http://mechanics.journals.modares.ac.ir

مجله علمی پژوهشی
مهندسی مکانیک مدرس
دوره ۱۲ شماره ۳ شهریور ۱۳۹۱ ص‌ص ۶۸-۸۰

تاریخچه مقاله:
دریافت ۹۰/۱۰/۲۶
پذیرش ۹۱/۲/۲۴
ارائه در سایت ۹۱/۵/۳۰

تحلیل اثرات حرارتی روی جریان الکترواسمتیک درون یک ریزمجرای تخت به روش لتیس بولتزمن

عامر علیزاده[۱]، سید علی میربزرگی[۲*]

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشگاه بیرجند، بیرجند
۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند
* بیرجند، صندوق پستی ۹۷۱۷۵/۳۷۶، mirbozorgi@yahoo.com

چکیده- در این مقاله اثر دمای سیال ورودی روی طرح جریان الکترواسمتیک درون یک ریزمجرای تخت با دیواره‌های دما ثابت توسط حل معادلات حاکم به روش لتیس بولتزمن تحلیل شده است. هدف اصلی این مطالعه جستجوی اثرات تغییر دما بر توزیع یون‌ها و به تبع آن، پتانسیل الکتریکی داخلی و میدان سرعت سیال می‌باشد. برای آنکه بتوان از معادله توزیع یون بولتزمن استفاده کرد از دمای میانگین کاسه‌ای برای هر مقطع از ریزمجرا استفاده شده است. در روش لتیس بولتزمن بکار رفته، از مدل ال.بی.جی.کی برای مدلسازی تابع برخورد معادله بولترمن و از شرایط مرزی زو- هی برای میدان سرعت استفاده شده است. از مدل وانگ برای حل معادله پواسون- بولتزمن و از مدل هی- چن برای حل معادله انرژی استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش اختلاف دمای سیال ورودی و دمای دیواره‌ها میزان دبی جریان الکترواسمتیک افزایش می‌یابد. همچنین مشاهده شد که با کاهش پتانسیل الکتریکی خارجی، افزایش اختلاف دما و کاهش ضخامت لایه دو گانه الکتریکی، در ناحیه ورودی ریزمجرا، منطقه‌ای با جریان بازگشتی تشکیل می‌شود که می‌تواند به منظور کنترل طرح جریان داخلی موثر واقع شود.

کلیدواژگان: جریان الکترواسمتیک، ریز مجرای تخت، اثرات دما، روش لتیس بولتزمن، دمای میانگین کاسه‌ای.

The analysis of thermal effects on the electro-osmotic flow in a microchannel with the Lattice Boltzmann method

A. Alizadeh[1], S.A. Mirbozorgi[2*]

1- MSc of Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran
2- Assist. Prof. of Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran
* P.O.B. 97175/376 Birjand, Iran. Mirbozorgi@yahoo.com

Abstract- In this paper the effects of the inlet fluid temperature on the electro-osmotic flow pattern in a two-dimensional microchannel with constant walls temperature is investigated with solving the governing equations by the Lattice Boltzmann method. The main objective of this research is to study the effects of temperature variations on the distribution of ions and consequently internal electric potential and velocity field. For make possible to use the Boltzmann ion distribution equation, cup mean temperature for every cross section of the microchannel is used. At the used Lattice Boltzmann method, $LBGK$ model for modeling the Boltzmann collision function and the Zou-He boundary conditions method for velocity field has been used. Wang model for solving the Poisson-Boltzmann and He-Chen model for solving the energy equation has been used. The results show that, with increase the temperature difference between the inlet flow and the walls, the electro-osmotic flow rate increases. Also, observed that with decrease the external electric potential and the electric double layer thickness and increase the temperature difference at the inlet zone of the microchannel, a region with return flow is formed which can be used for controlling the internal flow pattern.

Keywords: Electro-Osmotic Flow, Microchannel, Temperature Effects, Lattice Boltzmann Method, Cup mean Temperature.

Archive of SID

www.SID.ir

۱- مقدمه

ایجاد حرکت در سیال درون یک ریزمجرا، مانند آنچه در ریز آزمایشگاه‌ها[1] وجود دارد، چالشی مورد توجه و علاقه جهت بررسی می‌باشد. ایجاد حرکت توسط میکروپمپ‌های مکانیکی مستلزم داشتن بخشی محرک است که باعث دشواری تولید و همچنین آب‌بندی و کنترل این نوع میکروپمپ‌ها خواهد شد. از طرف دیگر، در یکی از روش‌های نسبتاً جدید، سیال به واسطه حرکت یون‌های محلول در خودش به حرکت در می‌آید [۱]. کارایی این روش غیر مکانیکی بویژه در به حرکت درآوردن سیالاتی با لزجت بالا، عامل مهمی است که بررسی و مطالعه چنین جریان‌هایی را توجیه پذیر کرده است [۲]. پمپ‌های فوق با توجه به عدم نیاز به بخش مکانیکی، می‌توانند به سهولت سیال را درون یک ریزمجرا توسط اعمال یک میدان الکتریکی خارجی انتقال دهند. از این رو کنترل‌پذیری این پمپ‌ها بسیار آسان‌تر می‌باشد. از آنجا که سطح مشترک هر جامد- مایعی می‌تواند دارای بارهای الکترواستاتیکی باشد، یک لایهٔ نسبتاً نازک (در حد ۱۰۰ نانومتر) از یون‌های مخالف (نسبت به بار الکتریکی روی سطح جامد) در مجاورت سطح و در بخش مایع ایجاد می‌شود. به مجموعهٔ این لایه و لایه مربوط به بارهای روی سطح جامد، لایهٔ دوگانه الکتریکی[2] (EDL) می‌گویند. حضور لایه دوگانه الکتریکی در مجاورت دیواره‌های یک ریزمجرا اغلب می‌تواند روی انتقال الکترولیت‌ها درون آنها منشأ اثر و دارای اهمیت کاربردی باشد. به‌عنوان مثال اگر یون‌های موجود در این لایه به واسطه نیروی حاصل از اعمال یک میدان الکتریکی خارجی به موازات دیواره‌های ریزمجرا شروع به حرکت کنند لزجت سیال باعث می‌شود تا بقیه مولکولهای سیال نیز همراه این یون‌ها به حرکت در آیند. به چنین جریانی، جریان الکترواسمتیک[3] (EOF) گفته شده و پروفیل سرعت آن برای لایه‌های دوگانه الکتریکی کوچک (نسبت به عرض ریزمجرا) دوشاخه مانند[4] است. به‌عبارت دیگر بخش اعظم (میانی) پروفیل سرعت در ناحیه خارج از لایه دوگانه الکتریکی تخت است ($\frac{\partial u}{\partial y}=0$) و به تبع آن اصطکاک بین لایه‌های آن صفر می‌باشد.

1. Lab-On-a-Chip
2. Electric Double Layer
3 Electro- Osmotic Flow
4. Plug Like Flow

می‌توان نشان داد که وقتی دمای الکترولیت یکنواخت باشد سرعت بیشینه (در ناحیه تخت) یا همان سرعت مرجع در جریان الکترواسمتیک از رابطهٔ زیر که به سرعت هلمهولتز- اسمولوکفسکی[5] معروف است، به‌دست می‌آید:

$$U_{ref}=-\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r E_x\zeta}{\mu}$$

در این رابطه ζ(V) پتانسیل الکتریکی دیواره‌ها و منفی، Ex (V/m) قدرت میدان الکتریکی خارجی، ε_0(c/Vm) ضریب گذردهی الکتریکی خلا، ε_r نسبت ضریب گذردهی الکتریکی الکترولیت به مقدار نظیرش در خلا و μ(Pas) لزجت دینامیکی سیال می‌باشد. از مزایای کاربردی یک جریان الکترواسمتیک، کنترل‌پذیری آن توسط میدان الکتریکی خارجی است. لذا به‌عنوان مثال جداسازی گونه‌های معلق در چنین جریان‌هایی به آسانی امکان‌پذیر می‌شود، چرا که سرعت برشی و یا به عبارتی عامل مؤثر در جداسازی گونه‌ها با تغییر میدان الکتریکی خارجی به‌سهولت ایجاد می‌شود [۳]. از طرف دیگر این جریان می‌تواند به آسانی با تغییر جهت میدان الکتریکی به صورت زمانی و یا مکانی نوسان کند و لذا در فرایندهای مخلوط سازی مناسب باشد [۴]. بدیهی است چنانچه پارامترهای موثر در جریان الکترواسمتیک را بتوان به‌طور هدفمند تغییر داد آنگاه می‌توان پروفیل‌های سرعت متفاوت و قابل کنترلی را ایجاد نمود. به‌عنوان مثال میربزرگی و همکاران [۵] به‌طور عددی نشان دادند که توزیع غیریکنواخت زتا پتانسیل بر روی دیواره‌های یک ریزمجرا می‌تواند پروفیل-های سرعت غیر پلاگ[6] ایجاد نماید. هیر و همکاران [۶] در یک کار تجربی ایدهٔ تولید پروفیل‌های سرعت غیر پلاگ را توسط ساختن ریزمجرایی که مقدار زتا پتانسیل بر روی سطوح آن می‌توانست متغیر باشد تأیید نمودند. شاسفرت و همکاران [۷] روش متفاوتی را برای کنترل میدان سرعت ارائه نمودند. آنها با تغییر میدان الکتریکی خارجی، حتی مقدار زتا پتانسیل بر روی دیواره‌ها را نیز تغییر داده و لذا جریان را شتاب‌گیر، کندشونده و یا برگشتی نمودند.

یکی از پارامترهای فرعی اما مهم در امر کنترل جریان الکترواسمتیک می‌تواند دما باشد. این کنترل‌پذیری از ناحیه وابستگی خواص فیزیکی به دما و نیز اثر مستقیم دما بر توزیع

5. Helmholtz-Smoluchowski
6. Non- Plug like flow

www.SID.ir
Archive of SID

یون‌ها صورت می‌گیرد. مطالعه بر روی انتقال حرارت جابه‌جایی در ریزمجراها با نگرش افزایش انتقال حرارت و حل میدان دما در یک دهه اخیر مورد توجه قرار گرفته است. اما این مطالعات تنها از منظر خود دما مورد بررسی قرار گرفته‌اند. به‌طور مثال مالا و همکاران [۸] یک تحقیق ساختاری و پایه‌ای را بر روی توزیع دما درون یک ریزمجرای تخت انجام دادند. در تحقیق آنها معادله پواسون- بولتزمن (با اعمال تقریب دبای- هوکل) و معادلات مومنتوم به صورت تحلیلی حل شده‌اند، حال آنکه معادله انرژی با استفاده از روشهای عددی حل شده و از اثر میدان دمایی بر توزیع یون‌ها صرف‌نظر شده است. آنها نشان دادند که با کاهش ضخامت لایه دوگانه الکتریکی میزان انتقال حرارت افزایش خواهد یافت.

هو سانگ کواک و همکاران [۹] نیز تأثیر میدان دمایی را بر جریان الکترواسمتیک مورد بررسی قرار داده‌اند. آنها تمامی معادلات را به صورت عددی و با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی مرسوم حل کرده‌اند. در کار آنها جریان الکترواسمتیک درون یک ریزمجرای تخت با دمای متغیر روی دیواره‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است و تاثیر میدان دما بر میدان جریان سیال نیز به واسطه در نظر گرفتن خواص فیزیکی متغیر با دما میسر شده است. هدف اولیه آنها کنترل سرعت جریان به واسطه تغییرات میدان دما بوده است. نتایج آنها نشان می‌دهد که چنانچه در راستای عمودی بین دو صفحه موازی، تغییر دما وجود داشته و یا به عبارت ساده‌تر دمای صفحات بالا و پایین با یکدیگر متفاوت باشند، جریانی شبیه جریان کوئت[1] ایجاد خواهد شد. همچنین اگر دمای صفحات در راستای طول مجرا بصورت مکانی تغییر نمایند الگویی از جریان‌های گردابه‌ای ایجاد خواهد شد. مطالعه لیائو و همکاران [۱۰] بیشتر بر یافتن مقدار بهینه عدد بی‌بعد κ برای بهبود پمپ کردن سیال توسط جریان الکترواسمتیک معطوف بوده و همچنین اثرات گرمایشی ژول نیز بر پمپ کردن سیال مورد بررسی قرار داده‌اند.

اخیراً مطالعات چندی به‌منظور مدل‌سازی جریان الکترواسمتیک و همچنین در مواردی با ارائه مدل لتیس بولتزمن جدیدی جهت حل معادله پواسون- بولتزمن و یافتن توزیع پتانسیل الکتریکی، ارائه شده است. تانگ و همکاران [۱۱]، با حل معادلات مومنتوم و پواسون- بولتزمن توسط روش لتیس بولتزمن، جریان الکترواسمتیک درون یک ریزمجرای تخت را مدل کردند. چیای و شی [۱۲] با حل معادله مومنتوم توسط مدل تراکم ناپذیر لتیس بولتزمن و ارائه مدلی جدید جهت حل معادله پواسون- بولتزمن توسط روش لتیس بولتزمن، جریان الکترواسمتیک درون یک ریزمجرای تخت را تجزیه و تحلیل کردند.

یانگ شی و همکاران [۱۳] برای لایه دوگانه الکتریکی بسیار کوچک $(\kappa = Kh = (h/\lambda) > 200)$، مدلی ساده شده را ارائه دادند که در آن با استفاده از آنالیز ابعادی مقدار دما و سرعت را در مرز بین این لایه و سیال محاسبه کرده‌اند. آنها سپس با حذف تمامی جملات مربوط به این لایه در معادلات مومنتوم و انرژی، مقادیر سرعت و دمای به‌دست آمده از آنالیز ابعادی را به عنوان شرایط مرزی برای مابقی جریان درنظر گرفتند. همچنین برای حل معادلات مومنتوم و انرژی از روش لتیس بولتزمن برای جریان‌های ساده به همراه انتقال حرارت استفاده کردند. آنها نشان دادند که این روش برای لایه‌های دوگانه الکتریکی دارای ضخامت بسیار کوچک کارآیی خوبی دارد.

تمامی موارد بالا نشان می‌دهند که تلاش برای کنترل و مطالعه پروفیل سرعت و به تبع آن جریان الکترواسمتیک از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. هدف اصلی مطرح در مقاله حاضر، بررسی اثر تغییر دما بر توزیع یون‌ها در راستای طولی است چرا که انتظار می‌رود اثرات حاصل از آن بر میدان سرعت و پتانسیل الکتریکی داخلی قابل توجه باشد. اگرچه این بررسی می‌بایست در عرض ریزمجرا نیز مورد توجه قرار گیرد اما بدلیل پرهیز از پیچیدگی بیشتر در کار حاضر، فقط اثر تغییر دما بر توزیع یون‌ها در طول ریزمجرا مورد مطالعه قرار گرفته است. بررسی کارهای منتشر شده که بعضاً ذکر شد نشان می‌دهد تمرکز مطالعات اغلب روی تغییر خواص فیزیکی الکترولیت با دما و تأثیر متقابل آن بر جریان الکترواسمتیک معطوف بوده است [۸-۱۰]؛ حال آنکه انتظار می‌رود تغییرات دما روی توزیع یون‌های مثبت و منفی و سایر پارامترهای دینامیکی جریان اثر قابل ملاحضه‌ای داشته باشد.

در مطالعه حاضر بجای حل معادله انتقال یون (ارنست- پلانک)، معادله بولتزمن حاکم بر توزیع یون‌ها با فرض دمای کاسه‌ای مخلوط[2] برای هر یک از مقاطع عرضی در طول ریزمجرا حل شده است. با این فرض خاص توزیع عرضی یون‌ها

1. Shear Flow (Couette Flow)

2. Mixing Cup Temperature

www.SID.ir
Archive of SID

به‌طور محلی به کمک معادله نمایی توزیع بولتزمن تعیین می‌شوند حال آنکه امکان تغییر توزیع یون‌ها در راستای جریان بدلیل تغییرات طولی دما همچنان وجود دارد. از آنجا که در حالت کلی هنگامی می‌توان از معادله نمایی توزیع بولتزمن برای یون‌ها استفاده نمود که جریان الکترواسمتیک کاملا توسعه‌یافته باشد، لذا در این مطالعه با توجه به تغییر دما و عدم توسعه‌یافتگی یونی، استفاده از توزیع نمایی بولتزمن در راستای طولی می‌تواند بعنوان یک فرض ساده کننده در نظر گرفته شود. با توجه به اینکه سه معادله پواسون- بولتزمن، مومنتوم و انرژی از طریق دما با یکدیگر کوپل می‌باشند بنابراین حل توأم این سه معادله به‌طور تکراری انجام شده است.

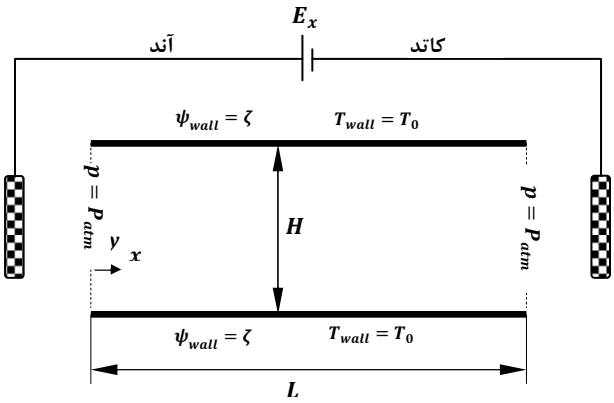
روش عددی بکار رفته در اینجا، روش لتیس بولتزمن می‌باشد. از مدل وانگ [۱۴] جهت حل معادله پواسون- بولتزمن و از مدل لتیس بولتزمن بی.جی.کی جهت حل معادله مومنتوم استفاده شده است [۱۵]. در نهایت معادله انرژی با استفاده از مدل هی- چن [۱۶] حل می‌شود.

برای اعتبار سنجی نتایج حاصل از بکارگیری روش لتیس بولتزمن، حل عددی به‌دست آمده با حل تحلیلی موجود در شرایط خاص مقایسه شده و درستی عملکرد کد عددی برای توزیع سرعت و پتانسیل الکتریکی داخلی نشان داده شده است. همچنین مسئله انتقال حرارت جابه‌جایی درون یک کانال حل شده و مقادیر ناسلت و دمای میانگین محلی حاصل از حل عددی با نتایج حل تحلیلی موجود مقایسه شده‌اند.

۲- تعریف مسأله

مطابق شکل ۱، جریان الکترواسمتیک مورد مطالعه در این مقاله حاصل از عبور یک الکترولیت متقارن درون ریزمجرای دوبعدی تخت بطول L و عرض H است که صفحات بالا و پایین آن دمای T_{wall} و پتانسیل الکتریکی ζ را اخذ نموده‌اند. عامل حرکت سیال نیز میدان پتانسیل الکتریکی خارجی با قدرت E_x است که توسط دو الکترود آند و کاتد واقع در دو سر ریزمجرا اعمال شده است.

نسبت طول به عرض این ریزمجرا (L/H) برابر ۵ می‌باشد. الکترولیت متقارن در اینجا دارای نسبت یونی ۱:۱ است (یعنی مقادیر عدد والانس یون‌ها برابر می‌باشند، $|Z_+| = |Z_-| = Z = 1$). محل استقرار صفحات آند و کاتد بقدری از ورودی و خروجی کانال دور انتخاب می‌شود که اثر جانبی افت‌های ورودی و خروجی مجرا قابل اغماض باشد.



شکل ۱ طرحواره یک ریزمجرای دو بعدی تخت با دما و پتانسیل الکتریکی ثابت بر روی دیواره‌ها

در مطالعه حاضر، فرض شده است که ریزمجرای تخت از جنس سیلیکون بوده و الکترولیت با یون‌های K^+ و CL^- بعنوان سیال عامل انتخاب شده‌اند. بعلاوه فرض شده است زتا پتانسیل در سطح مشترک سیال با دیواره منفی بوده و می‌تواند در دامنه $-100\ \text{mv} \le \zeta \le -25\ \text{mv}$ مقدار داشته باشد. با توجه به تعریف پارامتر بی‌بعد $\kappa = KH = H/\lambda$، که در آن عرض کانال H با ضخامت مشخصه لایه دوگانه الکتریکی یعنی:

$$K^{-1} = \lambda = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r K_B T_0}{2Z^2 e^2 n_0}}$$

بی‌بعد شده است، در اینجا با انتخاب مقدار κ و H مقدار n_0 تعیین می‌شود. بعضاً به‌جای غلظت عددی یون‌ها n_0، مقدار غلظت مولار c، نیز تعیین می‌شود.

در این صورت غلظت مولار برحسب kmol/m^3 و به صورت $c = n_0/(1000N_A)$ محاسبه می‌شود که در آن N_A عدد آووگادرو است.

جدول ۱، تعاریف اعداد بی‌بعد ترموهیدرودینامیکی حاکم بر جریان الکترواسمتیک را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه متغیرهای $\mu, k, \varepsilon_0, \zeta$ می‌توانند با دما تغییر کنند، لذا با توجه به ثابت در نظر گرفتن آنها در این مطالعه از مقادیرشان در $T = 293(\text{K})$ به عنوان مرجع در تعاریف اعداد بی‌بعد فوق استفاده خواهد شد. سایر کمیات فیزیکی نظیر $Z, e, K_B, \varepsilon_0, \varepsilon_r$ همواره ثابت هستند و مقادیرشان مطابق جدول ۲ ارائه شده است.

Archive of SID

www.SID.ir

جدول ۱ پارامترهای بی‌بعد و تعاریف آنها

پارامترهای بی‌بعد	تعریف رابطه پایه
Pr	$\frac{\nu_{ref}}{\alpha_{ref}}$
Re	$\frac{U_{ref}H_{ref}}{\nu_{ref}}$
A	$\frac{E_{ref}H_{ref}}{\frac{K_BT_0}{Ze}}$
B	$\frac{n_0K_BT_0}{\rho_{ref}U_{ref}^2}$
κ	$\sqrt{\frac{2Z^2e^2n_0}{\varepsilon_0\varepsilon_rK_BT_0}}H_{ref}$

جدول ۲ ثوابت و مقادیر ترموفیزیکی

متغیر	مقدار (واحد)
H	۶×۱۰^{-۶} (m)
e	$۱/۶۰۲\times۱۰^{-۱۹}$ (c)
K_B	$۱/۳۸۱\times۱۰^{-۲۳}$ (J/K)
n_{i_∞}	$۶/۰۲۲\times۱۰^{۲۰}$ (ion/m^3)
ε_r	۸۰
ε_0	$۸/۸۵۴\times۱۰^{-۱۲}$ (c/vm)
ρ	۱۰۰۰ (kg/m^3)
μ	۱×۱۰^{-۳} (Pa s)
T_0	۳۲۳/۱۵(K)
c_p	۴۱۸۰ (J/kg K)
k	۰/۶۱۳ (W/m K)

مقدار T_0 حسب مورد تعیین خواهد شد. از جمله پارامترهای مهم جریان لزج درون یک ریزمجرا، عدد رینولدز است که در مطالعه حاضر به‌عنوان ورودی مسئله انتخاب خواهد شد. به این ترتیب با معلوم بودن H, Re می‌توان U_{ref} را به‌صورت زیر تعیین نمود.:

$$U_{ref} = \frac{Re\,\nu}{H}$$

در ادامه با معلوم بودن زتا پتانسیل، می‌توان مقدار E_x لازم جهت ایجاد جریانی با سرعت U_{ref} از رابطهٔ:

$$E_x = \frac{-\mu U_{ref}}{\varepsilon_0\,\varepsilon_r\,\zeta}$$

به‌دست آورد. به‌طور خلاصه در هر مورد از حالات مورد مطالعه، مقادیر κ, H, Re, ζ به‌عنوان ورودی مسئله تعیین می‌شوند و در نتیجه مقادیر E_x, K, c به‌دست می‌آیند.

همانطور که در بالا بیان شد در جریان الکترواسمتیک بین دو صفحه موازی سرعت مرجع جریان می‌تواند با رابطهٔ زیر معرفی شود:

$$U_{ref} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_rE_x\zeta}{\mu}$$

ملاحضه می‌شود که برای مقادیر ثابت E_x و ε_0 سه پارامتر $\varepsilon_r, \mu, \zeta$ می‌توانند با دما تغییر کنند.

کواک و همکاران [۹] نشان دادند که برای بازه دمایی $288.15\ (\mathrm{K}) < T < 323.15(\mathrm{K})$ حاصلضرب $\varepsilon_r(T)\times\zeta(T)$ تقریباً برابر ۱ خواهد شد؛ در نتیجه می‌توان گفت که سرعت مرجع در این بازه دمایی فقط می‌تواند با دما و به واسطه ویسکوزیته به صورت $1/\mu(T)$ تغییر کند. در مطالعه حاضر تنها به منظور بررسی اثرات تغییر دما بر توزیع یون‌ها و به تبع آن جریان الکترواسمتیک، از تغییرات ویسکوزیته با دما صرف‌نظر خواهد شد. به‌علاوه چنانچه میزان ولتاژ اعمالی خارجی کوچک باشد، می‌توان از اثرات گرمای ژول (ناشی از مقاومت الکتریکی سیال در برابر عبور بار الکتریکی) بر جریان الکترواسمتیک صرفنظر کرد. به‌دلیل پایین بودن نرخ کرنش سیال در محدوده وسیعی از عرض ریزمجرا از اتلافات لزجی نیز صرف‌نظر شده است.

۳- فرمولاسیون محیط پیوسته مسئله

۳-۱- معادله پواسون- بولتزمن

بر پایه تئوری الکترواستاتیک [۱۷]، معادله حاکم بر توزیع پتانسیل الکتریکی، ψ می‌تواند به وسیله یک معادله پواسون و به صورت زیر تعریف شود:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial\psi}{\partial y}\right]=-\frac{\rho_e(x,y)}{\varepsilon_r\varepsilon_0} \qquad (۱)$$

که در آن ρ_e چگالی خالص بار خالص الکتریکی محلی، $\psi=\psi(x,y)$ پتانسیل الکتریکی در فضای دوبعدی، ε_0 ضریب گذردهی الکتریکی خلا و ε_r نسبت ضریب گذردهی الکتریکی الکترولیت به نظیرش در خلا می‌باشد. چگالی خالص بار الکتریکی ρ_e می‌تواند به صورت زیر تعریف شود:

$$\rho_e = Ze(n^+ - n^-) \qquad (۲)$$

که در آن n^+ و n^- غلظت عددی یون‌های مثبت و منفی با دیمانسیون $\mathrm{ion/m^3}$ و Z عدد والانس یون‌ها و e مقدار بار الکتریکی یک الکترون است با دیمانسیون C طبق تئوری

Archive of SID
www.SID.ir

الکترواستاتیک غلظت عددی یون‌ها نیز خود وابسته به توزیع پتانسیل الکتریکی ψ می‌باشند و به عبارت ساده‌تر از توازن دو نیروی ناشی از پخش یون‌ها و گرادیان پتانسیل الکتریکی است. برای مثال در حالت یک بعدی می‌توان داشت:

$$K_B T\left(\frac{dn^{\pm}}{dy}\right) = \mp Zen^{\pm}\left(\frac{d\psi}{dy}\right) \qquad (۳)$$

که در این معادله، سمت چپ معرف نیروی ناشی از پخش یونی و سمت راست ناشی از گرادیان پتانسیل الکتریکی است. $n^{\pm}$ معرف غلظت عددی یون‌های مثبت و منفی است. انتگرال‌گیری از معادله (۳) به رابطه زیر می‌رسد:

$$n^{\pm} = n_{i\infty} e^{\mp \frac{Ze\psi(x,y)}{K_B T_{mean}(x)}} \qquad (۴)$$

که در آن $n_{i\infty}$ غلظت عددی یون‌ها در حالت $\psi = 0$ است. رابطه به‌دست آمده به توزیع نمایی بولتزمن مشهور است و علاوه بر روش بیان شده می‌توان به کمک مفاهیم ترمودینامیک آماری نیز آن را اثبات کرد. در این رابطه علامت (-) سمت راست برای تعیین توزیع غلظت یون‌های مثبت و علامت (+) برای تعیین توزیع غلظت یون‌های منفی بکار می‌رود. در این رابطه T دمای مطلق و بر حسب کلوین K، K_B ثابت بولتزمن و بر حسب $\mathrm{J/K}$ است.

دو نکته مهم وجود دارد: اول اینکه معادله ارنست- پلانک معادله اصلی حاکم بر توزیع یون‌ها می‌باشد و دوم اینکه چنانچه در به‌دست آوردن معادله توزیع یون بولتزمن از معادله ارنست- پلانک، T در راستای y ثابت نباشد، نمی‌توان از رابطه (۳) انتگرال گرفت و به توزیع یون بولتزمن رسید. چنانچه نتوان از رابطه ارنست- پلانک به توزیع یون بولتزمن رسید، در نتیجه نمی‌توان از توزیع یون بولتزمن برای یافتن یون‌ها در فاصله y عمود بر صفحه استفاده کرد. پس اینجا علت در نظر گرفتن $T_{mean}(x)$ در این مطالعه مشخص می‌شود.

پیش از خاتمه بحث اکنون می‌توان با ترکیب معادلات (۲) و (۴) [۱۴]، معادله حاکم بر چگالی خالص بار الکتریکی که به معادله پواسون- بولتزمن مشهور است را به صورت زیر به‌دست آورد:

$$\rho_e(x,y) = -2Zen_{i\infty}\sinh\left(\frac{Ze\psi(x,y)}{K_B T_{mean}(x)}\right) \qquad (۵)$$

معادله پواسون- بولتزمن نیز از ترکیب روابط (۲) و (۵) حاصل می‌شود:

$$\nabla^2\psi = \frac{2Zen_{i\infty}}{\varepsilon_0\,\varepsilon_r}\sinh\left(\frac{Ze\psi(x,y)}{K_B T_{mean}(x)}\right) \qquad (۶)$$

که $e(\mathrm{C})$ بار مطلق الکترون، $T_{mean}(\mathrm{K})$ دمای کاسه‌ای میانگین سیال در هر مقطع است. با استفاده از مراجع مناسب شکل بی‌بعد این معادله به صورت رابطه (۷) است:

$$\bar{\psi} = \frac{\psi}{\frac{K_B T_0}{Ze}},\ \bar{\rho}_e = \frac{\rho_e}{Zen_{i\infty}},\ \bar{x} = \frac{x}{H}, \bar{y} = \frac{y}{H}$$

$$\frac{\partial^2\bar{\psi}}{\partial\bar{x}^2} + \frac{\partial^2\bar{\psi}}{\partial\bar{y}^2} = -\frac{\kappa^2\bar{\rho}_e}{2} \qquad (۷)$$

شرایط مرزی حاکم بر معادله فوق به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$y = 0 \rightarrow \psi = \zeta,\ y = H \rightarrow \psi = \zeta$$
$$x = 0 \rightarrow \psi = 0,\ x = l \rightarrow \frac{\partial\psi}{\partial x} = 0 \qquad (۸)$$

۳-۲- معادلات اصلاح شده ناویر- استوکس

در اینجا معادلات اصلاح شده ناویر- استوکس بر اساس درج نیروی حجمی ناشی از اعمال میدان الکتریکی خارجی روی چگالی بار خالص موجود در لایه دوگانه الکتریکی کنار دیواره‌ها نوشته می‌شوند. بنابراین معادلات ناویر- استوکس اصلاح شده که شامل معادلات پیوستگی و مومنتوم می‌باشند، برای جریان تراکم‌ناپذیر الکترولیتی در حالات لایه‌ای و پایا به صورت زیر بیان می‌شوند [۵]:

$$\nabla\cdot u = 0 \qquad (۹\text{- الف})$$

$$\rho(u\cdot\nabla u) = -\nabla p + \mu\nabla^2 u - \rho_e(E + \nabla\psi) \qquad (۹\text{- ب})$$

که در آن u بردار سرعت بر حسب $\frac{m}{s}$، $\mu(Pas)$ لزجت دینامیکی الکترولیت (در اینجا مستقل از دما)، $E(\mathrm{V/m})$ بردار قدرت میدان الکتریکی خارجی، $\rho(\mathrm{kg/m^3})$ چگالی جرمی الکترولیت (در اینجا ثابت و مستقل از دما) و $p(\mathrm{pa})$ فشار هیدرودینامیکی سیال می‌باشد. جمله آخر سمت راست (۹-ب)، بیانگر نیروی حجمی الکتریکی است که به سیال وارد شده و عامل حرکت آن می‌باشد. از این پس نیروی حجمی در جهت x در این مقاله به‌صورت $BF = \rho_e\left(E_x - \frac{\partial\psi}{\partial x}\right)$ نشان داده می‌شود. قابل ذکر است که در این مطالعه، هیچ‌گونه گرادیان فشاری در راستای جریان بر سیال اعمال نخواهد شد. در معادله (۹-ب) جمله مربوط به نیروی حجمی در جهت y، به دو دلیل $E_y = 0$ و غلظت پایین یون‌های محلول در سیال، حذف شده است [۱۸]. به‌عبارت دیگر نیروی الکتریکی ناشی از گرادیان ψ در جهت y با نیروی ناشی از پخش یون‌ها پیش از این موازنه شده‌اند و نهایتاً توزیع یون بولتزمن را نتیجه داده‌اند. موازنه این دو نیرو فقط در مورد یون‌ها صادق بوده و به دلیل کم بودن

Archive of SID

www.SID.ir

غلظت یون‌ها در الکترولیت تعداد مولکول‌های سیال کمتری تحت تاثیر حرکت یون‌ها قرار خواهند گرفت. در مورد مشابه برای معادله (۹-ب)، $\frac{\partial \psi}{\partial x}$ منشا بیرونی داشته و لذا با E_x جمع زده شده است. لازم به یادآوری است که نیروی ناشی از $\frac{\partial \psi}{\partial x}$ با هیچ نیروی دیگری موازنه نشده است، بر خلاف نیروی حاصل از $\frac{\partial \psi}{\partial y}$ که با نیروهای حاصل از پخش یونی موازنه شده است.

به کمک عوامل بی‌بعد زیر معادله ممنتوم به‌صورت معادلهٔ (۱۰) بی‌بعد می‌شود:

$$\bar{u}=\frac{u}{U_{ref}}\ ,\bar{v}=\frac{v}{U_{ref}}\ ,\bar{p}=\frac{P}{\rho U_{ref}^2}\ ,A=\frac{E_{ref}H}{\frac{K_BT_0}{Ze}}\ ,$$

$$B=\frac{n_{i\infty}K_BT_0}{\rho U_{ref}^2}$$

$$(\bar{u}\cdot\overline{\nabla u})=-\overline{\nabla p}+\frac{1}{Re}\overline{\nabla^2 u}+\bar{\rho}_eB(A\bar{E}-\overline{\nabla\psi}) \quad (۱۰)$$

شرایط مرزی حاکم بر معادلات ناویر- استوکس به صورت زیر می‌باشد:

$$y=0\rightarrow u=v=0\,,\qquad y=H\rightarrow u=v=0$$
$$x=0\rightarrow \frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial x}=0\,,p=P_{atm}$$
$$x=l\rightarrow \frac{\partial u}{\partial x}=v=0\,,p=P_{atm} \quad (۱۱)$$

۳-۳- معادله انرژی

با درنظر گرفتن تمامی فرض‌های بیان شده در بخش ۲، معادله انرژی به صورت زیر خواهد بود:

$$\rho c_p(u\cdot\nabla T)=k\nabla^2T \quad (۱۲)$$

که در آن c_p $(\mathrm{J/(kg\ K)})$ ظرفیت ویژه گرمایی و $k(\mathrm{W/(m\ K)})$ رسانندگی گرمایی سیال می‌باشد.

با استفاده از تعریف دمای بی‌بعد (۱۳- الف) که در آن T_{mean} دمای متوسط کاسه‌ای مخلوط در هر مقطع کانال و به صورت (۱۳- ب) تعریف می‌شود، و با توجه به مقادیر طول بی‌بعد $(\bar{x},\bar{y})$ و سرعت بی‌بعد $(\bar{u},\bar{v})$ که در روابط (۷) و (۱۰) ارائه شده‌اند، می‌توان شکل بی‌بعد معادله انرژی را به صورت رابطهٔ (۱۳- ج) نوشت:

$$\bar{T}=\frac{T-T_{wall}}{T_{mean}-T_{wall}} \quad (۱۳\text{- الف})$$

$$T_{mean}(x)=\left(\frac{1}{U_{mean}(x)A(x)}\right)\int TudA \quad (۱۳\text{- ب})$$

$$(\bar{u}\cdot\overline{\nabla T})=\frac{1}{Re\times Pr}\overline{\nabla^2T} \quad (۱۳\text{- ج})$$

در تمامی معادلات بی‌بعد شده، عدد رینولدز و پرانتل مطابق با جدول ۱ تعریف شده که در آنها $\alpha(\mathrm{m^2/s})$ ضریب نفوذ حرارتی، $\nu(\mathrm{m^2/s})$ ویسکوزیته سینماتیکی سیال می‌باشد.

شرایط مرزی حاکم بر معادله انرژی به صورت رابطهٔ (۱۴) می‌باشد:

$$y=0\rightarrow T=T_0, y=H\rightarrow T=T_0$$
$$x=0\rightarrow T=T_{in}, x=l\rightarrow \frac{\partial T}{\partial x}=0 \quad (۱۴)$$

لازم به ذکر است که به منظور عدم استفاده از نمادهای بیشتر، از این پس مقادیر بی‌بعد بدون علامت (-) نشان داده خواهند شد.

۴- فرمولاسیون مدل لتیس بولتزمن مسئله

در این مقاله، سه معادله حاکم بر پدیده مورد مطالعه (مومنتوم، پواسون- بولتزمن و انرژی) به صورت عددی و با استفاده از روش لتیس بولتزمن حل خواهند شد. لذا لازم است که معادلات هم ارز برای استفاده در روش لتیس بولتزمن معرفی شوند.

۴-۱- مدل لتیس بولتزمن جهت حل معادله پواسون- بولتزمن (مدل وانگ)

چنانچه سمت راست معادله (۶) به صورت:

$$g_{rhs}(x,y)=-\frac{2Zen_0}{\varepsilon_0\,\varepsilon_r}\sinh\left(\frac{Ze\psi(x,y)}{K_BT_{mean}(x)}\right)$$

تعریف شود می‌توان معادله انتقال بولتزمن جهت حل معادله پواسون- بولتزمن را در دو بعد با توجه به مدل وانگ به صورت زیر نوشت:

$$g_i\left(X+e_i\delta_{t,g},t+\delta_{t,g}\right)-g_i(X,t)=$$
$$-\frac{1}{\tau_g}\left[g_i(X,t)-g_i^{eq}(X,t)\right]+(1-\frac{0.5}{\tau_g})\delta_{t,g}\omega_ig_{rhs} \quad (۱۵)$$

که در آن $i=0-8$ جهات نه‌گانه در شبکه D2Q9، g_i تابع توزیع پتانسیل الکتریکی، X بردار مکان، $\boldsymbol{e_i}$ بردارهای سرعت میکروسکوپیک ذرات در جهات نه گانه، $\delta_{t,g}$ گام زمانی و در اینجا برابر ۱، τ_g ضریب بی‌بعد تخفیف زمانی که به صورت $\tau_g=\frac{3\chi\delta_{t,g}}{2\delta_x^2}+0.5$ تعریف شده که در آن δ_x ثابت شبکه و χ ضریب پخش پتانسیل الکتریکی بوده که همواره برابر ۱در نظر گرفته می‌شوند. g_i^{eq} تابع توزیع تعادل ماکسول- بولتزمن برای پتانسیل الکتریکی و ω_i ضرایب وزنی

Archive of SID
www.SID.ir

معادله منفصل شده بولتزمن می‌باشند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\omega_i = \frac{4}{9}\ (i=0)\ , \frac{1}{9}\ (i=1,2,3,4)\ , \frac{1}{36}\ (i=5,6,7,8) \quad (۱۶)$$

تابع توزیع تعادل ماکسول- بولتزمن به صورت زیر است:

$$g_i^{eq}(X,t) = \varpi_i \psi \quad (۱۷)$$

در رابطه (۱۷)، ϖ_i ضرایب وزنی می‌باشند به صورت می‌باشند:

$$\varpi_i = \begin{cases} 0 & i=0 \\ \frac{1}{6} & i=1,2,3,4 \\ \frac{1}{12} & i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (۱۸)$$

در نهایت مقدار ماکروسکوپیک پتانسیل الکتریکی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\psi = \sum_{i=0}^{8} (g_i + 0.5\delta_{t,g}\omega_i g_{rhs}) \quad (۱۹)$$

۴-۲- مدل لتیس بولتزمن برای حل معادلات ناویر- استوکس

معادله انتقال بولتزمن که جهت حل معادلات ناویر- استوکس می‌باشد به صورت زیر است:

$$f_i(X + e_i\delta_t, t+\delta_t) - f_i(X,t) = -\frac{1}{\tau_f}\left[f_i(X,t) - f_i^{eq}(X,t)\right] \quad (۲۰)$$

که در آن f_i تابع توزیع چگالی جهتی در مکان X و زمان t می‌باشد. τ_f مقدار بی‌بعد تخفیف زمانی است که به صورت $\nu = (\tau_f - 0.5)C_s^2\delta_t$ با لزجت سینماتیک رابطه دارد که در آن C_s سرعت صوت در ماده بوده که با سرعت حرکت ذرات در شبکه $c = \frac{\delta_x}{\delta_t}$ به صورت $C_s = \frac{c}{\sqrt{3}}$ رابطه دارند. تابع تعادل ماکسول- بولتزمن برای رابطه (۲۰) به صورت زیر است:

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho\left[1 + 3(e_i\cdot u) + \frac{9}{2}(e_i\cdot u)^2 - \frac{3}{2}u\cdot u\right] \quad (۲۱)$$

که در آن u بردار سرعت ماکروسکوپیک، ρ چگالی سیال می‌باشد. جریان می‌تواند به واسطه مرزها و یا نیروی حجمی تحریک شده و به حرکت درآید. چنانچه نیروی حجمی عامل تحریک جریان باشد، می‌توان سرعت را پیش از محاسبه تابع تعادل (رابطه (۲۱)) به صورت زیر اصلاح نمود [۱۹]:

$$F = ma = \frac{mdu}{dt} \rightarrow \Delta u = \frac{(\tau_f\delta_t)F}{\rho} = \frac{\tau_f F}{\rho} \quad (۲۲)$$

با توجه به آنچه در بخش ۳-۲ برای نیروی حجمی در جریان الکترواسمتیک گفته شد، می‌توان رابطه (۲۲) را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$u_{new}(x,y) = u_{old}(x,y) + \frac{\tau_f}{\rho} g_{rhs}(x,y)\varepsilon_r\varepsilon_0\left(E_x - \frac{\partial\psi}{\partial x}\right) \quad (۲۳)$$

مقادیر ماکروسکوپیک چگالی و سرعت و فشار نیز به صورت زیر محاسبه خواهند شد:

$$\rho = \sum_{i=0}^{8} f_i\ ,\ \rho u = \sum_{i=0}^{8} f_i\, e_i\ ,\ p = C_s^2\rho = \frac{\rho}{3} \quad (۲۴)$$

۴-۳- مدل لتیس بولتزمن جهت حل معادله انرژی

چنانچه معادله بولتزمن را بر اساس انرژی داخلی نوشته و تابع توزیعی انرژی داخلی تعریف شود، معادله انرژی بولتزمن که معادل با معادله انرژی در محیط پیوسته است به‌دست خواهد آمد. شکل انفصالی معادله انرژی بولتزمن به صورت زیر است [۱۶]:

$$\theta_i(X + e_i\delta_t, t+\delta_t) - \theta_i(X,t) = -\frac{1}{\tau_\theta}\left[\theta_i(X,t) - \theta_i^{eq}(X,t)\right] \quad (۲۵)$$

که در آن، θ_i تابع توزیعی انرژی داخلی و τ_θ مقدار بی‌بعد تخفیف زمانی است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_\theta = \frac{\alpha}{2c_p\delta_t T_{ave}} + 0.5$$

T_{ave} دمای میانگین کل ناحیه مورد مطالعه می‌باشد. تابع تعادل ماکسول- بولتزمن برای رابطه (۲۵) به صورت (۲۶) است:

$$\theta_0^{eq} = -\frac{2}{3}\rho\varepsilon\frac{u.u}{C^2}$$
$$\theta_{1,2,3,4}^{eq} = \frac{1}{9}\rho\varepsilon\left[\frac{3}{2} + \frac{3e_i\cdot u}{2C^2} + \frac{9(e_i\cdot u)^2}{2C^4} - \frac{3u\cdot u}{2C^2}\right]$$
$$\theta_{5,6,7,8}^{eq} = \frac{1}{36}\rho\varepsilon\left[3 + \frac{3e_i\cdot u}{C^2} + \frac{9(e_i\cdot u)^2}{2C^4} - \frac{3u\cdot u}{2C^2}\right] \quad (۲۶)$$

که در آن $\varepsilon = c_pT$ انرژی داخلی در واحد جرم در مایعات می‌باشد. مقدار ماکروسکوپیک دما به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$\rho\left(\frac{1}{2}c_pT\right) = \sum_{i=0}^{i=8}\theta_i \quad (۲۷)$$

Archive of SID

www.SID.ir

۴-۴- شرایط مرزی در روش لتیس بولتزمن

با توجه به شرایط مرزی که برای هر یک از معادلات مومنتوم، پواسون- بولتزمن و انرژی در بخش ۳ بیان شد، لازم است که این شرایط مرزی بر معادلات روش لتیس بولتزمن نیز اعمال شوند. از شرط مرزی زو- هی [۲۰] برای اعمال شرایط مرزی سرعت، شرط مرزی وانگ [۱۴] برای اعمال شرایط مرزی پتانسیل الکتریکی و از شرط مرزی لیو و همکاران [۲۱] برای اعمال شرایط مرزی معادله انرژی استفاده شده است.

۵- نتایج و بحث

با در نظر گرفتن آنچه در بخش ۴ بیان شد، در این بخش ابتدا حل عددی یک جریان هم دمای الکترواسمتیک و یک انتقال حرارت جابه‌جایی ساده درون یک کانال با حل‌های تحلیلی موجود اعتبار سنجی می‌شود. سپس یک جریان الکترواسمتیک درون ریزمجرای تخت که تحت اثرات میدان دمایی نیز می‌باشد مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

۵-۱- معیارها

با توجه به آنچه در بخش ۲ بیان شد، چنانچه جریان الکترواسمتیک در این ریزمجرا توسعه یافته هیدرودینامیکی و یونی باشد، با توجه به برقراری رابطه $\frac{Ze\zeta}{K_BT} \leq 1$ می‌توان از تقریب دبای- هوکل استفاده نموده و در نتیجه حل تحلیلی برای سرعت و پتانسیل الکتریکی داخلی پیدا کرد [۱۸] که به صورت زیر می‌باشند:

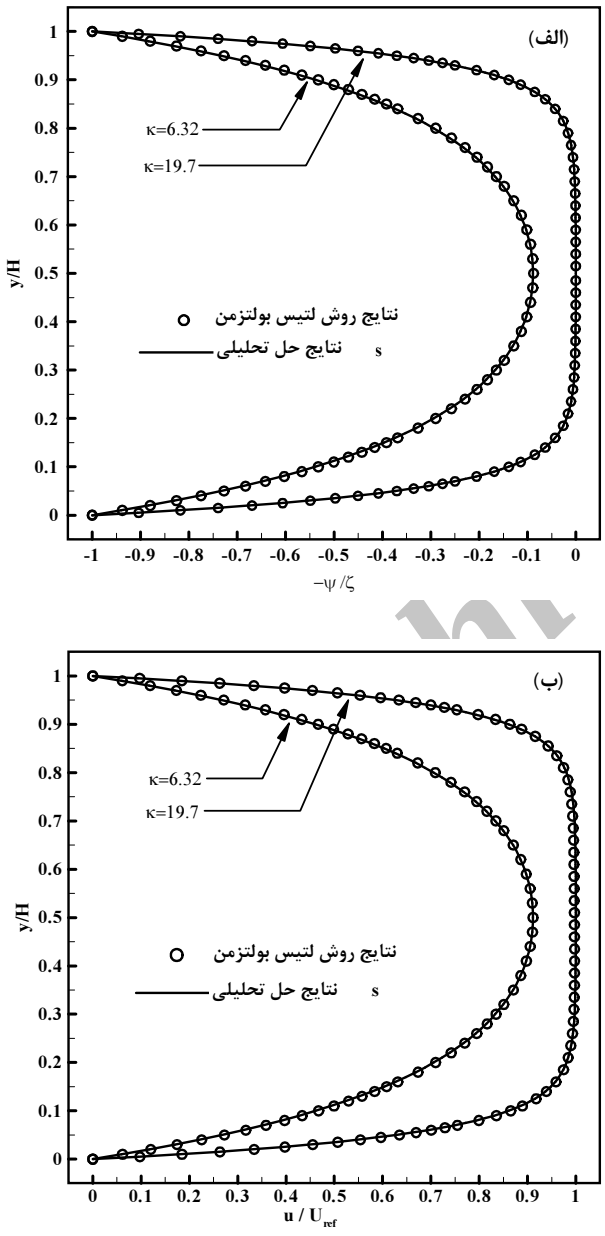
$$\psi = \frac{\zeta \cosh\left(\kappa y - \frac{\kappa H}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\kappa H}{2}\right)} \qquad \text{(۲۸- الف)}$$

$$\frac{u}{U_{ref}} = \left[1 - \frac{\cosh\left(\kappa y - \frac{\kappa H}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\kappa H}{2}\right)}\right] \qquad \text{(۲۸- ب)}$$

جهت حل عددی مسئله، شبکه‌ای با ۱۰۱×۵۰۱ گره انتخاب شده است. دو مقدار $\kappa = 6.32$ و $\kappa = 19.7$ برای بیان نسبت ضخامت لایه دوگانه الکتریکی به عرض ریزمجرا در نظر گرفته شده است. همچنین برای هر دو مقدار κ، عدد رینولدز برابر $۵/۳۱۹\times۱۰^{-۵}$ اختیار شده است.

شکل ۲، تطابق خوب نتایج حاصل از حل تحلیلی [۱۸] و روش لتیس بولتزمن را برای پتانسیل الکتریکی داخلی و سرعت نشان می‌دهد.

جهت اعتبار سنجی حل معادله انرژی توسط روش لتیس بولتزمن، یک جریان توسعه یافته هیدرودینامیکی درون یک کانال با $\frac{L}{H} = 20$ که توسط نیروی حجمی به حرکت در می‌آید، درنظر گرفته شده است.



شکل ۲ $E_x = 500\ \left(\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right)$ و $\zeta = -25\ (\mathrm{mV})$ الف- توزیع پتانسیل الکتریکی داخلی ب- سرعت

www.SID.ir

در این کانال دمای دیواره‌ها T_{wall} و همچنین دمای سیال ورودی T_{in} ثابت می‌باشند به‌طوری که $T_{in} < T_{wall}$. با مقادیر $Re = 82.08$ و $Pr = 0.7842$، حل تحلیلی برای عدد ناسلت محلی و دمای میانگین محلی در طول کانال بر حسب عدد بی‌بعد گراتز:

$$x^+ = \frac{\frac{x}{H}}{RePr}$$

و بر اساس سری‌های نامتناهی قابل بیان است [۲۲].

شکل ۳، نتایج حاصل از حل لتیس بولتزمن و حل تحلیلی [۲۲] را برای عدد ناسلت محلی و دمای میانگین محلی نشان می‌دهد. نتایج در ناحیه توسعه یافته تطابق خوبی با حل تحلیلی دارند.

در ناحیه توسعه یابنده حرارتی اختلافی مابین نتایج حاصل از حل تحلیلی و روش لتیس بولتزمن مشاهده می‌شود. حل‌های تحلیلی که بر اساس سری‌های نامتناهی ارائه شده‌اند در صورتی دقت بالاتری را نتیجه خواهند داد که $Pe = Re \times Pr >$ 100 باشد. لذا می‌توان علت این اختلاف را در داشتن مقدار $Pe = 64.36$ در این مسئله جستجو نمود.

۵-۲- اثرات دمایی بر جریان الکترواسمتیک

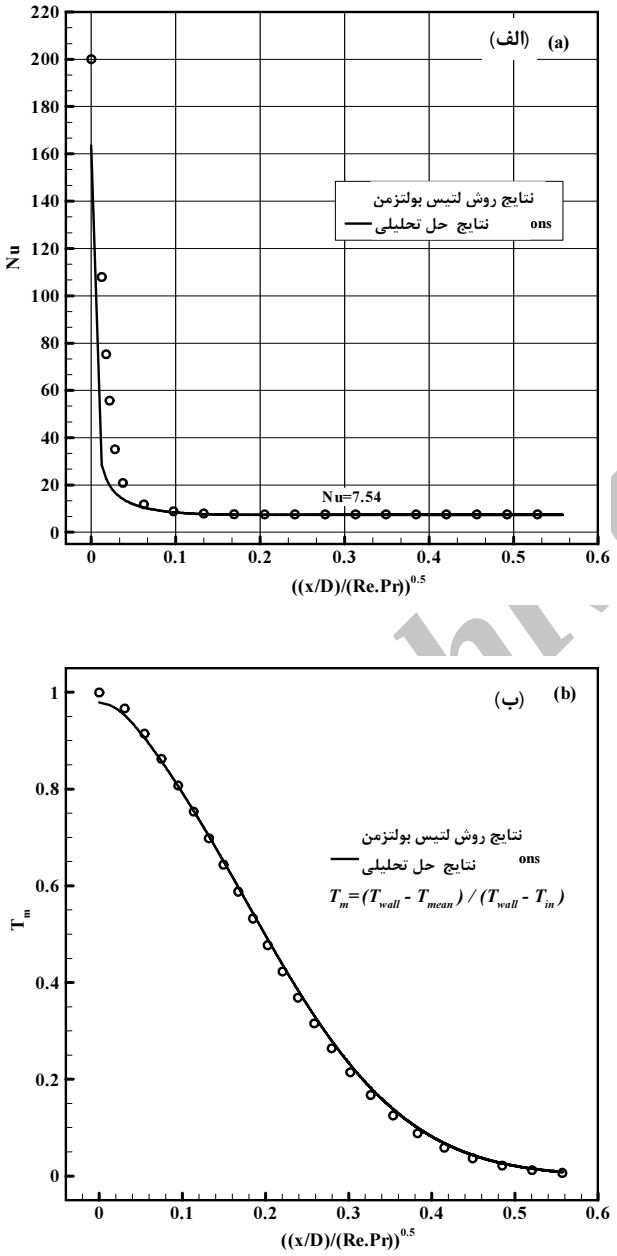
پس از اعتبار سنجی بخش‌های کد عددی لتیس بولتزمن که به منظور حل معادلات مومنتوم، پواسون- بولتزمن و انرژی مورد استفاده قرار خواهند گرفت، حال در این بخش به بررسی اثرات دمایی بر جریان الکترواسمتیک پرداخته خواهد شد.

انتخاب شده و $T_{wall} = T_0 = 323.15$ K در این بخش اختلاف دمایی دیواره‌ها و جریان سیال ورودی به صورت $\Delta T = T_{wall} - T_{in}$ تعریف می‌شود. جهت نمایش بی‌بعد دما، کل اختلاف دمایی بر دمای دیواره‌ها تقسیم شده و به منظور عدم استفاده از نماد جدیدی اختلاف دمای بی‌بعد به صورت:

$$\Delta T = \frac{T_{wall} - T_{in}}{T_{wall}}$$

نمایش داده خواهد شد. در این مقاله جهت بررسی اثرات دمایی بر جریان الکترواسمتیک دو اختلاف دمای $\Delta T = 0.5$ و $\Delta T = 0.75$ درنظر گرفته خواهد شد.

شکل ۴، خطوط ممتد جریان الکترواسمتیک را به همراه خطوط خط‌چین پتانسیل الکتریکی ثابت نشان می‌دهد. شکل‌های ۴- الف و ۴- ب نشان می‌دهند که چنانچه ΔT افزایش یابد (با ثابت ماندن E_x و κ) الگویی از جریان برگشتی با هسته متقارن دوقلو نسبت به خط مرکزی کانال ایجاد خواهد شد. برای هر دو اختلاف دمایی خطوط جریان در ابتدای کانال (در ناحیه توسعه یابنده دمایی) به آرامی به سمت مرکز کانال متمایل می‌شوند. مشاهده می‌شود که با افزایش ΔT، مقادیر پتانسیل الکتریکی با پیشروی به ناحیه مرکزی ریزمجرا کوچک‌تر می‌شوند.



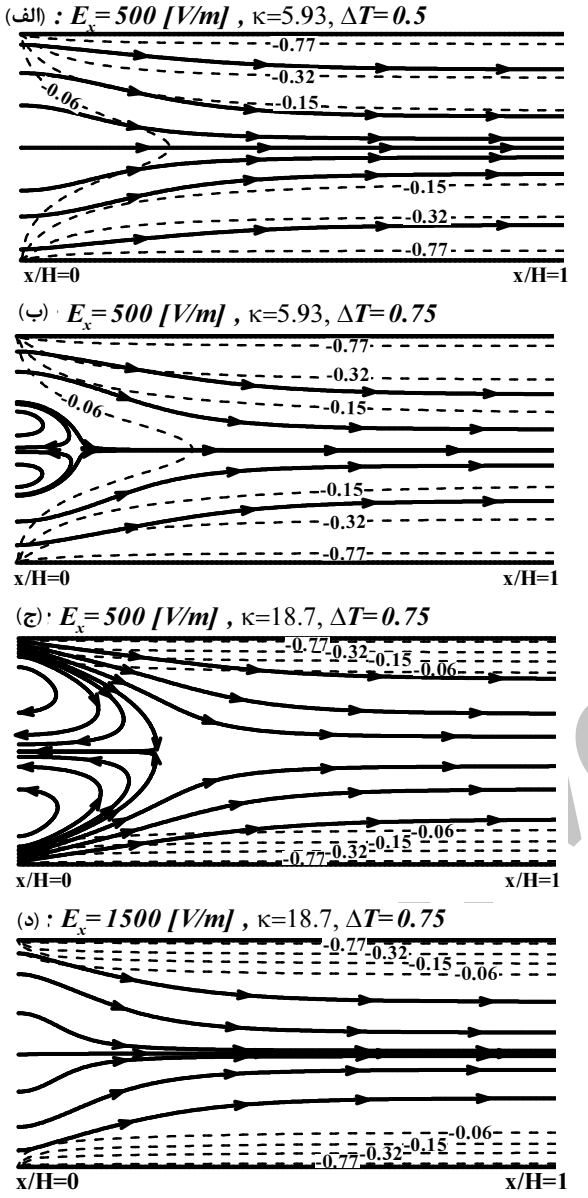
شکل ۳ $Re = 82.08$ و $Pr = 0.7842$، الف- عدد ناسلت محلی. ب- دمای میانگین محلی

www.SID.ir

در فاصله‌ای از ورودی ریزمجرا و در ناحیه توسعه یافته دمایی خطوط جریان و پتانسیل الکتریکی کاملا افقی می‌شوند. شکل ۴- ج نشان می‌دهد که با افزایش ΔT و κ (ثابت ماندن E_x) ناحیه جریان بازگشتی در ابتدای ریزمجرا وسیع‌تر شده و لذا حجم بیشتری از سیال تحت تاثیر الگوی جریان فوق قرار می‌گیرد. همچنین خطوط پتانسیل الکتریکی به سمت دیواره متمایل شده‌اند و لذا نواحی مرکزی ریزمجرا دارای مقادیر کوچک‌تری از پتانسیل الکتریکی خواهند بود. شکل ۴- د نشان می‌دهد که با وجود افزایش مقادیر ΔT و κ، افزایش E_x مانع از ایجاد جریان بازگشتی در ابتدای کانال می‌شود. با این حال خطوط جریان در ابتدای ریزمجرا با شدت بیشتری نسبت به جریان الکترواسمتیک شکل ۴- الف، به سمت مرکز کانال متمایل می‌شوند.

مهم‌ترین ویژگی که جریان الکترواسمتیک در حضور میدان دمایی دارد انحراف خطوط جریان و پتانسیل الکتریکی به سمت ناحیه مرکزی ریزمجرا بر اثر تغییر توزیع یون‌ها می‌باشد تا آنجا که می‌تواند باعث بازگشت جریان در ناحیه ورودی ریزمجرا شود. همانطور که پیشتر نیز اشاره شد معادلات پواسون- بولتزمن و ناویر- استوکس اصلاح شده به تغییرات دمای سیال وابسته می‌باشند. با توجه به حل تحلیلی پتانسیل الکتریکی (رابطه ۲۸- الف)، چنانچه دما کاهش یابد (با ثابت فرض نمودن سایر پارامترها) مقدار پتانسیل الکتریکی نیز کاهش خواهد یافت. در ناحیه ورودی ریزمجرا دمای سیال هنوز تحت تاثیر دمای دیواره‌ها قرار نگرفته است لذا مقدار پتانسیل الکتریکی در ناحیه ورودی به ویژه در نواحی نزدیک به خط مرکزی ریزمجرا کوچک‌تر از حالتی است که سیال و دیواره‌ها همدما باشند. با توجه به ثابت ماندن غلظت یون‌ها برای κ های یکسان (شکل‌های ۴- الف و ۴- ب) خطوط تراز پتانسیل الکتریکی (ψ) (خطوط خط‌چین) با افزایش اختلاف دما (ΔT) و در نتیجه کاهش دمای سیال ورودی و کاهش پتانسیل الکتریکی در نواحی مرکزی ریزمجرا، ناچارا در مجاورت دیواره تراکم بیشتری خواهند داشت.

با توجه به رابطه مستقیم توزیع چگالی خالص بار الکتریکی (ρ_e) با پتانسیل الکتریکی (ψ) و نفوذ خطوط تراز پتانسیل الکتریکی داخلی به سمت نواحی مرکزی ریزمجرا (شکل ۴)، می‌توان نتیجه گرفت که با گرم شدن تدریجی سیال ورودی در طول ریزمجرا، توزیع چگالی خالص بار الکتریکی به سمت خط مرکزی کانال متمایل شده و یا به عبارت دیگر توزیع پتانسیل الکتریکی در عرض ریزمجرا یکنواخت‌تر خواهد شد.



شکل ۴ طرح جریان الکترواسمتیک و پتانسیل الکتریکی داخلی، خطوط ممتد خطوط جریان الکترواسمتیک و خط‌چین خطوط پتانسیل الکتریکی داخلی ثابت

با توجه به ارتباط نیروی الکتریکی لورنس (نیروی حجمی) با چگالی خالص بار الکتریکی ρ_e، می‌توان نتیجه گرفت که در ابتدای ریزمجرا، نیروی الکتریکی لورنس در مجاورت دیواره‌ها بیشتر از نواحی مرکزی کانال بوده و به تدریج با پیشروی در طول

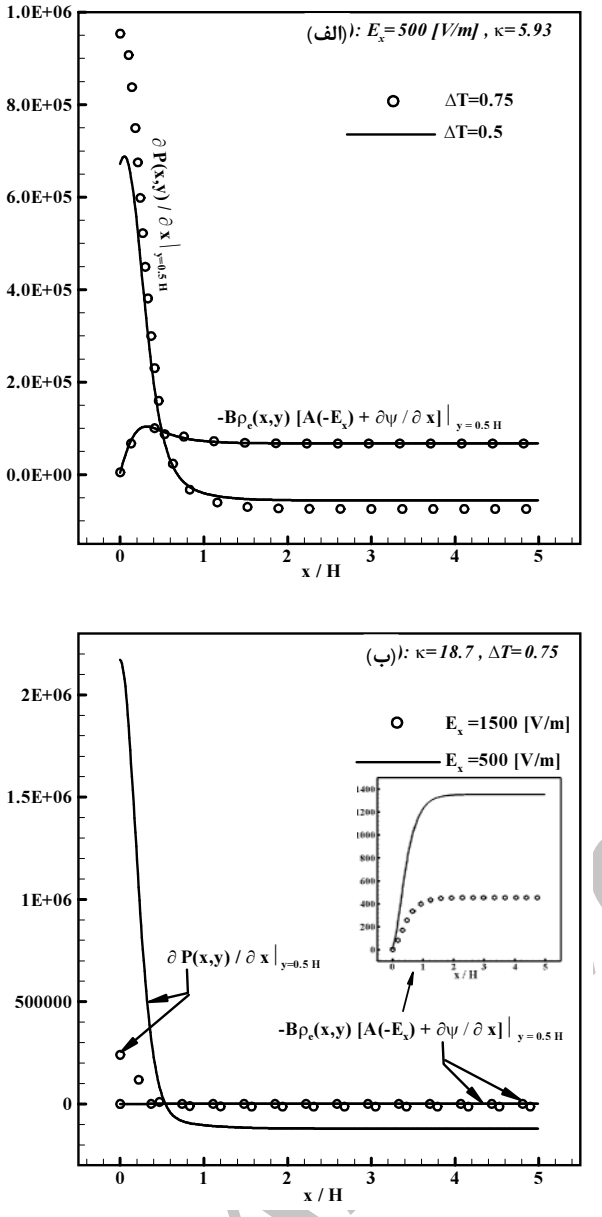
www.SID.ir
Archive of SID

ریزمجرا نیروی الکتریکی لورنس تمرکز خود را در نزدیکی دیواره‌ها از دست داده و به سمت نواحی مرکزی کانال متمرکز می‌شود. تغییرات نیروی الکتریکی لورنس در عرض ریزمجرا موجب پیدایش یک گرادیان فشار القایی معکوس در ابتدای کانال می‌شود. میزان این گرادیان فشار القایی معکوس با افزایش ΔT - به دلیل کاهش نیروی الکتریکی لورنس در نواحی مرکزی و افزایش آن در نزدیکی دیواره‌های ریزمجرا- افزایش خواهد یافت. لذا یک ناحیه از جریان بازگشتی دوقلو نسبت به خط مرکزی ریزمجرا در ابتدای آن ایجاد خواهد شد (شکل ۴- ب). افزایش κ (کاهش ضخامت لایه دوگانه الکتریکی) و همچنین افزایش ΔT باعث تجمع بیشتر خطوط تراز پتانسیل الکتریکی در نزدیکی دیواره‌های ریزمجرا شده و در نتیجه میزان نیروی الکتریکی لورنس در نواحی مرکزی ریزمجرا کاهش خواهد یافت.

این کاهش بیشتر نیروی الکتریکی لورنس در ورودی و نواحی نزدیک خط مرکزی ریزمجرا، باعث غلبه گرادیان فشاری القایی معکوس شده و لذا بخش وسیع‌تری از جریان در ورودی ریزمجرا دارای الگوی بازگشتی خواهد شد (شکل ۴- ج).

با افزایش قدرت میدان الکتریکی خارجی (E_x)، نیروی الکتریکی لورنس در تمامی ریزمجرا افزایش خواهد یافت. این افزایش در تقابل با گرادیان فشار القایی معکوس باعث کوچک‌تر شدن ناحیه جریان بازگشتی می‌شود. چنانچه مقدار E_x به اندازه کافی بزرگ شود ناحیه با جریان بازگشتی حذف خواهد شد (شکل ۴- د). می‌توان تمامی استدلال‌های فوق را با رسم نمودارهایی که گرادیان فشار (∇P) و نیروی الکتریکی لورنس ($-B\rho_e\left[A(-E_x)+\frac{\partial\psi}{\partial x}\right]$) را شامل شوند، نشان داد.

شکل ۵، مقادیر ∇P و $-B\rho_e\left[A(-E_x)+\frac{\partial\psi}{\partial x}\right]$ را برای چهار حالت مطرح در شکل ۴ و $y=0.5\mathrm{H}$ نشان می‌دهد. برای هر چهار حالت طرح شده، در ابتدای ریزمجرا ∇P بزرگتر از $-B\rho_e\left[A(-E_x)+\frac{\partial\psi}{\partial x}\right]$ است. با پیشروی در طول ریزمجرا مقدار $\nabla P<0$ شده و کوچکتر از نیروی الکتریکی لورنس خواهد شد. در ابتدای ریزمجرا $\nabla P_{\Delta T=0.75}>\nabla P_{\Delta T=0.5}$ و $\nabla P_{E_x=1500}>\nabla P_{E_x=500}$ است و با پیشروی در طول ریزمجرا این روابط برعکس خواهند شد. شکل ۵- الف نشان می‌دهد که با افزایش مقدار ΔT تغییر محسوسی در نیروی الکتریکی لورنس ایجاد نمی‌شود. شکل ۵- ب نشان می‌دهد که افزایش E_x باعث افزایش مقدار نیروی الکتریکی لورنس خواهد شد.



شکل ۵ گرادیان فشار و نیروی الکتریکی لورنس

۶- نتیجه‌گیری

دما می‌تواند به عنوان یک پارامتر مؤثر بر ویسکوزیته، رسانندگی گرمایی، ضریب گذردهی الکتریکی برای مواد مختلف، رسانندگی الکتریکی و همچنین توزیع زتا پتانسیل به منظور کنترل جریان الکترواسمتیک مورد بررسی قرار گیرد. مطالعات متعددی به منظور بررسی اثرات دما بر جریان الکترواسمتیک به واسطه تغییر در خواص الکتروفیزیکی یاد شده، انجام شده است. در این مقاله تنها به بررسی اثر دما بر توزیع یون‌ها به واسطه وابسته بودن توزیع چگالی خالص بار

www.SID.ir

الکتریکی به دما، پرداخته شده است. با استفاده از دمای میانگین کاسه‌ای مخلوط در معادله پواسون- بولتزمن، می‌توان توزیع پتانسیل الکتریکی را به‌دست آورد.

نتایج نشان دادند که میدان دمایی بر توزیع یون‌ها اثر داشته به نحوی که باعث ایجاد گرادیان فشار معکوسی بیشتر از نیروی حجمی الکتریکی شده و در نتیجه جریان برگشتی در ابتدای ریزمجرا ایجاد می‌کند. همچنین مشاهده شد که با افزایش مقدار ΔT ، κ و E_x دبی عبوری از ریزمجرا نیز افزایش یافت.

۷- مراجع

[1] Kandlikar S.G., Garimella S., Li D., Colin S. and King M.R., *Heat Transfer and Fluid Flow in Minichannels and Microchannels*, Amsterdam, Elsevier, 2006.

[2] Stone H.A., Stroock A.D., Ajdari A. and Annu A., "Engineering Flow in Small Devices Microfluidics Toward a Lab-On-a-Chip", *Rev. Fluid Mech*, Vol. 36, 2004, pp. 381.

[3] Giddings J.C., "New Separation Concept Based on a Coupling of Concentration and Flow Non-Uniformities" *Sep. Sci*., Vol. 1, 1966, pp. 123.

[4] Bau H.H., Zhong H.H. J. and Yi M., "A minute Magneto Hydro Dynamic (MHD) mixer", *Sensors Actuators B*, Vol. 79, 2001, pp. 207.

[5] Mirbozorgi S.A., Niazmand H. and Renksizbulut M., "Electro-Osmotic Flow in Reservoir-Connected Flat Microchannels With Non-Uniform Zeta Potential", *J. of fluid engineering*, Vol. 128, 2006, pp. 1133.

[6] Herr A.E., Molho J.I., Santiago J.G., Mungal M.G., Kenny T.W. and Garguilo M.G., "Electro-Osmotic Capillary Flow with Non-Uniform Zeta Potential", *Anal. Chem*, Vol. 72, 2000, pp. 1053.

[7] M Schasfoort R.B., Schlautmann S. and Hendrikse J., Van den Berg A., "Filed-effect Flow Control for Microfabricated Fluidic Networks", *Science*, Vol. 286, 1999, pp. 942.

[8] Mala G.M., Li D. and Dale J.D., "Heat Transfer and Fluid Flow in Microchannels", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 47, 2004, pp. 987.

[9] Kwak H.S., Kim H., Hyun J.M. and Song T-H., "Thermal Control of Electroosmotic Flow in a Microchannel Through Temprature-Dependent Properties", *J. of Colloid and Interface Science*, Vol. 335, 2009, pp. 123.

[10] Zhao T. S. and Liao Q., "Thermal Effect on Electro-Osmotic Pumping of Liquids in Micro-Channels", *J. of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 12, 2002, pp. 962.

[11] Tang G. H., Li Z., Wang J. K., He Y. L. and Tao W. Q., "Electroosmotic Flow and Mixing in Microchannels with the Lattice Boltzmann Method", *J. Appl. Phys.* Vol. 100, 2006, pp. 094908.

[12] Chai Z. and Shi B., "Simulation of Electro-Osmotic Flow in Microchannel with Lattice Boltzmann Method", *Pys. Letters A.* Vol. 364, 2007, pp. 183.

[13] Shi Y., Zhao T.S. and Guo Z., "Simplified Model and Lattice Boltzmann Algorithm for Microscale Electro-Osmotic and Heat Transfer", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 51, 2008, pp. 586.

[14] Wang J., Wang M. and Li Z., "Lattice Poisson-Boltzmann Simulations of Electro-Osmotic Flows in Microchannels", *J. of Colloid and Interface Science*, Vol. 296, 2006, pp. 729.

[15] Chen S. and Doolen G. D., "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows", *Annu. Rev. Fluid Mech*, Vol. 30, 1998, pp. 329.

[16] He X., Chen S. and Doolen G.D., "A Novel Thermal Model for the Lattice Boltzmann Method in Incompressible Limit", *J. of Computational Physics*, Vol. 146, 1998, pp. 282.

[17] Masliyah J.H., *Electrokinetic and Colloid Transport Phenomena*, New york, Wiley, 2006.

[18] Mirbozorgi S.A., Niazmand H. and Renksizbulut M., "Streaming Electric Potential in Pressure Driven Flows Through Reservoir- Connected Microchannels", *J. of Fluid Engineering*, Vol. 129, 2007, pp. 1346.

[19] Sukop M.C. and Throne D.T., *Lattice Boltzmann Modeling and Introduction for Geoscientist and Engineers*, Springer, 2007.

[20] Zou Q. and He X., "On Pressure and Velocity Flow Boundary Condition and Bounceback for the Lattice Boltzmann BGK Model", *J. Phys. Fluids*, Vol. 9, 1997, pp. 1591.

[21] Liu C.H., Lin K.H., Mai H.C. and Lin C.A., "Thermal Boundary Conditions for Thermal Lattice Boltzmann Simulations", *Computers and Mathematics With Applications*, Vol. 59, 2010, pp. 2178.

[22] Kays W.M. and Crawford M.E., *Convective Heat and Mass Transfer*, New york, Mc Graw Hill, 1993.

Archive of SID
www.SID.ir