



## بررسی تأثیر ضخامت جسم بر امکان وقوع ترک در فرایند خشک شدن

خلیل خلیلی<sup>۱\*</sup>، محسن حیدری<sup>۲</sup>

۱- استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند  
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند  
\* پیرجند، صندوق پستی ۹۷۱۷۴۳۱۳۹۶، KhKhalili@birjand.ac.ir

**چکیده-** فرایند خشک شدن متأثر از عوامل متعددی است. یکی از عوامل هندسه قطعه می‌باشد. برای بررسی تأثیر هندسه جسم لازم است تا فرایند خشک شدن تحلیل و شبیه‌سازی شود. مقاله حاضر به مطالعه و تحلیل فرایند پرداخته است. بر اساس فرضیات در نظر گرفته شده برای مواد متخلخل معادلات انتقال و تعادل استاتیکی بیان شده است. به کمک شبیه‌سازی فرایند خشک شدن بر اساس یک مدل الاستیک تنش‌های مکانیکی ناشی از کرنش‌های خشک شدن محاسبه شده‌اند. تغییر پارامترهای فیزیکی و مکانیکی مثل ضریب نفوذ و مدول یانگ با تغییرات رطوبت برای یک ماده سرامیکی در شبیه‌سازی لحاظ شده‌اند. فرض شده است تبخیر رطوبت از سطح بر اساس مکانیزم تبخیر از لایه نازک گسترش یافته انجام می‌شود. از معیار تسلیم فون میزز برای پیش‌بینی وقوع ترک در حالت خشک شدن دو بعدی و سه بعدی استفاده شده است. تنش تسلیم در رطوبت‌هایگراسکویی به صورت تجربی در آزمایشگاه تعیین شد. امکان وقوع ترک در حالت سه بعدی بسیار بیشتر از حالت دو بعدی است. بر اساس مدل تدوین شده، زمان و مکان وقوع ترک قابل پیش‌بینی است. با هدف بررسی تأثیر ابعاد هندسی مدل بر مقادیر تنش‌های خشک شدن مدل‌های مختلف استفاده شده‌اند و نتایج بررسی گزارش شده است. به دلیل پایین بودن تنش تسلیم در رطوبت‌های بالا خطر ترک برداشتن مدل در شروع فرایند خشک شدن بیشتر است.

**کلیدواژگان:** خشک شدن، تغییرات ضخامت، ترک برداشتن، مدول یانگ، انتقال همزمان جرم و حرارت.

## Studying the effect of part thickness on cracking during drying process

Kh. Khalili<sup>1\*</sup>, M. Heydari<sup>2</sup>

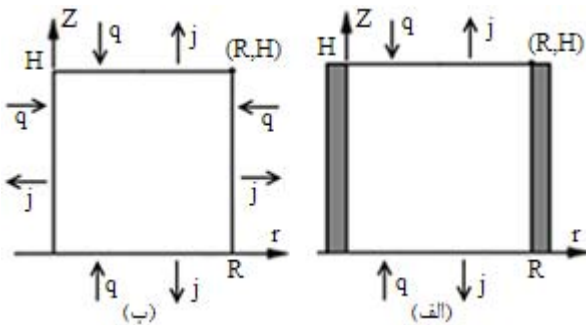
1- Assist. Prof., Mech. Eng. Dept., Univ. of Birjand, Iran  
2- MSc Student., Mech. Eng., Univ. of Birjand, Iran  
\* P.O.B. 9717431396, Birjan, Iran. KhKhalili@yahoo.com

**Abstract-** Drying process is influenced by a variety of parameters including the geometry of part being dried. To evaluate the effect of part geometry on drying process, and resultant defects, the process is analyzed and studied. Based on the assumption related to the porous media the governing equation of the mass transfer and static equilibrium are presented. The mechanical stresses generated by the drying strains are expressed according to the linear-elastic model. Dependence of physical and mechanical properties such as Young's modulus and diffusion coefficient as a function of moisture are considered in simulation for a chemically known ceramic material. it's Assumed that Extended thin film evaporation is the mechanism of evaporation in constant rate period has been studied. The Von Misses criterion is used for crack anticipation in 2D and 3D drying. A significant difference was observed in possibility of crack initiation for the two different configurations. Yield stress in hygroscopic moisture has been determined experimentally. Developed model made it possible to predict the time and the place of crack initiation. Different part thicknesses were studied to examine the effect of thicknesses variations on cracking. It is observed that the danger of cracking is highest at the beginning of the drying, since the yield stress is low.

**Keywords:** Drying, Thicknesses Variations, Cracking, Young's Modulus, Simultaneous Heat and Mass transfer.

۱- مقدمه

عددی با روش تفاضل محدود حل شده است. از معیار فون میزز برای پیش‌بینی ظاهر شدن ترک استفاده شده است. در کارهای قبلی این نویسنده تنش‌های خشک شدن در مدل‌های مختلف، در نقاط مختلف مدل شبیه‌سازی شده است و مکان تنش ماکزیمم در حالت خشک شدن دو و سه بعدی محاسبه شده است [۸]. این مطالعه به بررسی تأثیر شرایط خشک شدن و ابعاد هندسی مدل بر امکان ظاهر شدن ترک در نقاطی که در چینش‌های دوبعدی و سه بعدی (شکل ۱ نمای جلو) تنش ماکزیمم است، با استفاده از معیار فون میزز پرداخته است. ارزیابی نتایج با مقایسه اطلاعات تجربی و عددی انجام شده است. آنالیز شیمیایی و حدود اتربرگ ماده مورد استفاده در شبیه‌سازی به‌صورت ارائه شده در جدول ۱ است.



شکل ۱ نمای شماتیک از هندسه سیستم الف- حالت دوبعدی ب- حالت سه‌بعدی

جدول ۱ حدود اتر برگ و آنالیز شیمیایی خاک

رطوبت	حدود اتر برگ
۲۳/۴۸٪	حد روانی
۱۹/۶۴٪	حد خمیری
۱۸٪	حد انقباض

عنصر	درصد
Si	۵/۹۵
Ca	۷/۸۳
Mg	۴/۲۰
Fe	۴/۵۰
Al	۷/۸۰
Ti, Mn	<۱
L.O.I	۹/۸۰

خشک شدن یکی از فرایندهای اساسی در تولید محصولات سرامیکی است. فرایند خشک شدن همراه با صرف انرژی بسیار است. با یک بازه حرارتی نسبتاً پایین بین ۲۵٪ تا ۵۰٪ انرژی مورد استفاده در این فرایند ۱۵٪ از انرژی کل صنایع را تشکیل می‌دهد [۱]. این فرایند معمولاً بر روی کیفیت محصولات تأثیر زیادی می‌گذارد. دمای بالا و زمان خشک شدن طولانی به شدت باعث کاهش کیفیت محصولات و بروز عیوبی همچون تغییر رنگ، تغییر شکل‌های دائمی (انقباض)، تخریب ساختار درونی [۲]، سخت شدن سطح [۳]، تغییرات شیمیایی و ... می‌شود.

در طول فرایند خشک شدن گرادیان رطوبت و جابجایی غیر یکنواخت ماده باعث ایجاد تنش‌های مکانیکی می‌شود که تنش‌های خشک شدن نامیده می‌شود. این تنش‌ها می‌توانند منجر به تغییر شکل‌های نامطلوب و یا ترک شود که تأثیر زیادی بر روی کیفیت محصول دارد. مقاله حاضر تغییر شکل‌های حاصل از خشک شدن را مورد مطالعه قرار داده و با تحلیل و مدل‌سازی سعی می‌کند تا تنش‌های حاصل از این پدیده را تعیین کند. در طول ۲۰ ساله گذشته تحقیقات برای ارائه مدلی که بتواند بین پدیده‌های انتقال جرم و حرارت و رفتار مکانیکی مواد در طول فرایند خشک شدن ارتباط برقرار کند انجام شده است [۴]. بیشتر مطالعات انجام شده در شبیه‌سازی فرایند خشک شدن به بحث و بررسی پدیده‌های انتقال (جرم، حرارت، مومنتوم) و تغییر شکل‌های غیر یکنواخت ماده پرداخته‌اند و کمتر به تنش‌ها و تغییر شکل‌های ایجاد شده در فرایند خشک شدن پرداخته شده است [۵]. در مطالعات انجام شده در این زمینه نیز به منظور ساده‌سازی شبیه‌سازی فرایند از تغییرات خواص فیزیکی و مکانیکی ماده مانند ضریب انقباض جرمی، مدول یانگ، گرمای ویژه، چگالی و غیره در محاسبه توزیع دما، رطوبت، تنش و کرنش صرف‌نظر شده است [۶،۷].

در این تحقیق با استفاده از مدلی ریاضی که بین انتقال جرم و تعادل تنش ارتباط برقرار می‌کند و همچنین اندازه‌گیری چند پارامتر فیزیکی به‌صورت آزمایشگاهی تنش‌های خشک شدن محاسبه شده است. در شبیه‌سازی فرایند تغییرات پارامترهای فیزیکی و مکانیکی لحاظ شده است. مدل به‌صورت

## ۲- فرضیات

- برای ساده‌سازی مسأله و به‌دست آوردن مجموعه‌ای از معادلات ماکروسکوپی حاکم، فرضیه‌های زیر در نظر گرفته شده‌اند:
- خاک رس یک ماده متخلخل ایزو تروپیک تشکیل یافته از ذرات جامد است [۹].
  - گرادیان فشار بخار در داخل ماده ناچیز است.
  - پروفیل رطوبت و دمای خاک رس هنگام خشک شدن غیر یکنواخت است [۹].
  - رطوبت و دمای اولیه یکنواخت است [۱۰].
  - انقباض ماده بر اساس رطوبت از دست داده شده بدون تولید هر گونه فاز گازی و یا تخلخل محاسبه می‌شود [۱۰].
  - انتقال جرم و انتقال حرارت در داخل ماده به‌صورت نفوذ و بین ماده و محیط اطراف به‌صورت جابجایی است [۹].
  - تبخیر رطوبت فقط بر روی سطوح انجام می‌شود [۱۱].
  - شبیه‌سازی محدود به دوره خشک شدن با نرخ ثابت است [۱۱].
  - در بازه رطوبت ۰ - ۴۰٪ مخلوط آب و خاک رس رفتار کاملاً الاستیک از خود نشان می‌دهد [۱۲].
- با در نظر گرفتن این فرضیات مدل ریاضی حاکم بر فرایند خشک شدن به‌صورت ارائه شده در قسمت‌های بعدی خلاصه می‌شود.

## ۳- معادلات بقای جرم

معادله بقای جرم برای فاز جامد و مایع به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\frac{d\rho_s}{dt} + \text{div}(\rho_s \vec{v}_s) = 0 \quad (۱) \quad \text{جامد:}$$

$$\frac{d\rho_l}{dt} + \text{div}(\rho_l \vec{v}_l) = 0 \quad (۲) \quad \text{مایع:}$$

$$\rho \vec{v} = \rho_s \vec{v}_s + \rho_l \vec{v}_l \quad (۳) \quad \text{همچنین:}$$

$$\rho_k \vec{v}_k = \vec{j}_{D,K} + \rho_k \vec{v} \quad k = l, s \quad (۴)$$

با فرض اینکه شار مایع فقط بر اثر نفوذ است و بیان رطوبت به‌صورت کسر چگالی دو فاز (جامد و مایع)، این شار می‌تواند نسبت به مرجع فاز جامد به‌صورت زیر بیان شود:

$$\rho_l (\vec{v}_l - \vec{v}_s) = -D_{ls} \rho_s \overline{\text{grad}}(w) \quad (۵)$$

$$\rho_l \vec{v}_l = \rho_l \vec{v}_s - \frac{\rho}{1+w} D_{ls} \overline{\text{grad}}(w) \quad (۶)$$

در رابطه بالا D ضریب نفوذ رطوبت است. با ترکیب رابطه ۶ با معادلات بقای جرم فاز جامد و مایع، شار مایع به‌صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۱]:

$$-\frac{\partial \rho_l}{\partial t} - \text{div}(\rho_l \vec{v}_s) = -\text{div} \left( \frac{\rho}{1+w} D_{ls} \overline{\text{grad}}(w) \right) \quad (۷)$$

$$\rho_l = w \rho_s \Rightarrow \rho_s \left( \frac{\partial w}{\partial t} + \vec{v}_s \overline{\text{grad}}(w) \right) =$$

$$\text{div} \left( \frac{\rho}{1+w} D_{ls} \overline{\text{grad}}(w) \right) \quad (۸)$$

## ۴- معادلات بقای انرژی

با توجه به این فرضیه که تبخیر فقط در سطوح انجام می‌شود، انتقال حرارت داخلی از قانون فوریه با ضریب رسانایی مناسب که وابسته به رطوبت است تبیین می‌کند. بنابراین، انتقال حرارت می‌تواند به‌صورت زیر بیان شود [۱۰]:

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial T} + \vec{v}_s \overline{\text{grad}}(\rho c_p T) - \frac{D}{1+w} \overline{\text{grad}}(w) \overline{\text{grad}}(\rho c_p T) = \text{div}(k \overline{\text{grad}}(T)) \quad (۹)$$

## ۵- تنش‌های ناشی از خشک شدن

با فرض اینکه ماده در طول فرایند خشک شدن رفتار الاستیک دارد معادلات حاکم شامل معادلات تعادل مکانیکی است. معادله توصیف کننده رفتار تغییر شکل ماده به دو قسمت تجزیه شده است، یکی به رفتار مکانیکی  $\varepsilon^M$ ، و دیگری به گرادیان دما و رطوبت  $\varepsilon^T$  مربوط می‌شود [۱۰]:

$$\varepsilon = \varepsilon^M + \varepsilon^r \quad (۱۰)$$

تانسور کرنش  $\varepsilon^r$  به گرادیان رطوبت  $\varepsilon^H$  و گرادیان دما  $\varepsilon^T$  بستگی دارد:

$$\varepsilon^r = \varepsilon^T + \varepsilon^H \quad (۱۱)$$

که:

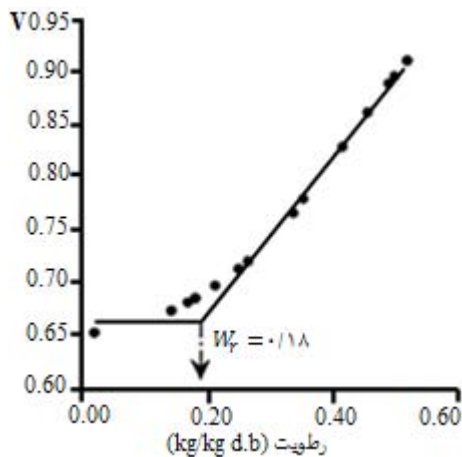
$$\varepsilon^T = \alpha(T - T_0) \quad (۱۲)$$

$$\varepsilon^H = \beta(w - w_0) \quad (۱۳)$$

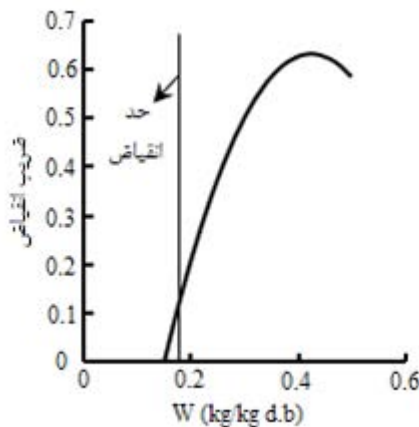
تنش‌ها باید معادلات تعادل را ارضا کنند:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} = 0 \quad (۱۴-الف)$$

انقباض همراه با کاهش هم زمان حجم و رطوبت است اما در رطوبت‌های زیر حد انقباض کاهش رطوبت همراه با تغییرات حجم نیست (شکل ۲). در این مطالعه حدود اتربرگ ماده مورد مطالعه در آزمایشگاه مکانیک خاک دانشگاه بیرجند اندازه‌گیری شد (جدول ۱). در شکل ۳ منحنی تغییرات ضریب انقباض جرمی نسبت به رطوبت نشان داده شده است. این نمودار با اندازه‌گیری تغییرات حجم مدل در طول فرایند خشک شدن در آزمایشگاه به‌دست آمده است.



شکل ۲ تغییر حجم مدل نسبت به تغییر رطوبت



شکل ۳ تغییر ضریب انقباض نسبت به رطوبت

تغییر ضریب نفوذ رطوبت در طول فرایند خشک شدن برای خاک رس با استفاده از معادله ارهنیوس (۲۳) محاسبه می‌شود [۱۳].

$$D = D_0 \times \left(\frac{T}{T_0}\right)^{a_T} \times \left(\frac{X}{X_0}\right)^{a_X}$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} = 0 \quad (۱۴-ب)$$

تنش‌ها به کرنش به‌صورت زیر وابسته‌اند:

$$\sigma_{xx} = \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + 2\mu\varepsilon_{xx} - 3k\beta(w - w_0) - 3k\alpha(T - T_0) \quad (۱۵)$$

$$\sigma_{yy} = \lambda(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) + 2\mu\varepsilon_{yy} - 3k\beta(w - w_0) - 3k\alpha(T - T_0) \quad (۱۶)$$

$$\sigma_{xy} = 2\mu\varepsilon_{xy} \quad (۱۷)$$

## ۶- شرایط اولیه و شرایط مرزی

در ابتدا، دما و رطوبت یکنواخت هستند:

$$T(Z,0) = T_0; \quad w(z,0) = w_0 \quad (۱۸)$$

شرایط مرزی حرارت و جرم در جدول ۲ نشان داده شده است.  $h(T_a - T_{surf})$  حرارت منتقل شده به وسیله جابجایی،

$\dot{m}L_v$  حرارت منتقل شده به واسطه تبخیر رطوبت و  $k \frac{\partial T}{\partial x}$  حرارت منتقل شده در مدل به وسیله رسانایی است.

شرایط مرزی تنش‌ها به‌صورت زیر هستند:

$$x = L: \sigma_{xx} = 0; \sigma_{xy} = 0 \quad (۱۹)$$

$$x = 0: u = 0 \quad (۲۰)$$

$$y = H: \sigma_{yy} = 0; \sigma_{xy} = 0 \quad (۲۱)$$

$$y = 0: v = 0 \quad (۲۲)$$

## جدول ۲ شرایط مرزی انتقال حرارت و انتقال جرم

در حالت یک بعدی:

سطح	انتقال حرارت	انتقال جرم
0-R	$h(T_a - T_{surf})$	$\dot{m} = -\rho_s D \frac{\partial w}{\partial y}$
H-R	$= \dot{m}L_v (T_{surf}) + k \frac{\partial T}{\partial y}$	
0-H	$\dot{q} = 0$	$\dot{m} = 0$
R-H		

در حالت دو بعدی:

سطح	انتقال حرارت	انتقال جرم
0-R	$h(T_a - T_{surf})$	$\dot{m} = -\rho_s D \frac{\partial w}{\partial y}$
O-H	$= \dot{m}L_v (T_{surf}) + k \frac{\partial T}{\partial y}$	
R-H		
H-R		

## ۷- پارامترهای فیزیکی و مکانیکی مدل

ضریب انقباض جرمی وابستگی شدیدی به رطوبت دارد. بر اساس حدود اتربرگ خشک شدن ماده تا رسیدن به رطوبت حد

## ۸- تأثیر ضرایب انتقال حرارت بر تنش‌های خشک شدن

ضریب انتقال حرارت جابجایی میانگین  $\bar{h}$  ( $W/m^2K$ ) از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\bar{h} = \frac{k \times \overline{Nu}_L}{L} \quad (28)$$

عدد ناسلت برای سطوح جانبی، سطح بالا و سطح پایین به ترتیب از طریق روابط ۲۹، ۳۰ و ۳۱ محاسبه می‌شود:

$$\overline{Nu}_L = \left(0.825 + \frac{0.387 \times Ra_L^{1/4}}{(1 + (0.492/Pr)^{9/16})^{8/27}}\right)^2 \quad (29)$$

$$\overline{Nu}_L = 0.27 \times Ra_L^{1/4} \quad (30)$$

$$\overline{Nu}_L = 0.54 \times Ra_L^{1/4} \quad (31)$$

عدد ریلی، عدد پرانتل و طول مشخصه عبارتند از:

$$Ra_L = \frac{g\beta(T_s - T_\infty)L^3}{\nu\alpha} \quad (32)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (33)$$

$$L = \frac{A_s}{P} \quad (34)$$

در روابط بالا  $\nu$  ( $m^2/s$ ) ویسکوزیته سینماتیک،  $\alpha$  ( $m^2/s$ ) پخشندگی گرمایی،  $T_s$  (K) و  $T_\infty$  (K) به ترتیب دمای سطح و دمای محیط،  $\beta$  ( $K^{-1}$ ) ضریب انبساط گرمایی و  $A_s$  ( $m^2$ ) مساحت سطح و  $P$  ( $m$ ) محیط سطح است [۱۵].

در شروع فرایند، دما و رطوبت در کل مدل یکسان است و مدل هم‌دما با دمای خشک کن است. اما با ادامه فرایند خشک شدن و تبخیر رطوبت از سطح، دمای سطح به تدریج کاهش می‌یابد و این کاهش دما با گذشت زمان به عمق مدل نفوذ می‌کند [۱۱].

جدول ۳ خواص فیزیکی و مکانیکی ثابت مدل

$1 \times 10^{-5}$ (1/K)	ضریب انبساط دمایی
۰/۴	ضریب پواسون
$1800$ ( $kg/m^3$ )	چگالی خشک
$1/5$ (W/mK)	رسانایی گرما
$0/840$ (kJ/kg)	گرمای ویژه خاک

$$D_0 = 7.36 \times 10^{-9} \frac{m^2}{s}$$

$$T_0 = 273K \quad a_T = 9.5$$

$$X_0 = 0.35 \frac{kg}{kgd.b} \quad a_x = 0.5 \quad (23)$$

مدول یانگ خاک رس به رطوبت موجود در خاک و به دلیل اثرات وسکوزیته در رطوبت‌های بالا به نرخ تغییر شکل هم وابسته است. با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده و برای رسیدن به یک مدل الاستیک ساده از اثرات ویسکوزیته صرف‌نظر شده است. با انجام دادن تست فشار در رطوبت‌های مختلف می‌توان به صورت تقریبی مدول یانگ خاک رس در رطوبت‌های مختلف را به دست آورد (شکل ۴) [۱۴].

با تبخیر رطوبت، رطوبت محتوی و حجم ماده کاهش می‌یابد و در پی آن گرمای ویژه، چگالی مایع و چگالی جامد کاهش پیدا می‌کند. تغییرات گرمای ویژه و چگالی جامد و مایع از طریق روابط ۲۴، ۲۵ و ۲۶ محاسبه می‌شود. سایر پارامترهای ثابت مطابق جدول ۳ در نظر گرفته شده است.

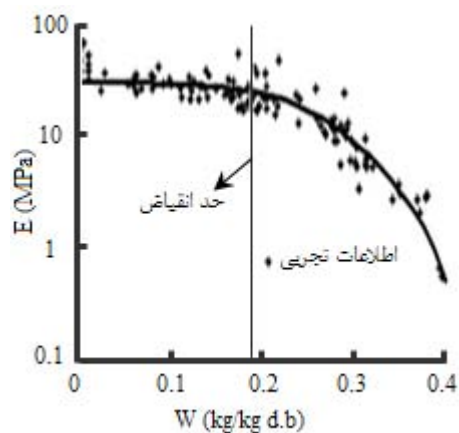
$$C_p = \frac{1.1 + 4.2w}{1+w} \quad (24)$$

$$\rho_s = \frac{\rho_s^0}{1 + (\bar{V}_l/\bar{V}_s)w} \quad (25)$$

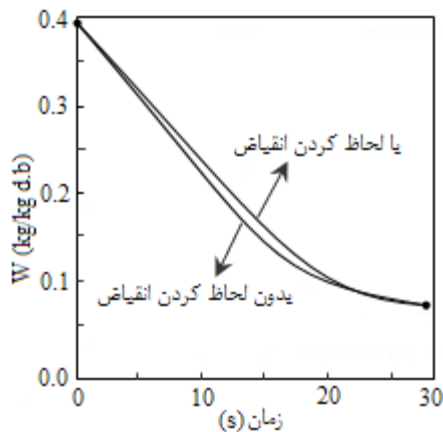
$$\rho_l = \frac{w\rho_s^0}{1 + (\bar{V}_l/\bar{V}_s)w} \quad (26)$$

و چگالی کل به کمک رابطه زیر محاسبه می‌شود:

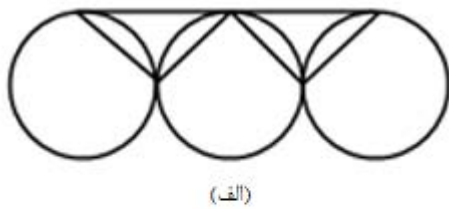
$$\rho = \frac{1}{\bar{V}_s} \frac{1+w}{1 + (\bar{V}_l/\bar{V}_s)w} \quad (27)$$



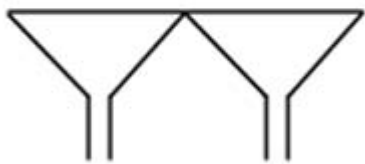
شکل ۴ تغییر مدول یانگ نسبت به رطوبت



شکل ۵ تأثیر انقباض همسان در رفتار خشک شدن

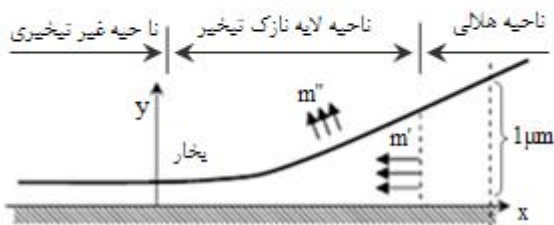
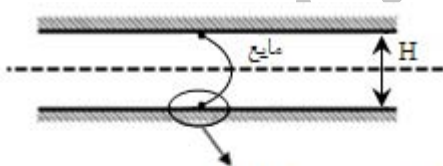


(الف)



(ب)

شکل ۶ مدل سطوح متخلخل



شکل ۷ مکانیزم تبخیر از سطوح مواد متخلخل

ضریب انتقال رطوبت در هوا که به دما وابسته است از طریق معادله (۳۶) و (۳۷) محاسبه می‌شود [۱۹]:

افزایش ضریب انتقال حرارت با ایجاد تغییر در هر یک از پارامترهای مؤثر در آن باعث افزایش نرخ تبخیر و انتقال حرارت از محیط به سطح می‌شود. افزایش نرخ تبخیر باعث افزایش گرادیان در انقباض جرمی سطح و عمق می‌شود و در ادامه باعث افزایش تنش‌های جرمی می‌شود.

تبخیر و انتقال حرارت از محیط باعث ایجاد گرادیان دما در ماده و تنش‌های حرارتی می‌شود. مقادیر تنش‌های حرارتی در مقایسه با تنش‌های ناشی از گرادیان رطوبت ناچیز هستند [۱۱] و در این تحقیق با هدف ساده‌سازی شبیه‌سازی فرایند خشک شدن از محاسبه آنها صرف‌نظر شده است.

### ۹- تغییر سطح خشک شدن

مهمترین تأثیر انقباض همسان بر رفتار خشک شدن کاهش سطح خشک شدن به واسطه تغییر شکل ماده است که باعث کاهش نرخ خشک شدن می‌شود. در شکل ۵ تأثیر لحاظ نمودن انقباض در فرایند خشک شدن نشان داده شده است [۱۴]. مشاهده می‌شود که در دوره خشک شدن با نرخ ثابت لحاظ نکردن انقباض در شبیه‌سازی فرایند باعث کاهش نرخ خشک شدن می‌شود. اما اختلاف در دو منحنی با شروع دوره خشک شدن با نرخ کاهشی به سرعت از بین می‌رود. در نظر نگرفتن تغییرات سطح باعث افزایش تنش‌های خشک شدن می‌شود. در این تحقیق با در نظر گرفتن تغییرات سطح در محاسبه نرخ خشک شدن اثر انقباض در کاهش نرخ خشک شدن لحاظ شده است. تغییرات سطح با استفاده از ضریب انقباض محاسبه می‌شود.

### ۱۰- تبخیر

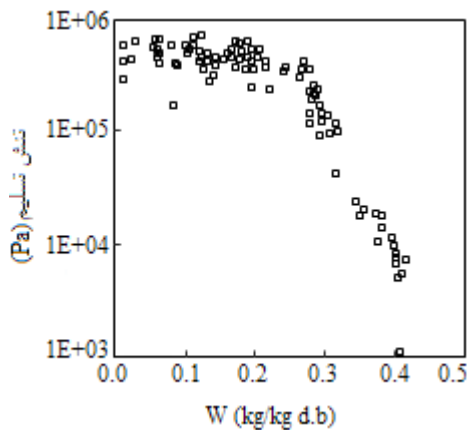
با فرض یکسان بودن شعاع ذرات ماده متخلخل و با ساده‌سازی هندسه مواد متخلخل به صورت لوله‌های موئین به هم پیوسته (شکل ۶) و استفاده از مکانیزم تبخیر لایه نازک گسترش یافته نرخ تبخیر از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۶].

$$m_e = \frac{(0.7581 + 0.42527v) \times (P_w - \phi P_a)^{0.7}}{h_{fg}} \quad (35)$$

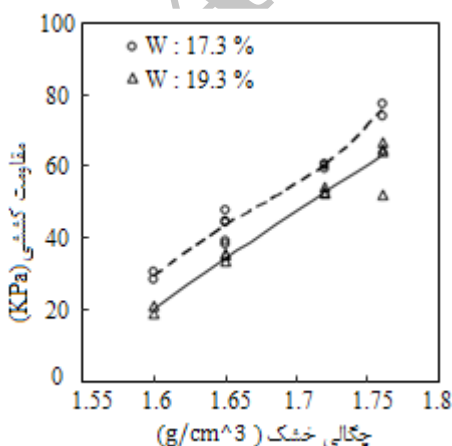
لایه نازک گسترش یافته به صورت لایه‌ای از مایع که در آن فشار جداسازی بر میدان جریان سیال حکومت می‌کند و عامل حرکت جریان به سمت ناحیه لایه نازک است تعریف می‌شود [۱۷] (شکل ۷).

روی نمونه‌های تهیه شده انجام شد. تنش تسلیم تعدادی از نمونه‌های تهیه شده به کمک دستگاه تست کشش اندازه‌گیری شد (شکل ۱۰). در این شیوه بعد از قرار گرفتن نمونه تهیه شده بین دو فک دستگاه، نمونه به وسیله این دو فک تحت نیروی کششی قرار می‌گیرد. با رسیدن مقدار تنش اعمال شده به تنش نهایی و عبور از آن ترک در ماده ظاهر می‌شود.

شکل ۱۱ نمونه‌های مورد مطالعه را پس از انجام آزمایش تست کشش نشان می‌دهد. تسلیم اندازه‌گیری شده در این نمونه‌ها در شکل ۱۲ نشان داده شده است. از جمله عواملی که می‌توانند باعث اختلاف در مقادیر تنش تسلیم اندازه‌گیری شده در نمونه‌های مختلف شوند می‌توان به عیوب ساختاری در نمونه‌ها شامل ذرات ناخالص، عدم همگنی، تفاوت جزئی در ابعاد هندسی نمونه‌ها و تأثیر فشار فک‌ها بر نمونه اشاره نمود.



شکل ۸ تغییر تنش تسلیم بر حسب رطوبت [۱۴]



شکل ۹ تغییر تنش تسلیم بر حسب چگالی خشک [۱۷]

$$D = 0.001 \frac{T^{1.75} M_r^{0.5}}{P(V_A^{1/3} + V_B^{1/3})^2} \quad (36)$$

$$M_r = \frac{M_A + M_B}{M_A M_B} \quad (37)$$

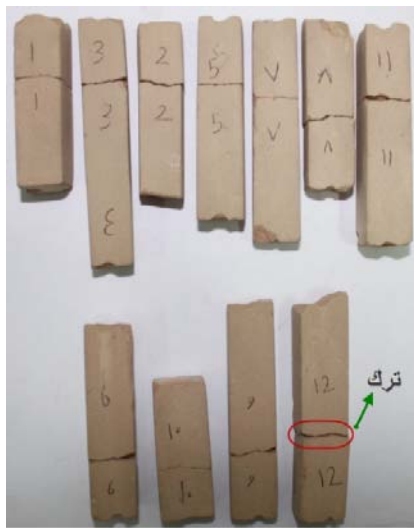
تبخیر از لایه نازک گسترش یافته به همراه مقاومت در برابر نفوذ بخار به محیط عامل خشک شدن با نرخ ثابت در دوره اول است. تبخیر از لایه نازک گسترش یافته کاهش نرخ خشک شدن به دلیل افزایش نقاط خشک را جبران می‌کند و نرخ خشک شدن را تقریباً ثابت نگه می‌دارد [۱۸].

### ۱۱- اندازه‌گیری تنش تسلیم

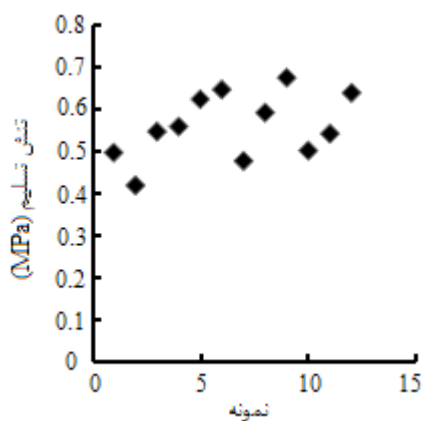
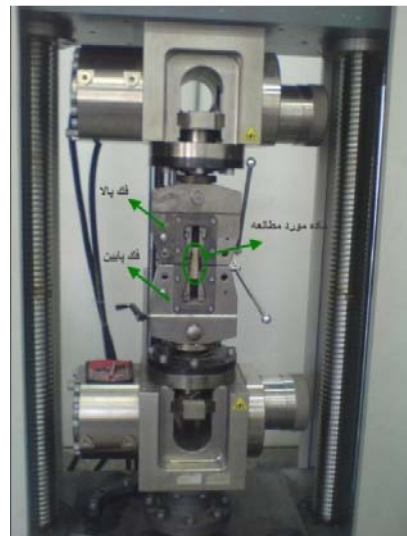
تنش تسلیم یکی از پارامترهای مکانیکی مهم در تعیین مقاومت ماده برای جلوگیری از ظاهر شدن ترک در طی فرایند خشک شدن است. تست کشش یک محوری به دلیل سادگی اغلب برای اندازه‌گیری استحکام کششی خاک مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما چینش و تجهیزات مورد استفاده معمولاً در مطالعات مختلف متفاوت است.

تنش تسلیم ماده به رطوبت و درصد تراکم ماده وابسته است به طوری که با افزایش رطوبت و کاهش درصد تراکم یا چگالی خشک ماده مقدار تنش تسلیم کاهش می‌یابد. در شکل ۸ تغییر تنش تسلیم بر حسب رطوبت و در شکل ۹ تغییر تنش تسلیم بر حسب چگالی خشک نشان داده شده است. برای رطوبت‌های زیر ۲۷٪ تنش تسلیم تقریباً ثابت می‌ماند به عبارت دیگر تنش تسلیم مستقل از رطوبت است.

در ماده مورد مطالعه تنش تسلیم در رطوبت‌های گراسکویی (۲٪ - ۵٪) به دو روش اندازه‌گیری شد. در روش اول به کمک دستگاه تست کشش (Zwick 60 ton) و در روش دوم با آویزان کردن وزنه به ستونی از ماده و اضافه کردن وزنه تا رسیدن به تنش تسلیم، تنش تسلیم اندازه‌گیری شد. اندازه‌گیری شامل دو مرحله است. مرحله اول آماده‌سازی نمونه و مرحله دوم انجام آزمایش تست کشش. در مرحله اول مدل‌های تهیه شده با رطوبت ۴۰٪ و درصد تراکم مشخص جهت همگن شدن به مدت ۲۴ ساعت در یک ظرف آب‌بندی نگهداری و سپس خشک شدند. در این مرحله ۱۲ نمونه با سطح مقطع‌های مختلف اما با رطوبت و چگالی یکسان تهیه شد. در مرحله دوم تست کشش بر



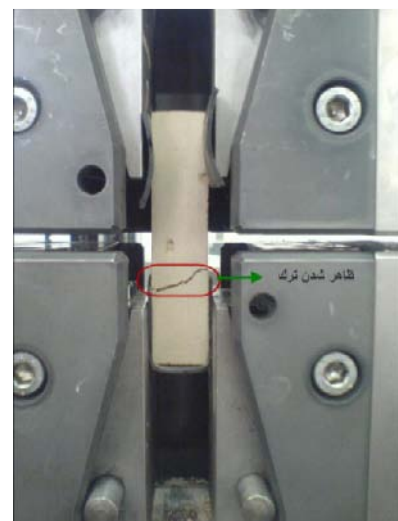
شکل ۱۱ نمونه مورد استفاده در آزمایش تست کشش



شکل ۱۲ تنش تسلیم اندازه‌گیری شده در نمونه‌های مختلف

## ۱۲- شبیه‌سازی فرایند خشک شدن

بر اساس مدل ریاضی بیان شده فرایند خشک شدن با هدف پیش‌بینی وقوع ترک با استفاده از روش المان محدود شبیه‌سازی شد. رطوبت محیط ۲۵٪ و دمای محیط ۳۰ درجه سانتیگراد در نظر گرفته شده است. از چهار مدل مدور با قطر خارجی یکسان ۲۰۰ میلی‌متر و قطرهای داخلی ۶۰، ۹۰، ۱۱۰ و ۱۶۰ میلی‌متر و ضخامت ۲۰ میلی‌متر به منظور بررسی تأثیر ابعاد هندسی مدل بر امکان وقوع ترک در شبیه‌سازی استفاده شده است. تمامی مدل‌ها در حالت‌های خشک شدن دو بعدی و سه بعدی مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نام‌گذاری مدل‌ها بر اساس تنها پارامتر متفاوت آنها یعنی قطر داخلی انجام شده است. برای نمونه مدل ۶۰ در شکل ۱۳ نشان داده شده است.

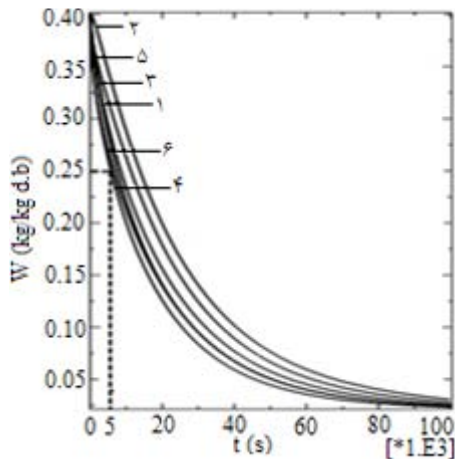


شکل ۱۰ اندازه‌گیری تنش تسلیم با استفاده از دستگاه تست کشش

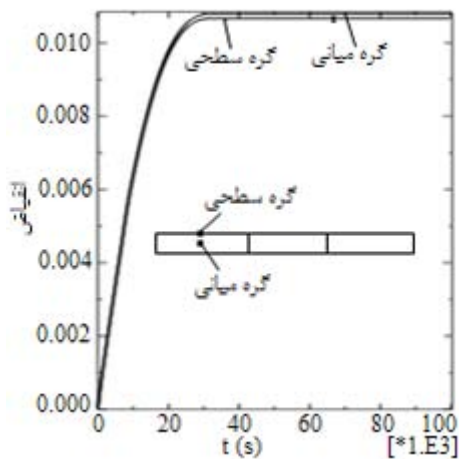




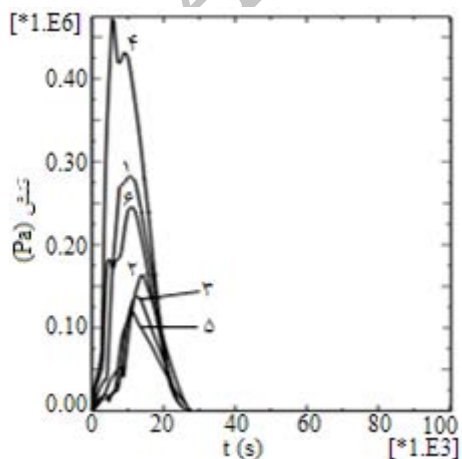
شکل ۱۴ نمایش مکان هندسی نقاط مورد مطالعه در آنالیز تنش



شکل ۱۵ تغییرات رطوبت مدل ۶۰ در حالت سه بعدی



شکل ۱۶ انقباض مدل ۶۰ در حالت سه بعدی



شکل ۱۷ تنش میزز در حالت سه بعدی در مدل ۶۰

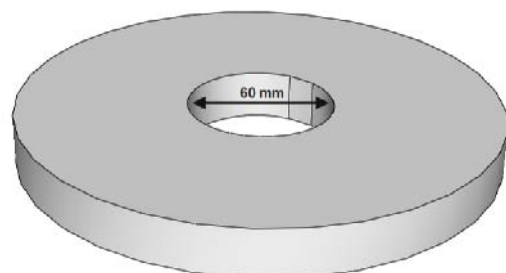
فرایند خشک شدن از رطوبت اولیه ۴۰٪ شروع می‌شود و تا رسیدن کلیه نقاط مدل به رطوبت هایگراسکوپی (۲٪-۵٪) ادامه پیدا می‌کند.

در کارهای قبلی این نویسنده [۸] منحنی تغییرات رطوبت و جابجایی برای مدل ۶۰ و منحنی تغییرات تنش میزز برای تمامی مدل‌ها در هر دو حالت خشک شدن دو بعدی و سه بعدی برای نقاط مختلف مدل (شکل ۱۴) با در نظر گرفتن تغییرات پارامترهای فیزیکی و مکانیکی شبیه‌سازی شده است. به منظور بررسی و دقت معادلات ارائه شده به کمک مقایسه نتایج تجربی و شبیه‌سازی، مدل ۱۱۰ در آزمایشگاه مورد بررسی قرار گرفت است. مشاهده شد که در در خشک شدن سه بعدی تنش در گره ۴ و در خشک شدن دو بعدی تنش در گره ۳ ماکزیمم است. برای نمونه منحنی تغییرات رطوبت در حالت سه بعدی (شکل ۱۵)، جابجایی در حالت سه بعدی (شکل ۱۶)، تنش میزز در حالت سه بعدی (شکل ۱۷) و تنش میزز در حالت دو بعدی (شکل ۱۸) برای مدل ۶۰ در این مطالعه ترسیم شده است.

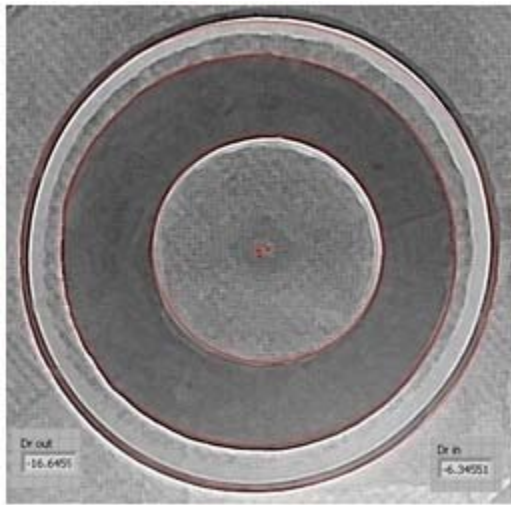
### ۱۳- خشک نمودن قطعه و مشاهدات تجربی

به منظور بررسی و دقت معادلات ارائه شده به کمک مقایسه نتایج تجربی و شبیه‌سازی، مدل ۱۱۰ در آزمایشگاه مورد بررسی قرار گرفت. برای تهیه قالب مدل ۱۱۰ از دو لوله یکی با قطر داخلی ۲۰۰ و دیگری با قطر خارجی ۱۱۰ میلی‌متر استفاده شد. مدل ۱۱۰ با رطوبت اولیه ۴۰ درصد در دمای ۳۰ درجه سانتیگراد با رطوبت نسبی ۲۵٪ خشک شد.

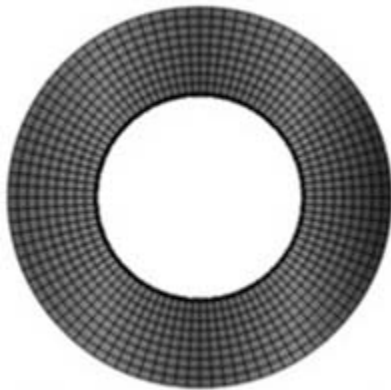
به‌منظور بررسی تغییر ابعاد قطعه در حین خشک شدن تصاویر متعددی توسط دوربین از قطعه گرفته شد. کاهش شعاع خارجی، کاهش شعاع داخلی و درصد انقباض حجمی مدل با استفاده از تکنیکهای پردازش تصویر محاسبه شد.



شکل ۱۳ مدل ۶۰ مورد استفاده در شبیه‌سازی

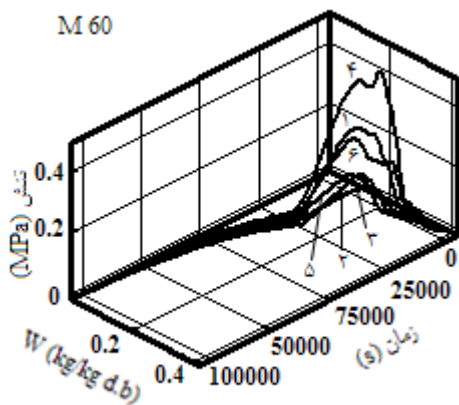


الف) قطعه خشک شده

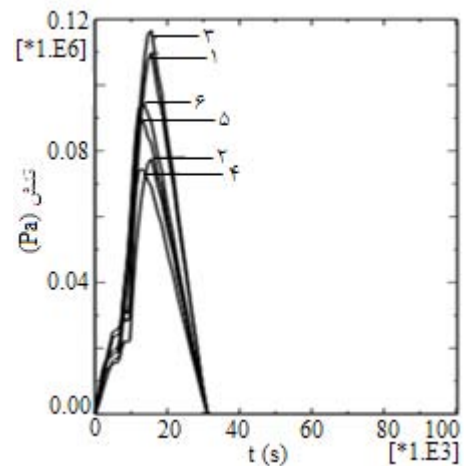


تغییر قطر ۳۲/۸۲mm  
ب) مدل شبیه‌سازی شده

شکل ۱۹ مقایسه ابعاد مدل ۱۱۰ با قطعه خشک شده



شکل ۲۰ تغییر تنش بر حسب رطوبت و زمان



شکل ۱۸ تنش میزز در حالت دو بعدی در مدل ۶۰

در جدول ۴ نتایج حاصل از پردازش تصویر و شبیه‌سازی در محاسبه کاهش شعاع خارجی، کاهش شعاع داخلی برحسب میلی‌متر و درصد انقباض حجمی نشان داده شده است. همچنین در شکل ۱۹ خروجی نرم‌افزار شبیه‌سازی و پردازش تصویر نشان داده شده است. از جمله عوامل احتمالی ایجاد کننده خطا در شبیه‌سازی انقباض قطعه می‌توان به دو فازی فرض کردن ماده، نادیده گرفتن تخلخلات ماده، لحاظ نکردن اصطکاک در شبیه‌سازی، خطا در محاسبه حدود اتربرگ ماده، و در نهایت به خطای پردازش تصویر اشاره کرد.

جدول ۴ مقایسه نتایج پردازش تصویر و شبیه‌سازی

خطا	پردازش تصویر	شبیه‌سازی	خطا
کاهش شعاع خارجی	۱۶/۶۴۶	۱۶/۴۱۵	٪۱/۳۸
کاهش شعاع داخلی	۶/۳۴۵	۹/۰۲۸	٪۴۲/۲۸
در صد انقباض حجمی	۳۴/۳	۳۰/۱	

#### ۱۴- نتایج و بررسی آن

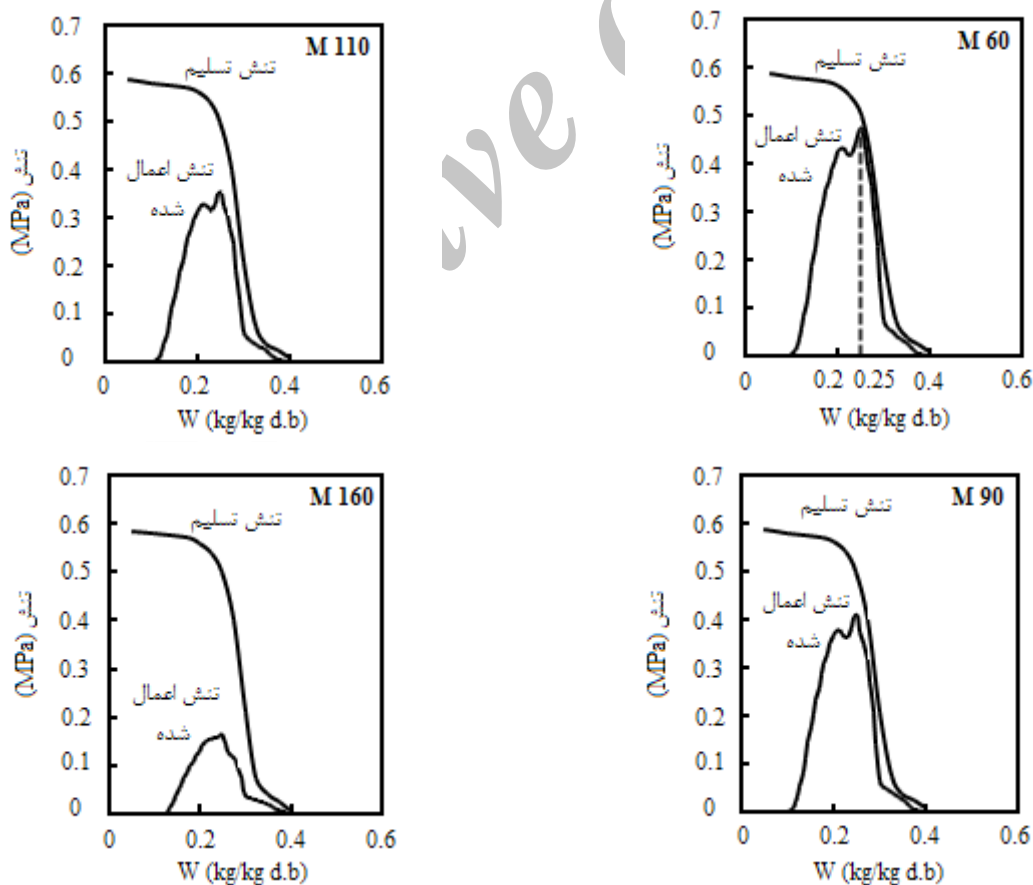
در شکل ۲۰ منحنی تغییرات سه بعدی تنش بر حسب رطوبت و زمان برای مدل ۶۰ در حالت خشک شدن سه بعدی ترسیم شده است. این شکل بیانگر این واقیعت است که اختلاف فاز زمانی در خشک شدن (بین سطح و عمق) باعث ایجاد تنش‌های کششی در سطح و تنش‌های فشاری در عمق می‌شود. لذا تنش اعمال شده به مدل در طول فرایند خشک شدن و تنش تسلیم ماده تابعی از رطوبت هستند.

در رابطه (۳۸)  $Y$  تنش تسلیم است که تابعی از رطوبت است و  $\sqrt{\frac{3}{2}Tr(\bar{\sigma}^2)}$  تنش میزز نامیده می‌شود. با توجه به نزدیک بودن آنالیز شیمیایی و تنش تسلیم ماده مورد مطالعه در رطوبت‌هایگرا سکویی با ماده مورد استفاده در تحقیق کتالرز [۱۱] در این مطالعه از نمودار تغییرات تنش تسلیم بر حسب رطوبت که در تحقیق ایشان گزارش شده است استفاده شده است (شکل ۴). در شکل ۲۱ ماکزیمم مقدار تنش میزز اعمال شده به ماده در طی فرایند خشک شدن که مربوط به گره ۴ با تنش تسلیم برای خشک شدن در حالت سه بعدی مقایسه شده است. همین مقایسه در شکل ۲۲ برای گره ۳ که تنش میزز در خشک شدن دو بعدی ماکزیمم است انجام شده است. در حالت سه بعدی مقادیر تنش میزز بسیار بیشتر از حالت دو بعدی است و امکان وقوع ترک در حالت سه بعدی خصوصاً با افزایش ضخامت مدل افزایش می‌یابد.

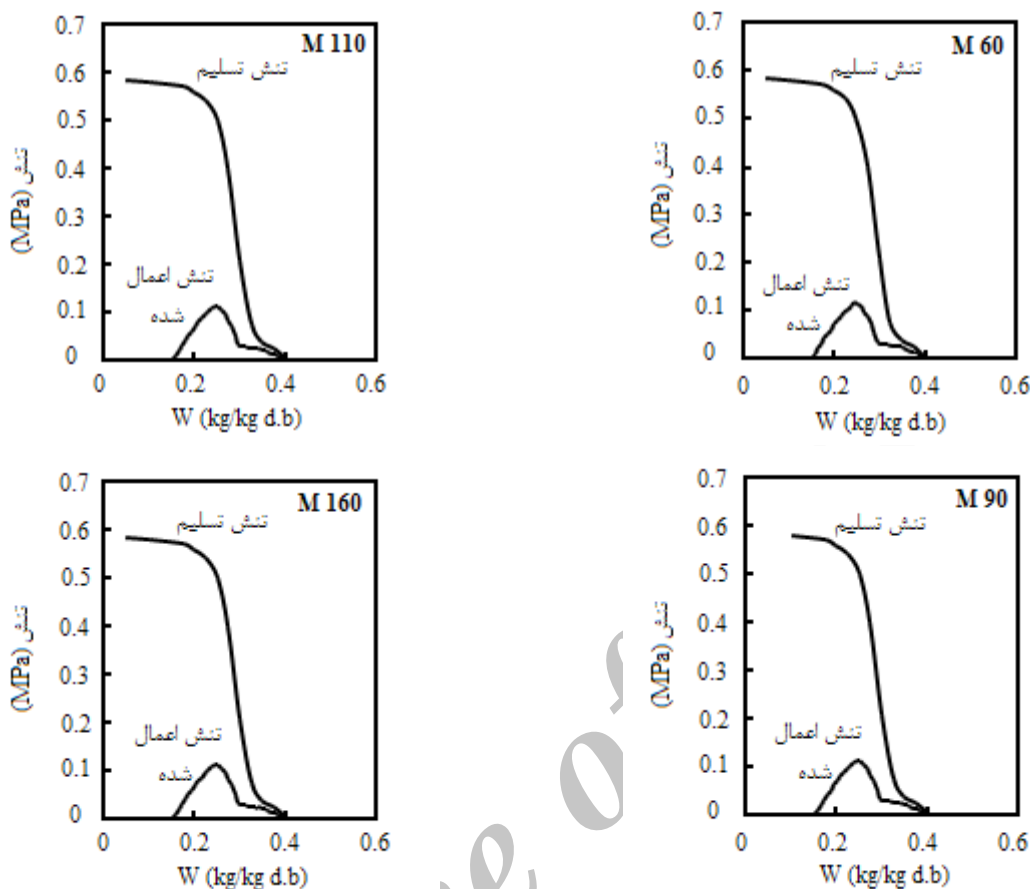
برای پیش‌بینی ظاهر شدن ترک در فرایند خشک شدن باید مقدار تنش اعمال شده به مدل در طی فرایند خشک شدن با تنش تسلیم ماده در رطوبت‌های مختلف مقایسه شود. در صورت کمتر بودن تنش نهایی از تنش اعمال شده به مدل در مدت زمان خشک شدن می‌توان گفت امکان وقوع ترک در ماده هنگام خشک شدن با شرایط اب و هوایی معین شده بسیار ناچیز است.

فرایند خشک شدن در حالت سه بعدی از سطوح جانبی (با شدت بیشتر در لبه‌ها) شروع می‌شود و با گذشت زمان در عمق نفوذ می‌کند اما در حالت دو بعدی فرایند خشک شدن از مرکز سطوح بالا و پایین مدل شروع می‌شود و گسترش می‌یابد. بر اساس معیار تسلیم فون میزز برای جلوگیری از ظاهر شدن ترک شرایط زیر باید حفظ شود [۱۱].

$$Y - \sqrt{\frac{3}{2}Tr(\bar{\sigma}^2)} > 0 \quad (38)$$



شکل ۲۱ مقایسه تنش تسلیم و تنش میزز اعمال شده در حالت سه بعدی



شکل ۲۲ مقایسه تنش تسلیم و تنش میزز اعمال شده در حالت دو بعدی

### ۱۵- نتیجه‌گیری

- از یک مدل ریاضی مشتمل بر انتقال رطوبت در مواد متخلخل، حل عددی فرایند خشک شدن با استفاده از روش المان محدود حاصل شد.
- با در نظر گرفتن قانون فیک برای انتقال رطوبت در داخل مدل و محاسبه نرخ تیخیر از سطوح مواد متخلخل منحنی تغییرات رطوبت برای نقاط مختلف مدل ترسیم شد.
- منحنی تغییرات تنش با در نظر گرفتن یک مدل الاستیک در ۶ نقطه از یک سطح مقطع ترسیم شد.
- با استفاده از معیار تسلیم فون میزز ظاهر شدن ترک در مدل‌های مختلف مورد تحلیل قرار گرفت. بیشترین امکان ظاهر شدن ترک برای مدل ۶۰ در نقطه ۴ بعد گذشت حدود ۱/۳۸ ساعت از شروع فرایند خشک شدن است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود با توجه به کمتر بودن مقدار ماکزیمم تنش میزز اعمال شده به ماده از تنش تسلیم، بر اساس معیار فون میزز امکان ظاهر شدن ترک در هر دو حالت خشک شدن در تمام مدل‌ها صفر است. اما با توجه به عوامل ایجاد خطا مثل دو فازی فرض کردن ماده و نادیده گرفتن هوای محبوس در ماده در شبیه‌سازی فرایند امکان ظاهر شدن ترک در مدل ۶۰ در حالت خشک شدن سه بعدی بسیار زیاد است.

با بررسی هم‌زمان منحنی تغییرات رطوبت مدل ۶۰ در طول فرایند خشک شدن (شکل ۱۵) و منحنی تغییرات تنش تسلیم و تنش میزز اعمال شده به ماده (شکل ۲۱) می‌توان بیان کرد امکان ظاهر شدن ترک در گره ۴ مدل ۶۰ بعد از گذشت ۵۰۰۰ ثانیه از شروع فرایند خشک شدن، در حالی که رطوبت این نقطه از مدل ۲۵ درصد است، در شرایط آب و هوایی تعیین شده بسیار زیاد است.

- Journal of Drying Technology*; Vol. 19, No. 8, 2001, pp.1949-1960.
- [2] Kowalski S.J. and Mielniczuk B., "Analysis of effectiveness and stress development during convective and microwave drying", *Journal of Drying Technology*; Vol. 26, No. 1, 2008, pp. 64-77.
- [3] Santos P.H.S. and Silva M.A., "Retention of vitamin C in drying process of fruits and vegetables—A review", *Journal of Drying Technology*, Vol. 26, No. 12, 2008, pp. 1421-1437.
- [4] Hasatani M. and Itaya Y., "Drying induced strain and stress: a review", *Journal of Drying Technology*, Vol. 14, No. 5, 1996, pp.1011-1040.
- [5] Van der zanden A.J.J., Schoenmakers A.M.E. and Kerkhof P.J.A.M., "Isothermal vapour and liquid transport inside clay during drying", *journal of Drying Technology*, Vol. 14, No. 3&4, 1996, pp.647-676.
- [6] Banaszak J. and Kowalski S.J., "Drying induced stresses estimated on the base of elastic and viscoelastic models", *Chemical Engineering Journal*, Vol. 86, No. 1&2, 2002, pp.139-143.
- [7] Musielak G. and Mierzwa D. "Permanent strains in clay-like material during drying", *journal of Drying Technology*, Vol. 27, No. 7, 2009, pp. 894-902.
- [۸] خلیل خلیلی، محسن حیدری، "مدلسازی عددی انقباض یک قطعه سرامیکی در فرایند خشک شدن"، مهندسی مکانیک مدرس، ۱۳۹۰، دوره ۱۲، شماره ۲، صص ۵۸-۷۱.
- [9] Mihoubi D. and Bellagi A., "Two-dimensional heat and mass transfer during drying of deformable media", *Journal of Applied Mathematical Modeling*, Vol. 32, No. 3, 2008, pp. 303-314.
- [10] Mihoubi D. and Bellagi A., "Stress generated during drying of saturated porous media", *Journal of Transport Porous Media*, Vol. 80, No. 3, 2009, pp. 519-536.
- [11] Mihoubi D., Zagrouba F., Vaxelaire J., Bellagi A. and Roques M., "Transfer phenomena during the drying of a shrinkable product: modeling and simulation", *journal of Drying Technology*, Vol.22, No. 1&2, 2004, pp. 91-109.
- [12] Augier F., Coumans W.J. and Hugget A., Kaasschieter E.F., "On the risk of cracking in clay drying", *Journal of Chemical Engineering*, Vol. 86, 2002, PP. 133-138.
- [13] Mujumdar, A.s., *handbook of industrial drying*, Taylor & Francis Group, 2006.
- [14] Ketelaars A.A.J., *Drying deformable media, kinetics, Shrinkage and Stress*, PhD Thesis, Eindhoven, University of Eindhoven, 1993.

- امکان وقوع ترک در شروع فرایند با توجه به کم بودن نش تسلیم در شروع بسیار زیاد است.  
افزایش ضخامت مدل و خشک کردن مدل در حالت سه بعدی بر اساس معیار تسلیم فون میز باعث افزایش امکان ظاهر شدن ترک در مدل می شود.

## ۱۶- فهرست علائم

$C_p$	گرمای ویژه (J/kg.K)
$h_{fg}$	گرمای نهان تبخیر آب (J/kg)
$m_e$	نرخ تبخیر رطوبت ( $\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$ )
$D$	ضریب نفوذ ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
$M$	جرم مولی (g/mol)
$P$	فشار بخار اشباع (Pa)
$T$	دما (K)
$\bar{V}$	حجم مخصوص ( $\text{m}^3/\text{kg}$ )
$V$	حجم مولی ( $\text{cm}^3/\text{mol}$ )
$k$	رسانایی حرارتی (W/m.K)
$t$	زمان (s)
$v$	سرعت (m/s)
$w$	رطوبت (kg/kg d.b)

## علائم یونانی

$Y$	تنش تسلیم (Pa)
$\phi$	رطوبت نسبی هوا
$\lambda$	مدول یانگ (Pa)
$\mu$	مدول صلابت (Pa)
$\rho$	چگالی ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$\rho_s^0$	چگالی ماده در حالت خشک ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )

## زیرنویس‌ها

$a$	هوای محیط
$l$	مایع
$s$	جامد
$w$	سطح ماده مرطوب

## ۱۷- مراجع

- [1] Chua K.J., Mujumdar A.S., Hawlader M.N.A., Chou S.K. and Ho J.C., "Convective drying of agricultural products. Effect of continuous and stepwise change in drying air temperature",

- [18] Lee M.T. and Maa J.R., "The effects of extended thin film evaporation and external diffusional resistance during the constant drying rate period", *Journal of Drying Technology*, Vol. 10, No. 2, 1992, pp. 395-419.
- [19] Fuller E.N., Schettler P.D. and Giddings J.S., "New method for prediction of binary gas-phase diffusion coefficients", *Industrial & Engineering Chemistry*, Vol. 58, No. 5, 1966, pp. 18-27.
- [20] Wang J.J., Zhu J.G., Chiu C.F. and Zhang H., "Experimental study on fracture toughness and tensile strength of clay", *Engineering Geology*, Vol. 94, 2007, pp. 65-75.
- [15] اینکروپرا فرانک پی، دویت دیوید پی، مقدمه ای بر انتقال گرما، ترجمه بهرام پوستی، انتشارات کتاب دانشگاهی، ۱۳۸۵، صص ۳۰۰-۳۱۸.
- [16] Tang R. and Etzion Y., "Comparative studies on the water evaporation rate from a wetted surface and that from a free water surface", *Journal of Building and Environment*, Vol. 39, No. 1, 2004, pp. 77-86.
- [17] Wang H., Garimella S.V. and Murthy J.Y., "Characteristics of an evaporating thin film in a microchannel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 19-20, 2007, pp. 3933-3942.

Archive of SID