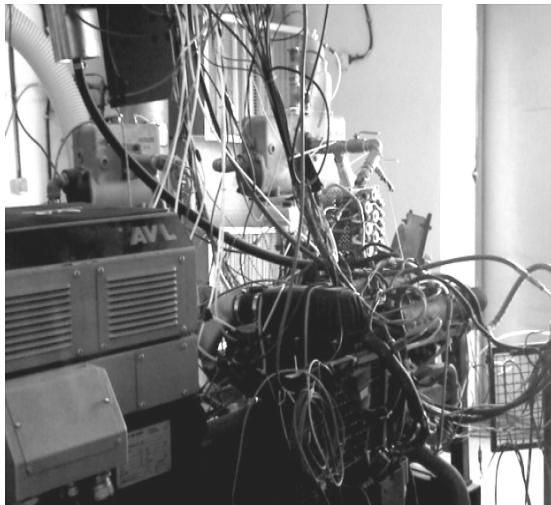
شکل ۲ شبکه‌بندی حلزونی توربین و مجرای خروجی



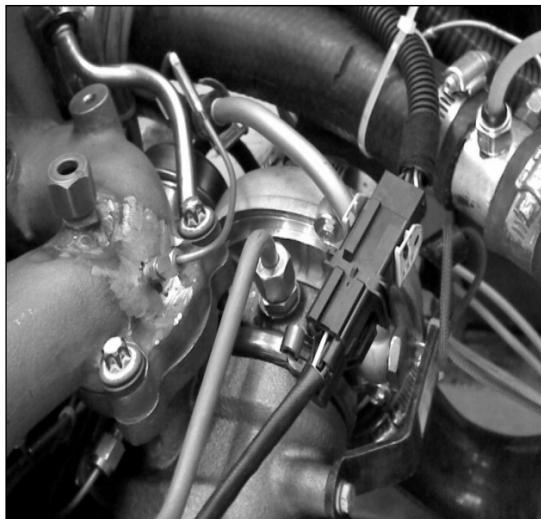
شکل ۳ شبکه‌بندی پره‌های توربین

برای اعتبارسازی نتایج عددی، بررسی حساسیت حل به شبکه از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. برای مدلسازی مناطق نزدیک دیواره که عدد رینولدز کم است، از فرمولهای نیمه‌تحبی مانند تابع دیواره بدون بعد استفاده می‌شود. با

1. Tetrahedral
2. Mesh Adaption



شکل ۶ تجهیزات آزمون



شکل ۷ محل استقرار توربушارژر روی موتور

۷- شبیه‌سازی

برای تحلیل جریان یکبعدی داخل مجموعه موتور و توربушارژر از نرم‌افزار تجاری جی‌تی پاور^۳ از شرکت گاما تکنولوژی^۴ استفاده شده است. کلیه اجزای موتور از فیلتر ورودی تا کاتالیست خروجی به دقت مدل شده‌اند. از مهم‌ترین اطلاعات ورودی، منحنی مشخصه‌های^۵ کمپرسور و توربین هستند که توسط سازندگان توربушارژر ارائه می‌شوند. این منحنی‌ها تحت جریان پایا به موتور به دست آمده‌اند و چنان که نشان داده

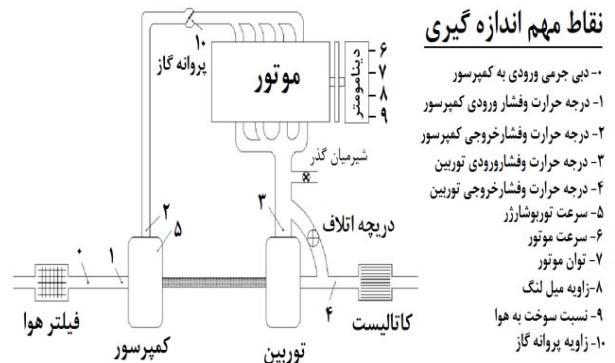
فرض می‌شوند. این شرایط مرزی در ادامه مقاله با ذکر مقادیر و به تفصیل شرح داده شده‌اند.

۶- آزمون

آزمون‌ها روی یک موتور چهارسیلندر چهارزمانه خطی بتزینی مجهز به توربушارژر انجام شده و پارامترهای مختلف عملکردی مجموعه موتور و توربушارژر در دوازده دور مختلف اندازه‌گیری شده‌اند. مشخصه‌های اصلی موتور در جدول ۱ نشان داده شده است.

شکل ۵ شماتیک میز آزمون را نشان می‌دهد. متغیرهای زیادی اندازه‌گیری می‌شوند که فقط به تعدادی از مهم‌ترین آن‌ها اشاره شده است. یک اطاق کنترل جهت استقرار کامپیووترها و تجهیزات جمع‌آوری داده‌ها و نرم‌افزارهای مختلف استفاده شده است. هر دو نوع اندازه‌گیری آنالوگ و دیجیتال با توجه به نوع متغیر امکان‌پذیر است. حسگر مورد استفاده اندازه‌گیری فشار از نوع پیزوالکتریک^۱ بوده و محدوده اندازه‌گیری آن ۰ تا ۶ بار است. فشارسنج‌ها امکان اندازه‌گیری هر دو نوع فشار استاتیک و کل را دارند. دمایما با استفاده از ترموموکوپلهای نوع k در محدوده ۲۰۰ تا ۱۳۰۰ درجه سلسیوس اندازه‌گیری می‌شوند. سنسور اندازه‌گیری دور توربین از نوع جریان گردابهای^۲ بوده و می‌تواند تا سرعت ۴۰۰۰۰ دور در دقیقه را اندازه‌گیری کند.

نقاط مهم اندازه‌گیری



شکل ۵ شماتیک میز آزمون

شکل ۶ تجهیزات آزمون و شکل ۷ محل استقرار توربушارژر روی موتور را نشان می‌دهد.

- 3. GT-POWER
- 4. Gama Technologies
- 5. Characteristic Map

- 1. Piezo-resistive Element
- 2. Eddy Current

هسته‌های پردازنده‌های مختلف را امکان‌پذیر می‌سازد. جدول ۴ نتایج یک پردازش محلی در جریان سه‌بعدی پایا داخل توربین را نشان می‌دهد. کاهش محسوس زمان انجام محاسبات با افزایش تعداد هسته‌ها مشهود است.

جدول ۴ پردازش موازی محلی

تعداد هسته‌ها	زمان اجرای یک گام (ثانیه)	زمان اجرا برای یک دور موتور (ساعت)	پردازنده مورد استفاده
۴۰/۰	۳۱۵	۱	
۲۴/۸	۱۹۸	۲	پردازنده چهار هسته با سرعت ۳ گیگاهرتز
۱۶/۶	۱۳۰	۳	و ۸ گیگابایت رم
۱۳/۲	۱۰۳	۴	

اغلب پردازش موازی محلی در جریان سه‌بعدی پایا پاسخگوی حجم محاسبات می‌باشد، اما در جریان ناپایا، به دلیل حجم بسیار بالای محاسبات، پردازش موازی گسترده و استفاده از هسته‌های پردازنده‌های مختلف الزامی است.

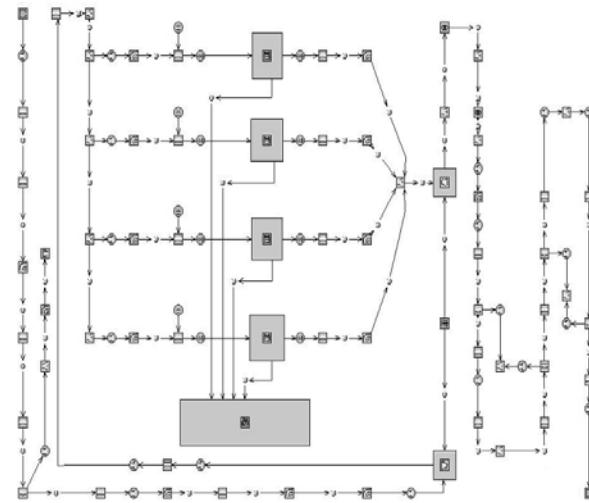
۲-۸- شبیه‌سازی جریان یک بعدی پالسی

چون نرم‌افزار مورد استفاده جریان یک بعدی را به صورت ناپایا تحلیل می‌کند مقادیر آنی و متوسط پارامترهای توربین قابل محاسبه‌اند، اما به دلیل پایابودن جریان در شبیه‌سازی سه‌بعدی فقط مقادیر متوسط پارامترها قابل مقایسه می‌باشند. در شبیه‌سازی یک بعدی مقادیر دبی ورودی، فشار استاتیک خروجی، درجه حرارت سکون و فشار سکون ورودی توربین توسط نرم‌افزار، با استفاده از محاسبات انجام شده روی موتور و منحنی مشخصه‌ای که سازندگان ارائه کرده‌اند، به صورت آنی مشخص می‌شوند.

این مقادیر در شکل‌های ۹ تا ۱۲ نشان داده شده‌اند. در شبیه‌سازی سه‌بعدی، جهت سرعت بخشیدن به محاسبات، مقادیر آنی دبی و دمای سکون ورودی و فشار استاتیک خروجی حاصل از شبیه‌سازی یک بعدی به عنوان شرایط مرزی مورد استفاده قرار می‌گیرند و مقادیر متوسط فشار سکون ورودی، راندمان و ضربی دبی جریان^۴ برای مقایسه با مقادیر متوسط‌گیری شده شبیه‌سازی یک بعدی ناپایا و آزمون محاسبه می‌شوند.

4. Reduced Mass Flow Rate

خواهد شد می‌توانند منشا خطاهای قابل توجهی در محاسبات پارامترهای عملکردی توربوشارژر شوند. شکل ۸ شماتیک شبیه‌سازی یک بعدی را نشان می‌دهد.



شکل ۸ شماتیک شبیه‌سازی یک بعدی ناپایا

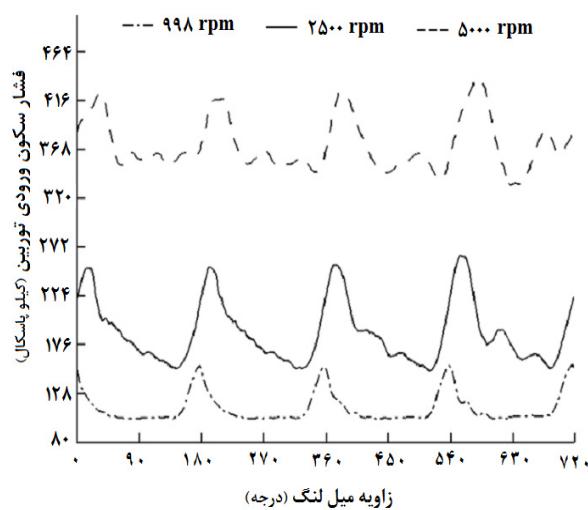
برای شبیه‌سازی سه‌بعدی، نمونه توربوشارژر مورد آزمون با استفاده از دستگاه‌های لیزری برش خورده و مدل اولیه با استفاده از تجهیزات دقیق عکس‌برداری سه‌بعدی تهیه شده است. این مدل با استفاده از نرم‌افزارهای مختلف ویرایش شده و طراحی کامپیوتری آن آماده شده است. در نهایت روی مدل کامپیوتری با استفاده از قسمت‌های متعدد نرم‌افزار ANSYS-CFX مدلسازی نهایی، مشبندی و تحلیل جریان انجام شده است.

۸- نتایج و بحث

۱-۸- پردازش موازی

به منظور کاهش زمان، افزایش سرعت اجرای محاسبات شبیه‌سازی و در نتیجه کاهش هزینه‌ها، نرم‌افزار مورد استفاده امكان کاربرد همزمان هسته‌های مختلف یک یا چند پردازنده در قالب یک پردازش موازی^۱ را فراهم می‌سازد. پردازش موازی محلی^۲، انتخاب هسته‌های یک پردازنده چند هسته‌ای را ممکن می‌کند در حالی که پردازش موازی گسترده^۳، استفاده از

1. Parallel Processing
2. Local Parallel Processing
3. Distributed Parallel Processing



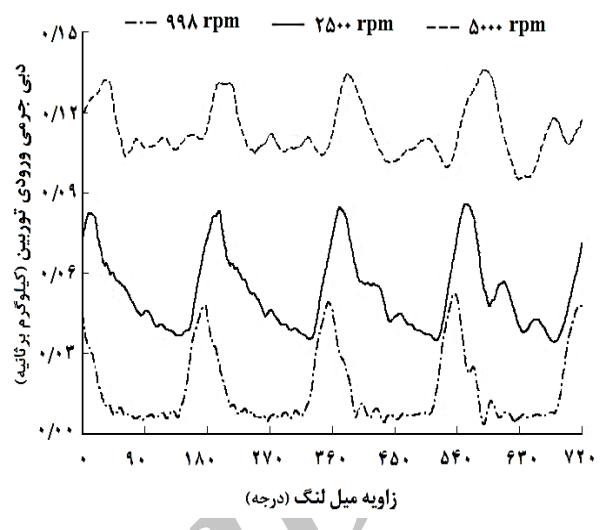
شکل ۱۲ فشار سکون آنی ورودی به توربین

متوسط سه پارامتر مهم فشار سکون ورودی، ضریب دبی جریان و راندمان شبیه‌سازی یکبعدی و آزمون در جدول ۵ با هم مقایسه شده‌اند.

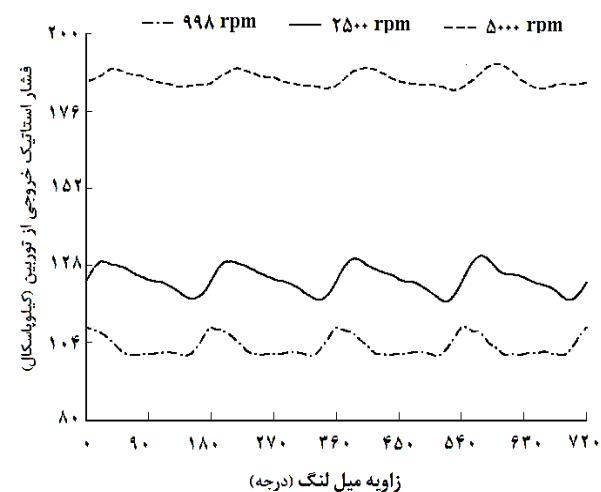
جدول ۵ مقایسه نتایج شبیه‌سازی و آزمون برای پارامترهای عملکردی توربین تحت جریان یکبعدی ناپایا

سرعت موتور دور در دقیقه			وضعیت	متسط
۵۰۰۰	۲۵۰۰	۹۹۸		
۳۶۴/۲	۱۹۳/۴	۱۲۲/۲	شبیه‌سازی	فشار سکون ورودی (kPa)
۳۳۹/۹	۱۸۰/۴	۱۱۲/۵	آزمون	متسط
۷/۱۵	۷/۲۱	۸/۶۲	درصد اختلاف	فشار سکون ورودی (kPa)
۰/۰۱۰۷	۰/۰۰۸۸	۰/۰۰۴۷	شبیه‌سازی	ضریب
۰/۰۱۱۵	۰/۰۰۹۴	۰/۰۰۴۶	آزمون	متسط
۷/۳۸	۸/۱۶	۸/۹۷	درصد اختلاف	ضریب
۵۹/۹	۵۹/۷	۳۴/۳	شبیه‌سازی	راندمان
۵۷/۳	۵۵/۲	۲۹/۸	آزمون	متسط
۴/۵۴	۸/۱۵	۱۵/۱۰	درصد اختلاف	ضریب

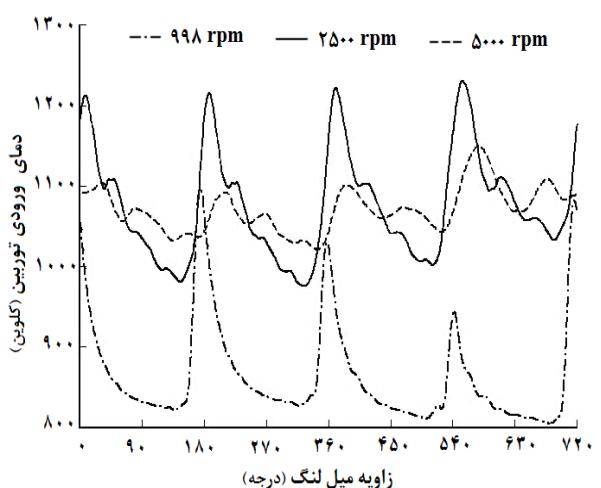
۳-۸-۳-۸ صه‌گذاری شبیه‌سازی جریان سهبعدی
جهت تایید مدل، مشبندی و تحلیل جریان مجموعه موتور و توربیوشارژر روی سکوی آزمایش در دوازده دور مختلف آزمایش شده است، ولی برای جلوگیری از طولانی شدن مطلب فقط



شکل ۹ دبی آنی ورودی به توربین



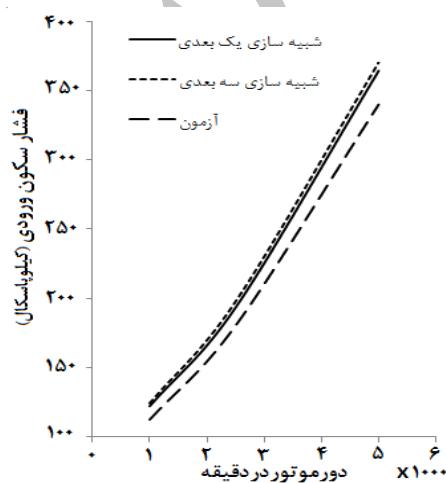
شکل ۱۰ فشار استاتیک آنی خروجی از توربین



شکل ۱۱ دمای سکون آنی ورودی به توربین

که در دورهای بالاتر فرکانس جریان بیشتر است و با توجه به سرعت پاسخ تجهیزات اندازه‌گیری، می‌بایست دقت جواب‌ها با افزایش دور کاهش یابد، اما نزدیکتر شدن پاسخ شبیه‌سازی و آزمون و کاهش درصد اختلاف را می‌توان به پالسی‌بودن جریان ربط داد و اینکه اثر آن در دورهای بالا، به دلیل افزایش فرکانس جریان، کاهش می‌یابد و در نتیجه جواب‌های آزمون و شبیه‌سازی به هم نزدیک می‌شوند.

نتیجه مهم‌تر از مقایسه جدول‌های ۵ و ۷ به دست می‌آید. این مقایسه نشان می‌دهد که مقادیر متوسط حاصل از شبیه‌سازی یک‌بعدی جریان ناپایا و سه‌بعدی جریان پایا با هم اختلاف دارند. این مقادیر در شکل‌های ۱۳ تا ۱۵ نشان داده شده‌اند. منشا این اختلاف‌ها را می‌توان در تفاوت نرم‌افزارها، ابعاد و نوع جریان جستجو کرد، ولی به هر حال نتایج شبیه‌سازی یک‌بعدی به مقادیر به دست آمده از آزمون نزدیکترند و چنانچه تحلیل عملکرد مجموعه موتور و توربشارژر مدنظر باشد شبیه‌سازی یک‌بعدی با مزایای سادگی مدلسازی، سرعت بالاتر و نیاز به سخت‌افزار ارزان‌تر مناسب‌تر است. مزیت شبیه‌سازی سه‌بعدی چنانکه در ادامه شرح داده می‌شود در آن است که می‌توان جریان داخل توربشارژر را بررسی و تحلیل کرد. اما اینکه سهم هر یک از یک‌بعدی خطاهای احتمالی پیدا کرد. اما اینکه سهم هر یک از یک‌بعدی یا سه‌بعدی بودن جریان و پایا یا ناپایا بودن آن در این تفاوت‌ها چقدر است نیاز به شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان ناپایا (پالسی) را مشخص می‌کند.



شکل ۱۳ مقایسه فشار سکون ورودی برای شبیه‌سازی‌های یک‌بعدی و سه‌بعدی و آزمون

نتایج سه دور مینیمم، میانی ۲۵۰۰ و ماکزیمم ۵۰۰۰ دور در دقیقه برای مقایسه با شبیه‌سازی انتخاب شده‌اند. برای سرعت‌بخشیدن به محاسبات عددی، از نتایج شبیه‌سازی یک‌بعدی برای شرایط مرزی شبیه‌سازی سه‌بعدی استفاده شده است. جدول ۶ شرایط مرزی شبیه‌سازی سه‌بعدی را که با متوسط‌گیری از پارامترهای آنی شبیه‌سازی یک‌بعدی به دست آمده نشان می‌دهد. جدول ۷ مقادیر متوسط فشار ورودی، ضریب دبی جریان و راندمان حاصل از شبیه‌سازی سه‌بعدی در مقایسه با نتایج آزمون را نشان می‌دهد.

جدول ۶ شرایط مرزی شبیه‌سازی جریان سه‌بعدی پایا

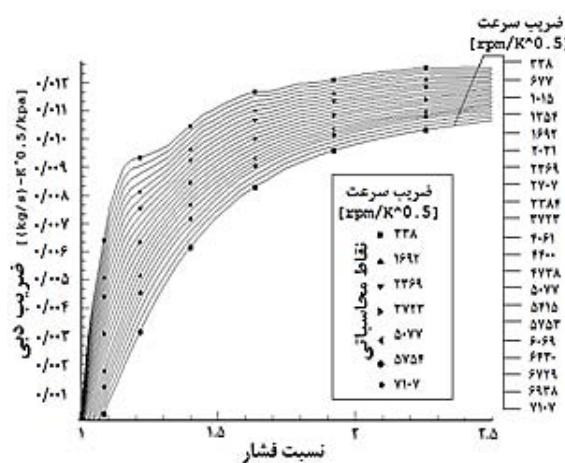
دور موتور در دقیقه	دبی متوسط جریان (kg/s)	دماهی سکون ورودی متوسط (K)	فشار استاتیک خروجی متوسط (kPa)
۵۰۰۰	۲۵۰۰	۹۹۸	
۰/۱۱۲۹	۰/۰۴۹۶	۰/۰۱۶۳	
۱۰۷۸	۱۰۹۹	۸۹۵	
۱۲۵/۸	۱۲۴/۳	۱۰۴/۵	

جدول ۷ مقایسه نتایج شبیه‌سازی و آزمون برای پارامترهای عملکردی توربین تحت جریان سه‌بعدی پایا

وضعیت	سرعت موتور دور در دقیقه	متوسط فشار خروجی (kPa)	متوسط فشار خروجی (kPa)	متوسط فشار خروجی (kPa)
شبیه‌سازی	۵۰۰۰	۲۵۰۰	۹۹۸	
آزمون	۳۷۰/۲	۱۹۷/۸	۱۲۴/۴	
درصد اختلاف	۳۳۹/۹	۱۸۰/۴	۱۱۲/۵	
شبیه‌سازی	۸/۹۲	۹/۶۰	۱۰/۶۰	
آزمون	۰/۰۱۰۵	۰/۰۰۸۵	۰/۰۰۴۱	
درصد اختلاف	۰/۰۱۱۵	۰/۰۰۹۴	۰/۰۰۴۶	
شبیه‌سازی	۸/۹۵	۹/۶۴	۱۰/۵	
آزمون	۶۰/۸	۶۰/۴	۳۵/۱	
درصد اختلاف	۵۷/۳	۵۵/۲	۲۹/۸	
درصد اختلاف	۶/۱	۹/۴۲	۱۷/۷۸	

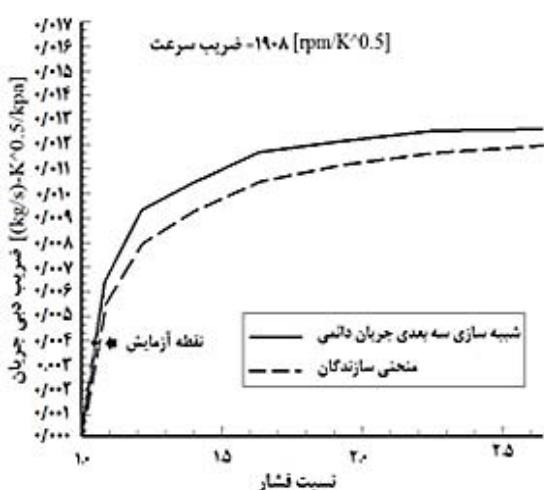
این مقایسه نشان می‌دهد در پارامترهای مختلف عملکردی موتور بین ۸ تا ۱۸ درصد اختلاف وجود دارد که این مقدار در دورهای بالاتر کاهش می‌یابد. دلیل این اختلاف‌ها را می‌توان در دقت تجهیزات آزمایشگاهی، مدلسازی، دقت محاسبات و بهویژه چشم‌پوشی از پالسی‌بودن جریان ورودی جستجو کرد. از آنجا

در شبیه‌سازی سهبعدی نیز برای کاهش زمان محاسبات استفاده از روش‌های عددی و رسم منحنی مشخصه با استفاده از نقاط عملکردی گستته^۱ اجتناب‌ناپذیر است. شکل ۱۶ منحنی مشخصه توربین توربوشارژر را که با استفاده از شبیه‌سازی سهبعدی جریان پایا به دست آمده نشان می‌دهد.

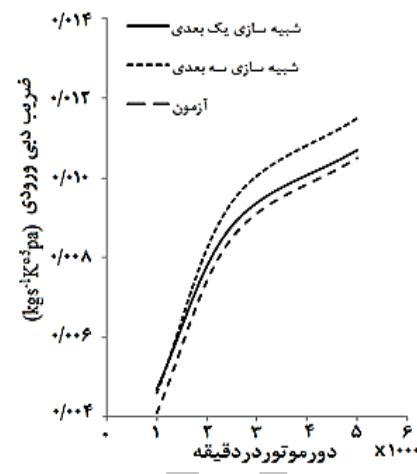


شکل ۱۶ رسم منحنی مشخصه توربین با استفاده از شبیه‌سازی سهبعدی

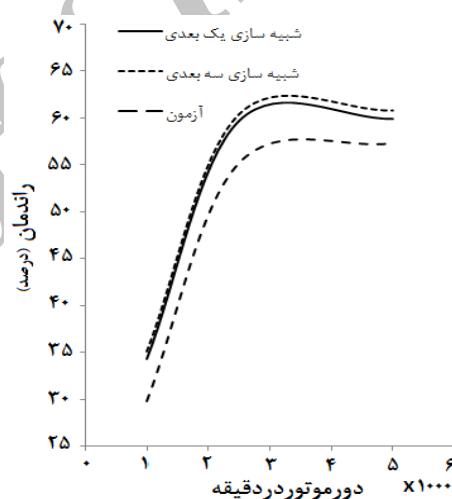
نگاهی دقیق‌تر به منحنی مشخصه توربین در سه دور متفاوت توربین واقعیت‌های دیگری را آشکار می‌کند. شکل‌های ۱۷ تا ۱۹ منحنی مشخصه توربین در سه پارامتر سرعت مختلف را نشان می‌دهند که حاوی نتایج زیرند:



شکل ۱۷ منحنی مشخصه توربین در دور معادل ۹۹۸ دور در دقیقه دور موتور



شکل ۱۴ مقایسه دبی ورودی توربین برای شبیه‌سازی‌های یکبعدی و سهبعدی و آزمون



شکل ۱۵ مقایسه راندمان ورودی توربین برای شبیه‌سازی‌های یکبعدی و سهبعدی و آزمون

۴-۸- شبیه‌سازی جریان سهبعدی پایا

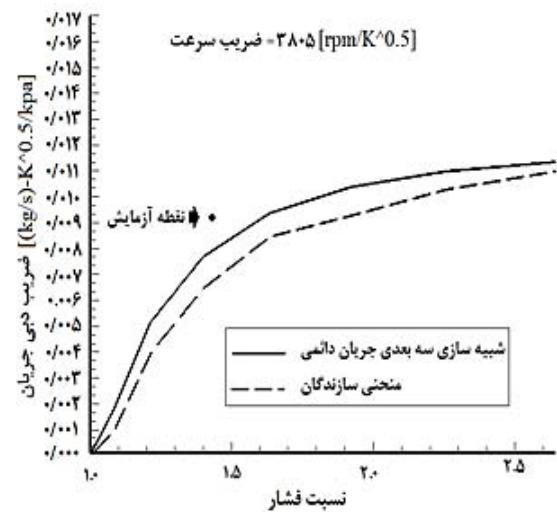
در شبیه‌سازی یکبعدی ناپایا مهم‌ترین مسئله در دسترس بودن منحنی مشخصه توربین است که توسط سازندگان توربوشارژر ارائه می‌شود. این منحنی‌ها تحت جریان پایا به دست آمده‌اند در حالی که جریان ورودی به توربین توربوشارژر تحت تاثیر حرکت رفت‌وآمدی پیستون یک جریان کاملاً ناپایاست. در ضمن تعداد نقاط اندازه‌گیری محدود بوده و منحنی‌های پیوسته جهت استفاده در جریان شبه‌پایا با درون‌یابی یا برونویابی به دست می‌آیند. یکی از مزیت‌های شبیه‌سازی سهبعدی آن است که می‌توان با استفاده از آن منحنی مشخصه توربین را بدون نیاز به آزمون‌های زمان بر و گران قیمت رسم کرد.

- در دورهای میانی توربین (معادل سرعت موتور ۲۰۰۰ تا ۵۰۰۰ دور در دقیقه) که موتور در بیشتر مواقع عملکرد در این دورها کار می‌کند، اختلاف بین منحنی سازندگان و شبیه‌سازی سه بعدی زیاد می‌شود. هر دو منحنی بر مبنای جریان پایا به دست آمده‌اند و اختلاف این دو در تفاوت‌های معمول و متداول شبیه‌سازی و آزمون خلاصه می‌شود.

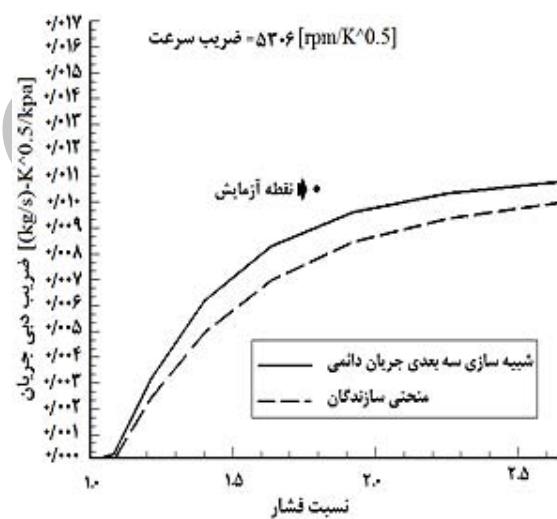
- در دورهای بالا (معادل سرعت موتور بالاتر از ۵۰۰۰ دور در دقیقه) که کمتر در دامنه عملکرد پایای موتور قرار می‌گیرند، مجدداً منحنی‌ها به هم نزدیک می‌شوند که خفگی توربین می‌تواند به عنوان عامل اصلی تلقی شود.

- نکته مهم‌تر در تمام این منحنی‌ها این است که در بیشتر دورها پاسخ‌های آزمون و دو منحنی سازندگان و شبیه‌سازی سه بعدی با هم تفاوت آشکار دارند. چون آزمایش‌های انجام شده در این مقاله برای یک توربین مستقر روی موتور انجام شده و جریان ورودی به توربین پالسی است و با توجه به صحه‌گذاری مدل‌سازی و شبیه‌سازی توسط آزمون‌ها، این اختلاف آشکار می‌تواند در پالسی‌بودن جریان ورودی به موتور جستجو شود. برای اطمینان از این اظهارنظر، شبیه‌سازی سه بعدی جریان ناپایا درون توربین می‌تواند بسیار کارآمد و تعیین‌کننده باشد.

یکی از نتایج شبیه‌سازی جریان سه بعدی مشاهده جزئیات بیشتر جریان داخل توربوشارژر است. چون تمرکز این مقاله روی توربین توربوشارژر است تحلیل جریان سه بعدی پایا داخل آن انجام شده است. شکل‌های ۲۰ تا ۲۲ جزئیاتی از این جریان داخل توربین را نشان می‌دهد. در شکل ۲۰ بردارهای سرعت داخل توربین نشان داده شده است. چنانکه مشاهده می‌شود، هنگام خروج جریان از توربین تعدادی از بردارهای سرعت به سمت داخل برگشته و به داخل فضای خالی محل قرارگیری دریچه اتفاق حرکت می‌کنند که علاوه بر ایجاد گردابه در خروجی باعث تحمیل یک فشار برگشتی نیز می‌شوند. در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که محل استقرار دریچه اتفاق مناسب نیست و لازم است تغییراتی در طراحی آن انجام شود. شکل‌های ۲۱ و ۲۲ به صورت نمونه توزیع فشار روی حلقه‌نی توربین و پره‌های آن را نشان می‌دهد. در خصوص سایر پارامترها نظیر دما، عدد ماخ، توزیع نیروها و غیره نیز می‌توان توسط شبیه‌سازی سه بعدی بررسی‌های دقیق‌تری انجام داد.



شکل ۱۸ منحنی مشخصه توربین در دور معادل ۲۵۰۰ دور در دقیقه دور موتور



شکل ۱۹ منحنی مشخصه توربین در دور معادل ۵۰۰۰ دور در دقیقه دور موتور

- در دور کم توربین (معادل سرعت موتور ۹۹۸ دور در دقیقه) که دبی جرمی و فشار ورودی کم است، نتایج منحنی سازندگان و شبیه‌سازی سه بعدی با آزمایش به هم نزدیک‌اند. از آنجا که آزمون‌ها با جریان پالسی انجام شده‌اند، در این نقاط فرکانس و دامنه جریان به قدری پایین است که اثرات این جریان پالسی چندان مشهود نیست. در دورهای پایین، بیشتر تاخیر سرعت‌گیری توربین^۱ ناشی از اینرسی قطعات دور توربوشارژر مطرح است.

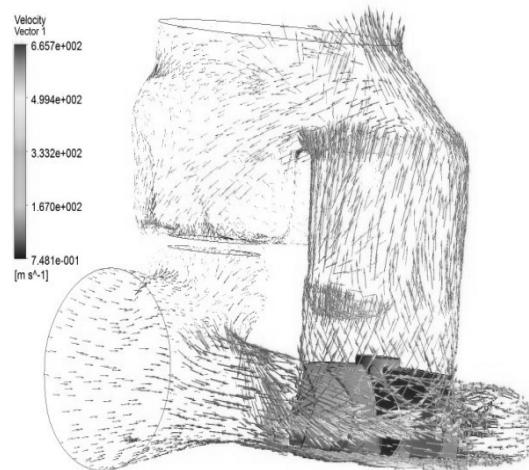
۹- نتیجه نهایی

در این مقاله، دو روش شبیه سازی یکبعدی جریان ناپایا و شبیه سازی سه بعدی جریان پایا، تراکم پذیر و لزج داخل توربین یک توربوشارژر موتور بنزینی با هم مقایسه شد. نتایج نشان می دهد وقتی بررسی و تحلیل عملکرد یک توربوشارژر انتخاب شده که منحنی مشخصه های توربین و کمپرسور توربوشارژر آن در دسترس باشند مدنظر باشد، روش یکبعدی در محدوده کاربردهای مهندسی دارای دقت کافی بوده و قابل اطمینان است. اما هنگامی که بررسی جریان یا ملاحظات طراحی داخل یک قسمت مشخص مانند توربین توربوشارژر به صورت جزئی مدنظر باشد، روش یک بعدی مورد استفاده کاملا ناتوان بوده و شبیه سازی جریان سه بعدی مورد نیاز خواهد بود. یک یا سه بعدی بودن جریان و پایا یا ناپایابودن آن از عوامل مهم اختلاف این دو شبیه سازی اند. مطالعات و تحلیل ها نشان می دهد که نقش پالسی بودن جریان ورودی نسبت به سه بعدی بودن آن دارای اهمیت بالاتری بوده و می تواند در محاسبه پارامترهای عملکردی توربوشارژر تاثیر بیشتری داشته باشد. همچنین، یکی از عوامل موثر در این اختلاف ناشی از قابل توجه بودن طول هندسی کانال ها و مجرای به نسبت سطح مقطع در سیستم خروجی موتور است.

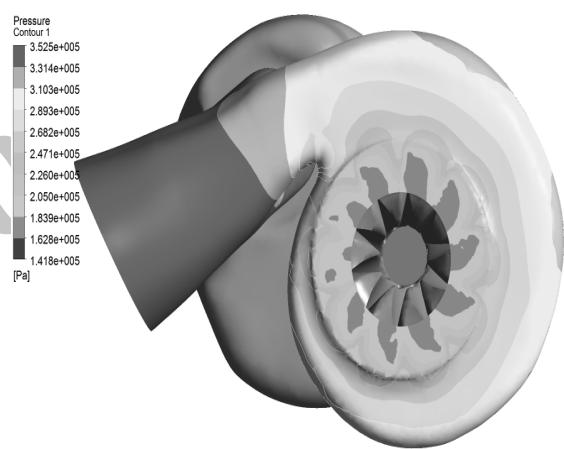
برای درگ بهتر علل این اختلاف ها و میزان تاثیرگذاری هریک از عوامل اشاره شده و رسیدن به پاسخی دقیق تر و قابل قبول تر، شبیه سازی سه بعدی جریان ناپایا (پالسی) مشابه آنچه در خروجی از موتور اتفاق می افتد اجتناب ناپذیر است.

۱۰- علائم و نشانه ها

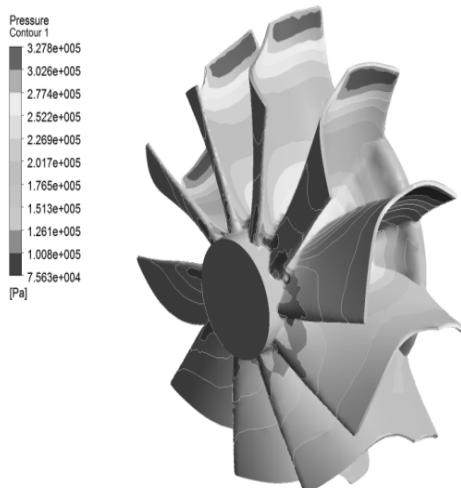
ثابت زبری دیواره	C
ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت ($\text{kJkg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	c_p
انتالپی ($\text{kJkg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	h
روتالپی ($\text{kJkg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	I
ممان اینرسی محور توربوشارژر (m^4)	J_{shaft}
دبی (kgs^{-1})	m
سرعت دورانی توربوشارژر (rpm)	N_{shaft}
فشار ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-2}$)	p



شکل ۲۰ بردارهای سرعت داخل توربین



شکل ۲۱ توزیع فشار روی حلزونی توربین



شکل ۲۲ توزیع فشار روی پره های توربین

دورانی	<i>rot</i>	بردار مکان (m)	<i>r</i>
ممنتوم	<i>M</i>	بردار شعاع محلی (m)	<i>R</i>
متغیر تابع زمان	(<i>t</i>)	چشمہ ممنتوم ($\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-2}$)	<i>S_M</i>
توربین	<i>tur</i>	دما (K)	<i>T</i>
۱۱- منابع		زمان (s)	<i>t</i>
[1] Benson R., Scrimshaw K., "An Experimental Investigation of Non-Steady Flow in a Radial Gas Turbine", <i>Institute of Mechanical Engineers</i> , 180, 1965, pp. 74-85.		سرعت (ms^{-1})	<i>U</i>
[2] Wallace F., Adgey J., Blari G., "Performance of Inward Radial Flow Turbines under Non-Steady Flow Conditions", <i>Proceeding of the Institute of Mechanical Engineers</i> , 184, 1969, pp. 183-195.		سرعت بی بعد نزدیک دیواره	<i>u⁺</i>
[3] Dale A., Watson N., "Vaneless Radial Turbocharger Turbine Performance", <i>ImechE Conference Transactions; Turbochargers and Turbocharging</i> , London, 1986, pp. 65-76.		سرعت اصطکاکی مماس بر دیواره (ms^{-1})	<i>u_τ</i>
[4] Winterbone D. E., Nikpour B., Alexander G. I., "Measurements of the Performance of a Radial Inflow Turbine in Conditional Steady and Unsteady flow", <i>ImechE Conference Transactions, 4th International Conference of Turbocharging and Turbocharging</i> , London, C405/015/90, 1990, pp. 153-160.		فاصله بی بعد از دیواره	<i>y⁺</i>
[5] Capobianco M., Gambarotta A., "Unsteady Flow Performance of Turbocharger Radial Turbines", <i>Proceeding of the Institute of Mechanical Engineers, Fourth International Conference of Turbocharging and Turbochargers</i> , London, C405/017/90, 1990, pp. 123-132.		فاصله از دیواره (m)	<i>Δy</i>
[6] Baines N. C., Hajilouy Benisi A., Yeo J. H., "The Pulse Flow Performance and Modeling of Radial Inflow Turbines", <i>Int. Conf. of Turbocharging and Turbochargers, Proceeding of the IMechE</i> , Paper C484/006/94, London, 1994, pp. 209-219.		توان (kW)	<i>W</i>
[7] Lam J. K. W., Roberts Q. D. H., McDonnell G. T., "Flow Modeling of a Turbocharger Turbine under Pulsating Flow", <i>ImechE. Conference Transactions from 7th International Conference on Turbochargers and Turbocharging</i> , 14-15 May, London, UK, 2002, pp. 181-196.		نسبت ظرفیت‌های گرمایی ویژه	<i>γ</i>
[8] Hellstrom F., Fuchs L., Numerical Computations of Pulsatile Flow in a Turbo-Charger", <i>AIAA- 46th Aerospace Sciences Meeting</i> , Reno, 2008.		ضریب هدایت گرمایی ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)	<i>λ</i>
[9] Launder B. E., Spalding B., "The Numerical Computation of Turbulent Flows", <i>Comput. Methods Appl. Mech. Eng.</i> , Vol. 3, No. 2, 1974, pp. 269-289.		دانسیته (kgm^{-3})	<i>ρ</i>
[10] Tannehill J. C., Anderson D. A., Pletcher R. H., <i>Computational Fluid Mechanics and Heat</i>		ویسکوزیته ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)	<i>μ</i>
		تنش برشی دیواره (kgms^{-2})	<i>τ_w</i>
		ثابت ون کارمن	<i>κ</i>
		سرعت زاویه‌ای (rads^{-1})	<i>ω</i>
		راندمان مکانیکی (%)	<i>η</i>

اندیس‌ها

واقعی	<i>a</i>
گریز از مرکز	<i>cfg</i>
کمپرسور	<i>comp</i>
کوریولیس	<i>cor</i>
ورودی	<i>in</i>
ایزنتروپیک	<i>is</i>
مکانیکی	<i>m</i>
سکون	<i>o</i>
خروجی	<i>out</i>

- [13] Adamczyk J., Celestina M. L., Grietzer E. M., "The Role of Tip Clearance in High-Speed Fan Stall", *Transactions of the ASME*, Vol. 115, January 1993, pp. 28-38.
- [14] Chima R. V., Calculation of Tip Clearance Effects in a Transonic Compressor Rotor, NASA TM 107216, May 1996.
- [15] Chung T. J., *Computational fluid dynamics*, UK, Cambridge University Press, 2002, ISBN 0 521 59416 2.
- Transfer, 2nd. Edition, Washington, USA, Taylor & Francis, 1997, ISBN 1-56032-046-X.
- [11] Versteeg H. K., Malalasekera W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics the Finite Volume Method*, Longman Scientific and Technical Press, UK, 1995, ISBN 0-470-23515-2
- [12] Bernard P. S., "Limitations of the Near-Wall k- ε Turbulence Model", *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 4, 1986, pp. 619-622.