http://mechanics.journals.modares.ac.ir
مجله علمی پژوهشی
مهندسی مکانیک مدرس
دوره ۱۲ شماره ۱ اردیبهشت ۱۳۹۱ ص‌ص ۶۶-۷۶
تاریخچه مقاله:
دریافت ۹۰/۴/۲۳
پذیرش ۹۰/۱۱/۲۰
ارائه در سایت ۹۱/۱/۳۰

آنالیز ارتعاشی لوله‌های جدار ضخیم ترک‌دار حامل سیال

موسی رضائی[1*]، وحید عرب‌ملکی[2]

۱- دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز
۲- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز
* تبریز، صندوق پستی ۳۱۵-۵۱۶۶۵، m_rezaee@tabrizu.ac.ir

چکیده- در مقاله حاضر تأثیر ترک بر رفتار ارتعاشی و سرعت بحرانی سیال در لوله‌های جدار ضخیم ترک‌دار مورد بررسی قرار گرفته است. ترک در لوله به صورت کاهش سفتی موضعی مدل شده است که دو قسمت سالم را در محل ترک به یکدیگر متصل می‌سازد. روش انرژی پاریس در محاسبه انعطاف‌پذیری باریکه ترک‌دار برای محاسبه انعطاف‌پذیری موضعی در لوله ترک‌دار تعمیم داده شده است. ضمن صحه‌سنجی مدل ارائه شده با نتایج تجربی موجود در ادبیات فن، از مدل مزبور در تحلیل ارتعاشی لوله جدار ضخیم ترک‌دار حامل سیال استفاده شده است. برای حل معادله حاکم بر سیستم، روش تحلیلی جدیدی ارائه و با اعمال شرایط مرزی و بین مرزی، معادله فرکانسی استخراج شده است. نتایج نشان می‌دهد که جریان سیال باعث افت فرکانس‌های طبیعی لوله ترک‌دار حامل سیال می‌شود و در سرعت بحرانی سیال، فرکانس طبیعی اول برابر صفر شده و سیستم ناپایدار می‌شود. همچنین وجود ترک باعث کاهش سرعت بحرانی و فرکانس‌های طبیعی لوله ترک‌دار می‌شود. صحت مدل ارائه‌شده با استفاده از نتایج تجربی موجود در ادبیات فن به اثبات رسیده است.

کلید واژگان: آنالیز ارتعاشی، لوله ترک‌دار، فرکانس طبیعی، جریان سیال، سرعت بحرانی

Vibration analysis of a cracked pipe conveying fluid

M. Rezaee[1*], V. A. Maleki[2]

1- Assoc. Prof. of Mech. Eng., Univ. of Tabriz, Tabriz, Iran
2- MSC Graduate of Mech. Eng., Univ. of Tabriz, Tabriz, Iran
* P. O. B. 51665-315 Tabriz, m_rezaee@tabrizu.ac.ir

Abstract- In this paper, the effect of the crack on the vibration behavior of a thick-walled cracked pipe conveying fluid is investigated. The presence of a crack on the pipe introduces considerable local flexibility at the crack location. This flexibility is modeled by the fracture mechanics approach. The accuracy of the model is validated through the experimental data reported in the literature. Then, by using the mentioned model, the vibration analysis of the cracked pipe conveying fluid has been accomplished. Moreover, in order to solve the equation governing the vibration of the cracked pipe conveying fluid, a new analytical technique based on the power series method is proposed. Then, by applying the boundary conditions and the compatibility conditions at the crack location, the frequency equation is obtained. The results are presented by appropriate curves showing the variation of the natural frequency of the cracked pipe conveying fluid in terms of the crack depth and the fluid flow velocity. Also, the results show that for a cracked pipe with a given depth and location for the crack, by increasing the fluid flow velocity, the natural frequencies of the pipe decrease. In addition, as the fluid velocity approaches to a certain value, the fundamental natural frequency approaches zero and instability occurs.

Keyword: Cracked Pipe, Vibration Analysis, Natural Frequency, Fluid Flow, Critical Velocity

۱- مقدمه

به‌دلیل کاربرد گسترده لوله‌های حامل سیال به عنوان تجهیزاتی برای انتقال سیال، مطالعه رفتار دینامیکی لوله‌های حامل سیال از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. وجود هرگونه عیب در این سازه‌ها باعث تغییر در رفتار دینامیکی سازه شده و اگر به موقع تشخیص داده نشود می‌تواند منجر به خرابی و خسارات فاجعه‌باری شود. معمولاً برای تشخیص عیوب در اجزای مکانیکی و سازه‌ها از تست‌های غیرمخرب و روش‌های بررسی سلامت سازه[1] استفاده می‌شود. یکی از تست‌های غیرمخرب برای تشخیص وجود ترک در سازه استفاده از روش‌های ترک‌یابی بر اساس آنالیز ارتعاشی می‌باشد که مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است[۱-۷]. از آنجایی که وجود هرگونه عیب در سازه باعث تغییر در مشخصه‌های ارتعاشی سازه از جمله فرکانس‌ها و شکل مودهای ارتعاشی می‌شود بنابراین با اندازه‌گیری و بررسی تغییرات مشخصه‌های ارتعاشی سازه می‌توان به وجود عیب در سازه پی‌برد.

روش تشخیص ترک مبتنی بر مشخصه‌های ارتعاشی سازه در ابتدا نیازمند یک مدل دقیق از ارتعاشات آزاد سازه می‌باشد که به خوبی و با دقت مناسبی بتواند اثر پارامترهای ترک (موقعیت و عمق ترک) بر رفتار ارتعاشی را نشان دهد. وجود ترک در سازه باعث کاهش سفتی معادل سازه می‌شود. برخی از محققین ترک را به صورت کاهش موضعی سطح مقطع تیر در محل ترک مدلسازی کرده‌اند[۸]. برخی دیگر نیز ترک را به صورت یک فنر پیچشی معرفی کرده‌اند که انعطاف‌پذیری موضعی ناشی از حضور ترک در سازه را به سیستم اضافه می‌کند[۹-۱۰]. سفتی پیچشی معادل ناحیه ترک از روش انرژی محاسبه می‌شود. برای تیرها با سطح مقطع مربعی، شفت‌ها و یا لوله‌های جدار نازک، سفتی پیچشی معادل را می‌توان با دانستن رابطه میان ضریب شدت تنش[2] و مشخصات ترک محاسبه کرد[۱۱]. در مدل سفتی فنر پیچشی، ترک به صورت فنر پیچشی مدل می‌شود که دو قسمت سالم سازه را در محل ترک به یکدیگر متصل می‌سازد. با استخراج جواب دقیق معادله حاکم بر ارتعاش قسمت سالم و با اعمال شرایط مرزی و بین مرزی در محل ترک به معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشی دو قسمت سالم سازه، می‌توان معادله فرکانسی سازه ترک‌دار را استخراج کرد. محققان متعددی با استفاده از روش مزبور به بررسی رفتار ارتعاشی سازه‌های ترک‌دار پرداخته‌اند[۱۲-۱۴]. اسماعیل‌زاده خادم و همکارانش[۱۴] به مطالعه تئوری و تجربی رفتار ارتعاشی لوله ترک‌دار با ترک محیطی پرداخته‌اند. آن‌ها سطح مقطع لوله را معادل تیری درنظر گرفته‌اند که ضخامت آن دو برابر ضخامت جداره لوله و پهنای آن نصف محیط متوسط لوله است. در مدل آن‌ها، سفتی فنر پیچشی بر اساس روابط ارائه‌شده برای تیر با سطح مقطع مستطیلی بیان شده است. یه و همکاران[۶] با استفاده از روش المان محدود به بررسی رفتار ارتعاشی لوله‌های ترک‌دار در غیاب جریان سیال پرداخته‌اند. آن‌ها نشان دادند که وجود ترک در سازه باعث افت فرکانس‌های طبیعی می‌شود و اثر ترک بر کاهش فرکانس‌های طبیعی بالا بیشتر است.

نانی‌وادکار و همکاران[۱۰] با استفاده از روش ماتریس انتقال به بررسی اثر پارامترهای ترک بر رفتار ارتعاشی لوله‌های جدار ضخیم که تحت تأثیر فشار داخلی قرار دارد پرداخته‌اند. آن‌ها اثر پارامترهای ترک و همچنین جهت ترک را بر فرکانس‌های طبیعی مورد بررسی قرار داده‌اند. موری‌گاندراپا و همکاران[۱۵] به مطالعه تئوری و تجربی رفتار ارتعاشی لوله‌های ترک‌دار پرداخته و سپس روشی را برای مشخص‌کردن پارامترهای ترک ارائه داده‌اند. آن‌ها ترک را با استفاده از فنر پیچشی مدل کرده و با استفاده از روش ماتریس انتقال به بررسی رفتار ارتعاشی و عیب‌یابی در لوله‌ها پرداخته‌اند. همچنین آن‌ها در تحقیق دیگری[۱۶] با استفاده از روش انرژی به بررسی رفتار ارتعاشی و ترک‌یابی در لوله‌های حاوی سیال پرداخته‌اند.

هر چند در بسیاری از تحقیقات انجام‌شده به بررسی اثر پارامترهای ترک در لوله‌های جدار ضخیم حاوی سیال[۱۷-۱۹] و نیز در غیاب سیال[۶،۲۰] پرداخته شده است، اما عمده تحقیقات انجام‌شده در این زمینه بر اساس روش‌های عددی از قبیل روش ماتریس انتقال[۱۵] و روش المان محدود[۱۸] بوده که سبب بروز خطای زیادی در محاسبات می‌شود و از این روش‌ها به سهولت نمی‌توان برای ترک‌یابی در لوله‌ها استفاده کرد. استفاده از مدل فنر پیچشی در مورد تیرها و لوله‌ها در غیاب سیال، به دلیل وجود جواب تحلیلی برای معادلات حاکم

1. Structural health monitoring
2. Stress intensity factor

بر رفتار ارتعاشی، بسیار ساده است، اما در مورد لوله‌های جدار ضخیم حامل سیال با توجه به این که معادله حرکت حاکم بر رفتار ارتعاشی به صورت معادله دیفرانسیل پاره‌ای شامل مشتقات ترکیبی نسبت به متغیرهای مکان و زمان می‌باشد، بنابراین روشی برای حل دقیق این معادله وجود نداشته و در نتیجه استفاده از مدل فنر پیچشی به مراتب پیچیده‌تر خواهد بود. تاکنون روشی برای حل تحلیلی معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ارتعاشی لوله حامل سیال ارائه نشده است.

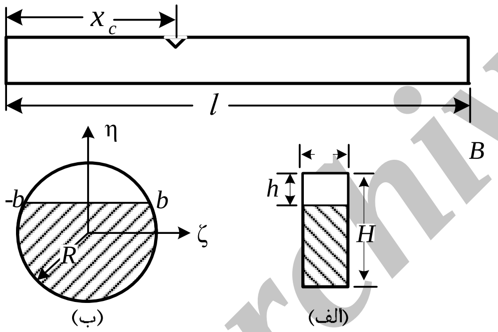
در تحقیق حاضر، روش تحلیلی جدیدی برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ارتعاش عرضی و همچنین محاسبه سرعت بحرانی سیال در لوله‌های جدار ضخیم ترک‌دار حامل سیال ارائه شده است. ترک به صورت یک فنر پیچشی بدون جرم با سفتی معادل ناحیه ترک که لوله را به دو قسمت تقسیم می‌کند مدل شده است. پس از استخراج معادله حاکم بر رفتار ارتعاش عرضی لوله حامل سیال، با استفاده از روش جدید ارائه‌شده جواب معادله به‌دست آمده و با اعمال شرایط مرزی و بین‌مرزی در محل ترک، معادله فرکانسی حاکم بر لوله حاوی سیال که تابعی از خواص مکانیکی و هندسی لوله و پارامترهای ترک و سرعت سیال می‌باشد استخراج و به بررسی اثر پارامترهای ترک و سرعت سیال بر رفتار ارتعاشی لوله حاوی سیال پرداخته شده است. مقایسه بین نتایج حاصل از مدل ارائه‌شده با نتایج تجربی موجود در ادبیات فن، علاوه بر صحه‌گذاری بر مدل جدید ارائه‌شده نشان می‌دهد که مدل جدید ضمن سادگی با دقت مناسبی رفتار ارتعاشی لوله‌های حاوی سیال را به‌ازای بازه گسترده‌ای از پارامترهای ترک و سرعت سیال پیش‌بینی می‌کند.

۲- انعطاف‌پذیری موضعی ناشی از ترک در لوله‌های جدار ضخیم

در سال‌های اخیر، ترک‌یابی بر اساس آنالیز ارتعاشی مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. دیماراگوناس و پاپادوپولوس[۲۱] ترک را توسط فنر پیچشی خطی مدل کرده و با استفاده از تئوری مکانیک شکست، انعطاف‌پذیری موضعی اضافی ناشی از حضور ترک و سفتی معادل را برای سطح مقطع مستطیلی و دایره‌ای که در شکل ۱ نشان داده شده است به صورت زیر به‌دست آورده‌اند:

$$c=\frac{72\pi\alpha^2}{EBH^2}F\left(\alpha\right),k=\frac{1}{c}$$
$$c=\frac{1-\nu^2}{E}\int_0^{\alpha}\int_{-b}^{b}\frac{32}{\pi R^8}(R^2-\xi^2)\eta\, F^2\left(\alpha\right)d\eta d\zeta\,,k=\frac{1}{c} \quad (۱)$$

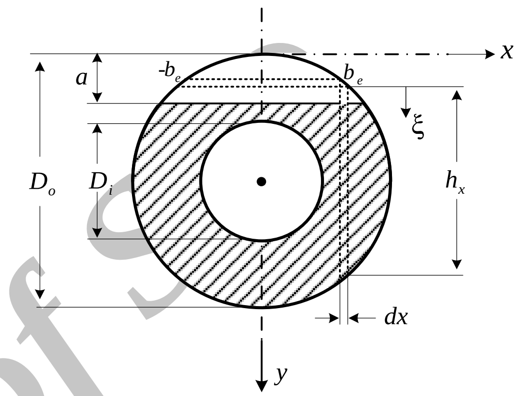
در روابط اخیر، E، ν و h به ترتیب مدول الاستیسیته، نسبت پواسون و عمق ترک است و $F(\alpha)$ تابعی از عمق نسبی ترک می‌باشد که در مرجع [۱۱] ارائه شده است. در مورد بررسی رفتار ارتعاشی سازه‌های ترک‌دار توخالی از قبیل لوله‌ها مطالعات کمتری صورت پذیرفته است. نانی‌ویوادکار و همکاران[۱۰] برای تعیین سفتی معادل فنر پیچشی متناظر با ترک در لوله‌ها دو روش تجربی را ارائه کرده‌اند. آن‌ها، با استفاده از خیز استاتیکی و همچنین اندازه‌گیری فرکانس‌های طبیعی لوله ترک‌دار، سفتی فنر پیچشی معادل در محل ترک را به‌دست آوردند. شایان ذکر است که در مطالعه مزبور تنها به استخراج سفتی معادل ترک با ابعاد خاص و برای دو نمونه لوله پرداخته شده است و رابطه تحلیلی برای ضریب انعطاف‌پذیری موضعی ناشی از ترک ارائه نشده است.



شکل ۱ تیر ترک‌دار با (الف) سطح مقطع مستطیلی، (ب) سطح مقطع دایره‌ای

در مقاله حاضر، با استفاده از تئوری مکانیک شکست یک رابطه تحلیلی برای ضریب انعطاف‌پذیری موضعی ناشی از ترک در لوله‌های جدار ضخیم ارائه شده است. با فرض اینکه عمق ترک کمتر از ضخامت لوله باشد و با مدنظر قراردادن مود اول شکست، چگالی انرژی کرنشی باریکه‌ای از سطح مقطع ترک‌دار لوله با مقطع مستطیلی که در شکل ۲ نشان داده شده است را محاسبه کرده و سپس با انتگرال‌گیری از آن در سطح مقطع ترک، رابطه تحلیلی جدیدی بر حسب عمق ترک برای انعطاف‌پذیری موضعی به‌دست آمده است. این رابطه قابل اعمال

به لوله‌ها با مشخصات هندسی و مکانیکی مختلفی می‌باشد و صحت آن با استفاده از نتایج تجربی موجود به اثبات رسیده است. در شکل ۲ سطح مقطع ترک‌دار لوله‌ای با قطر خارجی D_o و قطر داخلی D_i و به ازای ترکی با عمق a نشان داده شده است. با توجه به این که رفتار ارتعاش عرضی مد نظر است، بنابراین تنها مود اول شکست را در نظر گرفته و از اثر مود دوم و سوم شکست صرف‌نظر می‌کنیم.



شکل ۲ سطح مقطع ترک‌دار لوله جدار ضخیم ترک‌دار

با استفاده از اصل انرژی پاریس[۱۱]، چگالی انرژی کرنشی باریکه مستطیلی به پهنای dx و با ترکی به عمق a برابر است با:

$$dU = \left(\int_0^a J\left(\xi\right) d\xi\right) dx \qquad (۲)$$

در رابطه اخیر ξ مختصه در جهت ضخامت باریکه است که در شکل ۲ نشان داده شده است و $J\left(\xi\right)$ تابع چگالی انرژی کرنشی بوده و به صورت زیر بیان می‌شود[۱۱]:

$$J\left(\xi\right) = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2\left(\xi\right) \qquad (۳)$$

که در آن $K_I\left(\xi\right)$ ضریب شدت تنش در مود اول شکست متناظر با گشتاور خمشی M می‌باشد که برای سطح مقطع مستطیلی به صورت زیر می‌باشد[۲۲]:

$$K_I\left(\xi\right) = \frac{M h_x}{2 I_o} \sqrt{\pi \xi} F_2\left(\frac{\xi}{h_x}\right) \qquad (۴)$$

در رابطه اخیر، h_x ارتفاع المان و I_o ممان اینرسی سطح مقطع لوله می‌باشد. با توجه به شکل ۲ می‌توان نوشت:

$$h_x = 2\sqrt{R_o^2 - x_2} \qquad (۵)$$

$$\xi = y - (R_o - \sqrt{R_o^2 - x^2}) \qquad (۶)$$

$$I_O = \frac{\pi}{64}(D_o^4 - D_i^4) \qquad (۷)$$

و برای سطح مقطع مستطیلی تابع $F_2\left(\frac{\xi}{h_x}\right)$ را می‌توان به صورت زیر بیان کرد[۱۱]:

$$F(\frac{\xi}{h_x}) = \sqrt{\frac{2h_x}{\pi\xi}\tan(\frac{\pi\xi}{2h_x})}\,\frac{0.923 + 0.199\left(1-\sin(\frac{\pi\xi}{2h_x})\right)^4}{\cos(\frac{\pi\xi}{2h_x})} \qquad (۸)$$

در سطح مقطع لوله برای ترک با عمق a و طول $2b$ و با فرض $a \le R_o - R_i$، انرژی کرنشی را می‌توان با انتگرال‌گیری از رابطه (۲) به صورت زیر به‌دست آورد:

$$U = \int_{-b_e}^{b_e} du = \int_{-b_e}^{b_e}\int_0^a J\left(\xi\right) d\xi dx = \frac{1-\nu^2}{E}\int_0^a\int_{-b_e}^{b_e} J\left(\xi\right) dx d\xi \qquad (۹)$$

در رابطه اخیر، b_e نصف طول وتر افقی در عمق y بوده و با توجه به شکل ۲ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$b_e = \sqrt{R_o^2 - (R_o - y)^2} \qquad (۱۰)$$

با تعریف متغیرهای بی‌بُعد به صورت زیر:

$$\bar{x} = \frac{x}{D_o}, \quad \bar{y} = \frac{y}{D_o} \qquad (۱۱)$$

و با جایگذاری روابط (۴) و (۱۰) در رابطه (۹) خواهیم داشت:

$$U = \frac{1-\nu^2}{E}\int_0^a\int_{-b_e}^{b_e}\frac{M^2}{4I_o^2}h_x^2\left(\pi\xi\right)dx d\xi = P\int_0^{\frac{a}{D_o}}\int_{-\sqrt{\bar{y}-\bar{y}^2}}^{\sqrt{\bar{y}-\bar{y}^2}}(1-4\bar{x}^2)(2\bar{y}+\sqrt{1-4\bar{x}^2}-1)F_2^2 d\bar{x}d\bar{y} \qquad (۱۲)$$

در رابطه اخیر P به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P = \frac{(1-\nu^2)\pi D_o^5}{4E}\frac{M^2}{I_o^2} \qquad (۱۳)$$

انعطاف‌پذیری موضعی ناشی از حضور ترک را می‌توان با استفاده از قضیه کاستیلیانو به صورت زیر به‌دست آورد[۲۲]:

$$c=\frac{\partial^2 U}{\partial M^2}=\frac{(1-\nu^2)\pi D_o^5}{2EI_o^2}\times\int_0^{\frac{a}{D_o}}\int_{-\sqrt{\bar{y}-\bar{y}^2}}^{\sqrt{\bar{y}-\bar{y}^2}}(1-4\bar{x}^2)(2\bar{y}+\sqrt{1-4\bar{x}^2}-1)F_2^2 d\bar{x}d\bar{y} \tag{۱۴}$$

در نتیجه ضریب انعطاف‌پذیری بی‌بُعد را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\bar{c}=\frac{2EI_o^2}{\pi(1-\nu^2)D_o^5}c=\int_0^{\frac{a}{D_o}}\int_{-\sqrt{\bar{y}-\bar{y}^2}}^{\sqrt{\bar{y}-\bar{y}^2}}(1-4\bar{x}^2)(2\bar{y}+\sqrt{1-4\bar{x}^2}-1)F_2^2 d\bar{x}d\bar{y} \tag{۱۵}$$

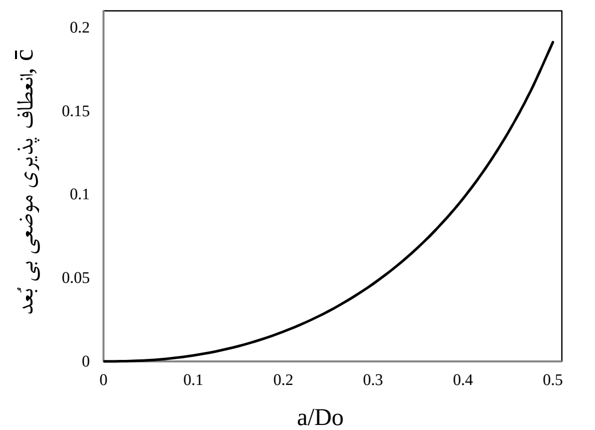
انتگرال فوق انعطاف‌پذیری بی‌بُعد در لوله جدار ضخیم در محل ترک را بیان می‌کند. با توجه به این که انتگرال فوق به صورت تحلیلی قابل حل نیست، به منظور ارائه رابطه تحلیلی برای انعطاف‌پذیری موضعی، انتگرال فوق را ابتدا با استفاده از روش انتگرال‌گیری گاوس ۲۸ نقطه‌ای حل کرده و سپس با برازش نقاط حاصل با استفاده از روش حداقل مربعات، انعطاف‌پذیری موضعی بی‌بُعد را به صورت تابعی از $\frac{a}{D_o}$، مطابق رابطه (۱۶)، به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}\bar{c}\left(\frac{a}{D_o}\right)=&-5.6\times10^{-6}\left(\frac{a}{D_o}\right)+0.0335\left(\frac{a}{D_o}\right)^2\\&+16.19\left(\frac{a}{D_o}\right)^3-1047.91\left(\frac{a}{D_o}\right)^4\\&+5.98\times10^4\left(\frac{a}{D_o}\right)^5-2.34\times10^6\left(\frac{a}{D_o}\right)^6\\&+6.03\times10^7\left(\frac{a}{D_o}\right)^7-1.00\times10^9\left(\frac{a}{D_o}\right)^8\\&+1.02\times10^{10}\left(\frac{a}{D_o}\right)^9-5.83\times10^{10}\left(\frac{a}{D_o}\right)^{10}\\&+1.42\times10^{11}\left(\frac{a}{D_o}\right)^{11}\end{aligned} \tag{۱۶}$$

با محاسبه انعطاف‌پذیری موضعی، سفتی معادل فنر در محل ترک را می‌توان از رابطه زیر به‌دست آورد:

$$k_t=\frac{1}{c} \tag{۱۷}$$

در شکل ۳ انعطاف‌پذیری موضعی بی‌بُعد $\bar{c}$ بر حسب عمق ترک رسم شده است. همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود، با افزایش عمق نسبی، انعطاف‌پذیری بیشتر می‌شود که این امر باعث کاهش سفتی لوله در محل ترک می‌شود.



شکل ۳ انعطاف‌پذیری موضعی بر حسب عمق نسبی ترک برای لوله جدار ضخیم

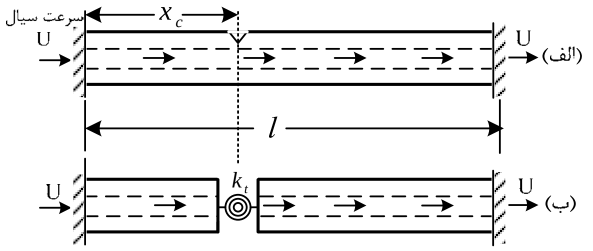
در جدول ۱ سفتی فنر پیچشی به‌دست آمده با استفاده از رابطه (۱۷) و نتایج تجربی [۱۵] برای لوله‌ای با مشخصات $D_o=33\,\text{mm}$، قطر داخلی $D_i=20\,\text{mm}$ و مدول الاستیسیته $E=65\,\text{GPa}$ آورده شده است. همان‌طور که از جدول مشاهده می‌شود حداکثر خطای پیش‌بینی سفتی موضعی لوله کمتر از ۴/۵ درصد می‌باشد.

جدول ۱ مقایسه سفتی موضعی لوله جدار ضخیم در محل ترک با نتایج تجربی

$\frac{a}{t}$	k_t, $\frac{\text{MNm}}{\text{rad}}$ نتایج تجربی [۱۵]	k_t, $\frac{\text{MNm}}{\text{rad}}$ مدل ارائه‌شده	خطا (درصد)
۰/۱۹۰۴۳	۱۶/۰۵۵۸	۱۶/۰۹۶۸	۰/۲۵
۰/۲۵۳۸۵	۹/۳۱۶۱	۹/۵۵۵۷	۲/۵۷
۰/۳۸۰۷۷	۳/۷۰۵۷	۳/۶۲۰۸	۲/۲۹
۰/۶۳۴۶	۱/۰۴۳۵	۱/۰۹۸۱	۴/۳۷

۳- ارتعاشات آزاد لوله ترک‌دار حامل سیال

در شکل ۴ لوله جدار ضخیم ترک‌دار حامل سیال که سرعت جریان سیال U می‌باشد به همراه مدل ریاضی مورد استفاده نشان داده شده است.



شکل ۴ (الف) لوله ترک‌دار حامل سیال، (ب) مدل ریاضی لوله ترک‌دار حامل سیال

با صرف‌نظر کردن از اثرات ویسکوزیته و با فرض تراکم‌ناپذیر بودن و یکنواخت‌بودن سرعت سیال، معادله ارتعاش عرضی لوله حامل سیال با استفاده از اصل همیلتون به صورت زیر به‌دست می‌آید[۲۳]:

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4}+2m_f U\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x\,\partial t}+m_f U^2\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}+\left(m_f+m_p\right)\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}=0 \qquad (۱۸)$$

که در آن، m_p و m_f به ترتیب جرم واحد طول لوله و سیال و EI صلبیت خمشی لوله می‌باشد. برای استفاده از مدل فنر پیچشی، ابتدا می‌بایست جواب تحلیلی معادله فوق را به‌دست آورد. در مقاله حاضر برای حل معادله مزبور روش تحلیلی جدیدی بر اساس حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از سری‌های توانی ارائه شده است. حل معادله حرکت (۱۸) را به صورت $w(x,t)=W(x)e^{i\omega t}$ در نظر می‌گیریم. با جایگذاری رابطه اخیر در معادله (۱۸) به‌دست می‌آوریم:

$$EI\frac{d^4W(x)}{dx^4}+m_f U^2\frac{d^2W(x)}{dx}+2i\omega m_f U\frac{d^2W(x)}{dx^2}-\left(m_f+m_p\right)\omega^2 W(x)=0 \qquad (۱۹)$$

معادله فوق، معادله دیفرانسیل خطی مرتبه چهار با ضرایب ثابت است. برای حل معادله اخیر، بر اساس روش حل معادلات با استفاده از سری‌های توانی، جواب معادله را می‌توان به صورت زیر درنظر گرفت:

$$W(x)=\sum_{n=0}^{N}a_n x^n+R \qquad (۲۰)$$

که در آن R باقی‌مانده است. با توجه به اینکه شعاع همگرایی سری فوق بی‌نهایت است، بنابراین، با افزایش تعداد جملات سری، باقی‌مانده به صفر میل خواهد نمود. با جایگذاری جواب فرضی در معادله (۱۹) خواهیم داشت:

$$EI\sum_{n=0}^{N}n(n-1)(n-2)(n-3)a_n x^{n-4}+m_f U^2\sum_{n=0}^{N}n(n-1)a_n x^{n-2}+2i\omega m_f U\sum_{n=0}^{N}na_n x^{n-1}-\omega^2(m_f+m_p)\sum_{n=0}^{N}a_n x^n=0 \qquad (۲۱)$$

مجموع‌های فوق را طوری بازنویسی می‌کنیم که توان x در همه آنها برابر n باشد. اگر n را در مجموع اول به $k+4$ و در مجموع دوم به $k+2$ و در مجموع سوم به $k+1$ تبدیل کنیم رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$EI\sum_{k=-4}^{N-4}(k+4)(k+3)(k+2)(k+1)a_{k+4}x^k+m_f U^2\sum_{k=-2}^{N-2}(k+1)ka_{k+2}x^k+2i\omega m_f U\sum_{n=-1}^{N-1}(k+1)a_{k+1}x^k-\omega^2\left(m_f+m_p\right)\sum_{k=0}^{N}a_k x^k=0 \qquad (۲۲)$$

پس از مرتب‌سازی رابطه اخیر خواهیم داشت:

$$\sum_{k=0}^{N-4}\Big\{(k+4)(k+3)(k+2)(k+1)a_{k+4}+m_f U^2(k+2)(k+1)a_{k+2}+2i\omega m_f U(k+1)a_{k+1}-\omega^2\left(m_f+m_p\right)a_k\Big\}x^k=0 \qquad (۲۳)$$

با بسط رابطه اخیر و مرتب‌سازی آن برحسب توان‌های x می‌توان نوشت:

$$P_0(a_0,a_1,a_2,...,a_N)x^0+P_1(a_0,a_1,a_2,...,a_N)x^1+\ ...\ +P_{N-4}(a_0,a_1,a_2,...,a_N)x^{N-4}=0 \qquad (۲۴)$$

در رابطه اخیر توابع $P_0(a_0,a_1,...,a_N)$ ،$P_1(a_0,a_1,...,a_N)$ و ... توابع چندجمله‌ای بر حسب مجهول‌های $a_n, n=0,1,...,N$

می‌باشند. برای برقراری رابطه (۲۴)، به ازای جمیع مقادیر x، بایستی ضرایب توان‌های مختلف x در طرفین رابطه فوق برابر باشد. از برابر صفر قراردادن ضرایب توان‌های مختلف x دستگاه معادلات جبری خطی با $N-4$ معادله و N مجهول به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} P_0(a_0,a_1,a_2,...,a_N)=0 \\ P_1(a_0,a_1,a_2,...,a_N)=0 \\ . \\ . \\ . \\ P_{N-4}(a_0,a_1,a_2,...,a_N)=0 \end{cases} \quad (۲۵)$$

همان‌طور که از دستگاه معادلات فوق مشخص است چهار مجهول اضافی وجود دارد که می‌بایست این مجهولات به گونه‌ای تعیین شوند که اولاً جواب‌های مستقل خطی به‌دست آید و ثانیاً جواب‌های به‌دست آمده در معادله (۱۹) صدق کرده و شرایط مرزی حاکم را ارضا کنند. از حل دستگاه معادلات جبری اخیر می‌توان کلیه ضرایب مجهول $a_n\,,n=4,5,...N$ را بر حسب چهار ضریب a_0، a_1، a_2 و a_3 به‌دست آورد. با جایگذاری ضرایب به‌دست آمده در رابطه (۲۰) و پس از مرتب‌سازی بر حسب چهار ضریب مذکور، جواب معادله (۱۹) به صورت سری توانی و به شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} W(x) &= a_0W_0(x)+a_1W_1(x) \\ &\quad +a_2W_2(x)+a_3W_3(x) \end{aligned} \quad (۲۶)$$

در رابطه اخیر $W_j(x),\ j=0,1,2,3$ جواب‌های مستقل خطی معادله (۱۸) می‌باشند و $a_n\,,n=0,1,2,3$ ضرایب ثابتی‌اند که از اعمال شرایط مرزی به‌دست می‌آیند.

به عنوان مثال، اگر جواب معادله با یک چندجمله‌ای از درجه $N=6$ تقریب زده شود، در این صورت جواب‌های خصوصی مستقل خطی معادله (۱۹) به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} W_0(x) &= 1-0.0000439\omega^2x^4 \\ W_1(x) &= x-0.00001324\omega x^4-0.0000088\omega^2x^5 \\ W_2(x) &= x^2-0.00001323x^4-0.0000053\omega x^5 \\ W_3(x) &= x^3-0.00000794x^5-0.0016\omega x^6 \end{aligned} \quad (۲۷)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، چهار جواب خصوصی به‌دست آمده برای معادله ارتعاشی حاکم بر لوله حامل سیال مستقل خطی می‌باشند.

۴- معادله فرکانسی لوله ترک‌دار حاوی سیال

برای استخراج معادله فرکانسی، مدل ریاضی لوله ترک‌دار حامل سیال را که در شکل ۴-ب نشان داده شده است درنظر می‌گیریم. با استفاده از رابطه (۲۶)، جواب معادله (۱۹) برای دو قسمت سالم لوله در طرفین ترک را می‌توان به صورت زیر به‌دست آورد:

$$\begin{aligned} W_L(x) &= a_0W_0(x)+a_1W_1(x) \\ &\quad +a_2W_2(x)+a_3W_3(x) \end{aligned} \quad (۲۸)$$

$$\begin{aligned} W_R(x) &= b_0W_0(x)+b_1W_1(x) \\ &\quad +b_2W_2(x)+b_3W_3(x) \end{aligned} \quad (۲۹)$$

در روابط اخیر $W_L(x)$ و $W_R(x)$ به ترتیب نشان‌دهنده شکل مودهای دو قسمت لوله در سمت چپ و راست ترک می‌باشند. شکل مودهای ارتعاشی سیستم (روابط ۲۸ و ۲۹) دارای هشت مجهول $a_i\,,b_i\ \ i=0,1,2,3$ می‌باشد که از اعمال شرایط مرزی و شرایط بین مرزی در موقعیت ترک تعیین می‌شوند. شرایط بین مرزی حاکم در موقعیت $x=x_c$ از شرایط پیوستگی خیز، گشتاور، نیروی برشی و اختلاف شیب در طرفین ترک حاصل می‌شوند که به ترتیب عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} &W_L(x_c)=W_R(x_c),\ W_L''(x_c)=W_R''(x_c), \\ &W_L'''(x_c)=W_R'''(x_c), \\ &kW_L'(x_c)-kW_R'(x_c)=EI\,W_R'(x_c) \end{aligned} \quad (۳۰)$$

مدل تحلیلی ارائه‌شده را می‌توان برای هر نوع شرایط مرزی اعمال کرد. در این مقاله، لوله با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها مورد تحلیل قرار می‌گیرد. بنابراین:

$$\begin{aligned} &W_L(x)\big|_{x=0}=0,\quad \left.\frac{d^2W_L(x)}{dx^2}\right|_{x=0}=0, \\ &W_R(x)\big|_{x=l}=0,\quad \left.\frac{d^2W_R(x)}{dx^2}\right|_{x=l}=0 \end{aligned} \quad (۳۱)$$

با جایگذاری روابط (۲۸) و (۲۹) در شرایط پیوستگی رابطه (۳۰) و پس از اعمال شرایط مرزی، به هشت معادله جبری

برحسب ضرایب مجهول $A=\{a_i, b_i\},\ i=0,1,2,3$ به صورت زیر می‌رسیم:

$$[\Delta]\{A\}=0 \qquad (۳۲)$$

در رابطه اخیر، عناصر ماتریس ضرایب $[\Delta]$ به مشخصات هندسی، مکانیکی، شرایط مرزی، پارامترهای ترک و سرعت سیال بستگی دارد. برای داشتن جواب غیربدیهی، بایستی دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر باشد. بنابراین، معادله فرکانسی لوله ترک‌دار حامل سیال به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\det\left[\Delta\left(k_t, x_c, U, \omega\right)\right]=0 \qquad (۳۳)$$

از حل معادله اخیر، فرکانس‌های طبیعی لوله ترک‌دار حامل سیال به‌دست می‌آید.

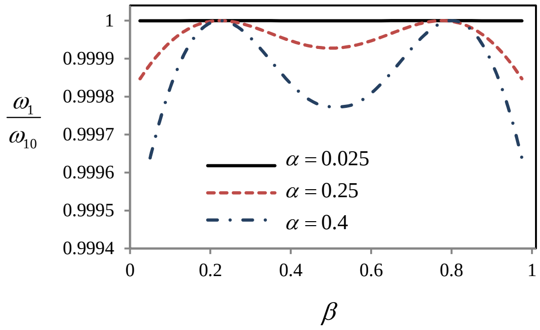
۵- نتایج تحلیلی

به منظور تصدیق مدل درنظر گرفته شده از نتایج تست‌های تجربی مرجع [۲۴] استفاده شده است. در مرجع مذکور آزمایش‌ها بر روی لوله فولادی حامل سیال با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها و به طول $l=1000$ mm، قطر داخلی $D_i=16$ mm، قطر خارجی $D_o=21$ mm، مدول الاستیسیته $E=200$ GPa و جرم واحد حجم $\rho=7800\ {\rm Kg}/{\rm m}^3$ انجام شده است. در جدول ۲ فرکانس‌های طبیعی لوله حاوی سیال با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها آورده شده است. در این جدول مقایسه بین نتایج حاصل از تست‌های تجربی مرجع [۲۴] با نتایج به‌دست آمده از مدل ارائه‌شده به ازای سرعت‌های مختلف سیال و ترک واقع در موقعیت نسبی $\beta=0.4$ آورده شده است. این جدول نشان می‌دهد که حداکثر خطای مدل در تعیین فرکانس‌های طبیعی اول، دوم و سوم به ترتیب ۰/۲۹ درصد، ۰/۴۷ درصد و ۰/۶۱ درصد می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود مدل ارائه‌شده با دقت بسیار مناسبی رفتار ارتعاشی لوله ترک‌دار حامل سیال را پیش‌بینی می‌کند.

در شکل ۵ منحنی تغییرات نسبت فرکانسی اول (نسبت فرکانس طبیعی اول لوله ترک‌دار حامل سیال به اولین فرکانس طبیعی لوله سالم حامل سیال) برحسب موقعیت نسبی ترک (نسبت موقعیت ترک به طول لوله) به ازای مقادیر مختلف عمق نسبی ترک نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که هر چه ترک به انتهای گیردار نزدیک باشد، اثر آن بر کاهش فرکانسی بیشتر است. همچنین نتایج نشان می‌دهد که در شکل مود اول ارتعاشی، کمترین کاهش فرکانس طبیعی اول مربوط به ترک واقع در موقعیت نسبی $\beta=0.225$ و $\beta=0.775$ می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۵ نشان داده شده است، موقعیت‌های مزبور نقاط عطف تابع شکل مود اول ارتعاشی است که در این موقعیت‌ها مشتق دوم تابع خیز برابر صفر است. به عبارت دیگر گشتاور خمشی ایجادشده در نقاط مزبور در طی ارتعاش لوله در مود اول برابر صفر می‌باشد.

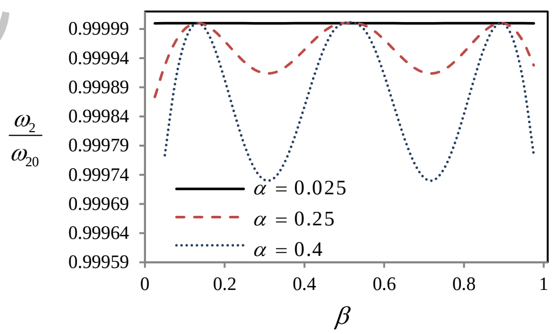
جدول ۲ فرکانس‌های طبیعی لوله جدار ضخیم ترک‌دار حامل سیال با تکیه‌گاه‌های گیردار در دو انتها و مقایسه آن با نتایج تجربی [۲۴] به ازای سرعت‌های مختلف سیال ترک واقع در موقعیت نسبی $\beta=0.4$

		فرکانس‌های طبیعی، (Hz)				خطا (درصد)	
		نتایج تجربی [۲۴]		نتایج تئوری تحقیق حاضر			
سرعت سیال		۱ m/s	۵ m/s	۱ m/s	۵ m/s	۱ m/s	۵ m/s
لوله سالم	ω_1, (Hz)	۱۱۸/۹۷	۱۱۸/۹۴	۱۱۸/۹۴	۱۱۸/۹۳	۰/۰۰۳	۰/۰۰۱
	ω_2, (Hz)	۳۲۷/۹۸	۳۲۷/۹۲	۳۲۷/۸۶	۳۲۷/۸۱	۰/۰۰۴	۰/۰۰۳
	ω_3, (Hz)	۶۴۳/۹۸	۶۴۲/۹	۶۴۲/۷۵	۶۴۲/۷۴	۰/۱۹۱	۰/۰۲۵
لوله ترک‌دار با عمق ترک ۱ mm	ω_1, (Hz)	۱۱۸/۷۲	۱۱۸/۷۲	۱۱۸/۹۲	۱۱۸/۹۱	۰/۱۶۷	۰/۱۶۲
	ω_2, (Hz)	۳۲۶/۴۶	۳۲۶/۳۹	۳۲۷/۸۳	۳۲۷/۸۲	۰/۴۲۰	۰/۴۳۸
	ω_3, (Hz)	۶۳۹/۶	۶۳۹/۴۹	۶۴۲/۴۸	۶۴۱/۳۶	۰/۴۵۰	۰/۶۰۵
لوله ترک‌دار با عمق ترک ۲ mm	ω_1, (Hz)	۱۱۸/۴۷	۱۱۸/۴۷	۱۱۸/۸۲	۱۱۸/۸۱	۰/۲۹۷	۰/۲۹۴
	ω_2, (Hz)	۳۲۶/۲۲	۳۲۶/۱۵	۳۲۷/۶۸	۳۲۷/۶۷	۰/۴۴۷	۰/۴۶۵
	ω_3, (Hz)	۶۳۹/۳۵	۶۳۹/۲۴	۶۴۱/۰۰	۶۴۰/۷۹	۰/۴۱۵	۰/۳۹۴

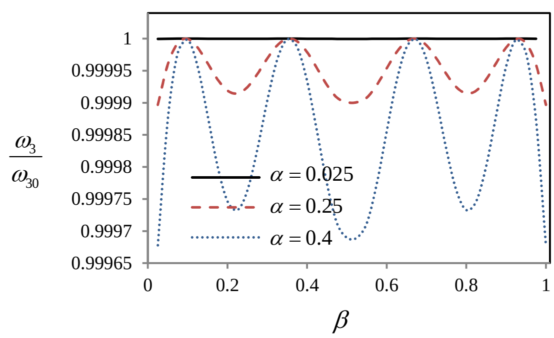


شکل ۵ منحنی تغییرات نسبت فرکانسی در مود اول بر حسب موقعیت نسبی ترک به ازای عمق‌های نسبی مختلف ترک

با توجه به اینکه عمده‌ترین عامل کاهش فرکانس‌های طبیعی ناشی از ترک، در اثر گشتاور خمشی می‌باشد، بنابراین در شکل مود ارتعاشی اول، اثر ترک واقع در موقعیت‌های نسبی $\beta = 0.225$ و $\beta = 0.775$ بر نسبت کاهش فرکانس طبیعی اول از بین می‌رود. نتیجه مشابهی را می‌توان با توجه به شکل‌های ۶ و ۷ که منحنی تغییرات نسبت فرکانسی دوم و سوم لوله ترک‌دار حامل سیال را برحسب موقعیت نسبی ترک نشان می‌دهد بیان کرد.

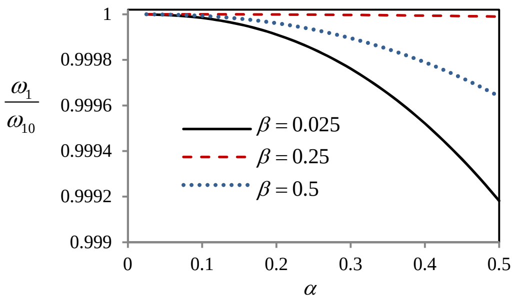


شکل ۶ منحنی تغییرات نسبت فرکانسی در مود دوم برحسب موقعیت نسبی ترک به ازای عمق‌های نسبی مختلف ترک

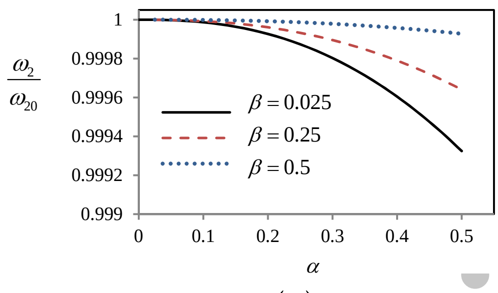


شکل ۷ منحنی تغییرات نسبت فرکانسی در مود سوم بر حسب موقعیت نسبی ترک به ازای عمق‌های نسبی مختلف ترک

در شکل ۸ منحنی نسبت فرکانسی بر حسب عمق نسبی ترک (نسبت عمق ترک به ضخامت لوله) و به ازای مقادیر مختلف موقعیت نسبی ترک رسم شده است. همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود، وجود ترک باعث افت فرکانس طبیعی شده و با افزایش عمق ترک کاهش فرکانسی بیشتر می‌شود.



(الف)

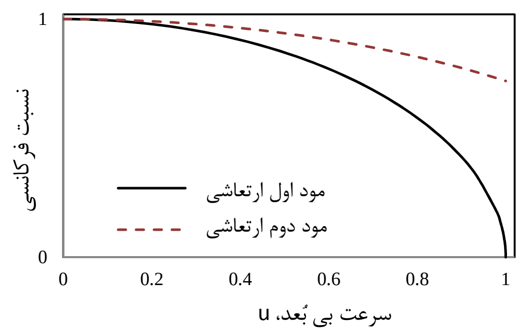


(ب)

شکل ۸ منحنی تغییرات نسبت فرکانسی برحسب عمق نسبی ترک به ازای موقعیت‌های نسبی مختلف ترک، (الف) مود اول و (ب) مود دوم

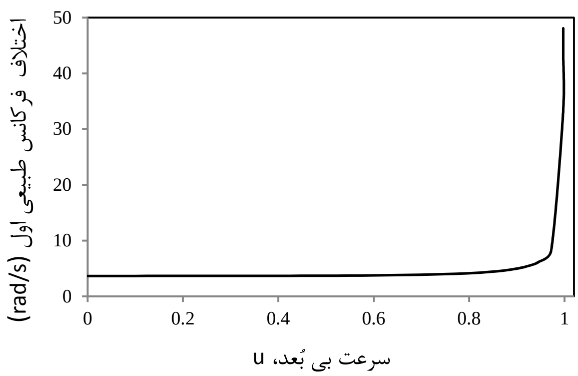
همان‌طور که از معادله فرکانسی (۳۳) مشاهده می‌شود، فرکانس‌های طبیعی لوله حامل سیال وابسته به سرعت جریان سیال نیز می‌باشد. شکل ۹ تغییرات نسبت فرکانسی (نسبت فرکانس طبیعی لوله حامل سیال با سرعت u به فرکانس طبیعی لوله حامل سیال در حالت $u = 0$) لوله سالم را برحسب سرعت بی‌بُعد سیال در دو شکل مود ارتعاشی اول نشان می‌دهد. سرعت بی‌بُعد در شکل ۹ نسبت سرعت سیال به سرعت بحرانی سیال می‌باشد که برای لوله سالم دوسر گیردار سرعت بحرانی سیال برابر $\frac{2\pi}{l}\sqrt{\frac{EI}{m}}$ می‌باشد[۲۵]. برای لوله سالم در غیاب جریان سیال، فرکانس طبیعی اول و دوم به ترتیب برابر Hz ۱۱۹/۰۸ و ۳۲۸/۳۳ Hz می‌باشد و همان‌طور که از شکل مشخص است با افزایش سرعت سیال فرکانس‌های طبیعی لوله

حاوی سیال کاهش می‌یابد تا در سرعت بحرانی سیال، فرکانس طبیعی اول برابر صفر شده و سیستم ناپایدار می‌شود.



شکل ۹ نسبت فرکانس طبیعی لوله حامل سیال برحسب سرعت بی‌بُعد سیال

از مزیت‌های دیگر مدل ارائه‌شده امکان محاسبه سرعت بحرانی سیال در لوله‌های حامل سیال می‌باشد. در شکل ۱۰ اختلاف فرکانس طبیعی اول لوله سالم حامل سیال و لوله ترک‌دار با ترکی به عمق ۲/۵ mm و واقع در موقعیت نسبی $\beta = 0.001$ برحسب سرعت بی‌بُعد سیال نشان داده شده است. سرعت بحرانی سیال متناظر با لوله ترک‌دار برابر ۴۹۷/۲۱۵ m/s می‌باشد. با افزایش سرعت سیال، اختلاف بین فرکانس طبیعی لوله سالم و لوله ترک‌دار بیشتر می‌شود طوری که در حوالی سرعت بحرانی این اختلاف به‌شدت افزایش می‌یابد. در سرعت بحرانی متناظر با لوله ترک‌دار، فرکانس طبیعی لوله ترک‌دار به صفر می‌رسد در حالی که لوله سالم هنوز به حالت ناپایدار نرسیده و فرکانس طبیعی آن برابر ۴۸/۰۶ rad/s می‌باشد.



شکل ۱۰ اختلاف فرکانس طبیعی لوله سالم حامل سیال و لوله ترک‌دار برحسب سرعت بی‌بُعد سیال به ازای ترک با عمق $a = 2.5$ mm و موقعیت نسبی $\beta = 0.001$

۶- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، رفتار ارتعاش عرضی لوله ترک‌دار حامل سیال مورد مطالعه قرار گرفت و روش جدیدی برای محاسبه انعطاف‌پذیری موضعی ناشی از ترک و همچنین حل معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ارتعاش عرضی لوله‌های حاوی سیال ارائه شد. مدل ارائه‌شده برای محاسبه انعطاف‌پذیری موضعی، قابل اعمال به انواع لوله‌ها با مشخصات هندسی و مکانیکی مختلف بوده و صحت آن با نتایج تجربی موجود به اثبات رسیده است. با افزایش عمق ترک انعطاف‌پذیری بیشتر شده و در نتیجه سفتی موضعی در محل ترک کاهش می‌یابد که این امر منجر به کاهش فرکانس‌های طبیعی لوله ترک‌دار می‌شود. موقعیت ترک نیز بر فرکانس‌های طبیعی تأثیر می‌گذارد. نتایج نشان می‌دهد که هر چه ترک به انتهای گیردار نزدیک باشد، اثر آن بر کاهش فرکانسی بیشتر است. همچنین نتایج نشان می‌دهد که در شکل مود اول ارتعاشی، کمترین کاهش فرکانس طبیعی اول مربوط به ترک واقع در موقعیت نسبی $\beta = 0.225$ و $\beta = 0.775$ می‌باشد که این امر ناشی از صفربودن گشتاور خمشی در موقعیت‌های مزبور می‌باشد. جریان سیال باعث کاهش فرکانس طبیعی لوله حاوی سیال می‌شود و با افزایش سرعت سیال افت فرکانس طبیعی بیشتر می‌شود، طوری که در سرعت بحرانی سیال فرکانس طبیعی لوله حاوی سیال برابر صفر شده و باعث ناپایدارشدن سیستم می‌شود. وجود ترک نیز باعث کاهش سرعت بحرانی سیال می‌شود. به عبارت دیگر وجود ترک در لوله باعث می‌شود سیستم در سرعت‌های پایین‌تر عبور سیال به حالت ناپایداری برسد. مقایسه نتایج حل تحلیلی ارائه‌شده با نتایج حاصل از تست‌های تجربی موجود تطابق بسیار خوب دو پاسخ را به ازای بازه گسترده‌ای از پارامترهای ترک نشان می‌دهد.

۷- مراجع

[1] Zhong Y., Xiang J., “Pipe Damage Detection Method Based on BSWI and SVR”, *International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation*, Changsha, China, pp. 899-902, 2010.

[2] Xiang J., et al., “Crack Detection in a Shaft by Combination of Wavelet-based Elements and Genetic Algorithm”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 45, 2008, pp. 4782-4795.

[3] Mahjoob M. J., Shahsavari A., Marzban A., “Crack Detection in Pipes using Changes of Natural Frequencies”, *Proceeding of the International Conference on Recent Advances in Mechanical & Materials Engineering*, Kuala Lumpur, Malaysia, pp. 705-709, 2005.

[4] Buezas F. S., Rosales M. B., Filipich C. P., “Damage Detection with Genetic Algorithms Taking into Account a Crack Contact Model”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 78, 2011, pp. 695-712.

[5] Liu H., Xin K., Qi Q., “Study of Structural Damage Detection with Multi-Objective Function Genetic Algorithms”, *Procedia Engineering*, Vol. 12, 2011, pp. 80-86.

[6] Ye J., He Y., et al., “Pipe Crack Identification Based on Finite Element Method of Second Generation Wavelets”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, 2010, pp. 379-393, ().

[7] Zhong, S., Oyadiji, S. O., “Detection of Cracks in Simply-Supported Beams by Continuous Wavelet Transform of Reconstructed Modal Data”, *Computers and Structures*, Vol. 89, 2011, pp. 127-148.

[8] Sinha J. K., Friswell M. I., Eswards S., “Simplified Models for the Location of Cracks in Beam Structures using Measured Vibration”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 251, No. 1, 2002, pp. 13-38.

[9] Yoon H., Son I., “Dynamic Behavior of Cracked Simply Supported Pipe Conveying Fluid with Moving Mass”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 292, 2006, pp. 941-953.

[10] Naniwadekar M. R., Naik S. S., Maiti S. K., “On Prediction of Crack in Different Orientations in Pipe using Frequency Based Approach”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, 2008, pp. 693-708.

[11] Tada H., Paris P., Irwin G., “The Stress Analysis of Cracks Handbook”, Third Edition, Hellertown, Pennsylvania, American Society of Mechanical Engineers, 2000.

[۱۲] سیامک اسماعیل‌زاده خادم، محمد حاجی احمدی و موسی رضائی، "ترک‌یابی در لوله‌های ضخیم به روش آنالیز ارتعاشی"، *مجله بین‌المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران*، شماره ششم، جلد یازدهم، ص ۱۵۷- ۱۶۵، زمستان ۱۳۷۹.

[13] Yoon H., Son I., Ahn S., “Free Vibration Analysis of Euler-Bernoulli Beam with Double Cracks”, *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 21, 2007, pp. 476-485.

[14] Lin H., “Direct and Inverse Methods on Free Vibration Analysis of Simply Supported Beams with a Crack”, *Engineering Structures*, Vol. 26, 2004, pp. 427-436.

[15] Murigendrappa S. M., Maiti S. K., Srirangarajan H. R., “Experimental and Theoretical Studyon Crack Detection in Pipes Filled with Fluid”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 270, 2004, pp. 1013-1032.

[16] Murigendrappa S. M., Maiti S. K., Srirangarajan H. R., “Frequency-Based Experimental and Theoretical Identification of Multiple Cracks in Straight Pipes Filled with Fluid”, NDT&E International, Vol. 37, 2004, pp. 431-438.

[17] Pavic G., “Experimental Identification of Physical Parameters of Fluid-Filled Pipes using Acoustical Signal Processing”, *Applied Acoustics*, Vol. 67, 2006, pp. 864-881.

[18] Sadeghi M. H., Karimi-Dona M. H., “Dynamic Behavior of a Fluid Conveying Pipe Subjected to a Moving Sprung Mass An FEM-State Space Approach”, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 88, 2011, pp. 123-131.

[19] Dilena M., Dell’Oste M. F., Morassi A., “Detecting Cracks in Pipes Filled with Fluid from Changes in Natural Frequencies”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, No. 8, 2011, pp. 3186-3197.

[20] Liu D., Gurgenci H., Veidt M., “Crack Detection in Hollow Section Structures through Coupled Response Measurements”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, 2003, pp. 17-29.

[21] Dimarogonas A. S., Papadopoulos C. A., “Vibration of Cracked Shaft in Bending”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 91, No. 4, 1983, pp. 583-593.

[22] Zou J., Chen J., et al, “Discussion on the Local Flexibility due to the Crack in a Cracked Rotor System”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 262, 2003, pp. 365-369.

[23] Lee U., Park J., “Spectral Element Modelling and Analysis of a Pipeline Conveying Internal Unsteady Fluid”, *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 22, 2006, pp. 273-292.

[24] Mahjoob M. J., Shahsavari A., “A Vibration-Based Damage Detection Method for Pipes Conveying Fluid”, *48th AIAA/ ASME/ ASCE/ AHS/ ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, Honolulu, Hawaii, 23-26 April, 2007.

[25] Reddy C. D., Lu C., Rajendran S., Liew K. M., “Free Vibration Analysis of Fluid-Conveying Single-Walled Carbon Nanotubes”, *Applied Physics Letters*, Vol. 90, 2007, pp.133122-133125.