



# محاسبه تحلیلی و عددی نفوذپذیری جریان در محیط متخلخل با هندسه مربعی

محسن نظری<sup>۱\*</sup>، علیرضا صالحی<sup>۲</sup>، مجتبی خاکسار<sup>۳</sup>

- ۱- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
  - ۲- دانشجوی کارشناسی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
  - ۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
- \* شماره پستی ۶۱۹۹۵۱۶۱ گنگه گنغ ه اعظلا ع پع ک

**چکیده-** در این پژوهش، ابتدا مرور کاملی از نحوه مدلسازی و محاسبه ضریب نفوذپذیری در مواد متخلخل ارائه شده و سپس ضریب نفوذپذیری یک ماده متخلخل با هندسه مربعی به صورت تحلیلی و عددی محاسبه شده است. هندسه انتخابی جهت مدل سازی محیط متخلخل دارای مقطع مربعی است که محور ایلاف های آن ها، به صورت عمودی نسبت به جریان قرار گرفته اند. جهت مدل سازی محیط، از مفهوم سلول واحد استفاده شده و با ایجاد آن و تکرار این الگو در راستای جریان، محیط مورد بحث حاصل شده است. معادلات حاکم بر جریان، پس از ساده سازی های مناسب، به صورت تحلیلی حل شده است و تابع صریحی برای ضریب نفوذپذیری محیط، بر حسب نسبت تخلخل، به دست آمده است. به علت نبود داده های آزمایشگاهی، مسئله نفوذپذیری به صورت عددی نیز مورد تحلیل قرار گرفته است. همچنین، با استفاده از آنالیز مقیاس نتایج حاصل از حل عددی، از دو طریق مورد بحث قرار گرفته است. بررسی های صورت گرفته گویای انطباق مناسب نتایج، به خصوص در میزان تخلخل های بالا می باشد. **کلیدواژگان:** نفوذپذیری، نسبت تخلخل، آنالیز مقیاسی، حل تحلیلی، حل عددی

## Analytical and numerical calculation of flow permeability in a porous medium with square cross section

M. Nazari<sup>1\*</sup>, A. R. Salehi<sup>2</sup>, M. Khaksar<sup>3</sup>

- ۱- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
  - ۲- دانشجوی کارشناسی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
  - ۳- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود
- \* شماره پستی ۶۱۹۹۵۱۶۱ گنگه گنغ ه اعظلا ع پع ک

**Abstract-** In this research, at first a complete review of modeling and calculation of permeability coefficient in porous media is presented and then permeability coefficient of a porous medium with square cross section is calculated analytically and numerically. The selected geometry for porous medium modeling is a square cell. The flow direction is perpendicular to the cross section of the cell. The governing equations of the flow are solved analytically and the permeability coefficient is expressed as a function of porosity. The numerical solution is also presented. The results show that the analytical and numerical results are in good agreement, especially in high porosity. **Keywords:** permeability, porosity, analytical solution, numerical solution

کلیدواژه: نفوذپذیری، نسبت تخلخل، آنالیز مقیاسی، حل تحلیلی، حل عددی

## ۱- مقدمه

نفوذ به داخل این فیبرها را نخواهد داشت. میزان نفوذپذیری یک محیط در حالت کلی تابعی از شکل فیبرها، نحوه قرارگیری آن‌ها نسبت به جریان و همچنین نحوه توزیع آن‌ها در راستاهای مختلف می‌باشد.

تاکنون روش‌های عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی متفاوتی توسط پژوهشگران جهت پیش‌بینی خصوصیات جریان در مواد متخلخل به کار رفته است. حل‌های تحلیلی صورت گرفته اغلب محدود به جریان‌های خزشی و دارای یک یا چند فیبر استوانه‌ای‌اند. مروری بر کارهای صورت گرفته در مرجع [۱] آمده است.

با بررسی دقیق این مرجع، می‌توان گفت که مطالعات در این زمینه به آزمایش‌های کار [۲] و سالی [۳] در حدود سال‌های ۱۹۴۰ برمی‌گردد. چندین روش حل تحلیلی در دهه ۵۰ میلادی، توسط کاوا [۴]، هاسی [۵]، هاپل [۶]، اسپارو [۷] و لوتن [۸] و سپس در دهه ۷۰ میلادی توسط هاپل و بوز [۹] پیشنهاد شد که در ادامه به بررسی دقیق‌تر هر یک از آن‌ها پرداخته خواهد شد.

کاوا [۴] در محل‌هایی که تنش برشی وجود نداشت از جریان‌های گردابه‌ای صرف نظر کرد. وی، با استفاده از شرایط مرزی محدودشده خود، توانست تابع جریان را برای محیط‌های متخلخل دارای آرایش‌های تصادفی حل کند و نفوذپذیری این محیط‌ها را در میزان تخلخل‌های بالا به دست آورد.

هاسی [۵] نفوذپذیری مواد متخلخل تحت جریانی عمود بر محور میکرو ساختارهای آن را تعیین کرد. میکروفیبرهای موجود در مدل وی، دارای سطح مقطع دایروی بودند. [۶] از روش حل سری جهت تحلیل معادلات حاکم برای مدل خود استفاده کرد.

هاپل [۷] و اسپارو [۸] و روتن [۹] در دهه ۵۰ میلادی تحقیقاتی را پیرامون نفوذپذیری در محیط دارای میکروفیبرهای موازی با جریان و با رویکرد کاربرد این هندسه در مبدل‌های حرارتی صورت دادند. هاپل [۱۰] با در نظر گرفتن سلول واحد دایره‌ای شکل که در مرکز آن یک میکروساختار استوانه‌ای قرار می‌گرفت، مدل خود را تعریف کرد. رویکرد وی در انتخاب شرایط مرزی (برای مدل تحلیلی خود)، به نوعی محدود شده بود به طوری که میزان تنش برشی را در روی حجم کنترل سلول واحد مدل، صفر در نظر گرفت. به هر حال، پیش‌بینی

امروزه مواد متخلخل کاربردهای متعددی در زمینه‌های مختلف مهندسی پیدا کرده‌اند. منافذ داخل محیط متخلخل می‌تواند کاملاً رندم و تصادفی باشد. در کلی‌ترین حالت ممکن، حرکت سیال در منافذ موجود در مواد متخلخل، می‌تواند یک الگوی سه‌بعدی داشته باشد. البته در کاربردهای خاص‌تر که نیاز است تا ماده متخلخل به صورت مصنوعی ساخته شود، منافذ عبوردهنده سیال، می‌توانند دارای چیدمان‌های یک‌بعدی و یا دوبعدی نیز باشند. از جمله کاربردهای مهم این مواد استفاده در زمینه جداسازی ذرات محلول در سیالات مختلف، بهینه‌سازی عایق‌های حرارتی، افزایش انتقال حرارت به صورت موضعی، تصفیه مواد در صنایع بیولوژیک، ساخت کامپوزیت‌ها و صنایع الکترونیکی [۱۱] می‌باشد.

خواص متعددی در ارتباط با این مواد تعریف می‌شود که یکی از کاربردی‌ترین خواص، میزان نفوذپذیری محیط است که عموماً به صورت بی بعد گزارش می‌شود.

مطالعات اولیه در این زمینه به آزمایش‌های داری برمی‌گردد. داری از وجود یک رابطه خطی بین افت فشار ایجادشده در طول واحد و سرعت میانگین سطحی خبر داد. وی رابطه زیر را پیشنهاد کرده است:

$$-\nabla P = \frac{\mu U_d}{k} \quad (1)$$

در این معادله  $\mu$  گرانروی سیال،  $U_d$  میانگین سرعت سطحی،  $k$  نفوذپذیری محیط متخلخل و  $\nabla P$  افت فشار در طول واحد می‌باشد.

این رابطه مکرراً در مقالات مورد استناد واقع شده و مناسب جریان خزشی اسف [۱۲]. اغلب برای پیدا کردن افت فشار به‌ویژه در شرایطی که رژیم حاکم بر جریان از نوع خزشی است ( $Re < 1$ ) از معادله داری استفاده می‌شود. مدل برینکمن-فریچیمر در واقع گسترش یافته مدل داری است و از این معادله زمانی استفاده می‌شود که رژیم جریان خزشی نیست (اعداد رینولدز متوسط و بالا). در این حالت، اثرات اینرسی در محیط متخلخل می‌بایست در نظر گرفته شوند.

به اجزای سازنده ماتریس یک محیط متخلخل، میکروالیاف‌های ساختاری یا فیبرهای ساختاری گفته می‌شود. سطح این فیبرهای جامد، عموماً به صورت نفوذناپذیر در نظر گرفته می‌شود و سیال عبوری از بین این ماتریس جامد، قابلیت

جامد) جریان با جواب‌های عددی به‌دست آمده توسط سانجی و آکریوف **هل**، و همچنین جواب برای حالت موازی جریان، با نتایج به‌دست آمده توسط هاپل و **بض هل** مقایسه شده است. روش داراموند و تهیر در حالت عمودی انطباق بسیار مناسبی با مدل تحلیلی سانجی و آکریوف **هل** دارد، به‌همین علت در میزان تخلخل‌های بالا دارای دقت مضاعفی است.

صحرايي و کاویاض **هل** با در نظر گرفتن اثرات اینرسی، به صورت عددی به بررسی جریان عمود بر فیبرهای استوانه‌ای پرداختند. رابطه پیشنهادی آنان تنها در بازه محدودی از نسبت تخلخل  $0.17 < \varepsilon < 0.4$  دارای دقت مناسبی است.

در سال‌های اخیر، مطالعاتی در شاخه نفوذپذیری در محیط‌های متخلخل یک‌بعدی و دوبعدی توسط سوپرا و کلیچ **هل** صورت پذیرفته است. مدل محاسباتی آن‌ها برگرفته از مدل ارائه‌شده توسط کلاج و همکار **هل** به همراه انجام اصلاحات مناسب در آن مدل می‌باشد. مقایسه نتایج آنان با حل‌های عددی صورت‌گرفته، گویای دقت بالای روش محاسباتی در نسبت تخلخل‌های بالاست. همچنین، مولفان نفوذپذیری محیط با چیدمان تصادفی فیبرها را به صورت تابعی از فاصله بین این میکروفیبرها و عدد بدون بعد توزیع تصادفی گزارش کرده **هل**.

پژوهش‌های گسترده دیگری نیز در زمینه مواد متخلخل صورت گرفته است. مواد متخلخل واقعی دارای میکروفیبرهایی با چیدمان‌های تصادفی در راستاهای مختلف می‌باشند. محققان همواره به دنبال یافتن رابطه‌ای بودند که بتوان توسط آن نفوذپذیری چنین محیط‌هایی را در حالت کلی و با آرایش کاملاً تصادفی‌اش پیش‌بینی کرد. برای دست‌یابی به این مهم، از تحلیل جریان در وضعیت‌های یک‌بعدی و دوبعدی و بسط نتایج آن برای جریان‌های سه‌بعدی می‌توان استفاده کرد.

مدل پیشنهادشده توسط جکسون و جیف **هل** نیز بر همین اساس می‌باشد. پژوهش صورت‌گرفته توسط این محققان، بر روی مواد با جنس‌های مختلف از جمله مواد پلیمری با زنجیره‌های مختلف و پلاستیک‌های فایبرگلاس بود. همچنین مدل ارائه شده برای جریان با عدد رینولدز کم و نسبت تخلخل بالا برقرار می‌باشد. رابطه پیشنهادشده در این مرجع از طریق انجام آزمایش به‌دست آمده است. جکسون و جیمز در روش تئوری خود موفق به ارائه یک روش حل دقیق برای معادله

روش وی برای میزان نفوذپذیری جریان‌های موازی، در مواردی که نسبت تخلخل محیط پایین بوده و میکروفیبرهای مجاور بر روی شرایط یکدیگر اثرگذارند، غیردقیق است.

در همان دهه، تحقیقاتی توسط اسپاراو و لوئیس **هل** بر روی مواد متخلخل با چیدمان‌های مربعی و شطرنجی صورت گرفت. آنان معادله پواسون را در دستگاه مختصات استوانه‌ای، برای مدل خود به‌کار بردند و بعد از به‌دست آوردن حل عمومی، با اعمال شرایط مرزی، ضرایب مربوط به حل سری را به صورت تابعی از نسبت تخلخل محاسبه کردند. در نهایت، آنان موفق به پیشنهاد رابطه‌ای شدند که تنها در میزان تخلخل‌های بالا دقت کافی داشت. همچنین توزیع سرعت به‌دست آمده توسط مولفین در مرجع **هل** به صورت جدولی در گزارش‌هایشان آمده است، لیکن به آسانی نمی‌توان از آن بهره گرفت.

هاپل و **بض هل** معادله استوکس را برای جریان آزاد پیرامون یک استوانه و در وضعیت‌های عمودی و موازی با محور آن مورد بررسی قرار دادند. آنان از هرگونه تنش برشی در مدل خود صرف‌نظر کرده و همچنین توزیع سرعت را در ورودی به صورت کاملاً یکنواخت در نظر گرفتند. شرایط مرزی آنان با شرایط انتخابی توسط کاوابارا متفاوت است. طبق فرضیه آنان میزان مقاومت در برابر نفوذپذیری جریان، برای مواد متخلخل دارای ساختارهای سه‌بعدی، معادل با  $1/3$  همین مقاومت در حالت موازی به علاوه  $2/3$  آن در حالت عمودی جریان، در محیط‌های دارای ساختارهای یک‌بعدی است.

سانجی و آکریوف **هل** نفوذپذیری لزج جریان، به‌ازای نسبت تخلخل‌های مختلف، برای محیط دارای استوانه‌هایی با چیدمان مربعی و متناوب را به‌دست آوردند. مدل ارائه‌شده توسط مولفان پیش‌بینی دقیقی در میزان تخلخل‌های مختلف دارد. سانجی و **فیل هل** در ادامه به گسترش مطالعات در زمینه آرایش‌های تصادفی پرداختند. آنان گزارش‌هایی را در زمینه روش‌های حل عددی برای جریان‌های عمود و موازی با محور فیبرهای ساختاری، برای محیط با آرایش یک‌بعدی تصادفی ارائه کردند. داراموند و **تفیل هل** معادلات استوکس را برای جریان در حالت‌های متفاوت حل کرده و از روش توزیع تکین برای پیدا کردن میدان جریان در محیط‌های متخلخل با ساختارهای مربعی، مستطیلی، مثلثی و شش‌وجهی بهره‌بردند. در تحقیق این محققان **هل**، نتایج حالت عمودی (بر فیبر

مدل خود از تکنیک انتگرالی استفاده کردند. آنان با فرض وجود یک توزیع سرعت سهموی برای نمایه سرعت در داخل سلول واحد و انتگرال‌گیری از معادلات بقای جرم و ممنتوم، روابط تحلیلی فشرده‌ای را برای افت فشار و نفوذپذیری در یک سلول واحد از محیط متخلخل مورد نظر به دست آوردند. هندسه انتخابی، دارای سطح مقطع دایره‌ای بود. نتایج نهایی پژوهش آن‌ها با نتایج آزمایشگاهی به دست آمده توسط ژانگ و دیگران تطابق بسیار خوبی در همه میزان تخلخل‌ها دارد.

در این پژوهش، ابتدا از شبیه‌سازی جریان و حل عددی برای به دست آوردن افت فشار و نفوذپذیری در ماده متخلخل استفاده شده است و در ادامه نیز برای بررسی صحت نتایج به دست آمده، از روش آنالیز مقیاسی و همچنین حل تحلیلی معادلات حاکم استفاده شده است.

اهداف پژوهش حاضر عبارت‌اند از:

- نکته قابل توجه و پراهمیت، مرور جامع تحقیقات (روش‌های عددی، تجربی، تحلیلی) انجام شده در این زمینه است که از دیدگاه مولفان، خلا آن مشاهده می‌شود.
- توسعه مدل‌سازی و حل عددی برای محاسبه نفوذپذیری و همچنین دست‌یابی به میدان سرعت در محیط‌های متخلخل
- استفاده از نتایج حل عددی برای اصلاح برخی از مدل‌های موجود در جریان عمودی، به علت نبود داده‌ها و نمونه‌های آزمایشگاهی
- توسعه روش‌های تحلیلی
- تشخیص پارامترهای هندسی وابسته و بحث در مورد اثرات آن‌ها

در این تحقیق، از مفهوم سلول واحد برای تعیین نفوذپذیری ماده متخلخل، در جریان عمود بر محور میکروفیبرها، استفاده شده است. در روش عددی، معادلات حاکم بر جریان به روش حجم محدود تحلیل شدند.

با استفاده از مقادیر به دست آمده برای افت فشار و با توجه به معادله دارسی، مقادیر نفوذپذیری به‌ازای نسبت تخلخل‌های مختلف به دست آمدند. در روش تحلیلی، معادلات حاکم در سلول واحد مورد بررسی قرار گرفته و با ارائه فرضیات فیزیکی مناسب، حل شده و تابع صریحی برای نفوذپذیری محیط

ناویر-استوکس حاکم بر محیط متخلخل بی‌قاعده (دارای چیدمان تصادفی) شدند.

تماداکیس و استریچفیلد نفوذپذیری یک ماده متخلخل غیرهمگن و دارای الیاف در بسترهای همپوشانی‌شده را در حالات مختلف یک‌بعدی، دوبعدی و سه‌بعدی مورد بررسی قرار دادند. گرچه نمونه‌های آن‌ها همه حالات توزیع تصادفی را شامل می‌شد، اما در اغلب موارد تفاوت‌های موجود بین پیش‌بینی روش آن‌ها با داده‌های آزمایشگاهی چشم‌گیر است.

آولندا و ترکیفیلد با استفاده از ایجاد تشابه بین رسانایی الکتریکی و نفوذپذیری جریان، یک حد بیشینه‌ای برای نفوذپذیری در محیط‌های متخلخل پیشنهاد کردند. تاماداکیس و روبرتسوفیلد با بررسی نتایج آزمایشگاهی اظهار داشتند که به دست آوردن حد کمینه و بیشینه برای نفوذپذیری، مربوط به حالت‌های موازی و عمودی جریان در ساختارهای دارای میکروفیبرهای یک‌بعدی است.

پژوهش‌های آزمایشگاهی مختلفی نیز در زمینه بررسی نفوذپذیری محیط‌های متخلخل وجود دارد. ۲۰-۲۱. مروری از تحقیقات آزمایشگاهی انجام شده به صورت خلاصه در جکسون و جیفیلد، استروم و همکاران و تاماداکیس و روبرتسوفیلد آمده است. خلاصه‌ای از کارهای صورت گرفته در این پژوهش‌ها به صورت زیر است:

۱. در تحقیقات صورت گرفته توجه کمتری به میکروالیاف‌های با سطح مقطع غیردایره‌ای شده است.
۲. بیشتر حل‌های صورت گرفته به صورت برازش یک منحنی بر داده‌های به دست آمده از روش‌های آزمایشگاهی یا عددی است و روش‌های تحلیلی کمتر مورد توجه بوده‌اند.
۳. مدل‌های تحلیلی موجود جامعیت کافی ندارند و همچنین در تمام نسبت تخلخل‌ها دارای دقت مطلوب نیستند.
۴. در بیشتر پژوهش‌های صورت گرفته نمایه سرعت در ابعاد سلول واحد به دست نیامده است.
۵. در پژوهش‌های صورت گرفته، کم‌تر از آنالیز مقیاسی برای تعیین میزان نفوذپذیری استفاده شده است.

اخیراً، تمایل و بهرازیل نفوذپذیری محیط‌های متخلخل با ساختارهای مختلف را در مقابل جریان‌های موازی و عمودی نسبت به محور میکروالیاف‌ها مورد بررسی قرار داده‌اند. آنان از مفهوم سلول واحد جهت مدل‌سازی و همچنین جهت تحلیل

میزان تخلخل محیط با پارامتر بدون بعد  $\varepsilon$  بیان می‌شود. این پارامتر هندسی با توجه به سطح مقطع اشغال شده توسط فیبر، فواصل موجود بین آن‌ها در جهات مختلف و همچنین شکل فیبر انتخابی، قابل تغییر است. در این مقاله  $\varepsilon$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = 1 - \left(\frac{d}{s}\right)^2 \quad (2)$$

به ازای کلیه مقادیر  $d$  در صورتی که  $s = \sqrt{2}d$  باشد، سطوح جامد مربعی شکل به یکدیگر می‌رسند، در این صورت میزان نفوذپذیری جریان صفر می‌شود. به بیان دیگر هیچ جریانی در محیط متخلخل برقرار نخواهد بود. بنابراین، در این مدل تنها مقادیر  $\varepsilon > 0.5$  معنادار است.

شرایط مرزی مسئله برای حل عددی معادلات حاکم به صورت زیر می‌باشد:

مقطع ورودی: سرعت ورودی

مقطع خروجی: صفر بودن گرادیان سرعت افقی

سطوح میکروالیاف‌ها: شرط عدم لغزش

مرز مشترک بین دو سلول واحد (در راستای عمودی): شرط

تقارن یا گرادیان صفر در جهت عمودی.

مرز مشترک بین دو سلول واحد (در راستای افقی):

تقارن جریان نسبت به این خط (مولفه عمودی سرعت در

روی این مرز صفر می‌باشد).

نتایج حل عددی در سلولی گزارش می‌شود که جریان در آن به حالت کاملاً توسعه یافته رسیده باشد. به بیان دیگر، افت فشار و پروفیل‌های سرعت در محدوده سلول واحد هفتم (از ورودی مدل) ثبت شده است، جایی که جریان به صورت کاملاً توسعه یافته است. همان‌گونه که بیان شد، معادله داریسی هنگامی به کار می‌رود که رژیم جریان عبوری، خزشی باشد. پارامتر غالب در این نوع جریان‌ها، ویسکوزیته است و در تحلیل جریان از اثرات اینرسی صرف نظر می‌شود. از آنجایی که عموماً در روش‌های عددی مشکلات مربوط به روش تحلیلی وجود ندارد و معادلات حاکم می‌توانند به راحتی به عبارات جبری قابل حل تبدیل شوند، بنابراین گسسته‌سازی مربوط به معادلات حاکم بر جریان می‌تواند به صورت کامل و با در نظر گرفتن همه بخش‌ها اعم از جابه‌جایی و پخش صورت پذیرد. اما برای انطباق بهتر نتایج عددی با نتایج حاصل از روش تحلیلی ارائه شده، پارامترهای موثر بر عدد رینولدز به نحوی انتخاب

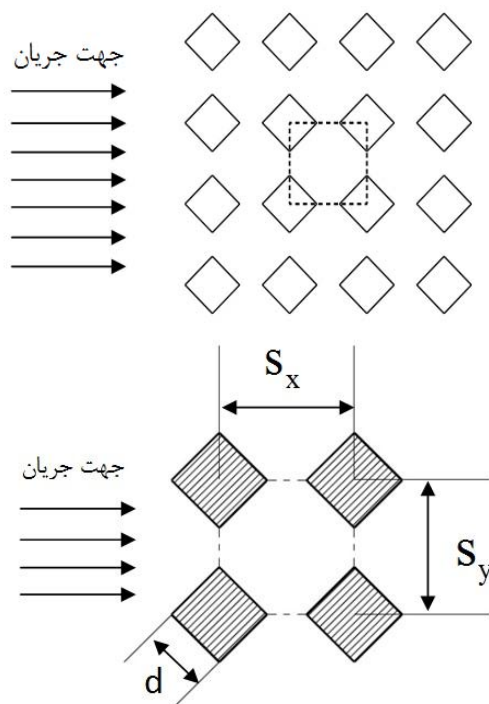
متخلخل فیبری ارائه شده است. همچنین، از روش آنالیز مقیاسی نیز برای پیش‌بینی نفوذپذیری محیط مورد نظر استفاده خواهد شد. کلاچ و همکاران **۱۹۹۸** این روش را به منظور افزایش میزان دقتش مورد بازنگری قرار داده‌اند. روش تحلیلی به دست آمده در پژوهش حاضر، پس از ساده‌سازی، نفوذپذیری را به صورت تابعی از نسبت تخلخل محیط پیش‌بینی می‌کند.

## ۲- تحلیل نفوذپذیری در محیط متخلخل

### ۲-۱- مدل‌سازی عددی

نمای کلی محیط متخلخل و جهت عبور جریان نسبت به میکروالیاف‌ها در شکل ۱ مشخص شده است. سطح مقطع الیاف مربعی شکل‌اند. جهت مدل‌سازی مسئله از مفهوم سلول واحد استفاده شده است.

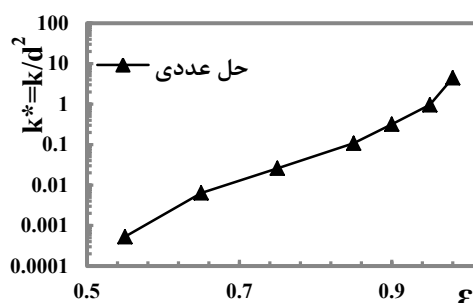
الگوی این سلول، به صورت پرئودیک و در جهت طولی گسترش یافته است. با حفظ کلیت مسئله و به جهت ساده‌سازی اولیه، فواصل طولی و عرضی موجود بین محور الیاف‌های ساختاری مدل به صورت  $s_x = s_y = s$  در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱ نمونه‌ای از سلول واحد برای مدل‌سازی محیط متخلخل

جدول ۱ نتایج عددی برای نفوذپذیری عمودی جریان

| تعداد شبکه | $kx$    | $\Delta P$ (خ ع) | $U_d$ (ل ک) | $L$ (ک ع) | $\varepsilon$ |
|------------|---------|------------------|-------------|-----------|---------------|
| ۶۱۰۲۱۴     | ۰/۰۰۰۵۳ | ۱۰۱              | ۰/۰۰۵۱      | ۱/۴۹      | ۰/۵۵          |
| ۴۱۳۲۶۴     | ۰/۰۰۶۴  | ۳۰/۴             | ۰/۰۱۶۳      | ۱/۶۹      | ۰/۶۵          |
| ۴۸۲۷۷۳     | ۰/۰۲۶   | ۱۵/۸             | ۰/۰۲۹۳      | ۲         | ۰/۷۵          |
| ۴۵۰۴۳۷     | ۰/۱۰۱۸  | ۷/۵۶             | ۰/۰۴۵۲      | ۲/۵۸      | ۰/۸۵          |
| ۱۷۹۲۵۹     | ۰/۳۱۷۸  | ۳/۸۵             | ۰/۰۵۵۳      | ۳/۱۶      | ۰/۹           |
| ۱۵۶۹۷۱     | ۰/۹۶۲   | ۰/۴۴۵            | ۰/۰۶۸۴      | ۴/۴۷      | ۰/۹۵          |
| ۱۱۷۸۶۷     | ۴/۴۴۹۲  | ۰/۱۷۸            | ۰/۰۸        | ۷/۰۷      | ۰/۹۸          |



شکل ۲ نفوذپذیری در مقابل نسبت تخلخل محیط

## ۲-۲- روش آنالیز مقیاسی

نسبت حجمی جامد در سلول واحد که به فاصله بین دو فیبر مجاور بستگی دارد را به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$\varphi = \frac{d^2}{s^2} \quad (۶)$$

اگر اندازه منافذ موجود بین میکروفیبرها نسبت به اندازه متوسط ملکول‌های سیال عبوری از بین آن‌ها، به حد کافی بزرگ‌تر باشد، شرایط پیوستگی جریان برقرار بوده و می‌توان از معادلات ناویر استوکس در مقیاس‌های کوچک روزه‌ها نیز استفاده **نخن هن**.

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (۷)$$

$$-\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} = \rho \vec{a} \quad (۸)$$

با صرف نظر کردن از بخش اینرسی داریم:

$$\nabla P = \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (۹)$$

از آنالیز مقیاسی برای تعیین درستی میزان افت فشار به‌دست آمده از روش عددی استفاده خواهد شد. در این روش،

شدند که عدد رینولدز به اندازه کافی کوچک باشد (۰/۰۵  $\leq kx$ ) تا اختلاف احتمالی بین پیش‌بینی دو روش (در تخمین نفوذپذیری) به اندازه کافی کوچک باشد. معادله داریسی به صورت زیر نیز بازنویسی می‌شود:

$$k = \frac{\mu L}{\Delta p} U_d \quad (۳)$$

جهت مشخص شدن نفوذپذیری به پارامترهای  $\mu$ ،  $\Delta p$ ،  $L$  و  $U_d$  نیازمندیم. با نوشتن معادله پیوستگی برای یک سلول داریم:

$$U_d = u_{inlet} \frac{(s - \sqrt{2}d)}{s} \quad (۴)$$

از این معادله با توجه به سرعت ورودی جریان، می‌توان به میانگین سرعت در هر مقطع دست پیدا کرد.

به‌ازای نسبت‌های تخلخل کوچک‌تر از ۰/۹۵، مقدار سرعت در ورودی مدل  $u_{inlet} = ۰/۱ \left(\frac{m}{s}\right)$  و برای نسبت‌های تخلخل بزرگ‌تر  $u_{inlet} = ۰/۰۲ \left(\frac{m}{s}\right)$  در نظر گرفته شده است. در معادله (۳)،  $L$  طول سلول واحد است. با توجه به نسبت تخلخل، مقدار  $s_x = s_y = s$  نیز به‌دست می‌آید:

$$s = \sqrt{\frac{d^2}{1-\varepsilon}} \quad (۵)$$

$\mu$  گرانیوی سیال است که در تمامی موارد حل‌شده  $\mu = ۰/۰۷ \frac{kg}{m.s}$  در نظر گرفته شده است. میزان افت فشار در طول سلول واحد با  $\Delta p$  نشان داده شده است که بیانگر اختلاف فشار بین مرز ورودی و خروجی سلول واحد است. برای حل معادلات حاکم از روش حجم محدود استفاده شد. میزان حساسیت نتایج عددی به تعداد شبکه با انتخاب اندازه‌های مختلف برای شبکه کنترل شد که دقیق‌ترین جواب‌های به‌دست آمده در جدول ۱ گزارش شده است. برای حل جریان در حالت پایا از الگوریتم سیمپل استفاده شده و روش گسسته‌سازی معادلات از نوع مرتبه دو است. طول ضلع مربع برای همه مدل‌ها  $d = 1 \text{ cm}$  فرض شده است. پارامترهای به‌دست آمده پس از حل عددی، که شامل نفوذپذیری بی‌بعد ( $k^* = k/d^2$ ) و افت فشار در طول سلول واحد است، در جدول ۱ و به صورت خلاصه گزارش شده است.

در شکل ۲ میزان نفوذپذیری در مقابل نسبت تخلخل نیز رسم شده است. همان‌گونه که مشخص است، با افزایش نسبت تخلخل، نفوذپذیری نیز افزایش می‌یابد.

برای محاسبه ترستی در مقالات ارائه شده اسف ۳۰-۳۱. کلیه روابط پیشنهادی می‌بایست شرایط زیر را ارضا کن:

$$\begin{aligned} 1- \tau &> 1 \\ 2- \lim_{\tau \rightarrow 1} \tau &= 1 \\ 3- \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \tau &\rightarrow -3 \end{aligned}$$

یکی از معروف‌ترین مدل‌های تجربی ارائه شده برای تعیین ترستی مدل آرچین می‌باشد:

$$\tau = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^\alpha = \left(\frac{1}{1-\varphi}\right)^\alpha \quad (12)$$

در این رابطه  $\alpha$  عددی ثابت و  $\varepsilon$  میزان تخلخل محیط مورد بحث است. بوکوفین مقدار این ثابت را برای بسترهای فشرده  $\alpha = 0.5$  پیشنهاد می‌کند. همچنین به علت وجود تشابه جریان در بسترهای فشرده یک‌بعدی و دوبعدی متخلخل مقدار ثابت  $\alpha$  برابر  $0.5$  فرض شده است. پژوهش‌های توماداکیس و روبرتس نشان داد که میزان فاکتور ترستی در مواد متخلخل با ساختار سه‌بعدی کمتر از نمونه‌های یک‌بعدی و دوبعدی است. بنابراین برای چنین ساختارهایی مقدار  $\alpha = 0.3$  در نظر گرفته می‌شود. با توجه به مطالب بیان شده در قسمت‌های قبلی  $\beta$  و  $\delta_{\min}$  در این مقاله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\delta_{\min} = s - \sqrt{2}d \quad (13)$$

$$\beta = \left(\frac{s-\sqrt{2}d}{s}\right) \quad (14)$$

با جایگذاری معادله (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) در معادله (۱۱) و ساده‌سازی‌های لازم، نفوذپذیری بی‌بعد  $k^*$  به صورت زیر است:

$$k = c \frac{(s-\sqrt{2}d)^3}{(s\sqrt{1-\varphi})} \quad (15)$$

$$k^* = \frac{c}{\sqrt{1-\varphi}} \left(\frac{1}{\varphi} - 2\sqrt{2\varphi} + 3\sqrt{\frac{2}{\varphi}}\right) \quad (16)$$

با توجه به در دسترس نبودن نمونه‌های آزمایشگاهی، از نتایج حاصل از حل عددی برای به دست آوردن ضریب  $c$  استفاده شد. روش‌های ارائه شده در مقالات مبتنی بر دو فرض اساسی است:

#### الف) فرض ثابت بودن ضریب $c$ :

در این روش، با استفاده از نتایج گزارش شده در جدول ۱ و جایگذاری آن‌ها در معادله (۱۶)، مقدار ثابت  $c$  به‌ازای مقادیر

میزان تغییرات پارامترهای اصلی در داخل معادلات حاکم جایگذاری می‌شود. نصف فاصله موجود بین فیبرها با  $\delta_{\min}$  نشان داده شده است که معیاری از سطح مقطع ورودی به سلول است و تغییرات اندازه سرعت در این بخش نرخ بالایی دارد.

تعیین میانگین سرعت، در مقطع دارای کمترین مساحت تصویر شده، توسط سوپرا و کلیچین انجام شد. آنان این پارامتر را به‌عنوان مشخصه مقیاسی سرعت پیشنهاد کردند. اما فرضیات آنان در اندازه تخلخل‌های پایین غیرکاراست و تنها برای ساختارهایی با  $\varepsilon > 0.8$  دقت بالایی دارد.

کارفرین استدلال جامعی در این زمینه ارائه کرده است. وی بیان کرد که الگوی جریان در عرض یک سلول با طول  $L$ ، به صورت کاملاً مستقیم و یکنواخت نیست، بلکه ذرات سیال به منظور پیمودن این فاصله می‌بایست که مسیر با طول  $L_e$  و دارای پیچ و خم‌های متفاوتی را طی کنند. از این رو انتظار می‌رود که نتایج حاصل از آنالیز مقیاسی سرعت در محیط متخلخل، که شامل اختلاف فشار ثابتی هستند، به طور معکوس با نسبت  $\frac{L_e}{L}$  ارتباط داشته باشد. وی این نسبت را با نام فاکتور ترستی،  $\tau$  معرفی کرد. از این رو با آنالیز سرعت در ابعاد کوچک روزه‌ها داریم:

$$\vec{V} \approx \frac{U_D}{\tau \beta} \quad (10)$$

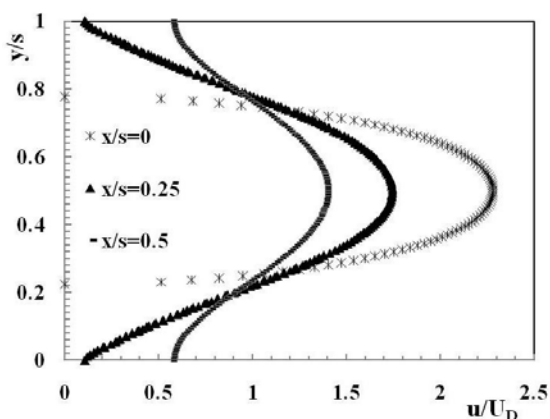
در این معادله، نسبت کمترین مساحت عبور جریان به کل مساحت سلول واحد در راستای عبور جریان می‌باشد. با جایگذاری این معادله، برای مقیاس سرعت و استفاده از  $\delta_{\min}$  به‌عنوان مقیاس طولی، نفوذپذیری محیط‌های متخلخل از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$k = c \beta \delta_{\min}^2 \tau \quad (11)$$

در این معادله  $c$  مقدار ثابتی است که می‌بایست از طریق مقایسه با نتایج به دست آمده (تجربی یا عددی) محاسبه شود. بنابراین اگر مقادیر  $\beta$  و  $\delta_{\min}$  موجود باشند، نفوذپذیری قابل محاسبه است. فاکتور ترستی در واقع نسبت طول مسیری است که می‌بایست به طور متوسط توسط یک ذره طی شود ( $L_e$ ) تا این ذره به اندازه  $L$  در مسیر مستقیم پیش برود. به دلیل اهمیت فراوان این موضوع در نفوذ جرم، حرارت و رسانش الکتریسته، حل‌های تحلیلی و روابط تجربی مختلفی

## ۳- نمایه‌های سرعت

نمونه‌ای از پروفیل‌های سرعت به دست آمده از طریق حل عددی و به ازای  $\varepsilon = 0.09$  در شکل ۴ نمایش داده شده‌اند. برای نمایش بهتر پروفیل‌ها، مولفه سرعت در جهت  $x$  ( $u$ ) و همچنین مختصه  $z$  در داخل سلول واحد به کمک دو پارامتر  $u_d$  و  $s$  بی‌بعد شده‌اند. همچنین برای نمایش بهتر تغییرات میدان سرعت، نمایه‌ها در ۳ مقطع مختلف و در کنار یکدیگر در یک نمودار رسم شده‌اند. همان‌گونه که از نمودار مشخص است، پروفیل سرعت کاملاً سهموی نیست، ولی با تقریب معادله داری می‌توان از توزیع سهموی برای حل تحلیلی معادلات استفاده کرد. در حل تحلیلی ارائه شده، از یک پروفیل سرعت سهموی استفاده شده است. نکته بسیار مهم این است که در حالت واقعی توزیع سرعت در داخل سلول واحد کاملاً سهموی نیست. پروفیل واقعی سرعت در ورودی و خروجی سلول واحد به پروفیل سهموی فرض شده نزدیک بوده ولی در سایر مقاطع (در داخل سلول واحد) از این فرض انحراف دارد.



شکل ۴ نمونه‌ای از پروفیل‌های سرعت به ازای  $\varepsilon = 0.09$

سوال اصلی اینجاست که آیا پروفیل فرض شده می‌تواند نفوذپذیری را به خوبی پیش‌بینی کند؟ جواب این سوال مثبت است. علت این است که قسمت عمده افت فشار (که در معادلات هم ظاهر شده) در نزدیکی ورودی و خروجی سلول واحد اتفاق می‌افتد، یعنی جایی که تغییر سطح مقطع شدید داریم. از طرفی در همین قسمت پروفیل سرعت فرض شده با واقعیت انطباق خوبی دارد. برای شفاف‌شدن موضوع مجدد تاکید می‌شود که نفوذپذیری محیط متخلخل از محاسبه افت

مختلف  $\varepsilon$  به دست می‌آید. بهترین نتیجه حاصل مربوط به حالت  $c = 0.24$  می‌باشد، در این صورت معادله (۱۷) برای نفوذپذیری بدون بعد انطباق خوبی با داده‌های به دست آمده از حل عددی خواهد داشت. منحنی به دست آمده، با فرض ثابت بودن ضریب  $c$  به اتفاق نقاط به دست آمده از حل عددی، در شکل ۳ مشخص می‌باشند، که گویای انطباق خوب این نمودار با داده‌های عددی است.

$$k^* = \frac{0.24}{\sqrt{\varepsilon}} \left( \frac{1}{(1-\varepsilon)} - 2\sqrt{2(1-\varepsilon)} + 3\sqrt{\frac{2}{(1-\varepsilon)}} \right) \quad (17)$$

ب) برازش منحنی برای محاسبه ضریب  $c$ :

این روش مبتنی بر تعریف یک منحنی برازش، برای تمامی ضرایب  $c$ ، به دست آمده از معادله (۱۶) می‌باشد. پس از مقداری عملیات ریاضی، معادله به دست آمده به صورت زیر است:

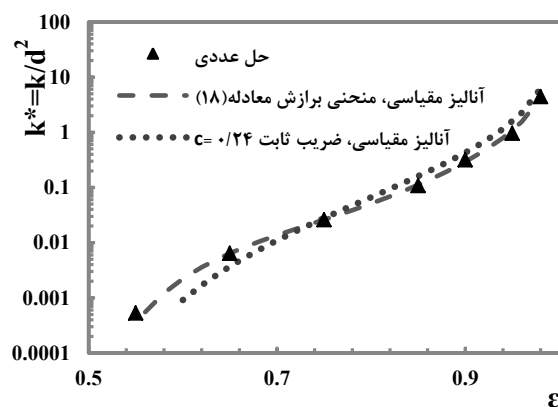
$$c(\varepsilon) = (-12.94)\varepsilon^3 + (35.8)\varepsilon^2 - (32.94)\varepsilon + 10.27 \quad (18)$$

با جایگذاری رابطه به دست آمده از این روش در معادله (۱۶)

داریم:

$$k^* = \frac{c(\varepsilon)}{\sqrt{\varepsilon}} \left( \frac{1}{(1-\varepsilon)} - 2\sqrt{2(1-\varepsilon)} + 6 - 3\sqrt{\frac{2}{(1-\varepsilon)}} \right) \quad (19)$$

این رابطه انطباق بسیار مطلوبی با داده‌های عددی دارد. در شکل ۳ داده‌های عددی و نمودار  $k^*$  بر حسب  $\varepsilon$  رسم شده است.



شکل ۳ مقایسه نتایج حل عددی، آنالیز مقیاسی به ازای  $c = 0.24$  معادله (۱۷) و به ازای برازش منحنی معادله (۱۸)



می‌توان از این مولفه سرعت روی مرزهای افقی مشترک سلول‌ها صرف نظر کرد. این فرض  $u_b \bar{T}^*$  در میزان تخلخل‌های پایین، دارای خطای کمتری است، زیرا در این صورت الیاف‌های ساختاری دارای فواصل کمتری نسبت به یکدیگر می‌باشند و ساختمان فشرده‌تری دارند که این مورد با فرض مطرح‌شده سازگاری بهتری دارد.

با فرض عدم لغزش در دیواره میکروالیاف‌های ساختاری از معادله (۲۰) می‌توان به نمایه سرعت دست یافت:

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} (y^2 - \delta^2) \quad (21)$$

همان‌طور که در شکل ۵ مشخص است،  $\delta$  نصف فاصله موجود بین دو محور میکروفیبر مجاور هم در راستای  $\bullet$  می‌باشد. معادلات توصیف‌کننده  $\delta$  به صورت زیرند:

$$\delta = \begin{cases} \frac{s}{2} + \left(x - \frac{d}{\sqrt{2}}\right) & 0 \leq x \leq \frac{d}{\sqrt{2}} \\ \frac{s}{2} & \frac{d}{\sqrt{2}} \leq x \leq \frac{s}{2} \end{cases} \quad (22)$$

با جایگذاری نمایه سرعت به دست آمده معادله (۲۱) در معادله پیوستگی و انتگرال‌گیری از معادله حاصل، رابطه زیر برای افت فشار به دست آمد:

$$\Delta p_{\text{unitcell}} = 3\mu Q \int_0^{\frac{s}{2}} \frac{dx}{\delta^3} \quad (23)$$

در این معادله  $Q$  نرخ جریان حجمی عبوری از سلول واحد یا همان دبی حجمی است. با توجه به رابطه (۲۲) و انتگرال‌گیری از معادله (۲۳) داریم:

$$\Delta p_{\text{unitcell}} = \frac{3}{2} \mu Q \left\{ \frac{12}{s^2} - \frac{4}{(s + \sqrt{2}d)^2} - \frac{8\sqrt{2}d}{s^3} \right\} \quad (24)$$

با جایگذاری معادله بالا در رابطه دارسی (۱) و ساده‌سازی، می‌توان نفوذپذیری  $k$  را به صورت تابعی از پارامترهای هندسی الگوی واحد به دست آورد. با جایگذاری معادله (۲) در معادله بالا و ساده‌سازی،  $k^*$  بر حسب  $\varepsilon$  و به صورت زیر به دست می‌آید:

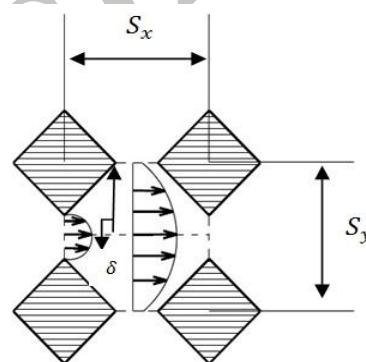
$$k^* = \left(\frac{1}{12}\right) * \left(\frac{1}{1-\varepsilon}\right) * \frac{(3-2\varepsilon-2\sqrt{2}\sqrt{(1-\varepsilon)})}{(6-2\sqrt{2}\sqrt{(1-\varepsilon)}-5\varepsilon-2\sqrt{2}(1-\varepsilon)^{\frac{3}{2}})} \quad (25)$$

نمودار حاصل از معادله بالا به اتفاق نتایج به دست آمده از سایر روش‌های مورد بحث در قسمت‌های قبلی در شکل ۶ نمایش داده شده است.

فشار در سلول واحد حاصل شده است. به بیان دیگر محاسبه صحیح افت فشار (با دقت مناسب) منجر به یک بیان دقیق از نفوذپذیری محیط متخلخل خواهد شد.

#### ۴- حل تحلیلی

شکل ۵ نحوه چیدمان فیبرهای مربعی شکل در سلول واحد را نشان می‌دهد. همان‌طور که بیان شد در این مقاله کلیه محاسبات صورت گرفته براساس فرض  $S_x = S_y = S$  می‌باشد که علاوه بر حفظ کلیت مسئله موجب کاهش حجم محاسبات می‌شود. ضمناً، روش ارائه شده قابلیت توسعه در حالت کلی  $S_x \neq S_y$  را نیز داراست.



شکل ۵ نمونه‌ای از سلول واحد محاسباتی

با توجه به معادله دارسی (۱) مشخص می‌شود که نفوذپذیری با افت فشار کل در یک سلول واحد متناسب است. معادلات حاکم با فرض برقراری جریان خزشی توسعه یافته، پایا و تراکم‌ناپذیر در محیط متخلخل تحلیل شدند. در این نوع جریان‌ها عموماً می‌توان، با صرف نظر کردن از تاثیرات بخش اینرسی، معادله ناویر-استوکس را به فرم ساده شده زیر نوشت:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (20)$$

به علت وجود شرط تقارن جریان در مرز افقی موجود بین دو سلول کنار هم، بزرگی مولفه میدان سرعت در راستای  $y$  برابر صفر است. البته در حالت کلی و در این پژوهش، اندازه مولفه سرعت روی مرزهای موازی با جریان (مرزهای مشترک پایینی و بالایی) مخالف صفر است، اما با توجه به کوچک بودن این مولفه ( $u_{bx}$ )، به خصوص در مواد با ساختارهای فشرده‌تر،

## ۵- بررسی نتایج

به دست آمده توسط یزدچی و همکاران [۲۳] و نتایج پژوهش حاضر صورت پذیرفته است. همچنان که از شکل ۶ مشخص است، نتایج پژوهش حاضر انطباق بسیار مناسبی با نتایج منتشر شده در محدوده وسیعی از نسبت تخلخل دارد.

## ۶- خلاصه و نتیجه گیری

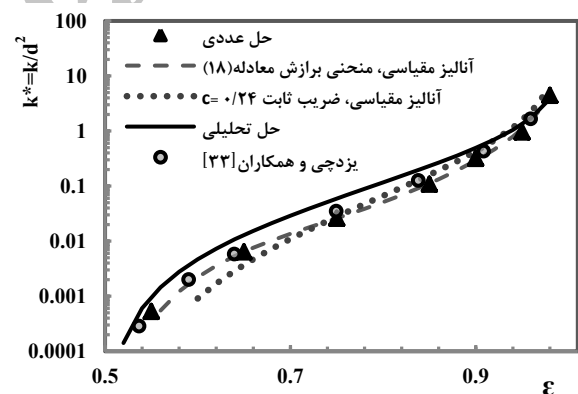
در این پژوهش، ابتدا مرور کاملی از نحوه مدلسازی و محاسبه ضریب نفوذپذیری در مواد متخلخل ارائه شده و سپس ضریب نفوذپذیری یک ماده متخلخل با هندسه مربعی به صورت تحلیلی و عددی محاسبه شده است. روش‌های تحلیلی، عددی و آنالیز مقیاسی جهت بررسی افت فشار و نفوذپذیری در مواد متخلخل به کار برده شد. با استفاده از مفهوم سلول واحد، مدل محیط متخلخل به دست آمد. این محیط، با تکرار الگوی این سلول به صورت متناوب و همگن در یک بعد و به صورت عمود نسبت به جریان حاصل شد. با استفاده از روش عددی مقدار افت فشار و متعاقب آن میزان نفوذپذیری محیط مورد بحث برآورد شد. با استفاده از روش آنالیز مقیاسی مجموعه‌ای از روابط برای نفوذپذیری مدل متخلخل با هندسه مربعی، به صورت خلاصه، ارائه شدند. پیش‌بینی روش‌های عددی، آنالیز مقیاسی و تحلیلی برای تخمین نفوذپذیری محیط‌های متخلخل دارای میکروالیاف‌های ساختاری با مقطع مربعی با یکدیگر مقایسه شدند. نتایج به دست آمده مبین انطباق مناسب این روش‌ها در میزان تخلخل‌های مختلف است. برای اثبات صحت پیش‌بینی روش عددی به کار برده شده، نتایج این پژوهش با نتایجی که اخیراً توسط یزدچی و همکاران [۲۳] گزارش شده مورد مقایسه قرار گرفته است و دارای انطباق بسیار مناسبی در بازه وسیعی از نسبت تخلخل می‌باشد.

با توجه به معادله داری در جریان‌های دارای عدد رینولدز خیلی کم  $Re \ll 1$  (موسوم به جریان‌های خزشی)، با افزایش میزان نفوذپذیری مقدار افت فشار کاهش می‌یابد.

## ۷- مراجع

گم‌الفز، ر. ک. گم‌الفز، ج. ج. افق‌عکب‌گ‌رضیل، اعلام‌علم‌پلاغ‌فت ک‌ک‌ع‌د غ‌گ‌ه‌م‌ف‌ع‌ع‌ب‌لاغ‌خ، ل‌م‌ع‌ف‌ک‌م‌ب‌ل‌م‌غ‌غ‌ف‌ب ع‌ف‌ع‌ف‌ل‌م‌و‌ع‌ع‌ک‌ک‌ک‌ا‌ف‌ل‌ع‌گ‌گ‌ب، "م‌و‌م‌ل‌غ‌د ق‌ف‌ع‌ه‌ق‌ع‌ک‌ا ع‌ک‌ع‌ق‌ع‌م‌ک‌ک‌ب‌لاغ‌گو، ب‌غ‌م‌ف‌د، Journal of Composite Materials، ۳۹، ۲۰۰۵، ۱۶۳-۱۸۸.

در شکل ۶ نتایج به دست آمده از هر ۳ روش در کنار یکدیگر نشان داده شده‌اند. روش  $c$  ثابت تنها به‌زای میزان تخلخل‌های بالا  $\epsilon > 0.65$  انطباق خوبی با داده‌های حاصل از حل عددی مسئله دارند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، جواب‌های حاصل از برازش ثوابت  $c$  بهترین انطباق را با نمونه‌های حل شده از روش عددی دارند. یکی از نکات مهم در تخمین پارامتر نفوذپذیری این است که تابع نفوذپذیری در تمام محدوده نسبت تخلخل دقت کافی داشته باشد. برخی از مدل‌ها در نسبت تخلخل‌های بالا پیش‌بینی خوبی از نفوذپذیری دارند، ولی در اعداد کوچک نسبت تخلخل با خطا مواجه‌اند. در مدل ارائه شده، با دقت بسیار خوبی در تمام محدوده نسبت تخلخل به پیش‌بینی نفوذپذیری اقدام شده است. مقایسه نتایج نیز موید همین موضوع است. ضمناً، همان‌گونه که از نتایج ملاحظه می‌شود، تابع نفوذپذیری به صورت لگاریتمی رسم شده است که در تمامی مقالات و کتاب‌ها از این شکل نمایش بهره برده می‌شود.



شکل ۶ مقایسه روش تحلیلی، عددی و آنالیز مقیاسی

پیش‌بینی نفوذپذیری به کمک مدل تحلیلی ارائه شده اختلاف کمی با روش عددی دارد و اختلاف موجود به علت فرضیاتی است که برای ساده‌سازی معادله مومنوم در روش تحلیلی به کار رفته است. این ساده‌سازی منجر به یک پروفیل سهموی در داخل سلول واحد شد که با واقعیت انحراف داشت. ولی همین فرض ساده‌کننده قادر به پیش‌بینی نفوذپذیری با دقت مطلوب بود. دلیل آن در بخش ۳ مقاله مفصلاً ارائه شد. علاوه بر آن، برای اعتبارسنجی هر چه بیشتر نتایج، به خصوص صحت نتایج به دست آمده از روش عددی، مقایسه‌ای هم بین نتایج

دک ژ، *Physical Review*, "سختی هکدک فیک لولالا الاغ ع ج", ۷۴, ۲۰۰۶, ۰۳۶۳۰۲-۱-۱۰.

فیک هک هک هک ع ج لولالا "The", دت ب لولالا ع ج دس. دت لولالا ع ج لولالا *Canadian Journal of Chemical Eng.*, دت ژ, ۱۹۸۶, دت, ۳۶۴-۳۷۴.

م لاک د لولالا "T", دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Journal of Chemical Physics*, دت ژ, ۱۹۹۳, دت, ۶۱۶-۶۲۶.

فیک هک لولالا "R", دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Physics of Fluids*, دت ژ, ۱۹۹۱, دت, ۲۵۲۹-۲۵۴۰.

فیک هک لولالا "Flow", دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Industrial Engineering and Chemical Fundamentals*, دت ژ, ۱۹۷۰, دت, ۵۹۶-۶۰۳.

فیک هک لولالا "ASME", دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Transactions*, دت ژ, ۱۹۵۰, دت, ۸۸۱-۸۸۸.

فیک هک لولالا "Stu", دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Annals of Occupational Hygiene*, دت ژ, ۱۹۶۷, دت, ۲۳-۳۰.

فیک هک لولالا "International Journal of Multiphase Flow", دت ژ, ۱۹۹۵, دت, ۷۵۵-۷۷۴.

فیک هک لولالا "Stag", دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Rheologica. Acta*, دت ژ, ۱۹۹۷, دت, ۳۶۷۳۸۳.

فیک هک لولالا "C", دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Experiments in Fluids*, دت ژ, ۱۹۹۲, دت, ۱۱۹-۱۲۶.

فیک هک لولالا "The", دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Proceedings of American Society of Composites Technical Conference*, دت ژ, ۱۹۹۵, دت, ۵۴۸-۵۵۶.

فیک هک لولالا "Journal of Composite Materials", دت ژ, ۱۹۹۲, دت, ۱۳۵۱-۱۳۷۳.

فیک هک لولالا "ASME FED2008", دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *ASME FED2008*, دت ژ, ۲۰۰۸.

فیک هک لولالا "Physical Review E", دت ژ, ۲۰۰۰, دت, ۶۱۶-۶۲۵.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Journal of Power Sources*, دت ژ, ۲۰۰۶, دت, ۲۲۸-۲۳۸.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Physics of Fluids*, دت ژ, ۱۹۹۷, دت, ۱۵۶۲-۱۵۷۲.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Principles of Heat Transfer in Porous Media*, دت ژ, ۱۹۹۲.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Journal of the Society of Chemical Industry*, دت ژ, ۱۹۳۸, دت, ۲۲۵-۲۳۴.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Journal of Applied Physics*, دت ژ, ۱۹۴۲, دت, ۷۲۵-۷۳۰.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Journal of Physical Society of Japan*, دت ژ, ۱۹۵۹, دت, ۵۲۷-۵۳۲.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Journal of Fluid Mech.*, دت ژ, ۱۹۵۹, دت, ۳۱۷-۳۲۸.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *American Institute of Chemical Engineers Journal*, دت ژ, ۱۹۷۴, دت, ۱۷۴-۱۷۷.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *International Journal of Multiphase Flow*, دت ژ, ۱۹۸۲, دت, ۱۹۳-۲۰۶.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Physics of Fluids*, دت ژ, ۱۹۸۸, دت, ۲۴۳۵-۲۴۴۴.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *International Journal of Multiphase Flow*, دت ژ, ۱۹۸۴, دت, ۵۱۵-۵۴۰.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *International Journal of Heat Mass Transfer*, دت ژ, ۱۹۹۴, دت, ۱-۴۴.

دت ژ. دت لولالا ع ج لولالا *Physics of Fluids*, دت ژ, ۱۹۸۸, دت, ۲۴۳۵-۲۴۴۴.

- کع لرعکچم ففن، هلالع قع عفا لم یقو ډ غغT، " یغ فاع لاهن ائتل لافگن لایغ د کئگڈ عکف کفک لایغ پ فک عفا ۱، Transactions of AIME، ۱۹۴۶، ډک ۶۲، ۵۴-۵۶، ۱۹۴۶، ډک ۶۲-۵۴.
- ډ، هک عمچ، ډ، عن عم لایغ فیلاد، ډ، فغ فغ ع شرض ائتل یغ گه مققع ع ع لایغ غ عم کک لم عغ یغ ډ قلام علا ک لایغ M، "edial، International Journal of Multiphase Flow، ۲۰۱۱، ۳۷، ډک ۳۷، ۲۰۱۱، ډک ۳۷-۳۶، ۹۵۶-۹۶۶.
- ع کف فغ کم هانگ لکم ن فاع م ع پ غغT، ډ، خ ب مع ع لایغ ب ص ائتل، Geometrica et Cosmochimica Acta، ۱۹۹۶، ډک ۶۰، ۳۱۳۹-۳۱۴۲.
- م مع گ ډ غ غغ گ ډ غ غغ ف ف ق ع ف لایغ C، ډ، ش ک غ غ ډ، چ ک غ غ ص ائتل، Chemical Engineering Science، ۲۰۰۷، ۶۲، ډک ۶۲، ۳۷۴۸-۳۷۵۵.

Archive of SID