



طراحی مسیر بهینه ربات متحرک غیر هولونومیک با استفاده از روش کنترل بهینه و صحه گذاری روش با انجام تست های تجربی ربات متحرک اسکات

محررم حبیب نژاد کورایم^۱، مصطفی ناظمی زاده^{۲،۳*}، حسین غفارپور^۲

۱- استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۳- مربی، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دماوند، دماوند

* تهران، صندوق پستی ۱۲۳۱۱۲۱۱۴۲، mn.nazemizadeh@gmail.com

چکیده- در محیط های کاری و صنعتی، از ربات های متحرک چرخ دار به علت فضای کاری وسیع آن استفاده فراوانی می شود. از طرفی، به منظور افزایش کارایی و بازده ربات های متحرک، طراحی مسیر حرکت آن از اهمیت ویژه ای برخوردار بوده و مورد توجه بسیاری از دانشمندان علم رباتیک می باشد. در این مقاله، به طراحی مسیر بهینه ربات متحرک چرخ دار با در نظر گرفتن معادلات دینامیکی غیرخطی و قیود غیرهولونومیک آن پرداخته می شود. مسئله طراحی مسیر بهینه ربات متحرک، به عنوان یک مسئله کنترل بهینه، فرمولاسیون شده و با استفاده از روش غیرمستقیم کنترل بهینه شرایط بهینگی مسیر، به صورت یک مجموعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی، استخراج می شود. سپس معادلات بهینگی استخراج شده به کمک روش های عددی حل شده و شبیه سازی های متنوعی برای مسیر بهینه ربات انجام می شود. در ادامه، به منظور بررسی صحت نتایج تئوری، آنالیزهای تجربی متعددی با استفاده از ربات متحرک آزمایشگاهی اسکات انجام پذیرفته و با نتایج شبیه سازی مقایسه می شود. تحلیل نتایج تجربی نشان دهنده صحت و کارایی روش پیشنهادی در کاربردهای عملی طراحی مسیر بهینه ربات متحرک می باشد.

کلیدواژه ها: ربات متحرک غیرهولونومیک، طراحی مسیر بهینه، روش کنترل بهینه، ربات متحرک اسکات، تست تجربی

Optimal path planning of nonholonomic mobile robots using optimal control method and verification of the method via experimental tests of the Scout mobile robot

M. H. Korayem¹, M. Nazemizadeh^{2,3*}, H. Ghaffarpour²

1- Prof., Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Technology, Tehran, Iran

2- MSc. Student, Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Technology, Tehran, Iran

3- Instructor, Mech. Eng., Damavand Branch, Islamic Azad Univ., Damavand, Iran

* P. O. B. 1231121142 Tehran, mn.nazemizadeh@gmail.com

Abstract- nonholonomic mobile robots are widely used in industrial environments due to their extended workspace. Also, to increase the productivity and efficiency of the mobile robot, their path planning is an important task, and is attracted attention of many of robotic scientists. In this paper, the optimal path planning of the wheeled mobile robots are performed considering their nonlinear dynamic equations and the nonholonomic constraints. Problem of the trajectory optimization is formulated, and conditions of the optimality are derived as a set of nonlinear differential equations by means of indirect method of optimal control method. Then, the optimality equations are solved numerically, and variant simulations are executed. To verify the simulation study, some experimental analysis are done for the Scout mobile robot and compared to the simulation results. The experimental analysis verifies the simulation results, and demonstrates the applicability of the proposed method for the optimal path planning of the mobile robots.

Keywords: nonholonomic mobile robot, optimal path planning, optimal control method, the Scout mobile robot, experimental test.

۱- مقدمه

ربات‌های متحرک نسبت به نوع ثابت آن دارای مزایایی چون فضای کاری وسیع‌تر، متحرک بودن و قدرت مانور بالاتر بوده و لذا موارد کاربرد فراوانی دارند. همچنین، از ربات‌های متحرک در جابه‌جایی اجسام در محیط‌های بزرگ و کاربردهای خاصی نظیر حمل مواد خطرناک در صنایع نظامی و هسته‌ای استفاده می‌شود [۲،۱]. لذا ربات‌های متحرک همواره مورد توجه محققان علم رباتیک بوده و مقالات و روش‌های متنوعی در زمینه طراحی مسیر و کنترل آن‌ها ارائه شده است [۳-۶].

کاستیلو و همکارانش [۷] از روش الگوریتم ژنتیک به منظور طراحی مسیر ربات متحرک با در نظر گرفتن قیود غیر هولونومیک سیستم استفاده کردند. پریز و همکاران [۸] به طراحی مسیر ربات متحرک غیرهولونومیک پرداختند. آن‌ها در روش پیشنهادی خود تنها به مدل‌سازی سینماتیکی ربات متحرک پرداختند. اما در طراحی مسیر ربات متحرک بایستی به محدودیت‌های اینرسی سیستم و گشتاور محرک‌ها توجه داشت، در غیر این صورت خطاهای طراحی مسیر در انجام تست‌های تجربی افزایش خواهد یافت.

در مرجع [۹] از روش کنترلی فیدبک حالت متغیر با زمان، به منظور کنترل و طراحی مسیر ربات متحرک غیرهولونومیک، استفاده شده است. از طرفی، به منظور افزایش کارایی و بازده ربات‌های متحرک، طراحی مسیر بهینه آن‌ها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در مقالات گوناگون، با در نظر گرفتن توابع هدف متنوعی چون کمترین زمان حرکت [۱۰]، کمترین تلاش ورودی [۱۱]، دوری از مانع [۱۲] و غیره، طراحی مسیر بهینه انجام می‌شود.

کورایم و همکارانش [۱۳] از روش برنامه‌ریزی تکراری خطی^۱ برای طراحی مسیر ربات متحرک استفاده کردند. این روش دارای معایبی چون خطی‌سازی معادلات و عدم هم‌گرایی مناسب پاسخ بوده و لذا در عمل کاربرد مناسبی ندارد.

در مرجع [۱۴] مسیریابی بهینه ربات متحرک غیر هولونومیک، به ازای حالتی که مسیر پنجه مشخص باشد، مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا مدل‌سازی دینامیکی سیستم با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک انجام شده و طراحی مسیر بهینه ربات متحرک، به ازای مسیر مشخص پنجه، انجام شد.

کورایم و ناظمی‌زاده [۱۵] به بررسی مسیریابی ربات متحرک در حضور موانع محیطی پرداخته و از توابع پتانسیل مجازی به منظور دوری ربات متحرک از موانع استفاده کردند. همچنین، ساراماگو و همکاران [۱۶] از روش مستقیم بهینه‌سازی برای طراحی مسیر ربات استفاده کردند. آن‌ها در این روش به گسسته‌سازی فضای کاری پرداخته و به طراحی مسیر بهینه می‌پردازند که باعث افزایش محاسبات و اصطلاحاً انفجار عددی^۲ می‌گردد. در مرجع [۱۷] و [۱۸] به طراحی مسیر بهینه ربات متحرک انعطاف‌پذیر با استفاده از روش کنترل بهینه پرداخته شده است. در این مقالات، مسیر ربات متحرک مشخص بوده و قیود غیرهولونومیک ربات در نظر گرفته نشده است و در عمل بهینه‌سازی مسیر حرکت نقطه به نقطه ربات انجام نشده است.

در این مقاله، به طراحی مسیر بهینه نقطه به نقطه ربات متحرک و مقایسه آن با تست‌های تجربی طراحی مسیر پرداخته می‌شود. بدین منظور ابتدا، با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک چرخ‌ها، معادلات دینامیکی غیرخطی ربات متحرک با استفاده از اصل لاگرانژ استخراج می‌شود. سپس این معادلات در فضای حالت بیان شده و به عنوان قیود مسئله کنترل بهینه در نظر گرفته می‌شود. همچنین تابع هزینه شامل ترم‌های گشتاور و سرعت در نظر گرفته می‌شود و مسئله کنترل بهینه فرمولاسیون می‌شود. سپس، با استفاده از اصل مینیمم پونتریاگین^۳ و حل غیرمستقیم مسئله کنترل بهینه، معادلات بهینگی به صورت یک مجموعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی استخراج شده که با استفاده از روش‌های عددی حل می‌شود. همچنین، شبیه‌سازی‌ها انجام شده با نتایج تست‌های تجربی مقایسه شده تا کارایی روش پیشنهادی مورد بررسی قرار گیرد. در بخش بعدی مقاله، معادلات دینامیکی غیرخطی ربات متحرک چرخ‌دار با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک بیان می‌شود.

در بخش سوم، فرمولاسیون طراحی مسیر بهینه ربات با استفاده از روش کنترل بهینه بیان و معادلات بهینگی استخراج می‌شود. همچنین نتایج شبیه‌سازی‌ها و نتایج تجربی مورد بررسی قرار می‌گیرد و در بخش آخر مقاله نتیجه‌گیری مباحث انجام می‌شود.

2. Numerical explosion

3. Pontryagin's minimum principle

1. Iterative linear programming

$$A = \begin{bmatrix} -\sin \phi & \cos \phi & -d & 0 & 0 \\ -\cos \phi & -\sin \phi & -b & r & 0 \\ -\cos \phi & -\sin \phi & b & 0 & r \end{bmatrix} \quad (3)$$

با استفاده از اصل لاگرانژ، معادلات دینامیکی سیستم به فرم نهایی زیر بیان می‌گردد:

$$M(\bar{q})\ddot{\bar{q}} + \bar{V}(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) = B\bar{T} + A^T \bar{\lambda} \quad (4)$$

در رابطه بالا، M ماتریس جرم، \bar{V} بردار نیروهای غیرخطی و گرانشی سیستم، B ماتریس ضرایب گشتاور ورودی، $\bar{T} = [T_r \quad T_l]^T$ بردار گشتاور موتور چرخ‌های ربات و $\bar{\lambda}$ ترم مجهول ضرایب لاگرانژ می‌باشد. مقادیر مربوط به ربات متحرک در رابطه (۴) عبارت است از:

$$M = \begin{bmatrix} m_c + 2m_w & 0 & 2m_w d \sin \phi & 0 & 0 \\ 0 & m_c + 2m_w & -2m_w d \cos \phi & 0 & 0 \\ 2m_w d \sin \phi & -2m_w d \cos \phi & I_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_w \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$V = \begin{bmatrix} 2m_w d \dot{\phi}^2 \cos \phi \\ 2m_w d \dot{\phi}^2 \sin \phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

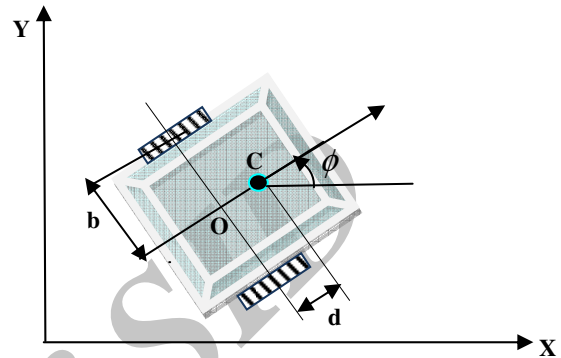
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

در ادامه به منظور حذف ترم ضرایب لاگرانژ از معادلات دینامیکی سیستم، بردار سرعت $\bar{v} = [\dot{\theta}_r \quad \dot{\theta}_l]^T$ و ماتریس S با ویژگی $A.S = 0$ ، $\dot{\bar{q}} = S\bar{v}$ تعریف می‌شود. در این حالت ماتریس S در فضای پوچی ماتریس A بوده و از رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$S = \begin{bmatrix} c(b \cos \phi - d \sin \phi) & c(b \cos \phi + d \sin \phi) \\ c(b \sin \phi + d \cos \phi) & c(b \sin \phi - d \cos \phi) \\ c & -c \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} c = \frac{r_0}{2b} \quad (8)$$

۲- معادلات دینامیکی ربات متحرک

در این بخش، به استخراج معادلات دینامیکی ربات متحرک با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک پرداخته می‌شود. شکل ۱ ربات متحرک با دو چرخ محرک مجزا را نشان می‌دهد که به صورت مجزا توسط دو موتور به حرکت در می‌آید.



شکل ۱ ربات متحرک غیرهولونومیک

پارامترها و اندازه‌های مربوط به ربات متحرک غیرهولونومیک، مطابق شکل ۱، عبارت است از: مرکز جرم پایه، O مرکز هندسی پایه، b فاصله مرکز هندسی از چرخ‌ها، d فاصله مرکز جرم و مرکز هندسی، (x_c, y_c) موقعیت مرکز جرم ربات، ϕ زاویه جهت‌گیری ربات، θ_l, θ_r به ترتیب مقدار دوران زاویه‌ای چرخ راست و چپ، $\dot{\theta}_l, \dot{\theta}_r$ به ترتیب مقدار سرعت زاویه‌ای چرخ راست و چپ، I_c, m_c جرم و ممان اینرسی پایه، I_w, m_w جرم و ممان اینرسی چرخ‌ها، r_0 شعاع چرخ‌های ربات، T_r گشتاور موتور چرخ راست و T_l گشتاور موتور چرخ چپ.

ابتدا با بیان بردار مختصات عمومی $\bar{q} = [x_c \quad y_c \quad \phi \quad \theta_r \quad \theta_l]^T$ قیود عدم لغزش جانبی ربات و عدم لغزش طولی چرخ‌ها برابر با رابطه (۱) است:

$$\begin{aligned} \dot{y}_c \cos \phi - \dot{x}_c \sin \phi - d \dot{\phi} &= 0 \\ \dot{x}_c \cos \phi + \dot{y}_c \sin \phi + b \dot{\phi} &= r_0 \dot{\theta}_r \\ \dot{x}_c \cos \phi + \dot{y}_c \sin \phi - b \dot{\phi} &= r_0 \dot{\theta}_l \end{aligned} \quad (1)$$

قیود غیرهولونومیک سیستم به شکل ماتریسی زیر بیان می‌شود:

$$A \dot{\bar{q}} = 0 \quad (2)$$

در رابطه بالا، ماتریس A بیانگر قیود غیرهولونومیک است و برابر است با:

با درجات آزادی بالا کاربرد ندارد. در روش غیرمستقیم از قضیه حساب تغییرات استفاده کرده و معادلات بهینگی به صورت مجموعه معادلات دیفرانسیل کویله شده استخراج می‌گردد. در این مقاله، از اصل مینیمم پونتریاگین استفاده می‌شود. با استفاده از این روش غیرمستقیم، در ابتدا تابع همیلتونین به صورت $H = L + \bar{P}^T \dot{\bar{X}}$ تعریف می‌گردد که بردار \bar{P} بردار شبه‌حالت نامیده می‌شود. سپس با استفاده از روش حساب تغییرات شرایط بهینگی به صورت یک مجموعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی استخراج می‌شود [۱۹]:

$$\dot{\bar{X}}^*(t) = \frac{\partial H}{\partial \bar{P}}(\bar{X}^*(t), \bar{T}^*(t), \bar{P}^*(t), t) \quad (12)$$

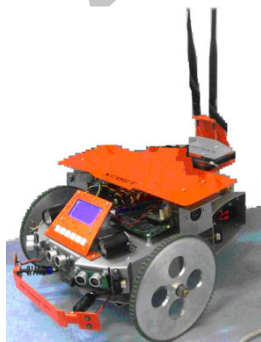
$$\dot{\bar{P}}^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial \bar{X}}(\bar{X}^*(t), \bar{T}^*(t), \bar{P}^*(t), t) \quad (13)$$

$$\bar{0} = \frac{\partial H}{\partial \bar{T}}(\bar{X}^*(t), \bar{T}^*(t), \bar{P}^*(t), t) \quad (14)$$

برای طراحی مسیر بهینه نقطه به نقطه ربات متحرک، معادلات بهینگی (۱۲) تا (۱۴) به صورت یک مجموعه معادلات دیفرانسیل با شرایط مرزی مشخص حاصل می‌شود. این مسئله مقدار مرزی را می‌توان با استفاده از روش‌های عددی حل کرد. در این مقاله، از دستور bvp4c نرم‌افزار مهندسی متلب به منظور حل مسئله مقدار مرزی حاصل شده استفاده گردیده و حل عددی معادلات بهینگی استخراج شده انجام شده است.

۴- نتایج شبیه‌سازی و تست‌های تجربی

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی و تست‌های تجربی ربات متحرک آزمایشگاهی اسکات ارائه شده است. این ربات دارای یک پایه متحرک غیرهولونومیک است که در شکل ۲ نشان داده شده است.



شکل ۲ ربات متحرک اسکات

برای بیان معادلات در فضای حالت، با تعریف بردار فضای حالت $\bar{X} = [x_c \ y_c \ \phi \ \theta_r \ \theta_l \ \dot{\theta}_r \ \dot{\theta}_l]^T = [x_1 \ \dots \ x_7]^T$ معادلات فضای حالت ربات متحرک غیرهولونومیک در نهایت به شکل زیر خواهد بود:

$$\dot{\bar{X}} = \begin{bmatrix} S\bar{v} \\ \bar{f}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (S^T MS)^{-1} \end{bmatrix} \bar{T} \quad (9)$$

$$\bar{f}_2 = (S^T MS)^{-1} (-S^T M \dot{S} \bar{v} - S^T \bar{V})$$

۳- فرمولاسیون کنترل بهینه و طراحی مسیر بهینه ربات متحرک

در این بخش، طراحی مسیر بهینه ربات متحرک به صورت یک مسئله کنترل بهینه فرمولاسیون می‌شود. در فرمولاسیون مسئله کنترل بهینه رابطه (۹)، که بیانگر معادلات دینامیکی ربات متحرک غیرهولونومیک در فضای حالت است، به عنوان قیود مسئله در نظر گرفته می‌شود و هدف یافتن بردار حالت بهینه \bar{X}^* و گشتاور ورودی بهینه \bar{T}^* به گونه‌ای است که معادلات قیدی سیستم برقرار و تابع هدف زیر کمینه شود:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L(\bar{X}(t), \bar{T}(t), t) dt \quad (10)$$

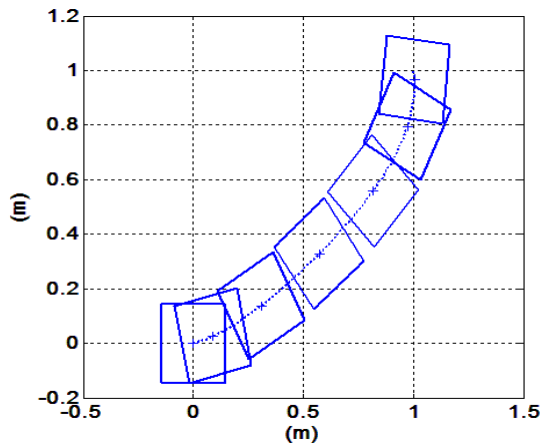
در رابطه (۱۰)، به منظور بهینه‌سازی مصرف انرژی ربات در طی مسیر بهینه آن، تابع هدف به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$L(\bar{X}(t), \bar{T}(t)) = \frac{1}{2} \left[\|\bar{X}\|_W^2 + \|\bar{T}\|_R^2 \right] \quad (11)$$

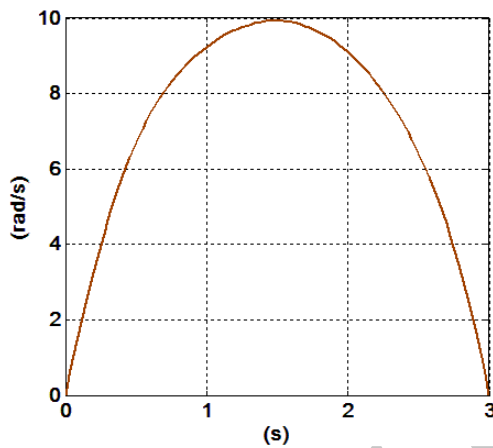
در رابطه (۱۱) ترم $\|\bar{X}\|_W^2$ نرم مربعی تعمیم‌یافته^۱ بردار فضای حالت نسبت به W ماتریس وزنی فضای حالت با خاصیت متقارن مثبت نیمه‌معین است. همچنین ترم $\|\bar{T}\|_R^2$ نرم مربعی تعمیم‌یافته بردار گشتاور ورودی سیستم نسبت به R ماتریس وزنی کنترل با ویژگی متقارن مثبت معین می‌باشد. لذا می‌توان ماتریس‌های وزنی را به صورت قطری $R = \text{diag}(r_1 \ r_2)$ و $W = \text{diag}(w_1 \ \dots \ w_7)$ در نظر گرفت. به منظور حل مسئله کنترل بهینه، دو روش مستقیم و غیرمستقیم استفاده می‌شود [۱۹]. در روش مستقیم فضای حالت و تابع هدف سیستم گسسته‌سازی شده و معادلات بهینگی در فضای گسسته استخراج می‌گردد. این روش دارای حجم محاسبات بالایی بوده و به‌ویژه برای سیستم‌های غیرخطی

2. Scout

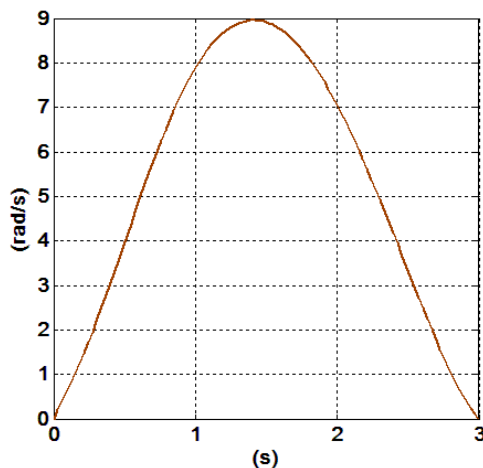
1. Generalized squared norm



شکل ۳ مسیر بهینه ربات متحرک اسکات



شکل ۴ سرعت زاویه‌ای بهینه چرخ راست ربات



شکل ۵ سرعت زاویه‌ای بهینه چرخ چپ ربات

همچنین، گشتاور بهینه وارد بر چرخ‌های ربات متحرک اسکات در شکل‌های ۶ و ۷ نمایش داده شده است.

پارامترهای مربوط به این ربات در جدول ۱ ارائه شده است:

جدول ۱ پارامترهای ربات متحرک اسکات

واحد	مقدار	پارامتر ربات
kg	$m_c=6.0$	جرم پایه
kg	$m_e=0.32$	جرم چرخ
kg.m^2	$I_c=0.06363$	مان اینرسی پایه حول محور عمود بر صفحه
kg.m^2	$I_w=0.0008$	مان اینرسی هر چرخ حول محورش
m	$b=0.145$	فاصله نقطه O از هر یک از چرخ‌ها
m	$r_0=0.08$	شعاع چرخ
m	$d=0.065$	فاصله نقطه O از C

همچنین، مشخصه موتورهای جریان مستقیم ربات با استفاده از رابطه زیر بیان می‌شود:

$$\bar{T}^- = -\bar{K}_1 - K_2 \bar{v}$$

$$\bar{T}^+ = \bar{K}_1 - K_2 \bar{v}$$

$$K_1 = [6.85 \quad 6.85]^T \text{ Nm}$$

$$K_2 = [0.4956 \quad 0.4956] \text{ Nm s / rad} \quad (13)$$

در رابطه (۱۳) محدوده و اکستریم گشتاورهای چرخ‌های

ربات متحرک اسکات \bar{T}^- , \bar{T}^+ بیان شده است.

به منظور شبیه‌سازی طراحی مسیر بهینه ربات متحرک

اسکات، در شبیه‌سازی اول ربات متحرک از شرایط اولیه

$$P_i (x_c = 0m, y_c = 0m, \phi = \frac{\pi}{4} \text{ rad})$$

$$P_f (x_c = 0m, y_c = 1m, \phi = \frac{\pi}{4} \text{ rad})$$

در مدت زمان مشخص $t_f = 3s$ حرکت می‌کند. ماتریس وزنی بردار حالت برابر

$$W = \text{diag}(0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 1)_{7 \times 7}$$

ورودی برابر با $R = \text{diag}(1 \quad 1)$ فرض می‌شود. با انجام

شبیه‌سازی، مسیر بهینه برای حرکت نقطه به نقطه ربات

متحرک اسکات به صورت شکل ۳ حاصل می‌شود.

همچنین، سرعت زاویه‌ای چرخ‌های ربات متحرک اسکات

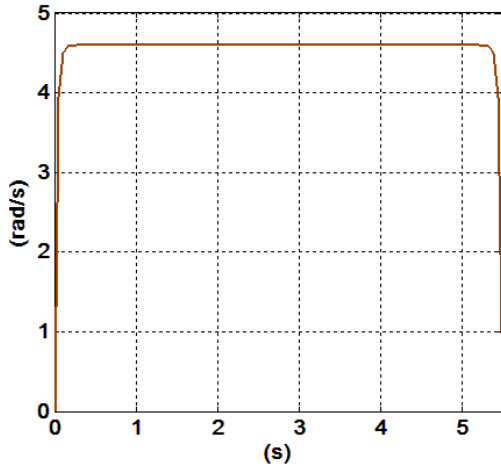
در طی مسیر نقطه به نقطه آن مطابق شکل‌های ۴ و ۵ است.

همان‌طور که در شکل‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود، سرعت‌های

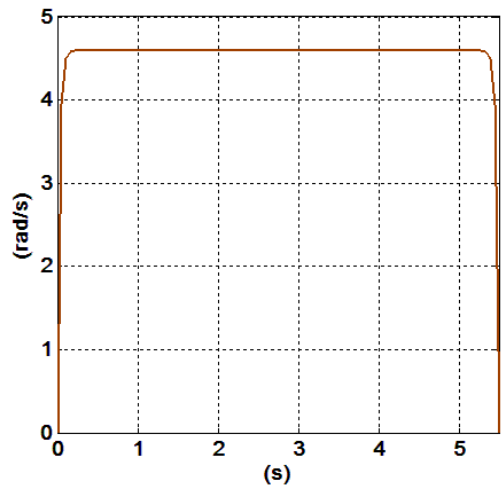
زاویه‌ای چرخ‌های ربات متحرک اسکات هموار بوده و در

تست‌های تجربی نیز قابل اجرا خواهد بود.

در شکل‌های ۸ و ۹ سرعت زاویه‌ای بهینه چرخ‌ها نشان داده شده است:

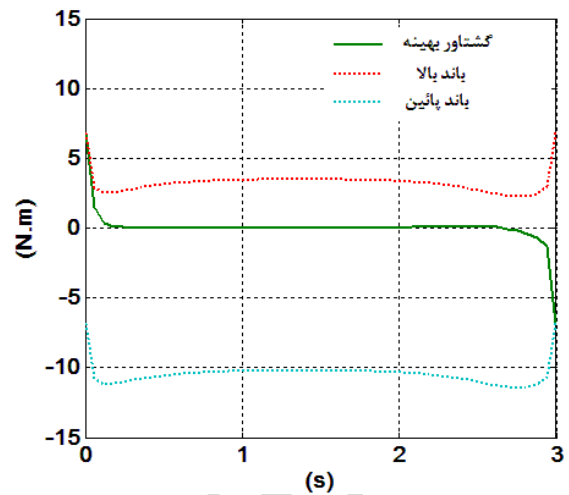


شکل ۸ سرعت زاویه‌ای بهینه چرخ راست ربات

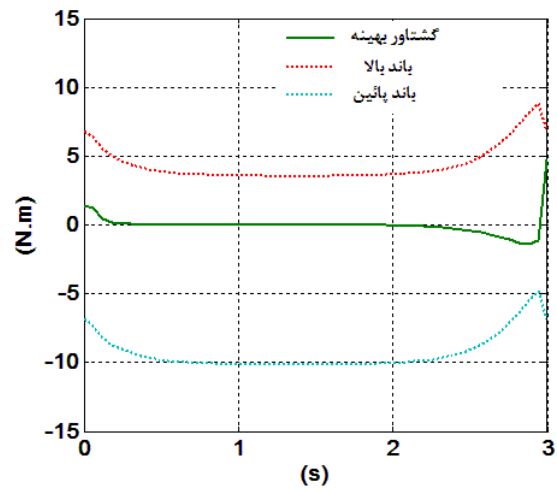


شکل ۹ سرعت زاویه‌ای بهینه چرخ چپ ربات

شکل‌های ۸ و ۹ سرعت زاویه‌ای چرخ‌ها در طول مسیر حرکت ربات متحرک اسکات را نشان می‌دهد. بایستی توجه داشت که توسط سازنده ربات متحرک اسکات، پروفیل سرعت چرخ‌های ربات به عنوان ورودی و برای طی مسیر ربات در نظر گرفته شده است. لذا، برای انجام تست تجربی با استفاده از ربات آزمایشگاهی اسکات، بایستی سرعت‌های بهینه به دست آمده از شبیه‌سازی را به عنوان ورودی‌های بخش کنترلی ربات به آن اعمال کرد. برای این کار، زمان کل حرکت ربات را به پنجاه قسمت مساوی تقسیم کرده و مقدار سرعت چرخ‌ها را در این پنجاه فاصله زمانی از نمودارهای ۸ و ۹ استخراج می‌کنیم.



شکل ۶ گشتاور بهینه وارد بر چرخ راست ربات

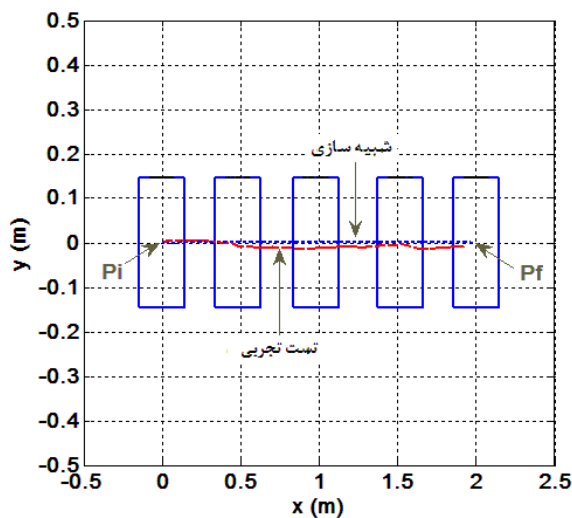


شکل ۷ گشتاور بهینه وارد بر چرخ چپ ربات

همان‌طور که در شکل‌های بالا دیده می‌شود، گشتاورهای وارد بر چرخ‌های ربات نیز هموار بوده و کمتر از مقادیر اکسترمم موتورهای محرک چرخ‌های ربات است. لذا در طی مسیر بهینه ربات خطای مسیر به ازای اشباع موتورهای محرک ربات رخ نخواهد داد.

برای شبیه‌سازی دیگر، ربات متحرک اسکات از شرایط اولیه $P_i(x_c = 0m, y_c = 0m, \phi = 0rad)$ به شرایط نهایی $P_f(x_c = 0m, y_c = 2m, \phi = 0rad)$ در مدت‌زمان مشخص $t_f = 5.5s$ حرکت می‌کند. ماتریس وزنی حالت برابر با $W = diag(0 \dots 0 \ 1 \ 1)_{7 \times 7}$ و ماتریس وزنی کنترل ورودی برابر با $R = diag(0.1 \ 0.1)$ فرض می‌شود.

می‌شود، نتایج تجربی با دقت مناسبی شبیه‌سازی را دنبال می‌کند. نزدیکی نتایج شبیه‌سازی و تجربی به علت دقت بالای انکودرهای چرخ‌های ربات اسکات است. البته اختلاف اندک نتایج مربوط به تاخیر در انتقال داده‌ها از طریق Wi-Fi به برد اصلی و همچنین خطاهای سیستماتیک و غیرسیستماتیک ربات می‌باشد. همچنین نتایج شبیه‌سازی و تجربی برای مسیر بهینه ربات متحرک اسکات مطابق شکل ۱۲ است.



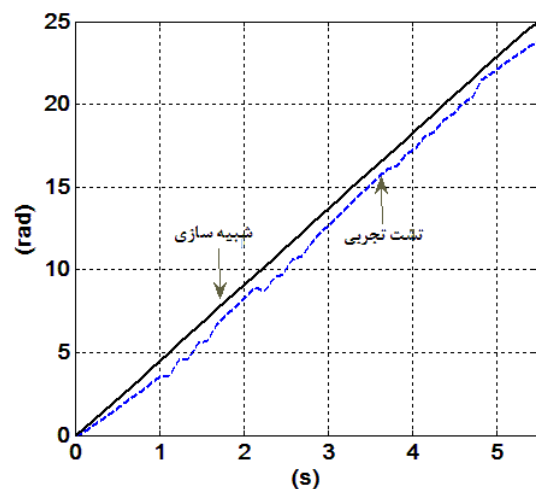
شکل ۱۲ مسیر بهینه ربات متحرک اسکات

همان‌طور که در شکل بالا مشاهده می‌شود، مسیر بهینه حاصل از تست تجربی به خوبی نتایج شبیه‌سازی را تعقیب می‌کند. همچنین، این تست چهار مرتبه تکرار شده است که میزان خطای میانگین نقطه پایانی در تست‌های تجربی حرکت ربات نسبت به شبیه‌سازی آن برابر با مقدار تقریبی ۷/۴۵ سانتی‌متر است. این اختلاف نتایج مربوط به خطاهای سیستماتیک و غیرسیستماتیک سیستم است.

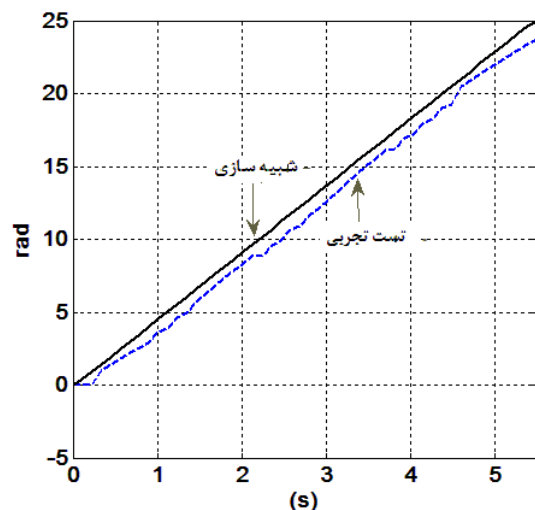
۵- نتیجه‌گیری

هدف از این مقاله، آنالیز تحلیلی و تجربی طراحی مسیر بهینه ربات متحرک بوده است. بدین منظور ابتدا، با در نظر گرفتن قیود غیرهولونومیک چرخ‌ها، معادلات دینامیکی غیرخطی ربات متحرک با استفاده از اصل لاگرانژ استخراج گردیده است. سپس این معادلات در فضای حالت بیان شده و به عنوان قیود مسئله کنترل بهینه در نظر گرفته شده است. همچنین، تابع هزینه شامل ترم‌های گشتاور و سرعت در نظر گرفته شده و با استفاده

در مرحله بعد، بردارهای سرعت به برد کنترلی ربات اعمال شده و ربات شروع به حرکت می‌کند. در طول مسیر حرکت، هر یک از چرخ‌های ربات دارای انکودرهایی است که میزان چرخش زاویه‌ای ربات را اندازه‌گیری کرده و با استفاده از یک سیستم Wi-Fi به برد اصلی ربات ارسال می‌کند. در پایان، جابه‌جایی زاویه‌ای چرخ‌های ربات متحرک اندازه‌گیری شده و نتایج تست تجربی به صورت زیر نشان داده شده است. شکل‌های ۱۰ و ۱۱ به ترتیب جابه‌جایی زاویه‌ای چرخ‌های راست و چپ ربات اسکات را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰ جابه‌جایی زاویه‌ای بهینه چرخ راست ربات



شکل ۱۱ جابه‌جایی زاویه‌ای بهینه چرخ چپ ربات

شکل‌های ۱۰ و ۱۱ به مقایسه نتایج شبیه‌سازی و تست‌های تجربی جابه‌جایی زاویه‌ای چرخ‌ها می‌پردازد. همان‌طور که دیده

- [9] Jiang Z. P., Nijmeijer H., "Tracking Control of Mobile Robots: A Case Study in Back Stepping", *Automatica*, Vol. 33, 1997, pp. 1393-1399.
- [10] Constantinescu D., Croft E. A., "Smooth and Time-Optimal Trajectory Planning for Industrial Manipulators along Specified Paths," *J. of Robotic Systems*, Vol. 17, 2000, pp. 233-249.
- [11] Chettibi T., Lehtihet H. E., Haddad M., Hanchi S., "Minimum Cost Trajectory Planning for Industrial Robots," *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 23, 2004, pp. 703-715.

[۱۲] حبیب‌نژاد کورایم محرم، ناظمی‌زاده مصطفی، عظیمی‌راد وحید، "طراحی مسیر و بهینه‌سازی مصرف انرژی برای کاربردهای فضایی ربات متحرک در حضور موانع محیط"، نهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، تهران، ۱۳۸۸، صص ۲۳۳-۲۳۸.

- [13] Korayem M. H., Ghariblu H., Basu A., "Dynamic Load-Carrying Capacity of Mobile-Base Flexible Joint Manipulators", *International Journal of Advanced Manufacturing and Technology*, Vol. 25, 2005, pp. 62-70.
- [14] Mohri A., Furuno S., Yamamoto M., "Trajectory Planning of Mobile Manipulator with End-Effector's Specified Path," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Maui, Hawaii, 2001, pp. 2264-2269.
- [15] Korayem M. H., Nazemizadeh M., azimirad V., "Optimal Trajectory Planning of Wheeled Mobile Manipulators in Cluttered Environments using Potential Functions", *Scientica Iranica, Transactions B: Mechanical Engineering*, Vol. 18, 2011, pp. 1138-1147
- [16] Dos Santos R. R., Steffen V., Saramago S. F. P., "Robot Path Planning in a Constrained Workspace by using Optimal Control Techniques", *Multibody System Dynamics*, Vol. 19, 2008, pp. 159-177.
- [17] Korayem M. H., Rahimi H. N., Nikoobin A., "Mathematical Modeling and Trajectory Planning of Mobile Manipulators with Flexible Links and Joints", *Applied Mathematics Modelling*, Vol. 36, 2011, pp. 3229-3244
- [18] Korayem M. H., Rahimi H. N., Nikoobin A., "Path Planning of Mobile Elastic Robotic Arms by Indirect Approach of Optimal Control", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 8, 2011, pp. 10-20.
- [19] Kirk D. E., *Optimal Control Theory: An Introduction*, Prentice- Hall Inc., Upper Saddle River, New Jersey, 1970.

از اصل مینیمم پونتری‌اگین معادلات بهینگی سیستم به صورت یک مجموعه معادلات دیفرانسیل غیرخطی استخراج گردیده و حل شده است. همچنین، نتایج شبیه‌سازی با نتایج تست‌های تجربی مقایسه شده و کارایی روش پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به‌دست آمده نشان‌دهنده آن است که نتایج تجربی ربات متحرک اسکات با دقت مناسبی شبیه‌سازی را دنبال می‌کند.

۶- مراجع

- [1] Cosma C., Confente M., Governo M., Fiorini R., "An Autonomous Robot for Indoor Light Logistics", *Proc. of IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Vol. 3, Sendai, Japan, 2004, pp. 3003-3008.
- [2] Cragg L., Hu H., "Application of Mobile Agents to Robust Teleoperation of Internet Robots in Nuclear Decommissioning," *Proc. of IEEE Int. Conf. on Industrial Technology*, Maribor, Slovenia, 2003, pp. 1214-1219.
- [3] Ma Q., Lei X., "Dynamic Path Planning of Mobile Robots Based on ABC Algorithm," *Artificial Intelligence and Computational Intelligence*, Vol. 6320, 2010, pp. 267-274.
- [4] Zhou T., Fan X., Yang Sh., Qu Zh., "Path Planning for Mobile Robots Based on Hybrid Architecture Platform", *Computer and Information Science*, Vol. 3, 2010, pp. 211-220.
- [5] Yamaguchi H., Kanbo Y., Kawakami A., "Formation Vector Control of Nonholonomic Mobile Robot Groups and its Experimental Verification", *International Journal of Vehicle Autonomous Systems*, Vol. 9, 2011, pp. 26-45.
- [6] Park B. S., Yoo S. J., Park J. B., Choia Y. H., "Simple Adaptive Control Approach for Trajectory Tracking of Electrically Driven Nonholonomic Mobile Robots", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 18, 2010, pp. 1199-1206.
- [7] Castillo O., Trujillo L., Melin P., "Multiple Objective Genetic Algorithms for Path-Planning Optimization in Autonomous Mobile Robots", *Soft Computing-A Fusion of Foundations, Methodologies and Applications*, Vol. 11, 2007, pp. 269-279.
- [8] Perrier C., Dauchez P., Pierrot F., "A Global Approach for Motion Generation of Non Holonomic Mobile Manipulator", *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. 4, 1998, pp. 2971-2976.