



تحلیل تئوری، عددی و تجربی ارتعاشات پیچشی میل لنگ خودرو

سید جلال الدین سیدعلیان^{۱*}، سعید محجوب مقدس^۲

۱- مریبی گروه مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مهدیشهر، سمنان

۲- استادیار گروه مکانیک، دانشگاه امام حسین (ع)، تهران

* تهران، کد پستی ۱۶۵۹۸۸۵۵۱۸، j.seadalian@gmail.com

چکیده- میل لنگ یکی از قطعات مهم موتور می باشد که با حرکت دورانی خود در معرض گشتاورهای پیچشی ناشی از حرکت پریویدیک در سیلندر قرار دارد. نیروهای داخلی که سبب گشتاورهای تناوبی در میل لنگ می شود، ایجاد ارتعاشات و نویز در موتور می کند که می تواند مضر باشد. بنابراین بررسی رفتار دینامیکی میل لنگ ضروری است. همچنین، اگرچه بیشتر سازه های فیزیکی مانند میل لنگ خودرو به صورت پیوسته هستند، اما می توان آنها را به صورت مجزا مدل کرده و مورد تحلیل قرار داد. در این مقاله به ارتعاشات پیچشی میل لنگ دو نوع خودروی رنو و پژو با سه روش تئوری، عددی و تجربی پرداخته شده است. در تحلیل تئوری از فرمول B.I.C.E.R.A استفاده شده و فرکانس های طبیعی به دست آمده از این روش و فرکانس های طبیعی تحلیل عددی که با نرم افزار انتسیس صورت گرفته، با تست تجربی مقایسه شده و با انتخاب بهترین مدل، اثر دور موتور در ارتعاشات پیچشی میل لنگ بررسی شده است.

کلیدواژگان: ارتعاشات پیچشی، میل لنگ، فرکانس طبیعی، درجه آزادی.

Theoretical, analytical and experimental analysis of torsional vibration on the vehicle crankshaft

S.J. Seyedalian^{1*}, S. Mahjoub-Moghadas²

1- Instructor, Dept. of Mech. Eng., Islamic Azad Univ., Mahdihahr Branch, Semnan, Iran

2- Assist. Prof., Mech. Eng., Imam Hosein Univ., Tehran, Iran

* P.O.B. 1659885518, Tehran, Iran. j.seadalian@gmail.com

Abstract- Automotive crankshafts are subjected to fluctuating torques due to periodic strokes in the cylinder. The gas-forces and inertial-forces due to the reciprocating masses will contribute to the excitation forces on the crankshaft system. The forces cause alternative torque on the crankshaft and cause vibration on the motor which cause noise and shake in the vehicle. Therefore, it is necessary that was determined the dynamic behaviour of the crankshaft. Although most physical structures are continuous, their behaviour can usually be represented by a discrete parameter model. In this paper, torsional vibration was determined with theoretical, analytical and experimental analysis on the Peugeot and Renault vehicle. For Solution of theoretical analysis, was used of B.I.C.E.R.A formula [1] and natural frequency for analytical analysis obtained with ANSYS software. Then, theoretical and analytical procedure compared with the experimental model, to obtain optimization model and with the best model, influence of torsional vibration was determined on the engine speed.

Keywords: Torsional Vibration, Crankshaft, Natural Frequency, Degree of Freedom.

تحلیل عددی استفاده شده است که خطای محاسباتی بیشتری نسبت به تحلیل تئوری دارد. در مقاله حاضر، ارتعاشات پیچشی میل لنگ خودروهای رنو و پژو از سه روش تحلیل تئوری، عددی و تجربی تعیین شده و با بررسی و مقایسه نتایج سه روش فوق، بهترین مدل جهت طراحی میل لنگ و بررسی اثرات دورهایی از موتور که در آنها ارتعاشات پیچشی عامل رزونانس هستند، به دست آمده است.

این کار با توسعه و بسط حل تئوری و عددی در نرم افزارهای مربوطه و همچنین اجرای روش های مدرن تست مودال به طور کامل و جامع انجام شده است. در تحلیل تئوری، میل لنگهای مذکور با ۵، ۱۷، ۱۹ و ۲۱ درجه آزادی در محیط نرم افزار مطلب^۲ و در حالتهای مختلف میل لنگ به همراه چرخ طیار، پولی، پیستون و شاتون؛ میل لنگ با پولی و چرخ طیار و در نهایت میل لنگ به تنها یکی، مدل شده و بهترین مدل در مقایسه با تست مودال به دست آمده است [۱۰، ۹، ۳، ۲]. در تحلیل عددی از نرم افزار انسیس برای تحلیل فرکانسی استفاده شده است [۱۱، ۵]. در تست تجربی، پس از ثبت فرکانس های طبیعی توسط آنالیزورها، نمودارهای به دست آمده برای تشخیص فرکانس های پیچشی و خمسی به نرم افزار ایکتس^۳ ارسال شده تا نتایج به صورت انیمیشن مشاهده و فرکانس طبیعی پیچشی اول میل لنگ پژو GLX تعیین شود [۱۲]. همچنین از نتایج تست میل لنگ رنو ۲۱ نیز استفاده شده است [۲].

۲- تحلیل تئوری

فرکانس طبیعی و شکل مود، از رابطه (۱) به دست آمده که در آن I ماتریس واحد، M ماتریس اینرسی، K ماتریس سفتی، λ_i مقادیر ویژه، ω_i فرکانس های طبیعی و X_i بردارهای ویژه (شکل مودها) است.

$$[M]\{\ddot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = \{0\} \quad (1)$$

$$|M^{-1}K - \omega_i^2 I| = 0 \Rightarrow |M^{-1}K - \lambda_i| = 0$$

$$[M^{-1}K - \lambda_i]\{X_i\} = 0 \quad (2)$$

با داشتن K و M می توان فرکانس های طبیعی را محاسبه کرد. برای محاسبه ماتریس سفتی، از روابط سازه ای به دست آمده از رابطه (۳) استفاده شده است.

۱- مقدمه

میل لنگ یکی از قطعات مهم موتور با حرکت دورانی می باشد. در موتورهای احتراق داخلی پیستونی، فشار گاز درون محفظه احتراق، وارد بر سطح پیستون، به صورت نیرو از طریق شاتون به لنگهای میل لنگ وارد می شود و این نیروی اعمالی سبب ایجاد گشتاور بر روی میل لنگ و در نتیجه دوران آن می شود. علاوه بر آن، نیروهای اینرسی داخلی و گشتاورهای پیچشی وارد بر میل لنگ، سبب ایجاد ارتعاشات پیچشی، لرزش، سر و صدا و رزونانس موتور شده و نهایتاً باعث خستگی و ایجاد ترک های ریز و کاهش عمر آن خواهد شد [۱]. بنابراین از آنجا که اثر این ارتعاشات بر دور موتور خودرو سیار مهم است، این مقوله بایستی در طراحی میل لنگ بررسی شود [۳، ۲].

در سالهای گذشته ارتعاشات پیچشی میل لنگ به طور کامل و دقیق بررسی نشده است. در سال ۱۹۸۶، محبوب [۲] برای بررسی عیوب موتور خودروی رنو، از ارتعاشات پیچشی میل لنگ مدل ۶ درجه آزادی استفاده کرده است.

در سال ۲۰۰۳، محتسبی و همکارش [۴] ارتعاشات پیچشی میل لنگ خودروی نیسان را با نرم افزار انسیس^۱ به دست آورده، ولی در مورد حل تئوری آن، تحلیل نکرده اند.

در سال ۲۰۰۵، سیشو [۵] به مدل میل لنگ در اجزاء محدود اشاره و آن را با دو مدل شماتیک عددی مقایسه کرده است.

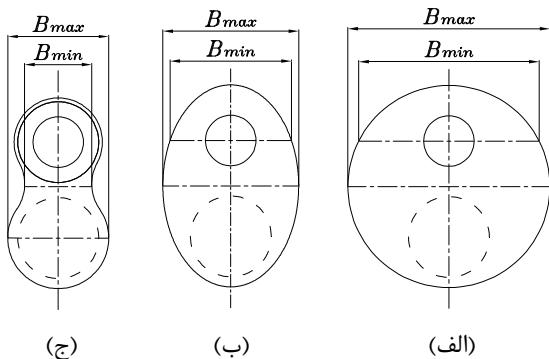
در سال ۲۰۰۸، میتیانیز و همکارانش [۶] برای تعیین ارتعاشات پیچشی میل لنگ، از مدل چند جرمی موتور ۶ سیلندر خطی که شامل ممان اینرسی های مشخص هستند، استفاده کرده و نتایج آن را با تحلیل عددی نرم افزار انسیس مقایسه کرده اند.

در سال ۲۰۱۱، هاپنگ و همکارانش [۷] برای مطالعه ارتعاشات پیچشی میل لنگ موتور دیزل از روش حل عددی و مدل سه بعدی موتور استفاده کرده اند و بررسی و حل معادلات تحلیلی را کاری پیچیده بیان نموده اند. گنگ و همکارانش [۸] نیز درباره حل تحلیلی ارتعاشات پیچشی میل لنگ نظر مشابهی دارند.

بررسی ارتعاشات پیچشی و اصلاح فرکانس های مخرب آن به علت پیچیدگی های سازه میل لنگ، بسیار دشوار است. بنابراین، برای تعیین فرکانس های طبیعی پیچشی، عموماً از نرم افزارهای

2. MATLAB Software

3. ICATS Software



شکل ۲ پهنهای معادل میل لنگ

$$\frac{1}{b_e^3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{B_{\max}^3} + \frac{1}{B_{\min}^3} \right) \quad (7)$$

-۲ طول معادل L_{eo} از رابطه (۸) و از نمودار مربوطه محاسبه شده که در آن R شعاع لنگ و L_{eb} طول بازو می‌باشد.

$$\frac{L_{eo}}{D_t} : \begin{cases} c = \frac{R_m + R_t - R}{R} \\ \frac{RD_e^3}{L_{eb} B_e^3} \end{cases} \quad (8)$$

-۳ ضریب اصلاحی L_{e1}/D_t ، ضریب تنظیم کننده، ضریب اثر سوراخ، L_{e3}/D_t ضریب اثر ناج L_{e4}/D_t و ضریب L_{e5}/D_t به ترتیب از رابطه های (۹) تا (۱۳) و از نمودارهای مربوطه محاسبه شده است.

$$\frac{\Delta L_{e1}}{D_t} : \begin{cases} c \\ \frac{B_e^3}{D_e^3} \end{cases} \quad (9)$$

$$\frac{\Delta L_{e2}}{D_t} : \begin{cases} c \\ \frac{B_e^3}{D_e^3} \end{cases} \quad (10)$$

$$\frac{\Delta L_{e3}}{D_t} : \begin{cases} c \\ \frac{a}{R} \end{cases} \quad (11)$$

$$\frac{\Delta L_{e4}}{D_t} = \frac{\Delta L_{ef}}{D_m} \left(\frac{D_e}{D_m} \right)^3 + \frac{\Delta L_{ef}}{D_t} \left(\frac{D_e}{D_t} \right)^3 \quad (12)$$

$$\frac{\Delta L_{e5}}{D_t} = \frac{\Delta L_{et}}{D_m} \left(\frac{D_e}{D_m} \right)^3 + \frac{\Delta L_{em}}{D_t} \left(\frac{D_e}{D_t} \right)^3 \quad (13)$$

$$\phi = \frac{TL}{GJ} \Rightarrow T = \frac{GJ}{L} \phi , \\ J = \frac{\pi D_t^4}{32} \Rightarrow K = \frac{GJ}{L_e} \quad (3)$$

در رابطه (۳)، J ممان اینرسی قطبی و G مدول برشی است. با به دست آوردن طول معادل L_e از فرمول B.I.C.E.R.A رابطه (۳) میل لنگ به ۱۷ قسمت تقسیم شده که در شکل ۱ نشان داده شده و در آن b و m و t به ترتیب نشان دهنده بازوی لنگ، محور لنگ متحرک و محور اصلی لنگ می‌باشد.

۲-۱- تعیین پارامترهای مساله

۲-۱-۱- تعیین طول معادل

طول معادل محور اصلی، طول معادل محور لنگ و طول معادل بازوها به ترتیب از رابطه های (۴)، (۵) و (۶) محاسبه شده است.

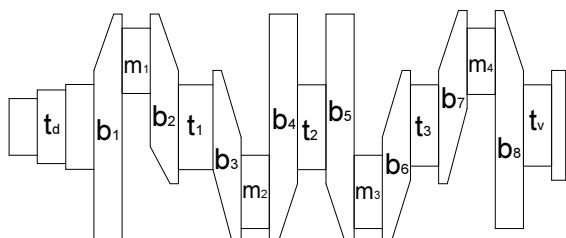
$$L_{et} = L_t \frac{D_e^4}{D_t^4 - d_t^4} \quad (4)$$

$$L_{em} = L_m \frac{D_e^4}{D_m^4 - d_m^4} \quad (5)$$

$$L_{eb} = D_t \left(\frac{L_{eo}}{D_t} + \frac{\Delta L_{e1}}{D_t} + \frac{\Delta L_{e2}}{D_t} + \frac{\Delta L_{e3}}{D_t} + \frac{\Delta L_{e4}}{D_t} + \frac{\Delta L_{e5}}{D_t} \right) \quad (6)$$

در روابط بالا، قطر معادل D_e برابر قطر محور اصلی لنگ در نظر گرفته شده است. همچنین برای محاسبه پارامترهای رابطه (۶) باید مراحل زیر انجام شود:

۱- پهنهای معادل b_e از رابطه (۷) و مطابق شکل ۲ محاسبه می‌شود.



شکل ۱ تقسیم میل لنگ به ۱۷ قسمت

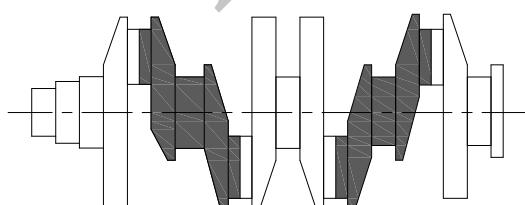
۲-۲- تعیین ارتعاشات پیچشی با ۵ درجه آزادی

برای به دست آوردن فرکانس طبیعی پیچشی با ۵ درجه آزادی، میل لنگ به ۵ قسمت که با فنر به هم متصل شده است، تقسیم می‌شود. معادلات حرکت سیستم به صورت رابطه (۱۸) به دست آمده است.

$$\begin{bmatrix} J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \\ \ddot{\theta}_4 \\ \ddot{\theta}_5 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{12} & -k_{12} & 0 & 0 & 0 \\ -k_{12} & k_{12} + k_{23} & -k_{23} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{23} & k_{23} + k_{34} & -k_{34} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{34} & k_{34} + k_{45} & -k_{45} \\ 0 & 0 & 0 & -k_{45} & k_{45} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{Bmatrix} = (0) \quad (18)$$

فرکانس‌های طبیعی میل لنگ با حل رابطه (۱۸) به دست خواهد آمد. بدیهی است در حل رابطه (۱۸)، فرکانس اول پیچشی به علت حرکت صلب وار صفر خواهد شد.

برای به دست آوردن اجزاء ماتریس رابطه (۱۸)، میل لنگ به پنج قسمت تقسیم شده که در شکل ۵ نشان داده شده است. اجزای ماتریس رابطه (۱۸)، با حل رابطه‌های (۱۹) و (۲۰) به دست خواهد آمد. فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها با استفاده از نرم‌افزار متلب به دست می‌آید [۱۲]. همچنین، ضرایب b ، m ، k و t استفاده شده در رابطه‌های (۱۹) و (۲۰)، در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۵ میل لنگ با ۵ درجه آزادی

۲-۱-۲- تعیین سفتی معادل

با تعیین طول معادل به دست آمده از بخش ۱-۱-۲ و جایگذاری در رابطه (۳)، سفتی هر قسمت میل لنگ محاسبه می‌شود.

۲-۱-۳- تعیین ممان اینرسی

ممان اینرسی محور لنگ (شکل ۳) از رابطه‌های (۱۴) و (۱۵) تعیین شده است. لازم به ذکر است سوراخ تعییه شده در محور لنگ، مربوط به محل عبور روغن می‌باشد.

$$J_m = \frac{\pi}{4} \rho L_m \left(\frac{D_m^4}{8} + D_m^2 R^2 \right) \quad (14)$$

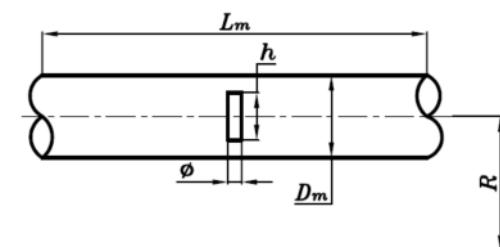
$$J'_m = \frac{\pi}{4} \rho \phi^2 h \left(\frac{\phi^2}{16} + \frac{h^2}{16} + R^2 \right) \quad (15)$$

ممان اینرسی محور اصلی که در شکل ۴ نشان داده شده است، از رابطه‌های (۱۶) و (۱۷) تعیین شده است.

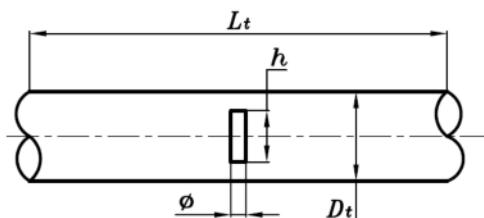
$$J_t = \frac{\pi}{32} \rho L_t D_t^4 \quad (16)$$

$$J'_t = \frac{\pi}{48} \rho \phi^2 h \left(3 \left(\frac{\phi}{2} \right)^2 + h^2 \right) \quad (17)$$

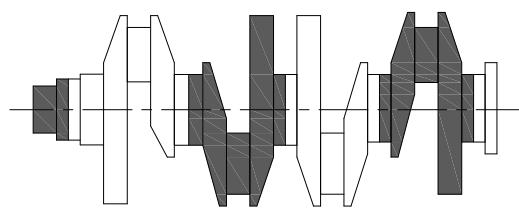
تعیین ممان اینرسی بازوها از طریق محاسبات تحلیلی مشکل است؛ زیرا این بازوها شکل بسیار پیچیده‌ای دارند. بنابراین برای به دست آوردن ممان اینرسی آنها از نرم‌افزار سالیدورکس^۱ استفاده شده است.



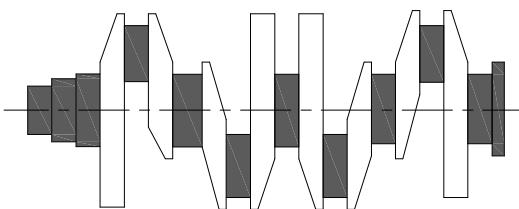
شکل ۳ محور لنگ



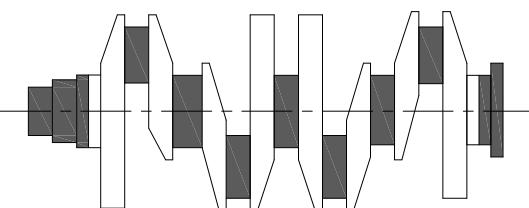
شکل ۴ محور لنگ



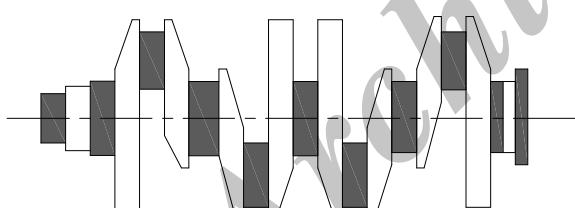
شکل ۶ میل لنگ با ۶ درجه آزادی



شکل ۷ میل لنگ با ۱۷ درجه آزادی



شکل ۸ میل لنگ با ۱۹ درجه آزادی



شکل ۹ میل لنگ با ۲۱ درجه آزادی

جدول ۱ فرکانس‌های طبیعی پیچشی میل لنگ رنو ۲۱ با استفاده از نرم‌افزار متلب

فرکانس طبیعی پیچشی (Hz)				
تعداد درجات آزادی				
f_4	f_3	f_2	f_1	
۲۶۶۲/۰	۲۲۳۷/۸	۱۱۰۸/۱	۵۱۱۶/۲	۵
۲۴۳۵/۲	۲۰۵۸/۳	۱۳۷۱/۱	۵۳۶۹/۲	۶
۲۶۴۹/۵	۲۳۱۳/۰	۱۳۶۸/۸	۵۳۵۳/۵	۱۷
۲۶۷۸/۲	۲۳۴۶/۱	۱۳۷۶/۱	۵۳۵۷/۲	۱۹
۲۷۰۱/۶	۲۳۶۲/۶	۱۳۷۹/۴	۵۳۵۸/۵	۲۱

$$\begin{cases} k_{12} = 1/\left[\left(\frac{1}{k_{id}}\right) + \left(\frac{1}{k_m}\right) + \left(\frac{1}{k_{b1}}\right) + \left(\frac{1}{k_{b2}}\right) + \left(\frac{1}{2 \times k_t}\right)\right] \\ k_{23} = 1/\left[\left(\frac{1}{k_t}\right) + \left(\frac{1}{k_m}\right) + \left(\frac{1}{k_{b3}}\right) + \left(\frac{1}{k_{b4}}\right)\right] \\ k_{34} = 1/\left[\left(\frac{1}{k_t}\right) + \left(\frac{1}{k_m}\right) + \left(\frac{1}{k_{b5}}\right) + \left(\frac{1}{k_{b6}}\right)\right] \\ k_{45} = 1/\left[\left(\frac{1}{k_nv}\right) + \left(\frac{1}{k_m}\right) + \left(\frac{1}{k_{b7}}\right) + \left(\frac{1}{k_{b8}}\right) + \left(\frac{1}{2 \times k_t}\right)\right] \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} I_1 = I_{td} + I_{b1} + \frac{I_m}{2} + I_{pulley} + \frac{I_{piston}}{2} \\ I_2 = I_m + I_t + I_{b2} + I_{b3} + I_{piston} \\ I_3 = I_m + I_t + I_{b4} + I_{b5} + I_{piston} \\ I_4 = I_m + I_t + I_{b6} + I_{b7} + I_{piston} \\ I_5 = I_{nv} + I_{b8} + \frac{I_m}{2} + I_{flywheel} + I_{flyadd} + \frac{I_{piston}}{2} \end{cases} \quad (20)$$

قطعات متصل به میل لنگ که در رابطه (۲۰) استفاده شده، به شرح زیر است:

ممان اینرسی پیستون و شاتون خودروی رنو ۲۱:

$$I_{piston} = 1.4903E - 3 \text{ kg.m}^2$$

ممان اینرسی چرخ طیار خودروی رنو ۲۱:

$$I_{flywheel} = 58.3683E - 3 \text{ kg.m}^2$$

ممان اینرسی متعلقات چرخ طیار خودروی رنو ۲۱:

$$I_{flyadd} = 29.5E - 3 \text{ kg.m}^2$$

ممان اینرسی قطعات متصل به چرخ طیار خودروی رنو ۲۱:

$$I_{pully} = 1.4165E - 3 \text{ kg.m}^2$$

لازم به ذکر است میل لنگ خودروی پژو GLX به تنها بی و بدون چرخ طیار و پولی تحلیل و تست شده است.

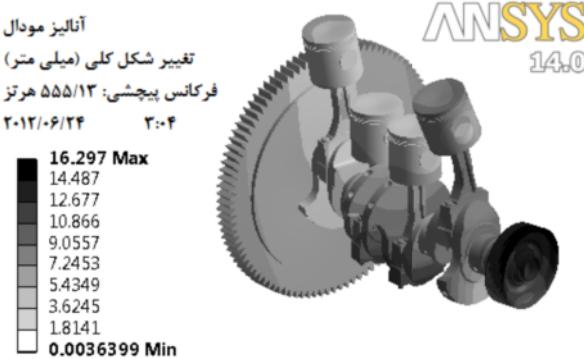
۲-۳- تعیین ارتعاشات پیچشی با ۶، ۱۷، ۱۹ و ۲۱ درجه آزادی

همان طور که در شکلهای ۶ تا ۹ مشاهده می‌شود، میل لنگ به ۶، ۱۷، ۱۹ و ۲۱ درجه آزادی تقسیم شده و با توجه به معادلات حرکت، فرکانس‌های طبیعی به دست آمده است. نتایج تحلیل تئوری میل لنگ خودروی رنو ۲۱ و پژو GLX در جدول ۱ و ۲ مشاهده می‌شود.

جدول ۴ فرکانس‌های طبیعی تحلیل عددی میل‌لنگ رنو ۲۱

با استفاده از نرم‌افزار انسیس

فرکانس طبیعی (Hz)	تعداد المان
۵۵۵/۱۳	۱۳۲۵۸۳



شکل ۱۱ فرکانس پیچشی اول رنو ۲۱

۴- تحلیل تجربی (تست مودال)

به منظور تحلیل تجربی میل‌لنگ (نتایج آزمایشات)، از آنالیز مودال استفاده می‌شود که تشریح دقیقی از پاسخ سازه را ارائه می‌دهد [۱۵، ۱۴].

۴-۱- میل‌لنگ پژو GLX (X9)

تست مودال میل‌لنگ پژو GLX (X9) در شرکت ایتران انجام شده است. برای تعیین فرکانس طبیعی میل‌لنگ می‌توان شتاب‌سنگی را به میل‌لنگ متصل کرد و با ضربه چکش به یک قسمت از آن، فرکانس‌های طبیعی را به دست آورد. اما، از آنجا که هدف ما تعیین شکل مود، برای مشخص کردن فرکانس‌های پیچشی می‌باشد، آزمایش تست مودال باید با شتاب‌سنجهای زیادی انجام شود. هرچه تعداد شتاب‌سنجهای بیشتر باشد، نتایج بهتری حاصل خواهد شد [۱۷-۱۵].

اولین مرحله برای انجام تست، ایجاد شرایط تکیه‌گاهی روی میل‌لنگ می‌باشد. برای تعیین فرکانس‌های پیچشی، باید میل‌لنگ در شرایط آزاد قرار گیرد تا حالت بدون قید محقق شود [۱۴، ۴]. همان طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، میل‌لنگ از دو قسمت محور اصلی توسط دو سیم الاستیک (کش) طوری آویزان شده است تا شرایط مرزی ارضاء شود. برای این کار از دو سازه فولادی که با یک شمش آلومینیومی به هم متصل شده‌اند، استفاده شده است. شمش آلومینیومی با پیچ و

جدول ۲ فرکانس‌های طبیعی پیچشی میل‌لنگ پژو GLX با استفاده از نرم‌افزار متلب

تعداد در ۴۵ درجه	فرکانس طبیعی پیچشی (Hz)	آزادی		
f_4	f_3	f_2	f_1	
۲۲۰۶/۵	۱۷۴۵	۱۰۶۷/۷	۵۸۷/۲	۵
۲۶۳۳/۱	۲۲۰۲	۱۶۶۶/۴	۸۹۴/۵۶	۶
۲۶۹۶/۵	۲۳۰۹/۴	۱۶۷۵/۲	۹۰۹/۱۷۸	۱۷
۳۱۱۰/۳	۲۶۱۹/۸	۱۶۹۲/۳	۹۱۱/۰۸	۱۹
۳۱۱۰/۳	۲۶۱۹/۸	۱۶۷۵/۲	۹۰۰/۲۰۷	۲۱

۳- تحلیل عددی (حل اجزاء محدود)

تحلیل عددی (حل اجزاء محدود)، از طریق نرم‌افزار انسیس بررسی شده است [۱۳، ۱۱]. بدین منظور میل‌لنگ مربوطه در نرم‌افزار سالیدورکس مدل شده و به محیط نرم‌افزار انسیس ارسال می‌گردد. در این نرم‌افزار، پس از مراحل مش بندی، تعیین جنس میل‌لنگ و انتخاب شرایط مرزی، فرکانس‌های طبیعی به دست می‌آید.

پس از تعیین فرکانس‌های طبیعی، شکل مود هر فرکانس به دست آمده در محیط نرم‌افزار انسیس، نوع فرکانس خمی و پیچشی را مشخص می‌نماید. نتایج تحلیل عددی و فرکانس اول پیچشی میل‌لنگ پژو GLX در شکل ۱۰، جدول ۳ و میل‌لنگ رنو ۲۱ (به همراه متعلقات آن) در شکل ۱۱ و جدول ۴ نشان داده شده است.

جدول ۳ فرکانس‌های طبیعی تحلیل عددی میل‌لنگ GLX با استفاده از نرم‌افزار انسیس

تعداد المان	فرکانس طبیعی (Hz)
۵۹۰۵۰ المان	۹۱۲/۷۵



شکل ۱۰ فرکانس پیچشی اول میل‌لنگ GLX

با مشاهده این جابجایی‌ها به صورت انیمیشن، شکل مودها نمایش داده می‌شود و نهایتاً نوع فرکانس طبیعی مشخص می‌شود. نتایج تست میل لنگ پژو GLX نشان داد که فرکانس طبیعی اول پیچشی برابر $905/9$ هرتز است.

۲-۴- میل لنگ رنو ۲۱

در تست میل لنگ رنو ۲۱ به همراه چرخ طیار، پولی، پیستون و شاتون، فرکانس طبیعی اول پیچشی برابر 530 هرتز به دست آمده است.

۵- نتایج و بحث

۱-۵- مقایسه بین نتایج تئوری، عددی و تجربی

در این مقاله، ارتعاشات پیچشی میل لنگ خودروهای رنو ۲۱ و پژو GLX، با سه روش تحلیل تئوری، عددی و تجربی بررسی و نتایج به دست آمده از این سه روش در جداول ۵ و ۶ با هم مقایسه شده‌اند.

از آنجا که شرایط تست مodal بیانگر رفتار واقعی میل لنگ در ارتعاشات پیچشی است، نتایج به دست آمده از تست Modal به عنوان مبنای کار در نظر گرفته شده و با نتایج تحلیل تئوری و عددی مقایسه می‌شود. نتایج به دست آمده به شرح ذیل می‌باشد.

۱- درصد خطای تحلیل تئوری هم در میل لنگ پژو و هم در میل لنگ رنو ۲۱ از تحلیل عددی کمتر است.

جدول ۵ نتایج آنالیز Modal میل لنگ رنو ۲۱ به روش‌های تحلیلی، عددی و تجربی

نتایج آنالیز Modal میل لنگ + چرخ طیار + پولی + پیستون + شاتون				
درصد خطای	فرکانس پیچشی Hz	تعداد درجه آزادی	نوع تحلیل	
۳/۴۷	۵۱۱/۶۲	۵		
۱/۳۱	۵۳۶/۹۲	۶		
۱/۰	۵۳۵/۳۵	۱۷	تحلیل تئوری	
۱/۰۲	۵۳۵/۷۲	۱۹		
۱/۱۱	۵۳۵/۸۵	۲۱		
۴/۷۸	۵۵۵/۱۳	۱۳۲۵۸۳	تحلیل عددی	
---	۵۳۰	N	تست تجربی	

مهره به سازه‌های فولادی متصل شده تا یک سازه کاملاً صلب بوجود آید. زیرا هر گونه لقی بین سازه مذکور سبب تغییر فرکانسی میل لنگ در هنگام انجام آزمایش خواهد شد.

برای تعیین شکل مودها، باید ۱۲ شتاب‌سنج در نقاط مختلف سازه متصل شود. از طرفی مشخصات دقیق محل نصب شتاب‌سنج با کولیس اندازه‌گیری شده و در نرم‌افزار تست ارتعاشی ثبت خواهد شد. محل قرارگیری شتاب‌سنج‌ها به شرح زیر می‌باشد.

شتتاب‌سنج ۱: محور اصلی، سمت پولی و در جهت y+

شتتاب‌سنج ۲: اولین بازوی سمت پولی و در جهت y+

شتتاب‌سنج ۳: اولین بازوی سمت پولی و در جهت y+

شتتاب‌سنج ۴: اولین محور لنگ سمت پولی و در جهت y+

شتتاب‌سنج ۵: دومین محور لنگ سمت پولی و در جهت y+

شتتاب‌سنج ۶: چهارمین بازوی لنگ و در جهت y+

شتتاب‌سنج ۷: محور اصلی و در جهت y+

شتتاب‌سنج ۸: دومین محور لنگ سمت پولی و در جهت y+

شتتاب‌سنج ۹: اولین محور لنگ سمت چرخ طیار و در جهت y+

شتتاب‌سنج ۱۰: اولین بازوی سمت چرخ طیار و در جهت y+

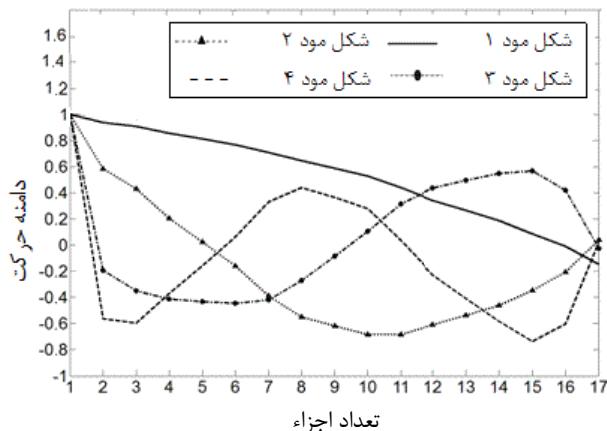
شتتاب‌سنج ۱۱: اولین بازوی سمت چرخ طیار و در جهت y+

شتتاب‌سنج ۱۲: محور اصلی، سمت چرخ طیار و در جهت y+

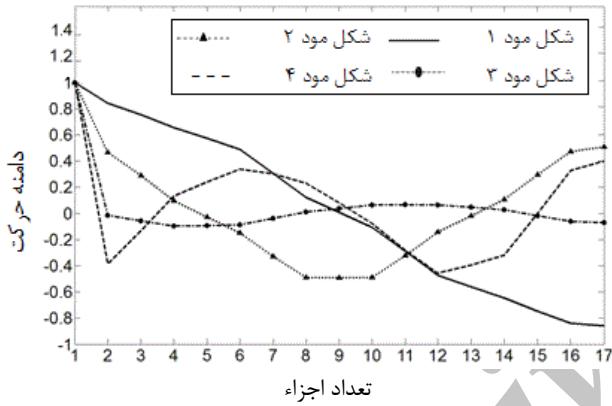
با توجه به آنالیزور ۲ کاناله موجود جهت انجام تست، آزمایش باید ۶ بار تکرار شده و در هر مرحله شتاب‌سنج به دو نقطه از میل لنگ متصل و با اعمال ضربه چکش، نتایج ثبت شود. پس از انجام آزمایش، نتایج فرکانسی به دست آمده به نرم‌افزار Aytex ارسال می‌شود. در این نرم‌افزار شتاب هر نقطه که در مرحله قبل مشخص شده است، نسبت به نقطه دیگر مقایسه شده و میزان جابجایی نقاط را نمایش می‌دهد.



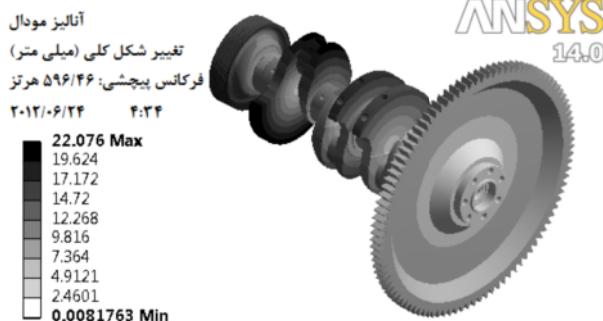
شکل ۱۲ نحوه انجام تست



شکل ۱۳ مودهای اول تا چهارم مدل ۱۷ درجه آزادی میل لنگ رنو ۲۱ با متعلقات



شکل ۱۴ مودهای اول تا چهارم مدل ۱۷ درجه آزادی میل لنگ پژو GLX



شکل ۱۵ فرکانس اول پیچشی در روش عددی میل لنگ رنو ۲۱ با چرخ طیار و پولی

۳-۵ بررسی اثر دور موتور در ارتعاشات پیچشی میل لنگ رنو ۲۱

برای بررسی دور موتور خودرو در فرکانس اول پیچشی، از مدل ۱۷ درجه آزادی استفاده می‌شود. اگر دور کاری موتور با

جدول ۶ نتایج آنالیز مدل میل لنگ پژو GLX به روش‌های تحلیلی، عددی و تجربی

نتایج آنالیز مدل میل لنگ			
درصد خطأ	فرکانس پیچشی Hz	تعداد درجه ازادی	نوع تحلیل
۲۵/۲	۵۸۷/۲	۵	تحلیل تئوری
۱/۲۴	۸۹۴/۵۶	۶	
۰/۳۶	۹۰۹/۱۷	۱۷	
۰/۵۷	۹۱۱/۰۸	۱۹	
۰/۶۲	۹۰۰/۲۱	۲۱	
۰/۷۶	۹۱۲/۷۵	۵۹۰۵۰	تحلیل عددی
---	۹۰۵/۹	N	تست تجربی

- از طرفی در تحلیل تئوری، مدل ۱۷ درجه آزادی دارای کمترین خطأ است. این نتایج هم در خودروی رنو ۲۱ (میل لنگ + چرخ طیار + پولی + پیستون + شاتون) و هم در خودروی پژو GLX (میل لنگ به تنها یکی) مشهود است.

- بنابراین از مدل ۱۷ درجه آزادی می‌توان در طراحی میل لنگ‌ها و بهینه‌سازی ارتعاشات پیچشی استفاده کرد.

۴-۵ مقایسه شکل مودهای طبیعی در تحلیل‌های تئوری و عددی

برای ترسیم شکل مودها در تحلیل تئوری، از نرم‌افزار متلب استفاده می‌شود. بدین منظور، میل لنگ مدل ۱۷ درجه آزادی از سمتی که پولی نصب می‌شود، یک واحد جابجایی زاویه‌ای داده شده و جابجایی زاویه‌ای قسمت‌های دیگر میل لنگ نسبت به این نقطه سنجیده می‌شود. همان طور که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود، جابجایی میل لنگ در نقطه اتصال چرخ طیار نسبت به قسمت‌های دیگر کمتر است. زیرا اینرسی زیاد چرخ طیار، از جابجایی پیچشی میل لنگ جلوگیری می‌کند. از طرفی میل لنگ پژو GLX که بدون چرخ طیار مدل شده است، تغییرات جابجایی زاویه‌ای آن در سمت چرخ طیار بالا می‌باشد (شکل ۱۴).

این نتایج در تحلیل عددی نیز صادق است. همان طور که در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود، جابجایی زاویه‌ای میل لنگ رنو ۲۱ با نصب چرخ طیار کاهش می‌یابد. در شکل ۱۰ که میل لنگ به تنها یکی مدل شده است، جابجایی زاویه‌ای سمت چرخ طیار، نسبت به این حالت (شکل ۱۵) بیشتر است.

۶- نتیجه‌گیری

با توجه به این که تاکنون ارتعاشات پیچشی میل لنگ به طور کامل بررسی نشده است و محققان قبلی، برای تعیین فرکانس‌های طبیعی پیچشی میل لنگ، معمولاً از نرم‌افزارهای تحلیل عددی استفاده کرده‌اند که خطای محاسباتی بیشتری نسبت به تحلیل تئوری دارد، در مقاله حاضر این ارتعاشات با سه روش تحلیل تئوری، عددی و تجربی به طور جامع و دقیق انجام شده است. همچنین با بررسی و مقایسه نتایج سه روش یاد شده در بالا، بهترین مدل جهت طراحی میل لنگ و بررسی اثرات دورهایی از موتور که در آنها ارتعاشات پیچشی عامل روزانس هستند، به دست آمده است. گفتنی است در این مطالعه یک کد کامپیوتری کامل با نرم‌افزار متلب نوشته شده است که در آن فرکانس پیچشی میل لنگ به روش تحلیلی در حالتهای مختلف میل لنگ به همراه چرخ طیار، پولی، پیستون و شاتون؛ میل لنگ با پولی و چرخ طیار و در نهایت میل لنگ به تنها‌ی تعیین می‌شود.

مهم‌ترین نتایج مقاله حاضر به شرح زیر است:

- ۱- درصد خطای تحلیل تئوری از تحلیل عددی کمتر است.
- ۲- مدل ۱۷ درجه آزادی به دست آمده از تحلیل تئوری، دارای کمترین خطأ بوده و از آن می‌توان در طراحی میل لنگ‌ها و بهینه‌سازی ارتعاشات پیچشی استفاده کرد.
- ۳- شکل امدهای به دست آمده از روش حل تحلیلی تطابق خوبی با روش حل عددی دارد.
- ۴- اثر پدیده روزانس در دور کاری موتور با ارتعاشات پیچشی میل لنگ مدل ۱۷ درجه آزادی بررسی شده است.

۷- مراجع

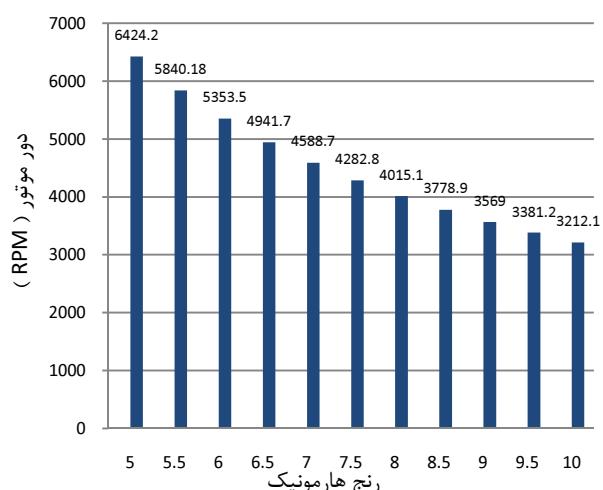
- [1] Cronin D.L., "Shake Reduction in an Automobile Engine by Means of Crankshaft-Mounted Pendulums", *Mechanism and Machine Theory* 27, 1992, PP. 517-533.
- [2] Mahjoub S., *Diagnostic Des Moteurs A Combustion Interne Par L' Analyse De La Vitesse Instantanee De Rotation*, thesis, 23, 1986, PP. 20-94.
- [3] Bury M., *Vibration De Torsion D'un Vilebrequin*, paris, 1980, PP. 34-117
- [4] Mohtasebi S.S., Afshari H., "Calculation of the Vibration on the Iron and Cast Iron Crankshaft", *Magazine of the Society of Mechanical Engineers*, Vol. 12, No. 28 june 2003, pp. 31-36.

فرکانس طبیعی پیچشی برابر شود، دچار پدیده روزانس می‌شود [۳,۲].

در رابطه (۲۱)، ω_n فرکانس طبیعی پیچشی میل لنگ، m دور موتور بر حسب RPM و m ضریب هارمونی فرکانس کاری موتور است.

$$\omega_n = m\omega \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{\omega_n}{m} \quad (21)$$

چون اثرات فشار گاز وارد بر سطح پیستون در هر نیم دور چرخش میل لنگ ایجاد می‌شود، برای بررسی روزانس دور موتور از ضریب هارمونی $1/5$ استفاده می‌شود. فرکانس طبیعی پیچشی اول میل لنگ رنو ۲۱ در مدل ۱۷ درجه آزادی $\omega_1 = 32121 \text{ RPM}$ می‌باشد. بنابراین، دور کاری موتور رنو بر حسب این فرکانس، در هارمونی ۵ تا ۱۰ در شکل ۱۶ نشان داده شده است. از آنجا که دور کاری موتور رنو ۲۱، بین ۱۰۰۰ تا ۶۰۰۰ RPM می‌باشد، بنابراین موتور در هارمونی ۵ و کمتر از آن، دچار پدیده روزانس نمی‌شود. زیرا این هارمونی‌ها در دور کاری موتور قرار نمی‌گیرند. از طرفی اثرات ارتعاشات در هارمونی‌های بالا، بسیار ناچیز است. زیرا با افزایش هارمونی، دامنه ارتعاشات پایین می‌آید. بنابراین، میل لنگ رنو ۲۱ طوری طراحی شده است که اثرات ارتعاشات پیچشی در آن سبب ایجاد روزانس نمی‌شود. این نتایج برای میل لنگ پژو GLX نیز صادق است.



شکل ۱۶ دور کاری موتور رنو ۲۱ بر حسب فرکانس پیچشی اول میل لنگ رنو ۲۱ با چرخ طیار و پولی

- [12] ITRAK CO (SAPCO), *Modal Test of the X9 Crank Shaft*, Tehran, Iran. 2009.
- [13] Mecitoglu Z., *Finite Element Analysis in Structures*, Maslak, Istanbul Technical University, January 2008, PP. 3-15
- [14] Jeyman Hi Vaji. Fank Fo.; *Modal Analysis*. Translated by S.Z Rad. M. Salehi. Danesh Paghohan, Iran, 2005, PP. 151-193
- [15] Wins D.J.E., *Modal Testing, Theory and Practice*, John Wiley & Sons Inc. 1984.
- [16] Ishihama M., Shibusawa H., okamura H., "AN Experimental and Mathematical Study on The Vibration", *phenomena in the Combined Crankshaft Power Plant Structure Under Operation*, NOISE-CON 88.
- [17] Zhang Q., shih C.Y. and Allemeng R.j., "orthogonality criterion for experimental modal analysis vibration analysis Techniques and Application", 1989, *DE-Vol-18-4*, PP. 251-258.
- [5] Seshu P., *Textbook of Finite Element Analysis*, New Dehli, 2005, PP. 303-396.
- [6] Mitianies W. Buczek K. "Torsional Vibration Analysis of Crankshaft in Heavy Duty Six Cylinder Inline Engine", *Czasopismo Techniczone*, 8-M/2008, PP. 194-202.
- [7] Haopeng G., Yingyun H. Xuebing T. Huaan T., "Study on Torsional Vibration of the Crankshaft System with Variable Inertia Based on Dynamics of Multi-Body Systems", *IEEE*, 2011 PP. 207-208.
- [8] Gang S., Zhiyan C., Liangfeng L., "Torsional Vibration of the Diesel Crankshaft System with Variable Inertia". *transaction of CSICE*, vol. 9, June 1991, PP 173-149
- [9] Mahjob S., *Mechanical Vibrations*, Sepahan, Tehran, third Ed, 2010, PP. 271-277.
- [10] Seto W., *Mechanical Vibration*, Translated by A. Ghaemi, Jazil, Secend Ed, 1996, PP. 151-165.
- [11] Michel R. Hatch., *Vibration Simulation using MATLAB and ANSYS*, New York, 2001. pp 26-327