

تاریخچه مقاله: دریافت ۹۰/۴/۲۳ پذیرش ۹۰/۱۱/۲۰ ارائه در سایت ۹۱/۱/۳۰

آنالیز ارتعاشی لوله های جدار ضخیم ترک دار حامل سیال

موسى رضائى (*، وحيد عربملكى ا

۱ - دانشیار گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز
 ۲ - کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشکده فنی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز
 ۳ - مندوق پستی ۳۱۵–۱۱۶۶۵ مانیک، ۱۹۶۵ m_rezaee

چکیده – در مقاله حاضر تأثیر ترک بر رفتار ارتعاشی و سرعت بحرانی سیال در لولههای جدار ضخیم ترکدار مورد بررسی قرار گرفته است. ترک در لوله به صورت کاهش سفتی موضعی مدل شده است که دو قسمت سالم را در محل ترک به یکدیگر متصل می سازد. روش انرژی پاریس در محاسبه انعطاف پذیری باریکه ترکدار برای محاسبه انعطاف پذیری موضعی در لوله ترکدار تعمیم داده شده است. ضمن صحه سنجی مدل ارائه شده با نتایج تجربی موجود در ادبیات فن، از مدل مزبور در تحلیل ارتعاشی لوله جدار ضخیم ترکدار حامل سیال استفاده شده است. برای حل معادله حاکم بر سیستم، روش تحلیلی جدیدی ارائه و با اعمال شرایط مرزی و بین مرزی، معادله فرکانسی استخراج شده است. نتایج نشان می دهد که جریان سیال باعث افت فرکانس های طبیعی لوله ترکدار حامل سیال می شود و در سرعت بحرانی سیال، فرکانس طبیعی اول برابر صفر شده و سیستم ناپایدار می شود. همچنین وجود ترک باعث کاهش سرعت بحرانی و فرکانس های طبیعی لوله ترکدار می شود. صحت مدل ارائه شده با تاستفاده از نتایج تجربی موجود در ادبیات فن، اثبت رسیده است کاهش سرعت بحرانی و نین مرزی، معادله فرکانسی استخراج شده است. نتایج نشان می دهد سیستم ناپایدار می شود. همچنین وجود ترک باعث کاهش سرعت بحرانی و فرکانس های طبیعی لوله ترکدار می شود. صحت مدل ارائه شده با تعاده از نتایج تجربی موجود در ادبیات فن به اثبات رسیده است.

Vibration analysis of a cracked pipe conveying fluid

M. Rezaee^{1*}, V. A. Maleki²

1- Assoc. Prof. of Mech. Eng., Univ. of Tabriz, Tabriz, Iran
 2- MSC Graduate of Mech. Eng., Univ. of Tabriz, Tabriz, Iran
 * P. O. B. 51665-315 Tabriz, m_rezaee@tabrizu.ac.ir

Abstract- In this paper, the effect of the crack on the vibration behavior of a thick-walled cracked pipe conveying fluid is investigated. The presence of a crack on the pipe introduces considerable local flexibility at the crack location. This flexibility is modeled by the fracture mechanics approach. The accuracy of the model is validated through the experimental data reported in the literature. Then, by using the mentioned model, the vibration analysis of the cracked pipe conveying fluid has been accomplished. Moreover, in order to solve the equation governing the vibration of the cracked pipe conveying fluid, a new analytical technique based on the power series method is proposed. Then, by applying the boundary conditions and the compatibility conditions at the crack location, the frequency equation is obtained. The results are presented by appropriate curves showing the variation of the natural frequency of the cracked pipe with a given depth and location for the crack, by increasing the fluid flow velocity, the natural frequencies of the pipe decrease. In addition, as the fluid velocity approaches to a certain value, the fundamental natural frequency approaches zero and instability occurs.

Keyword: Cracked Pipe, Vibration Analysis, Natural Frequency, Fluid Flow, Critical Velocity

موسی رضائی و همکار

۱– مقدمه

بهدلیل کاربرد گسترده لولههای حامل سیال به عنوان تجهیزاتی برای انتقال سیال، مطالعه رفتار دینامیکی لولههای حامل سیال از اهمیت ویژهای برخوردار است. وجود هرگونه عیب در این سازهها باعث تغییر در رفتار دینامیکی سازه شده و اگر به موقع تشخیص داده نشود میتواند منجر به خرابی و خسارات فاجعهباری شود. معمولاً برای تشخیص عیوب در اجزای مکانیکی و سازهها از تستهای غیرمخرب و روشهای بررسی سلامت سازه^۱ استفاده میشود. یکی از تستهای غیرمخرب برای تشخیص وجود ترک در سازه استفاده از روشهای بسیاری از محققان قرار گرفته است[۱-۷]. از آنجایی که وجود هرگونه عیب در سازه باعث تغییر در مشخصههای ارتعاشی سازه از جمله فرکانسها و شکل مودهای ارتعاشی میشود بنابراین با اندازهگیری و بررسی تغییرات مشخصههای ارتعاشی

روش تشخیص ترک مبتنی بر مشخصههای ارتعاشی سازه در ابتدا نیازمند یک مدل دقیق از ارتعاشات آزاد سازه میباشد که به خوبی و با دقت مناسبی بتواند اثر پارامترهای ترک (موقعیت و عمق ترک) بر رفتار ارتعاشی را نشان دهد. وجود ترک در سازه باعث کاهش سفتی معادل سازه می شود. برخی از محققین ترک را به صورت کاهش موضعی سطح مقطع تیر در محل ترک مدلسازی کردهاند[۸]. برخی دیگر نیز ترک را به صورت یک فنر پیچشی معرفی کردهاند که انعطاف پذیری موضعی ناشی از حضور ترک در سازه را به سیستم اضافه مىكند[٩-١٠]. سفتى پيچشى معادل ناحيه ترك از روش انرژی محاسبه می شود. برای تیرها با سطح مقطع مربعی، شفتها و یا لولههای جدار نازک، سفتی پیچشی معادل را می توان با دانستن رابطه میان ضریب شدت تنش¹ و مشخصات ترک محاسبه کرد[۱۱]. در مدل سفتی فنر پیچشی، ترک به صورت فنر پیچشی مدل می شود که دو قسمت سالم سازه را در محل ترک به یکدیگر متصل می سازد. با استخراج جواب دقیق معادله حاكم بر ارتعاش قسمت سالم و با اعمال شرايط مرزى و بین مرزی در محل ترک به معادلات حاکم بر رفتار ارتعاشی دو

قسمت سالم سازه، میتوان معادله فرکانسی سازه ترکدار را استخراج کرد. محققان متعددی با استفاده از روش مزبور به بررسی رفتار ارتعاشی سازههای ترکدار پرداختهاند[۲۲–۱۴]. اسماعیلزاده خادم و همکارانش[۱۴] به مطالعه تئوری و تجربی رفتار ارتعاشی لوله ترکدار با ترک محیطی پرداختهاند. آنها سطح مقطع لوله را معادل تیری درنظر گرفتهاند که ضخامت آن دو برابر ضخامت جداره لوله و پهنای آن نصف محیط متوسط لوله است. در مدل آنها، سفتی فنر پیچشی بر اساس روابط ارائهشده برای تیر با سطح مقطع مستطیلی بیان شده بررسی رفتار ارتعاشی لولههای ترکدار در غیاب جریان سیال پرداختهاند. آنها نشان دادند که وجود ترک در سازه باعث افت فرکانسهای طبیعی میشود و اثر ترک بر کاهش فرکانسهای طبیعی بالا بیشتر است.

نانیوادکار و همکاران[۱۰] با استفاده از روش ماتریس انتقال به بررسی اثر پارامترهای ترک بر رفتار ارتعاشی لولههای جدار ضخیم که تحت تأثیر فشار داخلی قرار دارد پرداختهاند. آنها اثر پارامترهای ترک و همچنین جهت ترک را بر فرکانسهای طبیعی مورد بررسی قرار دادهاند. موریگاندراپا و همکاران[۱۵] به مطالعه تئوری و تجربی رفتار ارتعاشی لولههای ترک ارائه دادهاند. آنها ترک را با استفاده از فنر پارامترهای ترک ارائه دادهاند. آنها ترک را با استفاده از فنر پراسی رفتار ارتعاشی و عیبیابی در لولهها پرداختهاند. همچنین آنها در تحقیق دیگری[۱۶] با استفاده از روش انرژی به بررسی رفتار ارتعاشی و ترکیابی در لولههای حاوی سیال به بررسی رفتار ارتعاشی و ترکیابی در لولههای حاوی سیال

هر چند در بسیاری از تحقیقات انجام شده به بررسی اثر پارامترهای ترک در لوله های جدار ضخیم حاوی سیال [۱۷–۱۹] و نیز در غیاب سیال [۲۰،۶] پرداخته شده است، اما عمده تحقیقات انجام شده در این زمینه بر اساس روش های عددی از قبیل روش ماتریس انتقال [۱۵] و روش المان محدود [۱۸] بوده که سبب بروز خطای زیادی در محاسبات می شود و از این روش ها به سهولت نمی توان برای ترکیابی در لوله ها استفاده کرد. استفاده از مدل فنر پیچشی در مورد تیرها و لوله ها در غیاب سیال، به دلیل وجود جواب تحلیلی برای معادلات حاکم

^{1.} Structural health monitoring

^{2.} Stress intensity factor

 $c = \frac{72\pi\alpha^{2}}{EBH^{2}}F(\alpha), k = \frac{1}{c}$ $c = \frac{1-v^{2}}{E}\int_{0}^{\alpha}\int_{-b}^{b}\frac{32}{\pi R^{8}}(R^{2}-\xi^{2})\eta F^{2}(\alpha)d\eta d\zeta, k = \frac{1}{c}$ (1)

در روابط اخیر، E، v و h به ترتیب مدول الاستیسیته، نسبت پواسون و عمق ترک است و (α) تابعی از عمق نسبی ترک میباشد که در مرجع [۱۱] ارائه شده است. در مورد بررسی رفتار ارتعاشی سازههای ترکدار توخالی از قبیل لولهها مطالعات کمتری صورت پذیرفته است. نانیویوادکار و همکاران[۱۰] برای تعیین سفتی معادل فنر پیچشی متناظر با ترک در لولهها دو روش تجربی را ارائه کردهاند. آنها، با استفاده از خیز استاتیکی و همچنین اندازه گیری فرکانسهای طبیعی لوله ترکدار، سفتی فنر پیچشی معادل در محل ترک را بهدست آوردند. شایان ذکر است که در مطالعه مزبور تنها به استخراج سفتی معادل ترک با ابعاد خاص و برای دو نمونه لوله پرداخته شده است و رابطه تحلیلی برای ضریب انعطاف پذیری موضعی ناشی از ترک ارائه نشده است.



شکل ۱ تیر ترکدار با (الف) سطح مقطع مستطیلی، (ب) سطح مقطع دایرهای دایرهای

در مقاله حاضر، با استفاده از تئوری مکانیک شکست یک رابطه تحلیلی برای ضریب انعطاف پذیری موضعی ناشی از ترک در لولههای جدار ضخیم ارائه شده است. با فرض اینکه عمق ترک کمتر از ضخامت لوله باشد و با مدنظر قراردادن مود اول شکست، چگالی انرژی کرنشی باریکهای از سطح مقطع ترک دار لوله با مقطع مستطیلی که در شکل ۲ نشان داده شده است را محاسبه کرده و سپس با انتگرال گیری از آن در سطح مقطع ترک، رابطه تحلیلی جدیدی بر حسب عمق ترک برای انعطاف پذیری موضعی به دست آمده است. این رابطه قابل اعمال بر رفتار ارتعاشی، بسیار ساده است، اما در مورد لولههای جدار ضخیم حامل سیال با توجه به این که معادله حرکت حاکم بر رفتار ارتعاشی به صورت معادله دیفرانسیل پارهای شامل مشتقات ترکیبی نسبت به متغیرهای مکان و زمان میباشد، بنابراین روشی برای حل دقیق این معادله وجود نداشته و در نتیجه استفاده از مدل فنر پیچشی به مراتب پیچیدهتر خواهد بود. تاکنون روشی برای حل تحلیلی معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ارتعاشی لوله حامل سیال ارائه نشده است.

در تحقیق حاضر، روش تحلیلی جدیدی برای حل معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ارتعاش عرضی و همچنین محاسبه سرعت بحرانی سیال در لولههای جدار ضخیم ترکدار حامل سیال ارائه شده است. ترک به صورت یک فنر پیچشی بدون جرم با سفتی معادل ناحیه ترک که لوله را به دو قسمت تقسیم می کند مدل شده است. پس از استخراج معادله حاکم بر رفتار ارتعاش عرضی لوله حامل سیال، با استفاده از روش جدید ارائه شده جواب معادله به دست آمده و با اعمال شرایط مرزی و بینمرزی در محل ترک، معادله فرکانسی حاکم بر لوله حاوی سیال که تابعی از خواص مکانیکی و هندسی لوله و پارامترهای ترک و سرعت سیال میباشد استخراج و به بررسی اثر پارامترهای ترک و سرعت سیال بر رفتار ارتعاشی لوله حاوی سیال پرداخته شده است. مقایسه بین نتایج حاصل از مدل ارائهشده با نتایج تجربی موجود در ادبیات فن، علاوه بر صحه گذاری بر مدل جدید ارائه شده نشان می دهد که مدل جدید ضمن سادگی با دقت مناسبی رفتار ارتعاشی لولههای حاوی سیال را بهازای بازه گستردهای از پارامترهای ترک و سرعت سیال پیش بینی می کند.

۲-انعطاف پذیری موضعی ناشی از ترک در لولههای جدار ضخیم

در سالهای اخیر، ترکیابی بر اساس آنالیز ارتعاشی مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. دیماراگوناس و پاپادوپولوس[۲۱] ترک را توسط فنر پیچشی خطی مدل کرده و با استفاده از تئوری مکانیک شکست، انعطاف پذیری موضعی اضافی ناشی از حضور ترک و سفتی معادل را برای سطح مقطع مستطیلی و دایرهای که در شکل ۱ نشان داده شده است به صورت زیر بهدست آوردهاند:

$$h_x = 2\sqrt{R_o^2 - x_2} \tag{(a)}$$

$$\xi = y - (R_o - \sqrt{R_o^2 - x^2}) \tag{(6)}$$

$$I_{o} = \frac{\pi}{64} (D_{o}^{4} - D_{i}^{4}) \tag{V}$$

و برای سطح مقطع مستطیلی تابع $F_2\left(\frac{\xi}{h_x}\right)$ را میتوان به صورت زیر بیان کرد[۱۱]:

$$F(\frac{\xi}{h_x}) = \sqrt{\frac{2h_x}{\pi\xi} \tan(\frac{\pi\xi}{2h_x})} \frac{0.923 + 0.199 \left(1 - \sin(\frac{\pi\xi}{2h_x})\right)^4}{\cos(\frac{\pi\xi}{2h_x})} \quad (A)$$

در سطح مقطع لوله برای ترک با عمق a و طول 2b و با فرض $R_i = R_o - R_i$ ، انرژی کرنشی را میتوان با انتگرال گیری از رابطه (۲) به صورت زیر بهدست آورد:

$$U = \int_{-b_e}^{b_e} du = \int_{-b_e}^{b_e} \int_0^a J\left(\zeta\right) d\zeta dx$$
$$= \frac{1 - v^2}{E} \int_0^a \int_{-b_e}^{b_e} J\left(\zeta\right) dx d\zeta$$
(9)

در رابطه اخیر،
$$b_e^{}$$
 نصف طول وتر افقی در عمق y بوده و
با توجه به شکل ۲ به صورت زیر محاسبه میشود:

$$b_{e} = \sqrt{R_{o}^{2} - (R_{o} - y)^{2}}$$
(1.)
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: ...
: .

و با جایگذاری روابط (۴) و (۱۰) در رابطه (۹) خواهیم داشت:

$$U = \frac{1 - v^{2}}{E} \int_{0}^{a} \int_{-b_{e}}^{b_{e}} \frac{M^{2}}{4I_{o}^{2}} h_{x}^{2} (\pi\xi) dx d\xi$$
$$= P \int_{0}^{\frac{a}{D_{o}}} \int_{-\sqrt{y} - \overline{y}^{2}}^{\sqrt{y} - \overline{y}^{2}} (1 - 4\overline{x}^{2}) (2\overline{y} + \sqrt{1 - 4\overline{x}^{2}} - 1) F_{2}^{2} d\overline{x} d\overline{y}$$
(17)

$$P = \frac{(1 - v^2)\pi D_o^5}{4E} \frac{M^2}{I_o^2}$$
(17)

به لولهها با مشخصات هندسی و مکانیکی مختلفی میباشد و صحت آن با استفاده از نتایج تجربی موجود به اثبات رسیده است. در شکل ۲ سطح مقطع ترکدار لولهای با قطر خارجی D_o و قطر داخلی D_i و به ازای ترکی با عمق a نشان داده شده است. با توجه به این که رفتار ارتعاش عرضی مد نظر است، بنابراین تنها مود اول شکست را در نظر گرفته و از اثر مود دوم و سوم شکست صرفنظر میکنیم.



شکل ۲ سطح مقطع ترکدار لوله جدار ضخیم ترکدار

با استفاده از اصل انرژی پاریس[۱۱]، چگالی انرژی کرنشی باریکه مستطیلی به پهنای dx و با ترکی به عمق a برابر است با:

$$dU = \left(\int_{0}^{a} J\left(\xi\right) d\xi dx$$
 (7)

در رابطه اخیر کم مختصه در جهت ضخامت باریکه است که در رابطه اخیر کم مختصه در جهت ضخامت باریکه است که در شکل ۲ نشان داده شده است و (ξ) تابع چگالی انرژی کرنشی بوده و به صورت زیر بیان می شود [۱۱]:

$$J\left(\xi\right) = \frac{1-v^2}{E} K_I^2\left(\xi\right) \tag{7}$$

که در آن (ξ) $K_{I}(\xi)$ ضریب شدت تنش در مود اول شکست متناظر با گشتاور خمشی M میباشد که برای سطح مقطع مستطیلی به صورت زیر میباشد[۲۲]:

$$K_{I}\left(\xi\right) = \frac{Mh_{x}}{2I_{o}} \sqrt{\pi\xi} F_{2}\left(\frac{\xi}{h_{x}}\right) \tag{(f)}$$

در رابطه اخیر، h_x ارتفاع المان و I_o ممان اینرسی سطح مقطع لوله میباشد. با توجه به شکل ۲ میتوان نوشت:

مهندسی مکانیک مدرس دورهٔ ۱۲ شمارهٔ ۱ اردیبهشت ۱۳۹۱ www.SID.ir

$$c = \frac{\partial^2 U}{\partial M^2} = \frac{(1 - v^2)\pi D_o^5}{2EI_o^2}$$

$$\times \int_0^{\frac{a}{D_o}} \int_{-\sqrt{\bar{y} - \bar{y}^2}}^{\sqrt{\bar{y} - \bar{y}^2}} (1 - 4\bar{x}^2)(2\bar{y} + \sqrt{1 - 4\bar{x}^2} - 1)F_2^2 d\bar{x} d\bar{y}$$

(14)

در نتیجه ضریب انعطافپذیری بی بعد را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\overline{c} = \frac{2EI_o^2}{\pi (1 - v^2)D_o^5}c$$

$$= \int_0^{\frac{a}{D_o}} \int_{-\sqrt{\overline{y} - \overline{y}^2}}^{\sqrt{\overline{y} - \overline{y}^2}} (1 - 4\overline{x}^2)(2\overline{y} + \sqrt{1 - 4\overline{x}^2} - 1)F_2^2 d\overline{x}d\overline{y}$$
(14)

انتگرال فوق انعطافپذیری بی بعد در لوله جدار ضخیم در محل ترک را بیان می کند. با توجه به این که انتگرال فوق به صورت تحلیلی قابل حل نیست، به منظور ارائه رابطه تحلیلی برای انعطافپذیری موضعی، انتگرال فوق را ابتدا با استفاده از روش انتگرال گیری گاوس ۲۸ نقطهای حل کرده و سپس با روش انتگرال گیری گاوس ۲۸ نقطهای حل کرده و سپس با برازش نقاط حاصل با استفاده از روش حداقل مربعات، انعطافپذیری موضعی بی بعد را به صورت تابعی از $\frac{a}{D_o}$ ، مطابق

رابطه (۱۶)، بهدست می آوریم:

$$\overline{c} \left(\frac{a}{D_{o}}\right) = -5.6 \times 10^{-6} \left(\frac{a}{D_{o}}\right) + 0.0335 \left(\frac{a}{D_{o}}\right)^{2} + 16.19 \left(\frac{a}{D_{o}}\right)^{3} - 1047.91 \left(\frac{a}{D_{o}}\right)^{4} + 5.98 \times 10^{4} \left(\frac{a}{D_{o}}\right)^{5} - 2.34 \times 10^{6} \left(\frac{a}{D_{o}}\right)^{6} + 6.03 \times 10^{7} \left(\frac{a}{D_{o}}\right)^{7} - 1.00 \times 10^{9} \left(\frac{a}{D_{o}}\right)^{8} + 1.02 \times 10^{10} \left(\frac{a}{D_{o}}\right)^{9} - 5.83 \times 10^{10} \left(\frac{a}{D_{o}}\right)^{10} + 1.42 \times 10^{11} \left(\frac{a}{D_{o}}\right)^{11}$$

$$(15)$$

با محاسبه انعطافپذیری موضعی، سفتی معادل فنر در
محل ترک را میتوان از رابطه زیر بهدست آورد:
$$k_t = \frac{1}{c}$$

در شکل ۳ انعطاف پذیری موضعی بی بعد \overline{c} بر حسب عمق ترک رسم شده است. همان طور که از شکل مشاهده می شود، با افزایش عمق نسبی، انعطاف پذیری بیشتر می شود که این امر



باعث کاهش سفتی لوله در محل ترک می شود.

شکل ۳ انعطافپذیری موضعی بر حسب عمق نسبی ترک برای لوله جدار ضخیم

در جدول ۱ سفتی فنر پیچشی بهدست آمده با استفاده از رابطه (۱۷) و نتایج تجربی [۱۵] برای لولهای با مشخصات $D_i = 20$ mm قطر داخلی $D_i = 33$ mm و مدول الاستیسیته E = 65 GPa آورده شده است. همان طور که از جدول مشاهده می شود حداکثر خطای پیش بینی سفتی موضعی لوله کمتر از ۴/۵ درصد می باشد.

جدول ۱ مقایسه سفتی موضعی لوله جدار ضخیم در محل ترک با نتایج تجربی

خطا	k,, -	<u>a</u>	
(درصد)	مدل ارائەشدە	نتايج تجربي [١۵]	t
۰/۲۵	۱۶/۰۹۶۸	۱۶/۰۵۵۸	•/19•4٣
$r/\Delta v$	٩/۵۵۵٧	٩/٣١۶١	•/۲۵۳۸۵
۲/۲۹	۳/۶۲ • ۸	$r/r \cdot \Delta r$	•/٣٨•٧٧
۴/۳۷	۱/•۹٨١	1/+ 430	•/9849

۳– ارتعاشات آزاد لوله ترکدار حامل سیال

در شکل ۴ لوله جدار ضخیم ترکدار حامل سیال که سرعت جریان سیال U میباشد به همراه مدل ریاضی مورد استفاده نشان داده شده است.



$$EI \sum_{n=0}^{N} n (n-1)(n-2)(n-3)a_n x^{n-4} + m_f U^2 \sum_{n=0}^{N} n (n-1)a_n x^{n-2} + 2i \omega m_f U \sum_{n=0}^{N} n a_n x^{n-1} - \omega^2 (m_f + m_p) \sum_{n=0}^{N} a_n x^n = 0$$
 (71)

مجموعهای فوق را طوری بازنویسی می کنیم که توان x در همه آنها برابر n باشد. اگر n را در مجموع اول به 4 + 4 و در مجموع دوم به 2 + 4 و در مجموع سوم به 1 + 1 تبدیل کنیم رابطه زیر حاصل می شود:

$$EI \sum_{k=-4}^{N-4} (k+4)(k+3)(k+2)(k+1)a_{k+4} x^{k}$$

$$+ m_{f} U^{2} \sum_{k=-2}^{N-2} (k+1)ka_{k+2} x^{k}$$

$$+ 2i\omega m_{f} U \sum_{n=-1}^{N-1} (k+1)a_{k+1} x^{k}$$

$$- \omega^{2} (m_{f} + m_{p}) \sum_{k=0}^{N} a_{k} x^{k} = 0 \qquad (\Upsilon\Upsilon)$$

$$\sum_{k=0}^{N-4} \{ (k+4)(k+3)(k+2)(k+1)a_{k+4}$$

$$+ m_{f} U^{2} (k+2)(k+1)a_{k+2}$$

$$+ 2i\omega m_{f} U (k+1)a_{k+1} - \omega^{2} (m_{f} + m_{p})a_{k} \} x^{k} = 0$$

با بسط رابطه اخیر و مرتبسازی آن برحسب توانهای x میتوان نوشت:

$$P_{0}(a_{0},a_{1},a_{2},...,a_{N})x^{0} + P_{1}(a_{0},a_{1},a_{2},...,a_{N})x^{1} + ... + P_{N-4}(a_{0},a_{1},a_{2},...,a_{N})x^{N-4} = 0$$
 (TF)

$$P_1(a_0, a_1, ..., a_N) \cdot P_0(a_0, a_1, ..., a_N)$$
 در رابطه اخیر توابع $a_n, n = 0, 1, ..., N$ و ... توابع چندجمله ی بر حسب مجهول های



شکل ۴ (الف) لوله ترکدار حامل سیال، (ب) مدل ریاضی لوله ترکدار حامل سیال

با صرفنظر کردن از اثرات ویسکوزیته و با فرض تراکمناپذیر بودن و یکنواختبودن سرعت سیال، معادله ارتعاش عرضی لوله حامل سیال با استفاده از اصل همیلتون به صورت زیر بهدست میآید[۲۳]:

$$EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + 2m_f U \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x \partial t} + m_f U^2 \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0 \qquad (1A)$$

که در آن، m_{f} و m_{f} به ترتیب جرم واحد طول لوله و سیال و EI صلبیت خمشی لوله میباشد. برای استفاده از مدل فنر EI صلبیت خمشی لوله میباشد. برای استفاده از مدل فنر پیچشی، ابتدا میبایست جواب تحلیلی معادله فوق را به دست آورد. در مقاله حاضر برای حل معادله مزبور روش تحلیلی جدیدی بر اساس حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از سری های توانی ارائه شده است. حل معادله حرکت (۱۸) را به صورت $m_{0}(x,t) = W(x)$ در نظر می گیریم. با جایگذاری رابطه اخیر در معادله (۱۸) به دست میآوریم:

$$EI \frac{d^{4} W(x)}{dx^{4}} + m_{f} U^{2} \frac{d^{2} W(x)}{dx} + 2i\omega m_{f} U \frac{d^{2} W(x)}{dx^{2}} - (m_{f} + m_{p}) \omega^{2} W(x) = 0 \qquad (19)$$

معادله فوق، معادله دیفرانسیل خطی مرتبه چهار با ضرایب ثابت است. برای حل معادله اخیر، بر اساس روش حل معادلات با استفاده از سریهای توانی، جواب معادله را میتوان به صورت زیر درنظر گرفت:

$$W(x) = \sum_{n=0}^{N} a_n x^n + R$$
 (Y•)

مهندسی مکانیک مدرس دورهٔ ۱۲ شمارهٔ ۱ اردیبهشت ۱۳۹۱ www.SID.ir

میباشند. برای برقراری رابطه (۲۴)، به ازای جمیع مقادیر x، بایستی ضرایب توانهای مختلف x در طرفین رابطه فوق برابر باشد. از برابر صفر قراردادن ضرایب توانهای مختلف x دستگاه معادلات جبری خطی با 4 - N معادله و N مجهول به صورت زیر حاصل می شود:

$$P_{0}(a_{0}, a_{1}, a_{2}, ..., a_{N}) = 0$$

$$P_{1}(a_{0}, a_{1}, a_{2}, ..., a_{N}) = 0$$

$$\vdots$$

$$P_{N-4}(a_{0}, a_{1}, a_{2}, ..., a_{N}) = 0$$
(Y \lambda)

همان طور که از دستگاه معادلات فوق مشخص است چهار مجهول اضافی وجود دارد که میبایست این مجهولات به گونهای تعیین شوند که اولاً جوابهای مستقل خطی به دست آید و ثانیاً جوابهای به دست آمده در معادله (۱۹) صدق کرده و شرایط مرزی حاکم را ارضا کنند. از حل دستگاه معادلات a_n , n = 4,5,...N و شرایط مرزی حاکم را ارضا کنند. از حل دستگاه معادلات را بر حسب چهار ضریب مجهول a_1,a_0 و a_n به دست آورد. با جایگذاری ضرایب به دست آمده در رابطه (۲۰) و پس از مرتبسازی بر حسب چهار ضریب مذکور، جواب معادله (۱۹)

$$W(x) = a_{0}W_{0}(x) + a_{1}W_{1}(x) + a_{2}W_{2}(x) + a_{3}W_{3}(x)$$
(Y9)

در رابطه اخیر $W_j(x), \ j = 0, 1, 2, 3$ جوابهای مستقل خطی معادله (۱۸) میباشند و $a_n, n = 0, 1, 2, 3$ ضرایب ثابتی اند که از اعمال شرایط مرزی به دست می آیند.

به عنوان مثال، اگر جواب معادله با یک چندجملهای از درجه 6 = N تقریب زده شود، در این صورت جوابهای خصوصی مستقل خطی معادله (۱۹) به صورت زیر بهدست میآید:

$$W_{0}(x) = 1 - 0.0000439\omega^{2}x^{4}$$

$$W_{1}(x) = x - 0.00001324\omega x^{4} - 0.0000088\omega^{2}x^{5}$$

$$W_{2}(x) = x^{2} - 0.00001323x^{4} - 0.0000053\omega x^{5}$$

$$W_{3}(x) = x^{3} - 0.00000794x^{5} - 0.0016\omega x^{6}$$
(YY)

همانطور که مشاهده میشود، چهار جواب خصوصی بهدست آمده برای معادله ارتعاشی حاکم بر لوله حامل سیال مستقل خطی میباشند.

۴- معادله فرکانسی لوله ترکدار حاوی سیال

برای استخراج معادله فرکانسی، مدل ریاضی لوله ترکدار حامل سیال را که در شکل ۴–ب نشان داده شده است درنظر می گیریم. با استفاده از رابطه (۲۶)، جواب معادله (۱۹) برای دو قسمت سالم لوله در طرفین ترک را می توان به صورت زیر به-دست آورد:

$$W_{L}(x) = a_{0}W_{0}(x) + a_{1}W_{1}(x) + a_{2}W_{2}(x) + a_{3}W_{3}(x)$$
(7A)

$$W_{R}(x) = b_{0}W_{0}(x) + b_{1}W_{1}(x) + b_{2}W_{2}(x) + b_{3}W_{3}(x)$$
(Y9)

در روابط اخیر $(x) = W_{R}(x)$ و $(x)_{R}$ به ترتیب نشاندهنده شکل مودهای دو قسمت لوله در سمت چپ و راست ترک میباشند. شکل مودهای ارتعاشی سیستم (روابط ۲۸ و ۲۹) دارای هشت مجهول 1,2,3 a_{i}, b_{i} میباشد که از اعمال شرایط مرزی و شرایط بین مرزی در موقعیت ترک تعیین میشوند. شرایط بین مرزی حاکم در موقعیت ترک از شرایط پیوستگی خیز، گشتاور، نیروی برشی و اختلاف شیب در طرفین ترک حاصل میشوند که به ترتیب عبارتاند از:

$$W_{L}(x_{c}) = W_{R}(x_{c}), W_{L}''(x_{c}) = W_{R}'''(x_{c}),$$

$$W_{L}'''(x_{c}) = W_{R}''''(x_{c}),$$

$$kW_{L}'(x_{c}) - kW_{R}'(x_{c}) = EIW_{R}'(x_{c})$$
($"\cdot$)

مدل تحلیلی ارائهشده را میتوان برای هر نوع شرایط مرزی اعمال کرد. در این مقاله، لوله با تکیهگاههای گیردار در دو انتها مورد تحلیل قرار میگیرد. بنابراین:

$$W_{L}(x)\Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{d^{2}W_{L}(x)}{dx^{2}}\Big|_{x=0} = 0,$$

$$W_{R}(x)\Big|_{x=l} = 0, \quad \frac{d^{2}W_{R}(x)}{dx^{2}}\Big|_{x=l} = 0 \quad (\text{(T1)})$$

با جایگذاری روابط (۲۸) و (۲۹) در شرایط پیوستگی رابطه (۳۰) و پس از اعمال شرایط مرزی، به هشت معادله جبری

برحسب ضرایب مجهول $A = \{a_i, b_i\}, i = 0, 1, 2, 3$ به صورت زیر می سیم:

 $[\Delta]\{A\} = 0 \tag{77}$

در رابطه اخیر، عناصر ماتریس ضرایب $[\Delta]$ به مشخصات هندسی، مکانیکی، شرایط مرزی، پارامترهای ترک و سرعت سیال بستگی دارد. برای داشتن جواب غیربدیهی، بایستی دترمینان ماتریس ضرایب برابر صفر باشد. بنابراین، معادله فرکانسی لوله ترکدار حامل سیال به صورت زیر بهدست میآید: det $[\Delta(k_t, x_c, U, \omega)] = 0$ (۳۳)

از حل معادله اخیر، فرکانسهای طبیعی لوله ترکدار حامل سیال بهدست میآید.

۵- نتایج تحلیلی

به منظور تصدیق مدل درنظر گرفته شده از نتایج تستهای تجربی مرجع [۲۴] استفاده شده است. در مرجع مذکور آزمایشها بر روی لوله فولادی حامل سیال با تکیهگاههای گیردار در دو انتها و به طول mm $D_o = 21 \text{ mm}$ قطر داخلی $D_i = 16 \text{ mm}$ قطر داخلی $D_i = 16 \text{ mm}$ آزمایشها بر روی لوله خارجی mm $D_o = 21 \text{ mm}$ مدول الاستیسیته $D_i = 16 \text{ mm}$ آفتر داخلی $D_i = 16 \text{ mm}$ قطر خارجی GPa و جرم واحد حجم $\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$ مدول میال و ایجام شده است. در جدول ۲ فرکانسهای طبیعی لوله حاوی سیال با تکیهگاههای گیردار در دو انتها آورده شده است. در این

جدول مقایسه بین نتایج حاصل از تستهای تجربی مرجع [۲۴] با نتایج بهدست آمده از مدل ارائهشده به ازای سرعتهای مختلف سیال و ترک واقع در موقعیت نسبی $\beta = 0.4$ آورده شده است. این جدول نشان میدهد که حداکثر خطای مدل در تعیین فرکانسهای طبیعی اول، دوم و سوم به ترتیب ۲۹/۰ درصد، ۲۹/۰ درصد و ۲/۶۱ درصد میباشد. همان طور که مشاهده میشود مدل ارائهشده با دقت بسیار مناسبی رفتار ارتعاشی لوله ترک دار حامل سیال را پیش بینی می کند.

در شکل ۵ منحنی تغییرات نسبت فرکانسی اول (نسبت فرکانس طبیعی اول لوله ترکدار حامل سیال به اولین فرکانس طبیعی لوله سالم حامل سیال) برحسب موقعیت نسبی ترک (نسبت موقعیت ترک به طول لوله) به ازای مقادیر مختلف عمق نسبی ترک نشان داده شده است. نتایج نشان میدهد که هر چه ترک به انتهای گیردار نزدیک باشد، اثر آن بر کاهش فرکانسی بیشتر است. همچنین نتایج نشان میدهد که در شکل مود اول ارتعاشی، کمترین کاهش فرکانس طبیعی اول مربوط به ترک واقع در موقعیت نسبی 2025= β و میباشد. همان طور که در شکل ۵ نشان داده شده است، موقعیتهای مزبور نقاط عطف تابع شکل مود اول ارتعاشی است که در این موقعیتها مشتق دوم تابع خیز برابر صفر است. به عبارت دیگر گشتاور خمشی ایجادشده در نقاط مزبور در طی ارتعاش لوله در مود اول برابر صفر میباشد.

جدول ۲ فرکانس های طبیعی لوله جدار ضخیم ترک دار حامل سیال با تکیه گاههای گیردار در دو انتها و مقایسه آن با نتایج تجربی [۲۴] به ازای سرعتهای مختلف سیال ترک واقع در موقعیت نسبی β = 0.4

			طبيعي، (Hz)	فر کانس های			
ارصد)		تحقيق حاضر	نتايج تئورى	بی [۲۴]	نتايج تجر		
۵ m/s	۱ m/s	۵ m/s	۱ m/s	۵ m/s	۱ m/s	ىيال	سرعت س
•/•• ١	•/••٣	111/98	111/94	111/94	۱۱۸/۹۷	$\omega_{\rm l}$, (Hz)	
• / • • ٣	•/••۴	377V/X 1	377/18	877/97	۳۲۷/۹۸	ω_2 , (Hz)	لوله سالم
•/•۲۵	•/١٩١	847/14	۶۴۲/۷۵	842/9	<i>ዮ</i> ۴۳/۹ለ	ω_3 , (Hz)	
•/187	•/184	۱۱۸/۹۱	111/97	118/85	118/72	$\omega_{\rm l}, ({\rm Hz})$	لوله ترکدار با عمق ترک ۱ mm
•/۴۳۸	•/47•	341/12	221/22	<i>۳۲۶/۳۹</i>	878/48	ω_2 , (Hz)	
• /۶ • ۵	•/۴۵•	841/88	841/41	७८७/५७	839/8	<i>∞</i> ₃ , (Hz)	
•/٢٩۴	•/۲۹۷	118/81	118/82	118/42	111/47	ω_1 , (Hz)	لوله ترکدار با عمق ترک ۲ mm
•/۴۶۵	•/۴۴٧	377/87	377/88	378/10	378/77	ω_2 , (Hz)	
٠/٣٩۴	۰/۴۱۵	۶۴۰/۷۹	841/	889/24	۶۳۹/۳۵	ω_3 , (Hz)	



شکل ۵ منحنی تغییرات نسبت فرکانسی در مود اول بر حسب موقعیت نسبی ترک به ازای عمقهای نسبی مختلف ترک

با توجه به اینکه عمدهترین عامل کاهش فرکانسهای طبیعی ناشی از ترک، در اثر گشتاور خمشی میباشد، بنابراین در شکل مود ارتعاشی اول، اثر ترک واقع در موقعیتهای نسبی $\beta = 0.225 = \beta$ و $\beta = 0.775 = \beta$ بر نسبت کاهش فرکانس طبیعی اول از بین میرود. نتیجه مشابهی را میتوان با توجه به شکلهای ۶ و ۷ که منحنی تغییرات نسبت فرکانسی دوم و سوم لوله ترکدار حامل سیال را برحسب موقعیت نسبی ترک نشان میدهد بیان کرد.





در شکل ۸ منحنی نسبت فرکانسی بر حسب عمق نسبی ترک (نسبت عمق ترک به ضخامت لوله) و به ازای مقادیر مختلف موقعیت نسبی ترک رسم شده است. همانطور که از شکل مشاهده میشود، وجود ترک باعث افت فرکانس طبیعی شده و با افزایش عمق ترک کاهش فرکانسی بیشتر میشود.



شکل ۸ منحنی تغییرات نسبت فرکانسی برحسب عمق نسبی ترک به ازای موقعیتهای نسبی مختلف ترک، (الف) مود اول و (ب) مود دوم

همان طور که از معادله فرکانسی (۳۳) مشاهده می شود، فرکانسهای طبیعی لوله حامل سیال وابسته به سرعت جریان سیال نیز میباشد. شکل ۹ تغییرات نسبت فرکانسی (نسبت فرکانس طبیعی لوله حامل سیال با سرعت u به فرکانس طبیعی لوله حامل سیال در حالت 0 = u) لوله سالم را برحسب سرعت بی بعد سیال در دو شکل مود ارتعاشی اول نشان می دهد. سرعت بی بعد در شکل ۹ نسبت سرعت سیال به سرعت بحرانی سرعت بی بعد در شکل ۹ نسبت سرعت سیال به سرعت بحرانی سیال می باشد که برای لوله سالم دوسر گیردار سرعت بحرانی سیال می باشد که برای لوله سالم دوسر گیردار سرعت بحرانی سیال برابر $\frac{2\pi}{n} \sqrt{\frac{EI}{m}}$ می باشد [۲۵]. برای لوله سالم در غیاب جریان سیال، فرکانس طبیعی اول و دوم به ترتیب برابر Hz می اشد و همان طور که از شکل

حاوی سیال کاهش مییابد تا در سرعت بحرانی سیال، فرکانس طبیعی اول برابر صفر شده و سیستم ناپایدار میشود.



شکل ۹ نسبت فرکانس طبیعی لوله حامل سیال برحسب سرعت بیبُعد سیال

از مزیتهای دیگر مدل ارائهشده امکان محاسبه سرعت بحرانی سیال در لولههای حامل سیال میباشد. در شکل ۱۰ اختلاف فرکانس طبیعی اول لوله سالم حامل سیال و لوله ترکدار با ترکی به عمق ۲/۵ mm و واقع در موقعیت نسبی 0.001 = β برحسب سرعت بیبعد سیال نشان داده شده است. سرعت بحرانی سیال متناظر با لوله ترکدار برابر $\frac{m}{s}$ ۹۹/۲۱۵ برعت بحرانی سیال متناظر با لوله ترکدار برابر فرکانس طبیعی میباشد. با افزایش سرعت سیال، اختلاف بین فرکانس طبیعی لوله سالم و لوله ترکدار بیشتر میشود طوری که در حوالی سرعت بحرانی این اختلاف بهشدت افزایش مییابد. در سرعت سرعت میاظر با لوله ترکدار، فرکانس طبیعی لوله ترکدار به صفر میرسد در حالی که لوله سالم هنوز به حالت ناپایدار نرسیده و فرکانس طبیعی آن برابر $\frac{1}{s}$



مهندسی مکانیک مدرس دورهٔ ۱۲ شمارهٔ ۱ اردیبهشت ۱۳۹۱ www.SID.ir

۶- نتیجهگیری

در تحقیق حاضر، رفتار ارتعاش عرضی لوله ترکدار حامل سیال مورد مطالعه قرار گرفت و روش جدیدی برای محاسبه انعطاف پذیری موضعی ناشی از ترک و همچنین حل معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ارتعاش عرضی لولههای حاوی سیال ارائه شد. مدل ارائهشده برای محاسبه انعطاف پذیری موضعی، قابل اعمال به انواع لولهها با مشخصات هندسی و مکانیکی مختلف بوده و صحت آن با نتایج تجربی موجود به اثبات رسیده است. با افزایش عمق ترک انعطاف پذیری بیشتر شده و در نتیجه سفتی موضعی در محل ترک کاهش می یابد که این امر منجر به کاهش فرکانسهای طبیعی لوله ترکدار می شود. موقعیت ترک نیز بر فرکانسهای طبیعی تأثیر میگذارد. نتایج نشان میدهد که هر چه ترک به انتهای گیردار نزدیک باشد، اثر آن بر کاهش فرکانسی بیشتر است. همچنین نتایج نشان میدهد که در شکل مود اول ارتعاشی، کمترین کاهش فرکانس $\beta = 0.225$ طبيعی اول مربوط به ترک واقع در موقعيت نسبی و $\beta = 0.775$ میباشد که این امر ناشی از صفربودن گشتاور خمشی در موقعیتهای مزبور میباشد. جریان سیال باعث کاهش فرکانس طبیعی لوله حاوی سیال می شود و با افزایش سرعت سیال افت فرکانس طبیعی بیشتر می شود، طوری که در سرعت بحرانى سيال فركانس طبيعى لوله حاوى سيال برابر صفر شده و باعث ناپایدارشدن سیستم می شود. وجود ترک نیز باعث کاهش سرعت بحرانی سیال میشود. به عبارت دیگر وجود ترک در لوله باعث می شود سیستم در سرعتهای پایین تر عبور سیال به حالت ناپایداری برسد. مقایسه نتایج حل تحلیلی ارائهشده با نتایج حاصل از تستهای تجربی موجود تطابق بسیار خوب دو پاسخ را به ازای بازه گستردهای از پارامترهای ترک نشان میدهد.

۷- مراجع

- Zhong Y., Xiang J., "Pipe Damage Detection Method Based on BSWI and SVR", *International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation*, Changsha, China, pp. 899-902, 2010.
- [2] Xiang J., et al., "Crack Detection in a Shaft by Combination of Wavelet-based Elements and Genetic Algorithm", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 45, 2008, pp. 4782-4795.

آنالیز ارتعاشی لولههای جدار ضخیم ترکدار ...

with a Crack", *Engineering Structures*, Vol. 26, 2004, pp. 427-436.

- [15] Murigendrappa S. M., Maiti S. K., Srirangarajan H. R., "Experimental and Theoretical Studyon Crack Detection in Pipes Filled with Fluid", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 270, 2004, pp. 1013-1032.
- [16] Murigendrappa S. M., Maiti S. K., Srirangarajan H. R., "Frequency-Based Experimental and Theoretical Identification of Multiple Cracks in Straight Pipes Filled with Fluid", NDT&E International, Vol. 37, 2004, pp. 431-438.
- [17] Pavic G., "Experimental Identification of Physical Parameters of Fluid-Filled Pipes using Acoustical Signal Processing", *Applied Acoustics*, Vol. 67, 2006, pp. 864-881.
- [18] Sadeghi M. H., Karimi-Dona M. H., "Dynamic Behavior of a Fluid Conveying Pipe Subjected to a Moving Sprung Mass An FEM-State Space Approach", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 88, 2011, pp. 123-131.
- [19] Dilena M., Dell'Oste M. F., Morassi A., "Detecting Cracks in Pipes Filled with Fluid from Changes in Natural Frequencies", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 25, No. 8, 2011, pp. 3186-3197.
- [20] Liu D., Gurgenci H., Veidt M., "Crack Detection in Hollow Section Structures through Coupled Response Measurements", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 261, 2003, pp. 17-29.
- [21] Dimarogonas A. S., Papadopoulos C. A., "Vibration of Cracked Shaft in Bending", *Journal* of Sound and Vibration, Vol. 91, No. 4, 1983, pp. 583-593.
- [22] Zou J., Chen J., et al, "Discussion on the Local Flexibility due to the Crack in a Cracked Rotor System", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 262, 2003, pp. 365-369.
- [23] Lee U., Park J., "Spectral Element Modelling and Analysis of a Pipeline Conveying Internal Unsteady Fluid", *Journal of Fluids and Structures*, Vol. 22, 2006, pp. 273-292.
- [24] Mahjoob M. J., Shahsavari A., "A Vibration-Based Damage Detection Method for Pipes Conveying Fluid", 48th AIAA/ ASME/ ASCE/ AHS/ ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Honolulu, Hawaii, 23-26 April, 2007.
- [25] Reddy C. D., Lu C., Rajendran S., Liew K. M., "Free Vibration Analysis of Fluid-Conveying Single-Walled Carbon Nanotubes", *Applied Physics Letters*, Vol. 90, 2007, pp.133122-133125.

- [3] Mahjoob M. J., Shahsavari A., Marzban A., "Crack Detection in Pipes using Changes of Natural Frequencies", Proceeding of the International Conference on Recent Advances in Mechanical & Materials Engineering, Kuala Lumpur, Malaysia, pp. 705-709, 2005.
- [4] Buezas F. S., Rosales M. B., Filipich C. P., "Damage Detection with Genetic Algorithms Taking into Account a Crack Contact Model", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 78, 2011, pp. 695-712.
- [5] Liu H., Xin K., Qi Q., "Study of Structural Damage Detection with Multi-Objective Function Genetic Algorithms", *Procedia Engineering*, Vol. 12, 2011, pp. 80-86.
- [6] Ye J., He Y., et al., "Pipe Crack Identification Based on Finite Element Method of Second Generation Wavelets", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, 2010, pp. 379-393, ().
- [7] Zhong, S., Oyadiji, S. O., "Detection of Cracks in Simply-Supported Beams by Continuous Wavelet Transform of Reconstructed Modal Data", *Computers and Structures*, Vol. 89, 2011, pp. 127-148.
- [8] Sinha J. K., Friswell M. I., Eswards S., "Simplified Models for the Location of Cracks in Beam Structures using Measured Vibration", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 251, No. 1, 2002, pp. 13-38.
- [9] Yoon H., Son I., "Dynamic Behavior of Cracked Simply Supported Pipe Conveying Fluid with Moving Mass", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 292, 2006, pp. 941-953.
- [10] Naniwadekar M. R., Naik S. S., Maiti S. K., "On Prediction of Crack in Different Orientations in Pipe using Frequency Based Approach", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, 2008, pp. 693-708.
- [11] Tada H., Paris P., Irwin G., "The Stress Analysis of Cracks Handbook", Third Edition, Hellertown, Pennsylvania, American Society of Mechanical Engineers, 2000.

```
[۱۲] سیامک اسماعیلزاده خادم، محمد حاجی احمدی و موسی
```

```
رضائی، "ترکیابی در لولههای ضخیم به روش آنالیز ارتعاشی"،
```

```
مجله بین المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران،
```

```
شماره ششم، جلد یازدهم، ص ۱۵۷ – ۱۶۵، زمستان ۱۳۷۹.
```

- [13] Yoon H., Son I., Ahn S., "Free Vibration Analysis of Euler-Bernoulli Beam with Double Cracks", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 21, 2007, pp. 476-485.
- [14] Lin H., "Direct and Inverse Methods on Free Vibration Analysis of Simply Supported Beams