

تاریخچه مقاله: دریافت ۹۰/۱۰/۱۳ پذیرش ۹۱/۶/۲۰ ارائه در سایت ۹۱/۹/۳۰

اثرات گرمای ژول در جریان الکترواسمتیک درون یک ریزمجرا با سطح مقطع ذوزنقهای

محمد مهدی افسیری'، سیدعلی میربزرگی'*

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند ۲- استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند * بیرجند، صندوق پستی ۹۷۱۷۵/۶۱۵، gmail.com

چکیده- بررسی جریان در ریزمجراها اخیراً شتاب قابل توجهی گرفته است. در مقاله حاضر، حل عددی اثرات گرمای ژول در جریان الکترواسمتیک درون یک ریزمجرا با سطح مقطع ذوزنقهای شکل و دیواره دماثابت ارائه شده است. معادله انرژی برای توزیع دما، معادله ناویر استوکس برای توزیع سرعت و یک معادله پواسون برای توزیع پتانسیل الکتریکی به روش حجم محدود در مختصات عمومی حل شده است. در عین حال خواص ترموفیزیکی سیال نظیر لزجت دینامیکی و رسانندگی الکتریکی تابع تغییرات دما درنظر گرفته شده است. نتایج نشان میدهد که افزایش عدد ژول موجب افزایش دما، سرعت و دبی در هر مقطع کانال میشود. در صورت درنظر نگرفتن اثرات گرمای ژول، افزایش عدد ای دی ا موجب افزایش دبی میشود، اما با درنظر گرفتن اثرات گرمای ژول، تا عدد ای دی ال ۱۵ این افزایش ادامه دارد و پس از آن دبی کاهش می یابد. افزایش نسبت منظری موجب کاهش سطح مقطع ریزمجرا میشود و با توجه به ثابت بودن عدد ژول، دمای میانگین سیال کاهش می یابد. **کلیدواژگان**: جریان الکترواسمتیک، گرمای ژول، ریزمجرای شکل، دیواره دماثابت

Joule heating effects on electroosmotic flow through a microchannel with trapezoidal cross-section

M. M. Afsari¹, S. A. Mirbozorgi^{2*}

MSc. Student, Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran
 Assist. Prof., Mech. Eng., Birjand Univ., Birjand, Iran
 P. O. B. 97175/615 Tehran, seyed.ali.mirbozorgi@gmail.com

Abstract- Flow analysis in the microchannels has recently accelerated dramatically. In this paper, numerical investigation of Joule heating effects on the electroosmotic flow through a microchannel with the trapezoidal cross-section and constant wall temperature have been presented. The energy equation for the temperature distribution, Navier–Stokes equation for the velocity distribution and a Poisson equation for the electric potential distribution have been solved by using the finite-volume method in a system curvilinear coordinates. Thermophysical properties such as the dynamic viscosity and electric conductivity vary with temperature. Results show that by increasing the Joule number, the temperature, velocity and mass flow rate increase with constant EDL number. Without considering the Joule heating effects, the increments of EDL number causes in the mass flow rate to increase, but with considering the joule heating effects, the increasing of mass flow rate continues until EDL number 15 and after that the flow rate decreases. On the other hand, when the cross-section is reduced by the increasing aspect ratio, the joule number remains constant while the mean temperature decreases.

Keywords: Electroosmotic Flow, Joule Heating, Trapezoidal Microchannel, Constant Wall Temperature

۱– مقدمه

در دهههای اخیر، پیشرفت روزافزون سیستمهای ریزماشینی^۱، ریزالکترومکانیکی^۲ وریزسیالی^۳ موجب شده است این سیستمها مورد توجه بسیار زیادی قرار گیرند. این سیستمها در زمینههای مختلف مهندسی نظیر درمانهای بیولوژیکی و پزشکی، تحلیلهای شیمیایی و تأمین انرژی کاربرد دارند [۲-۳]. یکی از اجزای اساسی این گونه سیستمها، ریزمجرا میباشد. عموماً مجراهایی با ابعاد یا قطرهایی حدود میکرو ریزمجرا نامیده میشود که معمولاً نسبت سطح به حجم آنها زیاد است. لذا برخی از فرایندهای فیزیکی که در مجراهای بزرگ مهم نمیباشند، در این ریزمجراها پدیده غالب خواهند بود. یکی از چنین فرایندها، که به بارهای الکترواستاتیکی موجود در دیوارهها وابسته است، جریانهای الکتروکینتیک^۵ یا جریانهای الکترواسمتیک^۶ میباشد[۴].

به طور کلی نشان داده شده است که جریانهای الکترواسمتیک به وسیله اعمال میدان الکتریکی خارجی بر لایه بارداری که توسط برهم کنش میان یونهای موجود در محلول الکترولیت و بارهای ساکن روی دیوارهها شکل گرفته، ایجاد می شود. این لایه به همراه لایه باردار روی دیواره اصطلاحاً لایه دوگانه الکتریکی (ای دی ال)^۷ نامیده می شود [۵].

مطالعات اولیه روی جریان الکترواسمتیک توسط رایس و وایت هد[۶] انجام شده است. آنها جریان پایدار سیال درون لوله استوانهای مویین را بررسی نمودهاند. همچنین، برگین و ناکاکه[۷] جریان الکتروکینتیک درون ریزمجرای مویین با سطح مقطع مستطیلی را به صورت تحلیلی مدل کردهاند. یانگ و لی[۸] و یانگ و همکاران[۹] جریان سیال فشار محرک در ریزمجراهای مستطیلی را درنظر گرفتهاند. حل تحلیلی آنها اثرات الکترو-ویسکوزیته را در نسبتهای منظری گوناگون پیش بینی نموده است. علاوه بر آن، برای پتاسیل الکتریکی اعمالی عبارتی انتگرالی تابع عدد رینولدز برای غلظتهای

1. Micromachining

از طرف دیگر، در اثر اعمال میدان الکتریکی خارجی بر یونهای باردار مجاور دیواره، گرمایی موسوم به گرمای ژول[°] در سیال تولید می گردد. اثرات حرارتی این پدیده میتواند روی خواص ترموفیزیکی سیال موثر باشد بهویژه در حین انجام فعالیتهای بیوشیمیایی این حرارت میتواند منشأ اثر قابل توجهی باشد[11].

هوریوچی و دوتا[۱۲] توزیع دما، ضریب انتقال حرارت و عدد ناسلت یک جریان الکترواسمتیک درون ریزمجرای تخت را به صورت دوبعدی ارائه نمودهاند. لیاو و همکاران[۱۴،۱۳] با استفاده از روش گالرکین جریانهای آمیخته الکترواسمتیک و فشارمحرک را در ریزمجراهای مثلثیشکل مطالعه نمودهاند. آنها نشان دادند که افزایش عدد ژول موجب افزایش میدان سرعت و میدان دمای محلول الکترولیت در ریزمجراهای مثلثیشکل میشود. پراشانتا دوتا و همکاران[۱۵] جریانهای آمیخته الکترواسمتیک و فشارمحرک در یک ریزمجرای مستقیم دوبعدی را حل نموده و نشان دادند عدد ناسلت این جریان مستقل از عدد پکلت حرارتی برای یک گرمای ژول مشخص و شار حرارتی اعمالی میباشد.

روش های ساخت معمول، تولید ریز مجراهایی با مقاطع هندسی مختلف نظیر مستطیلی، دایروی، مثلثی و ذوزنقه ای را امکان پذیر می نماید. استفاده از یک اچنت (Etchant)^{۱۰} ناهمسانگرد نظیر هیدروکسید پتاسیم (KOH) یا هیدروکسید تترامنیلامونیوم (TMAH) یک هندسه ذوزنقه ای یا مثلثی را در بستر سیلیکونی بسته به عمق اچینگ مجاز تولید می کند[۱۶]. مروری بر مقالات مختلف نشان می دهد اگر چه ملالعات زیادی روی ریز مجراهای ذوزنقه ای شکل انجام شده است[۲۲–۲۲]، اما تاکنون اثرات گرمای ژول در جریان الکترواسمتیک درون ریز مجرای ذوزنقه ای شکل در نسبته ای منظری متفاوت بررسی نشده است. بنابراین در مقاله حاضر این اثرات مورد مطالعه قرار گرفته است. حل تحلیلی جریان های

^{2.} Micro electro mechanical

^{3.} Microfluidic

 ^{4.} Microchannel
 5. Electrokinetic flow

^{6.} Electroosmotic flow

^{7.} EDL- Electric Debye Layer

^{8.} Debye-Huckle

^{9.} Joule heating

۱۰. مادهای شیمیایی است که در فرایند ایجاد شیار مورد استفاده قرارمی گیرد.

است. برای این گونه جریانها معادلات ناویراستوکس برای جریان محلول الکترولیت قویاً با معادله انرژی و معادله حاکم بر پتانسیل الکتریکی وابسته میباشد. در این مقاله، این معادلات با استفاده از روش حجم محدود در مختصات عمومی مقطع حل شدهاند.

۲-معادلات حاکم

شکل ۱ حوزه هندسی یک ریزمجرای ذوزنقهای شکل را نشان می دهد. برای معرفی هندسه سطح مقطع، نسبت منظری می دهد. برای معرفی هندسه سطح مقطع، نسبت منظری و به منظور سهولت هر چه بیشتر، زاویه ۴۵[°] = φ و ارتفاع ریزمجرا H ثابت فرض شده است. طول ریزمجرا در جهت جریان به قدر کافی بزرگ است، به طوری که جریان در طول کانال توسعه یافته هیدرودینامیکی می باشد. در کار حاضر فرضیات پایدار، آرام و غیرقابل تراکم بودن جریان درنظر گرفته شده اند؛ بنابراین معادله حاکم بر جریان به صورت زیر می باشد. (۱)

که در آن
$$\mu$$
 لزجت دینامیکی، w مولفه سرعت سیال در جهت z و f_z نیروی حجمی الکترواسمتیک ناشی از اثرات الکتروکینتیک بر جریان الکترولیت میباشد و برابر است با:
 $f_z = \rho_e E$ (۲)



شکل ۱ هندسه جریان و مختصات درنظر گرفته شده

در رابطه (۲)، ρ_e چگالی خالص بار الکتریکی و E مولفه میدان الکتریکی خارجی در جهت *z* میباشد. رابطه چگالی بار خالص الکتریکی با پتانسیل الکتریکی $\psi(x,y)$ در ناحیه ای دی ال براساس یک معادله پواسون به صورت زیر بیان میشود: $\nabla^2 \psi = -\frac{\rho_e}{\epsilon_0 \epsilon}$ (۳)

که ₆3 و ٤ بهترتیب گذردهی خلأ و ثابت گذردهی الکترولیت میباشند. در حالت توسعهیافته یونی توزیع *p*e توسط توزیعی نمایی موسوم به توزیع بولتزمن^{۱۱}[۱۱] بیان میشود.

$$\rho_e = 2n_{\infty}ze \sinh\left(\frac{-\psi}{k_bT/ze}\right)$$
 (۴)
که $r_{\infty}z_{\infty}$ و T بهترتیب غلظت یونها در محلول
الکترولیت، عدد والانس یونها، ثابت بولتزمن، بار الکترون و
دمای محلی میباشند.

در صورتی که پتانسیل الکتریکی بسیار کوچکتر از انرژی گرمایی یونها باشد (ze « k_bT) رابطه (۴) با استفاده از تقریب دیبای-هوکل به صورت زیر ساده میشود:

$$\rho_e = -\frac{2n_\infty z^2 e^2 \psi}{k_b T} \tag{(a)}$$

معادلات (۱) و (۳) به دما وابستهاند؛ از این رو برای حل این معادلات لازم است ابتدا توزیع دمای محلول معین باشد. در جریان الکترواسمتیک دمای محلول به گرمای ژول و انتقال حرارت وابسته است. در این حالت معادله انرژی به صورت زیر بیان می شود:

$$\rho c_P w \frac{\partial T}{\partial z} = k(\nabla^2 T) + \dot{q} \qquad (\%)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{i=1$$

$$\frac{\partial X^2}{\partial X^2} + \frac{\partial Y^2}{\partial Y^2} + \frac{\partial (\theta + 1)}{\eta(\theta + 1)} = 0 \tag{(1)}$$

$$\frac{\partial X^2}{\partial X^2} + \frac{\partial Y^2}{\partial Y^2} - \frac{\partial}{\theta + 1} = 0 \qquad (1)$$

$$Pe\beta \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \beta^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} + \frac{D_h^2 E^2 \sigma}{kT} \qquad (1\cdot)$$

که در این روابط $\kappa = K$ H پارامتر ضخامت ای دی ال، $K = \sqrt{\frac{2n_{\infty}z^2e^2}{\varepsilon\varepsilon_0k_bT_0}}$ لزجت دینامیکی بیبعد و پارامتر دیبای-هوکل که معرف عکس ضخامت ای دی ال است.

۱۳۸ www.SID.ir

^{11.} Boltzmann

همچنین X = x/H ، Y = y/H ، X = x/H مولفههای مختصات کارتزین بیبعد و $W = W/U_{ref}$ سرعت بیبعد میباشد که در آن U_{ref} سرعت هلمهلتز-اسمولوکفسکی^{۱۲} و برابر $\frac{T-T_0}{T_0} = \Psi$ است. $V_{ref} = -\frac{\varepsilon_0 E}{\mu_0}$ و برابر پتانسیل الکتریکی بیبعد و دمای بیبعد و $\frac{H}{L} = \beta$ نسبت ارتفاع به طول ریزمجرا میباشد.

در این پژوهش لزجت دینامیکی و رسانندگی الکتریکی $\mu = 2.761 \times 10^{-6} \exp\left(\frac{1713}{T}\right)$ و بهترتیب با روابط ($1713 = 0.025(T - T_0)$) وابسته به دما [۱۴،۱۳] $\sigma = \sigma_0(1 + 0.025(T - T_0))$ تعریف شدهاند که در آن ۲۹۸K $T_0 = 79$ دمای مرجع، T بر حسب کلوین و $\sigma_0 = 0.0179 + (\Omega^{-1}m^{-1})$ میباشند.

در رابطه با معادله انرژی (۱۰) باید گفت که با توجه به فرض ۱ $\gg \frac{H}{L}$ و (۱۰–۱۰)e = Pe جملات مربوط به تغییرات دما در راستای جریان قابل صرفنظر کردن بوده و حذف شدهاند، علی رغم اینکه جریان فرضهای توسعهیافتگی حرارت را نداشته است. بنابراین معادله انرژی به صورت زیر ساده می شود.

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2} + J_u(1+\xi\theta) = 0 \tag{11}$$

که در آن پارامتر بیبعد $J_u = \sigma_0 H^2 E^2 / k T_0$ عدد ژول نامیده شده و بیان کننده نسبت حرارت تولیدشده ناشی از گرمای ژول به حرارت میباشد و $\xi = \cdot / \cdot \tau \Delta T_0$ خریب بیبعد دمایی رسانندگی الکتریکی میباشد.

با توجه به شکل معادلات حاکم در شرایط مسئله و یکسان بودن مشخصات دینامیکی جریان در راستای جریان میتوان این سه معادله، که از طریق میدان دما به یکدیگر وابستهاند، را در قالب معادله پواسون به روش حجم محدود در مختصات عمومی هر مقطع حل نمود و صرفاً نتایج مربوط به یک سطح مقطع دلخواه را به عنوان نماینده تمام مقاطع استخراج و گزارش نمود.

محاسبات با حل معادله (۱۱) جهت بهدست آوردن توزیع دمای بیبعد برای گرمای ژولی معین آغاز میشود و سپس معادلات (۹) و (۸) بهترتیب برای تعیین توزیع میدان پتانسیل الکتریکی و میدان سرعت ادامه مییابد. در هر مرحله از حل عددی هر یک از معادلات، شرط توقف همگرایی زمانی تعیین شده است که باقیمانده بیبعد هر معادله به ۲۰^{-۱}۰

در مقاله حاضر، از شبکهبندی غیرمتعامد تولیدشده به روش جبری استفاده شده است. در شکل ۲ یک شبکه درشت نشان داده شده است.



شکل ۲ نمونه شبکه تولیدشده به روش جبری

۳- شرایط مرزی

با توجه به فرض توسعهیافتگی هیدرودینامیکی و یونی در معادلات (۸) و (۹)، نیازی به شرایط مرزی در ورودی و خروجی نیست. روی دیوارهها شرط عدم لغزش درنظر گرفته شده است. دیوارهها دماثابت و پتانسیل الکتریکی دیوارهها ثابت و به اندازه زتا (۷)ζ میباشد. بنابراین شرایط مرزی به قرار زیر میباشند.

 $w = 0; T = T_0; \quad \psi = \zeta \tag{11}$

۴- نتايج

در مطالعه حاضر، سیال عامل محلول آب با یونهای K^+ و Cl^- است. خواص ترموفیزیکی و ثابتهای مورد استفاده در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱ مقادیر خواص و ثابتهای مورد استفاده در پژوهش حاضر

مقادير مورد استفاده [واحد]	پارامتر
۱۰[µm]	ارتفاع ريزمجرا <i>(H</i>)
$\Delta \sim \cdots [mV]$	زتا پتانسیل(ζ)
۱/۰۶×۱۰ ^{-۱۶} [C]	بار الكترون(e)
۱/۳۸×۱۰ ^{-۳۳} [J/K]	(k_B) ثابت بولتزمن
٨٠	ثابت گذردهي الكتروليت(ع)
$\lambda/\lambda \Delta F \times 1 \cdot V [C/V.m]$	گذردهی الکتریکی خلاً($arepsilon_0)$
١	عدد والانس(z)
۱×۱۰ ^{-۳} [Pa.s]	(μ_0) لزجت دینامیکی
$1 \times 10^{r} [kg/m^3]$	چگالی سیال(p)

^{12.} Helmholts-Smoluchowski

اعتبارسنجی کد نوشته شده با مقایسه نتایج حل عددی جریان الکترواسمتیک بین دو صفحه موازی در نسبت منظری $\rightarrow \alpha$ و حل تحلیلی موجود بررسی و دقت نتایج تا مرتبه ^{۱۰-۱۰} گزارش شده است. معادلات (۱۳) و (۱۴) حل تحلیلی موجود برای توزیع سرعت و پتانسیل الکتریکی را نشان میدهند [۴].

شکل ۳ و ۴ تطبیق مناسب نتایج تحلیلی و عددی مربوط به توزیع پتانسیل الکتریکی و توزیع سرعت جریان الکترواسمتیک بین دو صفحه موازی را نشان میدهند. نکتهای که در اینجا باید بیان شود آن است که همواره میدان الکتریکی اعمالی در جریان الکترواسمتیک موجب پدیدآمدن گرمای ژول میشود، اما از آنجا که این حرارت تولیدی در میدانهای الکتریکی کوچک ناچیز است، میتوان از آن صرفنظر نمود و تاثیرات دما را در معادله ممنتوم و معادله حاکم بر پتانسیل الکتریکی درنظر نگرفت. در اینجا عبارت $J_u = J_u$ معادل درنظر نگرفتن این اثرات حرارتی میباشد.

$$\frac{\psi}{\zeta} = \frac{\cosh\left(\kappa(y/H - 1/2)\right)}{\cosh\left(\kappa\right)} \tag{17}$$

$$\frac{w}{U_{ref}} = 1 - \frac{\cosh\left(\kappa(y/H - 1/2)\right)}{\cosh\left(\kappa\right)}$$
(15)

شکل ۵ تغییرات لزجت دینامیکی و رسانندگی الکتریکی سیال (الکترولیت) را با دما نشان میدهد.



شکل ۳ توزیع پتانسیل الکتریکی در راستای خط AB برای جریان الکترواسمتیک بین دو صفحه موازی با (πV) $\zeta = -70$ (mV) $\kappa = \pi \gamma/\Lambda F$



شکل ۴ توزیع سرعت در راستای خط AB برای جریان الکترواسمتیک بین دو صفحه موازی با $\zeta = -70(mV)$ $\kappa = 77/\Lambda F$ و ۱۵



همانطور که مشاهده می شود. افزایش دما موجب کاهش نمایی لزجت و افزایش خطی رسانندگی الکتریکی شده است. کاهش لزجت با افزایش دما امری بدیهی است و افزایش رسانندگی الکتریکی به دلیل حرکت آسان تر یونها در الکترولیت گرمتر توجیه پذیر است. کاهش لزجت یکی از عوامل افزایش سرعت در ریزمجرا می باشد و افزایش رسانندگی الکتریکی افزایش تولید گرمای ژول را در پی دارد. محمد مهدی افسری و همکار

شکل ۶ توزیع پتانسیل الکتریکی در ریزمجرای ذوزنقهای را بدون درنظر گرفتن اثرات حرارتی نشان میدهد. مشاهده می شود خطوط هم تراز در ناحیه مرکزی مقطع ذوزنقهای کاملاً تخت میباشد. پتانسیل الکتریکی در ناحیه مرکزی ریزمجرا به صفر میل می کند حال آنکه کنار دیوارهها مقدار بی بعد ۱- را دارد.

شکل ۷ توزیع سرعت در ریزمجرای ذوزنقهایشکل را بدون درنظر گرفتن اثرات گرمای ژول نشان میدهد.



، $\kappa =$ ۲۰ ، $\zeta = -$ ۲۵(mV) شکل ۶ توزیع پتانسیل الکتریکی با $J_u = \cdot$



خطوط همتراز در ناحیه مرکزی مقطع ذوزنقه ی کاملاً تخت هستند و سرعت در این ناحیه بیشینه مقدار خود را دارا می باشد. تختگون بودن خطوط همتراز سرعت نشان می دهد که در ناحیه مرکزی ریزمجرا تقریباً یک جریان غیرلزج در جریان است. در اینجا سرعتها با سرعت هلمهلتز اسمولو کفسکی بی بعد شدهاند و این در حالی است که این سرعت، بیشینه سرعت جریان الکترواسمتیک بین دو صفحه موازی است. سرعت جریان الکترواسمتیک بین دو صفحه موازی است. بنابراین بیشینه سرعت بی بعد شده در ریزمجرای ذوزنقه ی در مالت بدون اثرات گرمای ژول (-u = J)، مطابق شکل ۷، امال شده است. جالب است که در این حالت چنانچه Iافزایش یابد، در معادله ممنتوم اگرچه سرعت جریان بیشتر خواهد شد، اما توزیع بی بعد سرعت همواره ثابت خواهد بود.

شکل ۸ توزیع سرعت در ریزمجرای ذوزنقهای شکل را با درنظر گرفتن اثرات گرمای ژول نشان می دهد. درنظر گرفتن این اثرات موجب افزایش سرعت نسبت به حالت بدون اثرات گرما شده است. درنظر گرفتن این اثرات، مطابق شکل ۹، موجب افزایش دمای سیال شده است. خطوط هم تراز دما نشان می دهد که با دورشدن از دیوارهها دما افزایش می یابد و بیشینه دما در ناحیه مرکزی ریزمجرا رخ داده است. با توجه به اثر مستقیم دما در معادله ممنتوم و لزجت دینامیکی، این افزایش دما موجب می شود سرعت بی بعد نسبت به حالت بدون اثرات گرمای ژول افزایش یابد.



 $\alpha = 1$ و $J_u = 1$ ، $\kappa = 1$ ، $J_u = 1$ ، $\kappa = 1$

مهندیسی مکانیک مدرس دورهٔ ۱۲ شمارهٔ ۶. اسفند ۱۳۹۱ www.SID.ir



شکل ۱۰ توزیع دما در راستای خط AB بر حسب تغییرات عدد ژول $\alpha = 1_{0} \kappa = 1$ ۰



 $\alpha = 1$ و $\kappa = 1$ و $\kappa = 1$ و $\kappa = 1$

شکل ۱۳ تغییرات دمای میانگین، سرعت میانگین و دبی را با تغییرات عدد ژول در ۲۰ = ۲ و ۱ = ۵ نشان میدهد که دمای میانگین از رابطه $\frac{\int u(x,y)\theta(x,y)dA}{\int u(x,y)dA}$ محاسبه شده است. مشاهده میشود، با افزایش عدد ژول، هر سه متغیر افزایش یافتهاند با این تفاوت که نرخ تغییرات سرعت میانگین شکل ۱۳ تغییرات دمای میانگین، سرعت میانگین و دبی را با تغییرات عدد ژول در ۲۰ = ۲ و ۱ = ۵ نشان میدهد که دمای میانگین از رابطه $\frac{\int u(x,y)\theta(x,y)dA}{\int u(x,y)dA}$ محاسبه شده است.



شکل ۱۰ و ۱۱ بهترتیب توزیع دما و توزیع سرعت در راستای خط AB از مقطع ریزمجرا (رجوع شود به شکل ۱) راستای خط AB از مقطع ریزمجرا (رجوع شود به شکل ۱) را بر حسب تغییرات عدد ژول در ۲۰ = x و 1 = a نشان می دهدند. مطابق شکل ۱۰ افزایش عدد ژول تاثیر بسیار زیادی در افزایش دما دارد به گونهای که بیشینه دمای بی بعد در رانز ایش دما دارد به گونهای که بیشینه دمای می مرکز رالت $1 = J_u$ حدود ۲/۶ می باشد؛ بدان معنا که دمای مرکز ریزمجرا ۲/۱۲ برابر دمای دیواره ا یعنی دمای مرجع شده ریزمجرا ارات که این افزایش دما بر اساس تعریف عدد ژول از طریق افزایش میدان الکتریکی H صورت پذیرفته است و ژول از طریق افزایش میدان الکتریکی H مورت پذیرفته است و افزایش دما دارژی افزایش H در جمله چشمه موجب افزایش دما گردیده است.

مطابق شکل ۱۱، توزیع سرعت با افزایش دما افزایش بسیار زیادی پیدا کرده است و مقدار بیشینه سرعت تقریباً در وسط خط *AB*رخ داده است. افزایش سرعت با توجه به معادله ممنتوم میتواند از طریق افزایش نیروی حجمی یا کاهش لزجت صورت پذیرد.

مطابق شکل ۱۲، توزیع پتانسیل الکتریکی، که یکی از عوامل اصلی در تولید نیروی حجمی الکترواسمتیک میباشد، با افزایش دما تغییرات ناچیزی داشته است و نباید موجب این تغییرات شدید سرعت شده باشد. آنچه که موجب این تغییرات شده است لزجت دینامیکی سیال بوده است که عاملی مقاوم در برابر حرکت سیال میباشد و با افزایش دما کاهش یافته است.



شکل ۱۲ الف) توزیع پتانسیل الکتریکی در راستای خط AB بر حسب تغییرات عدد ژول در ۲۰= κ و $\kappa = 1$ ب) بزرگنمایی شده ناحیه مشخص



شده در شکل الف

شکل ۱۳ تغییرات دبی، دمای میانگین و سرعت میانگین بر حسب تغییرات عدد ژول در ۲۰= κ و α = ۱

مشاهده می شود با افزایش عدد ژول، هر سه متغیر افزایش یافتهاند با این تفاوت که نرخ تغییرات سرعت میانگین و دبی تقریباً برابر است، اما دمای میانگین با نرخ بیشتری افزایش یافته است. طبق معادله انرژی، افزایش عدد ژول به معنای افزایش مقدار جمله چشمه میباشد و بدین ترتیب دما در ریزمجرا افزایش داشته است. افزایش دما موجب کاهش شدید

لزجت شده است و این کاهش، افزایش سرعت میانگین را نتیجه میدهد. در یک سطح مقطع ثابت، افزایش سرعت میانگین به معنای افزایش دبی خواهد بود.

علت تفاوت میزان تغییرات متغیر دمای میانگین با سرعت میانگین و دبی در ماهیت معادله انرژی میباشد. این معادله مستقل از معادله ممنتوم میباشد و این در حالی است که معادله ممنتوم به دما وابسته است؛ بدین منظور میزان تغییرات دما و سرعت با افزایش عدد ژول متفاوت است. اما از آنجا که سطح مقطع ثابت و سیال عامل تراکمناپذیر است، طبق تعریف دبی حجمی تغییرات سرعت و دبی با ضریبی ثابت به هم وابستهاند؛ بنابراین میزان تغییرات آنها با عدد ژول یکسان است.

شکل ۱۴ تغییرات دمای میانگین و سرعت میانگین در K = 7 و $J_u = -/107$ را با نسبت منظری α نشان می دهد. حالتهای حدی $\rightarrow \alpha$ معرف دو صفحه موازی و $\infty \rightarrow \alpha$ معرف مقطع مثلثی می باشد. مشاهده می شود که با افزایش نسبت منظری دمای میانگین و سرعت میانگین کاهش می یابد. نسبت منظری دمای میانگین و سرعت میانگین کاهش می یابد. میزان حرارت تولیدی ناشی از گرمای ژول درون ریزمجرا برابر میزان حرارت تولیدی از طریق جابه جایی طبق رابطه ($\dot{q} = LA\sigma E^2$ این حرارت تولیدی از طریق جابه جایی طبق رابطه ($\dot{q} = hS(T_{ave} - T_{wall})$ خارج می شود که در این روابط A سطح مقطع و S سطح جانبی ریزمجرا می باشند. دمای میانگین از برابری این دو مقدار

به صورت $T_{ave} = T_{wall} + \frac{LA(\sigma E^2)}{hS}$ حاصل می شود. از آنجا که دمای دیوارهها T_{wall} و مقدار $\frac{L(\sigma E^2)}{h}$ ثابت است، بنابراین مقدار دمای میانگین با نسبت سطح مقطع به سطح جانبی ریزمجرا $\frac{A}{s}$ متناسب است. از سوی دیگر مقدار $\frac{A}{s}$ از رابطه زیر بهدست می آید: $A = H(1 + \alpha)$

$$\frac{4}{S} = \frac{n(1+\alpha)}{2(1+\alpha(1+\sqrt{2}))}$$
(10)

H طبق رابطه (۱۵)، با توجه به ثابتبودن ارتفاع ریزمجرا H، با افزایش نسبت منظری، مقدار $\frac{A}{s}$ کاهش می ابد و در نتیجه دمای میانگین مقطع کاهش خواهد یافت. کاهش دمای میانگین موجب افزایش لزجت دینامیکی و کاهش چگالی خالص بار الکتریکی به عنوان یک عامل تولید نیروی حجمی می شود و در نتیجه سرعت سیال کاهش می یابد.

شکل ۱۵ تغییرات دبی حجمی با عدد ای دی آل را در $n = \alpha$ و دو عدد ژول مختلف نشان می دهد. مشاهده می شود که با افزایش عدد ای دی ال در $= J_u$ دبی جریان افزایش یافته است. افزایش عدد ای دی ال در یک سطح مقطع ثابت ناشی از کاهش ضخامت ای دی ال می باشد. هرچه ضخامت ای دی ال کاهش یابد نیروی حجمی وارد بر الکترولیت افزایش می یابد و مطابق شکل ۱۶ اگرچه بیشینه سرعت ثابت است، اما ناحیه تختگون توزیع سرعت افزایش یافته است. در نتیجه، با توجه به ثابت بودن سطح مقطع، دبی افزایش یافته است.



شکل ۱۴ تغییرات دمای میانگین، سرعت میانگین و سطح مقطع با نسبت منظری α



شکل ۱۶ توزیع سرعت در راستای خط AB بر حسب تغییرات عدد ای دی ال در $\alpha = 1$

افزایش عدد ژول از \cdot به \cdot موجب میشود دمای سیال افزایش یابد و در نتیجه این افزایش دما، لزجت نسبت به حالت درنظر نگرفتن اثرات گرمای ژول ($\cdot = J_u$)، بهویژه در ناحیه مرکزی ریزمجرا که افزایش دما بیشتر است، کاهش یابد. مشاهده میشود تا اعداد ای دی ال حدود ۱۵ این کاهش لزجت موجب افزایش دبی شده است، اما با افزایش عدد ای دی ال دبی کاهش یافته است. طبق معادله ممنتوم، عامل حرکت سیال نیروی حجمی می باشد. این نیرو با دورشدن از دیوار مها و عبور

از ایدیال کاهش می یابد، زیرا چگالی خالص الکتریکی طبق معادله ۵ به صورت نمایی کاهش می یابد. عامل اصلی حرکت سیال در این ناحیه لزجت سیال میباشد و چون با افزایش عدد اىدىال ناحيهاى كه بايد توسط لزجت حركت يابد افزايش یافته است و از طرفی لزجت کاهش یافته، بیشینه سرعت کاهش یافته است. از سوی دیگر توزیع سرعت نشان میدهد، در وضعیتی که لزجت در عرض کانال ثابت نمانده است، توزیع سرعت از تختگون بودن خارج شده و فرورفته شده است و درنتیجه دبی جریان کاهش یافته است.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله اثرات گرمای ژول بر جریان الکترواسمتیک درون یک ریزمجرای ذوزنقهای شکل بررسی شد. نتایج نشان داد که درنظر گرفتن اثرات ژول موجب تولید حرارت می شود و این توليد حرارت افزايش دما را درپي دارد. افزايش دما خواص ترموفیزیکی سیال را تحت تاثیر قرار میدهد به گونهای که لزجت به صورت نمایی کاهش یافته در حالی که رسانندگی الكتريكي خطى افزايش مىيابد. افزايش عدد ژول موجب افزایش دما، کاهش لزجت و در نتیجه افزایش سرعت و دبی در یک نسبت منظری و عدد ای دی ال ثابت می شود، در حالی اثر ناچیزی بر توزیع پتانسیل الکتریکی یا به عبارت بهتر بر نیروی حجمی دارد. افزایش نسبت منظری در یک عدد ای دیال ثابت موجب کاهش دمای میانگین و سرعت میانگین می شود. افزایش عدد ای دی ال، در حالت درنظر نگرفتن گرمای ژول، موجب افزایش دبی می شود، اما با درنظر گرفتن اثرات گرمای ژول این افزایش تا عدد ای دی ال ۱۵ ادامه دارد و پس از آن كاهش مى يابد.

۶- فهرست علايم

- شدت میدان الکتریکی اعمالی [^V/m] Ε بار الكترون [C] е
 - $[^{
 m N}\!/_{
 m m^3}]$ نيروى حجمى
 - f_z ارتفاع ریزمجرا [m] Η

 - عدد ژول J_{u}
- رسانندگی حرارتی سیال [^W/_{m K}] k
 - ثابت بولتزمن [K] k_h

$$L$$
 طول ریزمجرا [m]
 K پارامتر دیبای–هوکل [m⁻¹]
 K پارامتر دیبای–هوکل [m⁻¹]
 n_0 غلظت یونی محلول [m_{M^3}]
 p_0 منبع حرارتی [$W/_{m^3}$]
 q منبع حرارتی [K]
 $Vref$ منبع حرارتی [M/_{m^3}]
 $Vref$
 $Vref$ منبع حرارتی [m/_{m^3}]
 $Vref$
 K,W
 M,W
 M,W

	علايم يونانى
نسبت منظری	α
رسانندگی الکتریکی $[^{1/}_{\Omega m}]$	σ, σ_0
نسبت ارتفاع به طول ريزمجرا	β
ضریب لزجت دینامیکی [Pa.s]	μ
چگالی سیال [^{kg} / _{m³}]	ρ
دمای بیبعد	θ
گذردهي الكتروليت	3
گذردهی الکتریکی خلأ [^{C/} V.m]	ε_0
پتانسیل زتا [V]	ζ
ضريب بىبعد دمايي رسانندكي الكتريكي	ξ
$(^{\sf C}/_{ m m^3})$ چگالی خالص بار الکتریکی	ρ_e
پتانسیل الکتریکی بیبعد و با بعد	ψ , Ψ
عدد ای دیال [¹ /m]	κ

۷- مراجع

- [1] Wang P., Chen Z. L., Chang H. C., "A New Electro-Osmotic Pump Based on Silica Monoliths, Sens", Actuator B, Vol. 113, 2006, pp. 500-509.
- [2] Sun Y., Lim C. S., Liu A. Q., Ayi T. C., Yap P. H., Design, 2007, "Simulation and Experiment of Electroosmotic Microfluidic Chip for Cell Sorting", Sens. Actuator A: Phys. Vol. 133, 2006, pp. 340-348.
- [3] Yang L., He Y.Z., Gan W., Li M., Qu Q.S., Lin X.Q., "Determination of Chromium(VI) and Lead (II) in Drinking Water by Electrokinetic Flow Analysis System and Graphite Furnace Atomic

محمد مهدی افسری و همکار

- [15] Dutta P., Horiuchi K., Hossain A., "Joule-Heating Effects in Mixed Electro-Osmotic and Pressure-Driven Mcroflows under Constant Wall Heat Flux", *J. Engineering Mathematics*, Vol. 54, 2005, pp. 159-180.
- [16] Mc Hale J. P., Garimella S. V., "Heat Transfer in Trapezoidal Microchannels of Various Aspect Ratio", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, 2010, pp. 365-375.
- [17] Talukdar P., Shah M., "Analysis of Laminar Mixed Convective Heat Transfer in Horizontal Triangular Ducts", *Numerical Heat Transfer A: Appl.* Vol. 54, 2008, pp. 1148-1168.
- [18] Renksizbulut M., Niazmand H., "Laminar Flow and Heat Transfer in the Entrance Region of Trapezoidal Channels with Constant Wall Temperature", *J. Heat Transfer*, Vol. 128, 2006, pp. 63-74.
- [19] Niazmand H., Renksizbulut M., Saeedi E., "Developing Slip-Flow and Heat Transfer in Trapezoidal Microchannels", *Int. J. Heat Mass Transf*, Vol. 51, 2008, pp. 6126-613.
- [20] Sadasivam R., Manglik R. M., Jog M. A., "Fully Developed Forced Convection through Trapezoidal and Hexagonal Ducts", *Int. J. Heat Mass Transfer* Vol. 42, 1999, pp. 4321-4331.
- [21] Rahman M. M., Shevade S. S., "Fluid Flow and Heat Transfer in a Composite trapezoidal Microchannel", Proc. *ASME Summer Heat Transfer Conference*, 2005, pp. 411-417.
- [22] Wang G., Hao L., Cheng P., "An Experimental and Numerical Study of Forced Convection in a Microchannel with negligible Axial Heat Conduction", *Int. J. Heat Mass Transf.* Vol. 52, 2009, pp. 1070-1074.
- [23] Guo Z. L., Zhao T. S., Shi Y., "A Lattice Boltzmann Algorithm for Electro-Osmotic Flows in Microfluidic Devices", J. Chem. Phys. Vol. 122, 2005, pp. 144907-1–144907-10.
- [24] Zhao T. S., Liao Q., "Thermal Effects on Electro-Osmotic Pumping of Liquids in microchannels", J. Micromech. Microeng. Vol. 12, 2002, pp. 962-970.

Absorption Spectrometry", *Talanta*, Vol. 55, 2001, pp. 271-279.

- [4] Mirbozorgi S. A., Niazmand H., Renksizbulut M., "Electro-Osmotic Flow in Reservoir-Connected Flat Microchannels with Non-Uniform Zeta Potential", J. *Fluids Engineering*, No. 128, 2006, pp. 1133-1143.
- [5] Wang M., Wang J. K., Chen S. Y., Pan N., "Electrokinetic Pumping Effects of Charged Porous Media in Microchannels using the Lattice Poisson-Boltzmann Method", J. Colloid Inter f. Sci. Vol. 304, 2006, pp. 246-253.
- [6] Rice C. L., Whitehead, R., "Electrokinetic Flow in a Narrow Cylindrical Capillary", J. Phys. Chem., Vol. 69, 1965, pp. 4017-4023.
- Burgreen D., Nakache F. R., "Electrokinetic Flow in Ultra Fine Capillary Slits", *J. Phys. Chem.*, Vol. 68, 1964, pp. 1084-1091.
- [8] Yang C., Li D., "Electrokinetic Effects on Pressure-Driven Liquid Flows in Rectangular Microchannels", J. Colloid Interface Sci., Vol. 194, 1997, pp. 95-107.
- [9] Yang C., Li D., Masliyah J. H., "Modeling Forced Liquid Convection in Rectangular Microchannels with Electrokinetic Effects", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, 1998, pp. 4229-4249.
- [10] J. H. Masliyah, "Electrokinetic Transport Phenomena", Alberta Oil Sands Technology and Research Authority, AOSTRA Technical Publication Series No. 12, 1994.
- [11] Karniadakis G., Beskok A., Aluru N., *Microflows* and Nanoflows Fundamentals and Simulation, Second Ed., New York, Springer, 2005.
- [12] Horiuchi K., Dutta P., "Joule Heating Effects in Electroosmotically Driven microchannel Flows", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, 2004, pp. 3085-3095.
- [13] Liao Q., Zhu X., Wen T. Y., "Thermal Effects on Mixed Electro-Osmotic and Pressure Driven Flows in Triangle Microchannels", *App. Thermal Engineering*, Vol. 29, 2008, pp. 807-814.
- [14] Liao Q., Zhu X., Wen T. Y., "Numerical Investigation of Electro-Osmotic Flows in Triangle Microchannels", J. Applied Thermal Engineering, Vol. 28, 2007, pp. 1463-1470.