



## پاسخ ورق یک سرگردار چند لایه مرکب با لایه های فلزی (FML) تحت ضربه عرضی با سرعت پایین به روش تحلیلی- عددی

فرامرزی آشنای قاسمی<sup>۱\*</sup>، کرامت ملک زاده فرد<sup>۲</sup>، رضا پاک نژاد<sup>۳</sup>

۱- استادیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

۲- دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

\* صندوق پستی ۱۵۸۱۱-۱۶۷۸۸، f.a.ghasemi@srttu.edu

**چکیده-** در مقاله حاضر، اثر بار ضربه ای عرضی با سرعت پایین یک جرم کوچک و بزرگ بر روی رفتار دینامیکی یک ورق کامپوزیتی یک سرگردار چندلایه با لایه فلزی (FML) به روش حل تحلیلی- عددی مطالعه شده است. رفتار متقابل بین ضربه زننده با ورق کامپوزیتی به کمک یک سیستم دو درجه آزادی جرم- فنر و با استفاده از نرم افزار المان محدود آباکوس مدل سازی شده است. تابع نیروی برخورد به صورت تحلیلی محاسبه و سپس پاسخ آن توسط نرم افزار المان محدود محاسبه شده است. صحت نتایج بدست آمده با تحقیقات پیشین مقایسه و تأیید شده است. نتایج نشان داده است که اگر یک جرم کوچک به یک ورق FML با شرایط مرزی یک سرگردار یا تکیه گاه ساده برخورد کند، پارامترهایی مانند جرم و سرعت ضربه زننده، جرم ورق (هدف)، زاویه چیدمان الیاف و فرکانس طبیعی ورق تأثیر چندانی در نیروی تماسی یا خیز سازه ندارند. در حالی که برای ضربه زننده با جرم بزرگ این چنین نیست و پارامترهای فوق بر روی رفتار دینامیکی سازه تأثیر زیادی خواهند داشت.

**کلیدواژگان:** ضربه، ورق کامپوزیتی با لایه فلزی (FML)، ورق یک سرگردار، کامپوزیت، نیروی تماسی.

## Response of cantilever fiber metal laminate (FML) plates using an analytical-numerical method

F. Ashenai Ghasemi<sup>1\*</sup>, K. Malekzadeh Fard<sup>2</sup>, R. Paknejad<sup>3</sup>

1- Assis. Prof., Mech. Eng., Shahid Rajaee Teacher Training Univ. (SRTTU), Tehran, Iran.

2- Assoc. Prof., Mech. Eng., Malek Ashtar Univ. of Tech., Tehran, Iran.,

3- MSc. Student, Mech. Eng., Shahid Rajaee Teacher Training Univ. (SRTTU), Tehran, Iran.

\* P. O. B. 16788-15811, Tehran, Iran. f.a.ghasemi@srttu.edu

**Abstract-** In this paper, the effect of low-velocity lateral impact of a small and large mass on dynamic response of a cantilever fiber metal laminate (FML) composite plate is studied using an analytical-numerical method. The interaction between the impactor and the FML plate is modeled using a two degrees-of-freedom system consisting of springs-masses and finite element software (ABAQUS). The impact force function is determined analytically and then the response is computed using the finite element software. The correctness of the obtained results is compared and verified with the previous studies. The results indicate that if a small mass is impacted on a FML plate having cantilever or simply supports, parameters like the mass and velocity of the impactor, mass of the plate (target), orientation of composite fibers and the natural frequency of plate have nearly no effect on impact force and plate deflection. Whereas, for a large mass impactor, the same parameters have significant effect on the dynamic behavior of the plate.

**Keywords:** Impact, Fiber Metal Laminate (FML), Cantilever Plate, Composite, Contact Force.

## ۱- مقدمه

چندلایه‌های الیاف - فلزی<sup>۱</sup> سازه‌های مرکبی هستند که در آنها لایه‌هایی از فلز، مابین لایه‌های متداول کامپوزیتی پایه پلیمری آنها جایگذاری می‌شوند. از مهمترین مشخصات این ورق‌ها، دارا بودن همزمان مقاومت ضربه‌ای بالای فلزات و سبکی ورق‌های کامپوزیتی است. این دو مشخصه در این نوع از ورق‌ها با هم به خوبی ترکیب می‌شوند [۲،۱].

ابریت [۴،۳] مطالعات وسیع و گسترده‌ای را روی رفتار ضربه در سازه‌های کامپوزیتی انجام داد. عبدالله و کانتول [۵] مقاومت ضربه با سرعت بالا را برای ورق‌های کامپوزیتی لایه فلزی پایه پروپیلن با انجام آزمایش تست ضربه بررسی کردند. نتایج نشان داد، ورق‌های کامپوزیتی با داشتن لایه آلومینیوم نسبت به ورق‌های کامپوزیتی از مقاومت سوراخ‌شوندگی بالایی برخوردار است.

کاپرینو و همکارانش [۶] رفتار ضربه با سرعت پایین در ورق کامپوزیتی با لایه فلزی را که از لایه‌های آلومینیوم در بین لایه‌های فایبرگلاس استفاده شده، بررسی کردند. آنها با انجام آزمایش ضربه ثابت نمودند که مقاومت ورق‌های کامپوزیتی لایه فلزی فایبرگلاس - آلومینیوم نسبت به ورق‌های الیاف کربن و الیاف فایبرگلاس در پاسخ نفوذ ضربه بهتر است. همچنین استفاده از الیازهای آلومینیوم به جای این فلز از پدیده نفوذ ضربه در ورق می‌کاهد. هر و لیانگ [۷] با استفاده از نرم‌افزار المان محدود انسیس<sup>۲</sup> اثر ضربه را برای ورق و پوسته کامپوزیتی چند لایه با ضربه‌زننده سرعت پایین و دو نوع شرط مرزی ساده و تمام‌گیردار بررسی کردند. آنها برای محاسبه نیروی تماسی از قانون ضربه اصلاح شده هر تز استفاده کرده و تأثیر پارامترهایی نظیر سرعت ضربه‌زننده، سفتی تماسی ( $K_c$ ) و شرایط مرزی در ضربه اعمالی بر سازه را تحقیق کردند.

قیان و سوانسون [۸] دو راه حل متفاوت را برای پدیده ضربه بر روی سازه‌های کامپوزیتی مطالعه کردند. آنها دو روش ریلی - ریتز با انتگرال‌های عددی نسبت به زمان و یک روش تحلیلی با استفاده از تبدیل لاپلاس با معادلات دیفرانسیل حاکم را مورد تحقیق قرار داده و پاسخ‌ها را با محاسبات المان محدود و اندازه‌گیری عددی مقایسه و نمودارهای نیروی تماسی تنش،

خیز مرکز ورق در نقطه تماس نسبت به زمان اعمال ضربه بررسی کردند. نتایج نشان داد که روش‌های حل ارائه شده از دقت قابل قبولی برخوردار است.

روی و گینسون [۹] تأثیر یک بار نقطه‌ای هارمونیک را بر روی یک ورق مربعی یک‌سرگردار که دارای ضخامت‌های مختلف و شکل ظاهری متفاوت می‌باشند، روی دامنه ارتعاشی و تنش‌های خمشی دینامیکی از روش آنالیز المان محدود و با استفاده از یک المان خمشی چهار نقطه‌ای ورق بررسی نمودند. آنها نشان دادند که کاهش در دامنه ارتعاش و یا تنش‌های خمشی و برشی با انتخاب درست و مناسب ضخامت بدست می‌آید.

پایگانه و همکاران [۱۰] پاسخ ورق کامپوزیتی با لایه فلزی (FML) با تکیه‌گاه‌های ثابت را تحت ضربه، که در آن ضربه‌زننده دارای سرعت پایین بود، بررسی کردند. آنها با استفاده از سری‌های فوریه و تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی، معادلات خیز ورق و برش‌های دورانی و با در نظر گرفتن شرایط مرزی ورق به صورت تکیه‌گاه ساده معادلات مورد نظر را استخراج کردند. آنها نشان دادند که استفاده از لایه‌های آلومینیومی به جای لایه‌های متداول کامپوزیت، مقاومت ضربه‌ای سازه، زمان اعمال نیرو و همچنین خیز تیر و تنش‌های اصلی را بهبود می‌بخشد.

صبوری و همکاران [۱۱] مقاومت سوراخ‌شوندگی پانل‌های کامپوزیتی الیاف شیشه - اپوکسی در برابر ضربه پرتابه با سرعت بالا را بر اساس مطالعه آزمایشگاهی و استفاده از نرم‌افزار المان محدود انسیس به عنوان حل عددی، بررسی نمودند. آنها با قرار دادن فلز آلومینیوم با ضخامت‌های متفاوت در لایه‌های مختلف کامپوزیت میزان جذب انرژی ضربه‌ای را در ورق‌های الیاف - فلز تحقیق کردند. بر این اساس تطابق قابل قبول بین حل عددی و نتایج آزمایشگاهی اتخاذ شد.

مشاهده می‌شود که بررسی‌های محققان گذشته بر روی ورق‌هایی با شرایط مرزی چهار سر لولا، چهار سر گردار و سایر شرایط مرزی انجام گرفته، اما نتایج ارائه شده در این تحقیق بر روی ورق یک‌سرگردار انجام شده است.

در تحقیق حاضر، یک مدل دو درجه آزادی جرم-فنر و نرم‌افزار المان محدود آباکوس<sup>۳</sup> برای بررسی تأثیر ضربه اجرام کوچک و بزرگ بر ورق یک‌سرگردار کامپوزیتی با لایه فلزی

1. Fiber Metal Laminates (FML)

2. Ansys

3. ABAQUS

در رابطه (۱)،  $m_I$  جرم ضربه‌زننده،  $M_{eff}^P$  جرم مؤثر ورق،  $\Delta_1$  جابجایی ضربه‌زننده و  $\Delta_2$  جابجایی ورق در نقطه تماس می‌باشند.  $K_c^*$  سفتی تماسی خطی شده و  $K_g$  سفتی معادل ورق الیاف-فلز می‌باشند. همچنین:

$$\Delta_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

$$\Delta_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{cases} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{cases} = c_1 \vec{\varphi}^{(1)} \sin(\omega_{n1} t + \psi_1) + c_2 \vec{\varphi}^{(2)} \sin(\omega_{n2} t + \psi_2) \quad (3)$$

$\omega_{n1}$  و  $\omega_{n2}$  فرکانس‌های طبیعی،  $\vec{\varphi}^{(1)}$  و  $\vec{\varphi}^{(2)}$  شکل مدهای اول و دوم ورق می‌باشند. ضرایب مجهول  $C_1$ ،  $C_2$ ،  $\psi_1$  و  $\psi_2$  را با اعمال شرایط اولیه زیر می‌توان بدست آورد:

$$\begin{cases} \Delta_1(t=0) = 0 \\ \Delta_2(t=0) = 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} \dot{\Delta}_1(t=0) = v_0 \\ \dot{\Delta}_2(t=0) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

به علت عدم وجود دمپر،  $\psi_1$  و  $\psi_2$  برابر صفر است. پس:

$$F(t) = K_c^*(\Delta_1 - \Delta_2) \quad (5)$$

$$\delta = (\Delta_1 - \Delta_2) \quad (6)$$

در رابطه (۵)،  $F(t)$  نیروی تماسی و  $\delta$  جابجایی بین ورق هدف و ضربه‌زننده می‌باشد. در معادلات (۱) و (۵)،  $K_c^*$  عبارت است از [۱۲]:

$$K_c^* = \sqrt{\pi} \Gamma \left( \frac{p+1}{2} \right) \frac{2\Gamma \left( \frac{p}{2} + 1 \right) + \sqrt{\pi} \Gamma \left( \frac{p+1}{2} \right)}{4\Gamma^2 \left( \frac{p}{2} + 1 \right) + \pi \Gamma^2 \left( \frac{p+1}{2} \right)} \times \delta_m^{p-1} K_c \quad (7)$$

$$p=1.5, K_g = M_p \omega_{11}^2, K_c = \frac{4}{3} ER^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \frac{1}{E} = \frac{1-v_2^2}{E_2} + \frac{1-v_1^2}{E_1} \quad (9)$$

اندیس ۱ و ۲ به ترتیب مربوط به ضربه‌زننده و ورق هدف است. در رابطه (۹) برای ورق کامپوزیت چند لایه مقادیر  $E_2 = E_{22}$  و  $v_2 = v_{12}$  در نظر گرفته می‌شوند.

$\omega_{11}$  فرکانس طبیعی اولین مود ارتعاشی ورق است،  $M_p$  جرم کل ورق بوده، که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$M_i = \int_{V_i} \rho_i(z) dV_i = ab \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \rho_i(z) dz, i = t \quad (10)$$

$\rho$  و  $t$  به ترتیب نشان دهنده جرم حجمی ماده سازنده و تعداد لایه‌ها هستند. دادن تابع نیروی ورودی در نرم‌افزار المان

ارایه شده است. همچنین تلاش شده است تا بر نحوه تأثیر برخی از پارامترها مانند جرم و سرعت ضربه‌زننده، جرم ورق (هدف)، زاویه چیدمان الیاف و فرکانس ورق بر روی رفتار دینامیکی سازه بحث و نتیجه‌گیری شود.

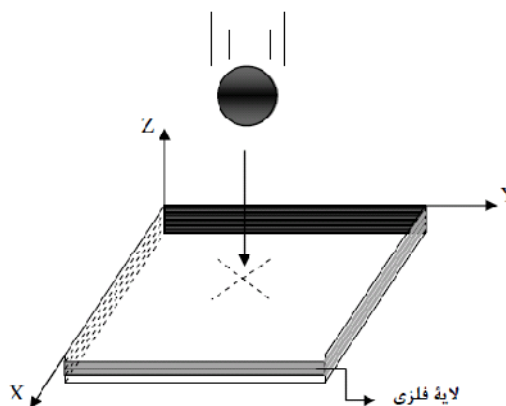
## ۲- معادلات حاکم

شکل ۱ ورق یک‌سرگردار کامپوزیتی با ضربه‌زننده در مرکز آن را نشان می‌دهد. در شکل ۲ این ورق به وسیله یک سیستم دو درجه آزادی جرم و فنر مدل‌سازی می‌شود. تابع نیرو-زمان به کمک روش حل تحلیلی حاصل از مدل جرم و فنر دو درجه آزادی محاسبه می‌شود و این تابع تحلیلی به صورت نیروی ورودی وارد نرم‌افزار آباکوس شده و در نهایت در نرم‌افزار معادلات دیفرانسیل پاره‌ای کوبله حل می‌شود.

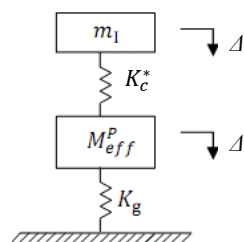
با توجه به مدل ارائه شده در شکل ۲ و کاربرد قانون دوم نیوتن [۱۰]، می‌توان معادلات حرکت را به صورت زیر نوشت:

$$m_I \ddot{\Delta}_1 + K_c^*(\Delta_1 - \Delta_2) = 0$$

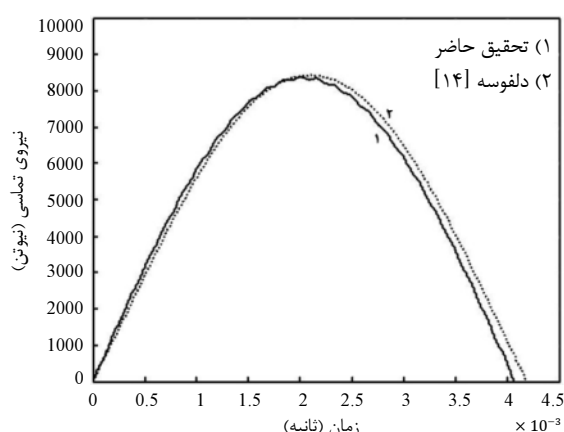
$$M_{eff}^P \ddot{\Delta}_2 + K_c^*(\Delta_2 - \Delta_1) + K_g \Delta_2 = 0 \quad (1)$$



شکل ۱ ورق یک‌سرگردار با ضربه‌زننده در مرکز



شکل ۲ مدل دو درجه آزادی جرم-فنر



شکل ۳ مقایسه نیروی تماسی از مدل ارائه شده در این تحقیق با نتایج بررسی‌های قبل

ورق کامپوزیتی لایه فلزی مورد استفاده در این بررسی به عنوان هدف، متعامد و متقارن می‌باشد. ضربه‌زننده به شکل یک کره و با جرم‌های کوچک و بزرگ در نظر گرفته می‌شود.

### ۳-۱- تحلیل جرم کوچک

در اعمال ضربه، ضربه‌زننده با جرم سبک (کوچک) با مشخصات جدول ۱ در نظر گرفته می‌شود. جرم سبک به حالتی گفته می‌شود که در آن (نسبت جرم ضربه‌زننده به جرم ورق (هدف) کمتر از ۲ باشد) [۱۵، ۱۶]. برای نمایش تأثیر ضربه‌زننده با جرم کوچک و بزرگ بر ورق یک‌سرگردار مرکب از حل تحلیلی به همراه نرم‌افزار المان محدود آباکوس استفاده شده و مقایسه با استفاده از ورق با تکیه‌گاه ساده انجام گرفته است. شکل ۴ نمایشگر اعمال شرایط مرزی برای این دو ورق می‌باشد. برای مش‌بندی ورق کامپوزیتی (هدف) از المان S4R چهار نقطه‌ای و برای ضربه‌زننده صلب از المان R3D4 چهار نقطه‌ای، استفاده گردیده است (شکل ۵). نوع برخورد انجام گرفته بین ضربه‌زننده و ورق مرکب (هدف)، سطح به سطح و برخورد سخت در نظر گرفته شده است. مسیر حرکت جرم ضربه‌زننده در راستای Z و عمود بر ورق بوده و با سرعت ۳ متر بر ثانیه به هدف اصابت می‌کند. همان‌طور که از نتایج مشخص است، کانتورهای نیروی تماسی در دو شرط مرزی اعمال شده بر ورق تقریباً یکسان است. لذا مشخص می‌شود که جرم کوچک از قدرت کافی برای ایجاد تغییر شکل‌های بزرگ در شرایط مرزی متفاوت برخوردار نیست (شکل ۶). این امر در نتایج ضربات اعمالی در نمودارهای نیروهای تماسی نسبت به تاریخچه زمان

محدود یک امر عادی است. هر چند که در خود نرم‌افزار انواع توابع را می‌توان ساخت و وارد کرد، یا هر تابع ورودی را در آن وارد نمود. در مسأله ضربه این تابع مجهول بوده و به صورت جفت شده همراه با حل معادلات دیفرانسیل پارهای بدست می‌آید که کاری زمان‌بر است. اما کار اصلی مقاله حاضر، حل مسأله ضربه روی یک ورق یک سرگردار FML به روش ترکیبی است. چون در حل مسأله و بدست آوردن نیروی ضربه از مدل جرم و فنر دو درجه آزادی استفاده شده است، لذا تابع نیروی بدست آمده حتماً به صورت یک ترکیب از دو تابع سینوسی (معادله ۵) بدست می‌آید. این تابع تحلیلی به صورت نیروی ورودی وارد نرم‌افزار آباکوس شده و در نهایت معادلات دیفرانسیل پارهای کوپله در زمان بسیار کمتری حل می‌شوند.

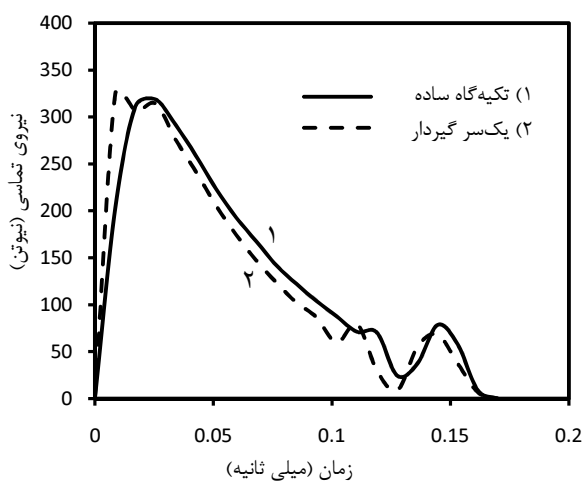
### ۳- پاسخ دینامیکی ورق

در این تحقیق ورق مربعی با اندازه‌های طول و عرض ۰/۲ متر و ۱۰ لایه با چیدمان  $[0/90/0/90/0]$  که دارای ضخامت ۲/۶۹ میلی‌متر [۱۳]، با مشخصات جدول ۱ در نظر گرفته شد. برای اثبات درستی روابط بدست آمده برای نیروی تماسی ورق در این تحقیق، مقایسه با نتایج آزمایشگاهی [۱۴] صورت گرفته، که در شکل ۳ نشان داده شده است و نمایشگر انطباق خوب تحقیق حاضر با نتایج محققان پیشین است. مقدار بیشینه نیروی تماسی بدست آمده از مرجع [۱۴] که با استفاده از تست آزمایشگاهی برای یک ورق کامپوزیتی ۲۴ لایه با لایه چینی  $[0/45/90/45]$  بوده در حالی که از بررسی حاضر این مقدار  $8384 \text{ N}$  محاسبه شد که اختلاف حدود ۰/۷۸ درصد است. در این تحقیق، تأثیر استفاده از قرارگیری آلومینیوم بین لایه‌های یک کامپوزیت پایه پلیمری و مواردی از قبیل تأثیر زاویه الیاف، جرم و سرعت ضربه‌زننده در یک مقدار انرژی ثابت مطالعه می‌شود.

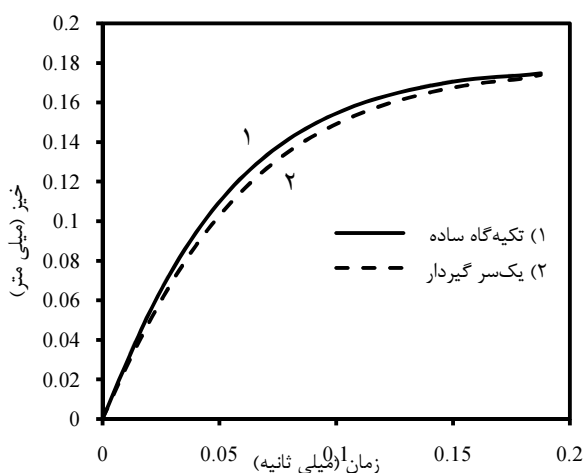
#### جدول ۱ مشخصات ورق و ضربه‌زننده [۱۳]

|                      |  |
|----------------------|--|
| مشخصات ورق کامپوزیتی | $E_{11}=120\text{GPa}$ , $E_{22}=7.9\text{GPa}$<br>$G_{12}=G_{13}=G_{23}=5.5\text{GPa}$ , $\nu_{23}=0.3$<br>$\nu_{12}=0.3$ , $\rho=1540 \text{ kg/m}^3$                                    |
| مشخصات فلز آلومینیوم | $E=72.4\text{GPa}$ , $G=27.6\text{GPa}$<br>$\nu=0.33$ $\rho=2780 \text{ kg/m}^3$   |
| مشخصات ضربه‌زننده    | $D=12.7 \text{ mm}$ کروی, $\rho=7960 \text{ kg/m}^3$<br>$m_{i \text{ small}}=8.537 \text{ gr}$ , $m_{i \text{ large}}=2 \text{ kg}$<br>$\nu_0=3 \text{ m/s}$ $E=207\text{GPa}$ , $\nu=0.3$ |

و خیز ورق نسبت به تاریخچه زمان با شرایط مرزی متفاوت نیز بخوبی قابل مشاهده است (شکل‌های ۷ و ۸).



شکل ۷ مقایسه نیروی تماسی ورق کامپوزیتی در شرایط مرزی یکسرگیردار و تکیه‌گاه ساده

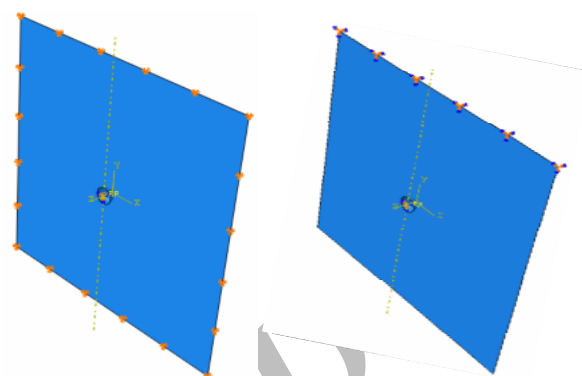


شکل ۸ مقایسه خیز ورق یکسرگیردار و تکیه‌گاه ساده

در جرم کوچک چون رفتار ورق کاملاً محلی است، لذا شرایط مرزی در دور دست قرار گرفته، اثر چندانی ندارد. در نتیجه، رفتار ورق در واقع محلی است و به همین دلیل جواب‌های ورق‌های دارای تکیه‌گاه‌های لولا و یکسرگیردار به هم نزدیک می‌شوند.

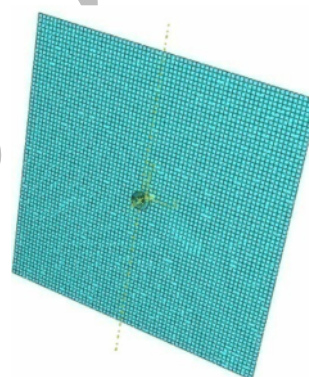
### ۲-۳ - تحلیل جرم بزرگ

در این تحقیق، به تحلیل پدیده ضربه بر روی ورق با ضربه‌زننده با جرم بزرگ (زمانی که نسبت جرم ضربه‌زننده به جرم ورق بیشتر از ۲ است)، نیز پرداخته شده است. در ورق FML، دو لایه از ورق آلومینیوم با مشخصات جدول ۱ جایگزین دو لایه ورق کامپوزیت می‌شود.

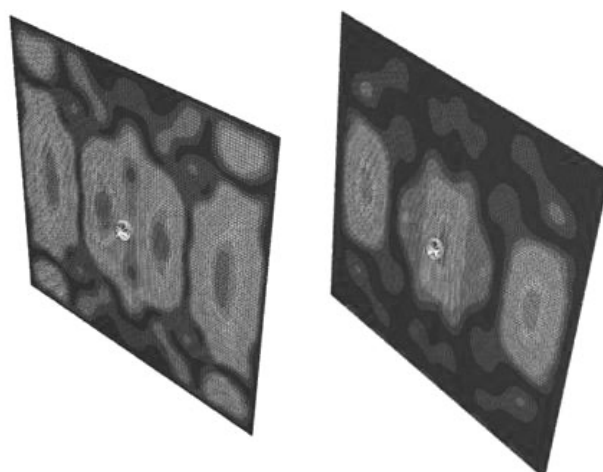


الف- ورق یکسرگیردار (CFFF) ب- ورق با تکیه‌گاه ساده (SSSS)

شکل ۴ شرایط مرزی



شکل ۵ مش‌بندی ورق و ضربه‌زننده



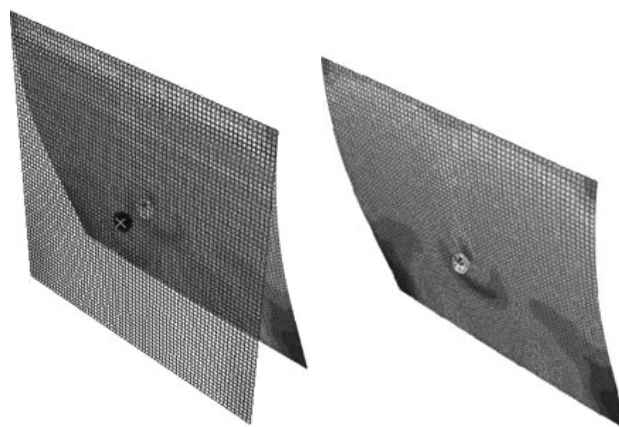
الف- ورق یکسرگیردار ب- ورق با تکیه‌گاه ساده

شکل ۶ ضربه بر ورق با ضربه‌زننده جرم کوچک

1. CFFF: Clamp-Free-Free-Free
2. SSSS: Simply Support

تغییر حالت جسم از راستای قائم را دارد. تغییر شکل ورق کامپوزیتی پس از اعمال ضربه، نشان‌دهنده تحت فشار قرار گرفتن ورق در نقطه تماس و قسمت گیردار آن می‌باشد. شکل ۱۰ و شکل ۱۱ به ترتیب نمودارهای نیروی تماسی نسبت به زمان و خیز نسبت به زمان را برای ورق یک‌سرگردار کامپوزیتی و کامپوزیتی با لایه فلزی نشان می‌دهد. بر این اساس با جایگزینی لایه‌های آلومینیوم در ورق به جای لایه‌های کامپوزیت، نیروی تماسی افزایش می‌یابد. در محاسبه نیروی ضربه از اثرات برخوردی بعدی صرف‌نظر شده و فقط برخورد اول، در نظر گرفته شده است و از نوسانات ورق و ارتعاشات بعدی صرف‌نظر می‌شود. این موضوع به دلیل آن است که در برخورد اول بیشترین نیروی ضربه حادث می‌شود که از نظر مهندسی نیز بسیار مهم است. قابل ذکر است که مدل جرم و فنر یک تقریب مهندسی عالی برای تخمین مناسب خیز و نیرو است و ارزش آن به سادگی و تحلیلی بودن آن است.

برای حالت (۱۰ و ۱) یعنی موقعیتی که ورق فلزی آلومینیوم در خارجی‌ترین لایه‌ها قرار دارد، نیروی تماسی به بیشترین مقدار خود می‌رسد. به عبارت دیگر ضربه‌زننده با سطح فلزی ورق برخورد خواهد داشت.



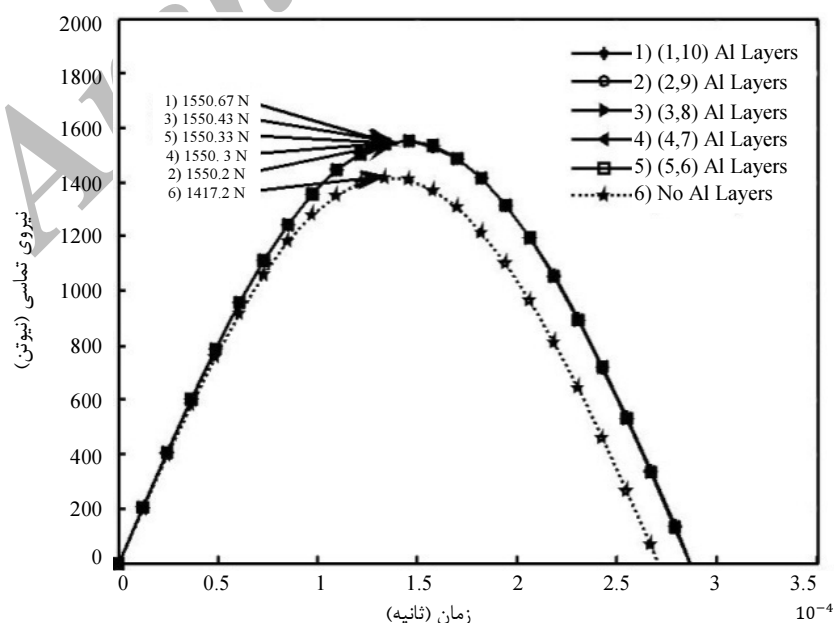
الف- تغییر شکل ورق ب- تغییر شکل ورق از راستای قائم

شکل ۹ ضربه بر ورق یک‌سرگردار با ضربه‌زننده جرم بزرگ

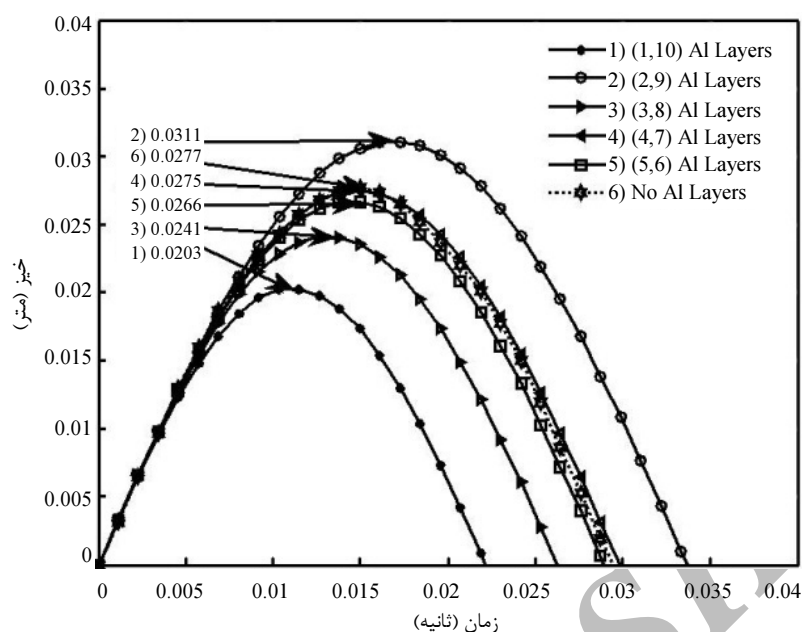
این جایگزینی در لایه‌های (۱۰ و ۱)، (۹ و ۲)، (۸ و ۳)، (۷ و ۴) و (۶ و ۵) ورق کامپوزیتی به تناوب صورت می‌گیرد. ضربه‌زننده با جرم بزرگ ( $M_i = 2 \text{ kg}$ ) انتخاب می‌شود. اعمال ضربه بر FML و تغییر شکل ورق از راستای قائم در شکل ۹ (الف و ب) نشان داده شده است.

### ۳-۲-۱- تأثیر ترتیب لایه‌گذاری آلومینیوم

همان‌طور که در کانتورهای الف و ب شکل ۹ نشان داده شده، جرم بزرگ با توجه به مشخصات ورق توانایی کافی برای



شکل ۱۰ تأثیر ترتیب لایه آلومینیوم روی نیروی تماسی با ضربه‌زننده جرم بزرگ



شکل ۱۱ تأثیر ترتیب لایه آلومینیوم روی خیز ورق با ضربه‌زننده جرم بزرگ

به یک جرم و فنر تبدیل و معادل‌سازی می‌شود [۱۱،۴]. لذا فقط به کمک فرکانس اول سازه می‌توان سفتی در محل برخورد را با تقریب خوبی محاسبه کرد.

مشاهده می‌شود که قرارگیری ورق آلومینیوم در لایه‌های (۱ و ۱۰) (منحنی ۱)، باعث بیشینه شدن فرکانس طبیعی و در نتیجه سفتی عرضی ورق شده، که این خود عامل کمینه شدن خیز ورق می‌شود. با افزایش سفتی عرضی، خیز ورق کاهش می‌یابد. در قرارگیری ورق آلومینیوم در لایه‌های (۱ و ۱۰)، (منحنی ۱) که باعث بیشینه شدن سفتی عرضی ورق می‌گردد، خیز ورق کمینه شده و در لایه‌های (۲ و ۹) (منحنی ۲) که کمترین مقدار فرکانس طبیعی را دارد، خیز به بیشترین مقدار خود می‌رسد.

جدول ۲ تغییرات فرکانس طبیعی اول با تغییر محل لایه‌های فلز

| آلومینیوم در ورق یک‌سرگردار FML |                    |
|---------------------------------|--------------------|
| فرکانس طبیعی اول (هرتز)         | لایه‌های آلومینیوم |
| ۵۹/۶۱                           | بدون لایه          |
| ۷۳/۷۰۹                          | (۱ و ۱۰)           |
| ۴۸/۴۶۰                          | (۲ و ۹)            |
| ۶۲/۱۶۷                          | (۳ و ۸)            |
| ۵۴/۷۰۴                          | (۴ و ۷)            |
| ۵۶/۳۸۵                          | (۵ و ۶)            |

در این حالت فرکانس طبیعی ورق FML بیشترین مقدار خود را در بین سایر لایه‌گذاری‌ها دارد. اما کمترین مقدار نیروی تماسی برای موقعیتی است که ورق آلومینیوم در لایه‌های (۲ و ۹) باشد. در این حالت فرکانس طبیعی و در واقع سفتی عرضی ورق کمترین مقدار خود را دارد. فرکانس طبیعی پایه فقط عامل یافتن سفتی سازه در مدل جرم و فنر است و خود به طور مستقیم بر روی ضربه اثر ندارد. مهم آن است که فرکانس طبیعی پایه، متأثر از شرایط مرزی، چیدمان و جنس لایه‌هاست. فرکانس طبیعی پایه ورق با تکیه‌گاه‌های لولا بیش از ورق یک‌سرگردار است، زیرا شرط مرزی لولا باعث ایجاد سفتی خمشی بیشتر می‌شود. در جدول ۲، تغییرات فرکانس طبیعی پایه با تغییر محل لایه‌های فلز آلومینیوم در ورق یک‌سرگردار FML آورده شده است.

در شکل ۱۱ نمودارهای خیز ورق نسبت به زمان نشان داده شده است. این نتایج از معادله تحلیلی ۳ به‌طور مستقیم بدست آمده است. تابع تغییر مکان حاصل از جرم و فنر به صورت هارمونیک بدست می‌آید. به علت ساده سازی و استفاده از مدل جرم و فنر و کاستن درجات آزادی سیستم، معادله ۳ قادر نیست که نوسانات را به خوبی نشان دهد، اما متوسط خیز در هر لحظه را به خوبی محاسبه می‌نماید. روش جرم و فنر یک تقریب و به‌واقع یک شاهکار مهندسی است که توسط آن، سازه

**جدول ۳** جرم و سرعت ضربه‌زننده در یک مقدار انرژی جنبشی ثابت (۹ J)

| جرم ضربه‌زننده (kg) | سرعت ضربه‌زننده (m/s) |
|---------------------|-----------------------|
| ۲                   | ۳                     |
| ۱                   | ۴/۲۴                  |
| ۰/۵                 | ۶                     |

ورق‌های آلومینیوم جهت بررسی نیروی تماسی در لایه‌های (۹و۲) و برای خیز ورق در لایه‌های (۱۰و۱) سازه قرار گرفته‌اند. شکل ۱۳ و شکل ۱۴، تأثیر این تغییرات را بر نیروی تماسی و خیز ورق نسبت به زمان نشان می‌دهند. در شکل ۱۳، صرف قرارگیری ورق آلومینیوم در سازه موجب افزایش نیروی تماسی ورق شده است (منحنی‌های ۴ تا ۶). اما نکته مهم این است که، کاهش جرم و افزایش اندازه سرعت ضربه‌زننده، نیروی تماسی را افزایش می‌دهد. نتیجه اینکه سرعت، عامل مهمتری در افزایش و کاهش نیروی تماسی نسبت به جرم است.

با دقت در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود که با قراردادن آلومینیوم در لایه‌های (۱۰و۱) نسبت به زمانیکه از ورق آلومینیوم استفاده نشده باشد، مقدار خیز ورق کاهش پیدا می‌کند. این حالت برای موقعیتی که با افزایش سرعت و کاهش جرم در یک مقدار انرژی ثابت به تحلیل مسأله پرداخته می‌شود، به‌خوبی نشان دهنده این است که افزایش سرعت و کاهش جرم، تاریخچه زمان را در خیز ورق یک‌سرگردار به‌همراه مقدار خیز کاهش می‌دهد. این مسأله در طراحی ورق‌های یک‌سرگردار حائز اهمیت است.

### ۳-۲-۳- تأثیر تغییر زاویه الیاف

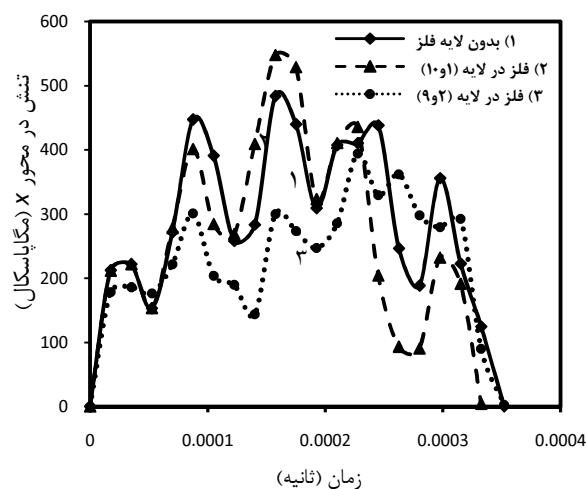
نمودارهای شکل ۱۵ و شکل ۱۶ میزان تأثیر زاویه الیاف را روی نیروی تماسی و خیز برای زوایای  $0^\circ$ ،  $15^\circ$ ،  $30^\circ$ ،  $45^\circ$ ،  $60^\circ$ ،  $75^\circ$  و  $90^\circ$  که دارای لایه چینی  $[\theta/\theta_0/\theta_0/\theta]$  است، برای ورق‌های کامپوزیتی و کامپوزیتی با قراردادن فلز آلومینیوم در لایه‌های (۱۰و۱) نشان می‌دهند. با توجه به نمودارها و از آنجا که با تغییر زوایای الیاف، اختلاف قابل ملاحظه در فرکانس طبیعی ورق ایجاد نمی‌شود، در نمودارهای شکل‌های ۱۵ و ۱۷ تفاوتی در نیروی تماسی به‌زای تغییر زاویه الیاف مشاهده نمی‌شود. اما چون ورق یک‌سرگردار است، همان اختلاف ناچیز در تغییر فرکانس طبیعی و نیروی تماسی تأثیر خود را در جابجایی و خیز ورق خواهد گذاشت (شکل ۱۶).

در حالت‌های دیگر قرارگیری ورق آلومینیوم با توجه به مقادیر فرکانس طبیعی که بین این دو جفت لایه قرار دارد، نمودارهای مربوط به نیروی تماسی و خیز ورق نیز بین نمودارهای لایه‌های (۱۰و۱) و (۹و۲) قرار می‌گیرد.

در شکل ۱۲ نمودارهای تنش نسبت به زمان برای ورق یک‌سرگردار نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که میزان تنش ورق با توجه به قرارگیری ورق‌های فلز آلومینیوم در خارجی‌ترین لایه بیشترین مقدار خود را دارد (منحنی ۲). شکل ۱۲ از نرم‌افزار آباکوس بدست آمده است. چون نرم‌افزار مدل کامل ورق و تمام معادلات پاره‌ای سیستم پیوسته را در نظر می‌گیرد، نوسانات حاصل از ضربه را نشان می‌دهد. در حالی که در مدل جرم و فنر کل ورق به یک جرم و فنر معادل تبدیل شده است و معادلات پاره‌ای فقط به یک یا دو معادله معمولی دیفرانسیلی تبدیل شده است، لذا این مدل فقط برای بدست آوردن نیروی ضربه و خیز در محل ضربه مناسب می‌باشد. بنابراین پس از وارد کردن تابع نیرو در آباکوس بهتر است بقیه پارامترها مانند تنش از طریق نرم‌افزار بدست آید.

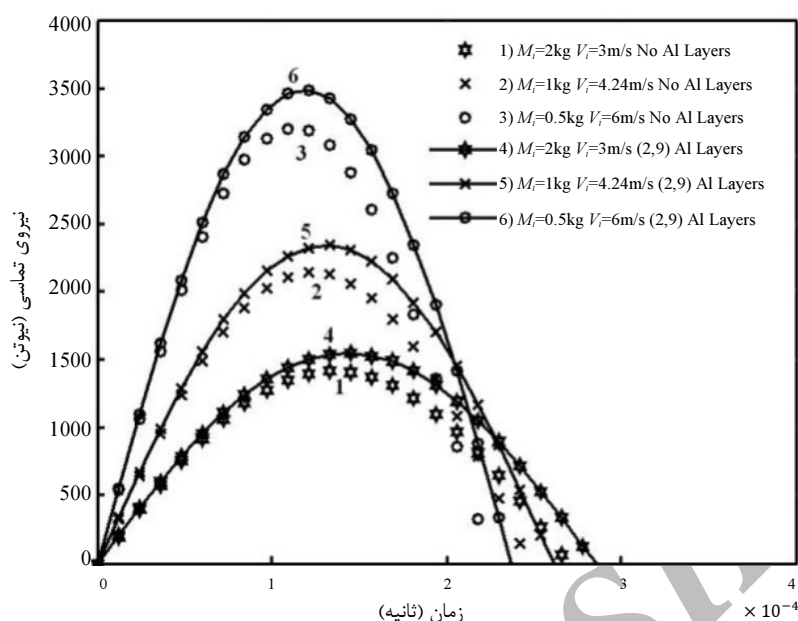
### ۳-۲-۲- تأثیر جرم و سرعت ضربه‌زننده در یک مقدار انرژی ثابت

در این بخش تأثیر جرم‌ها و سرعت‌های متفاوت ضربه‌زننده در یک مقدار انرژی جنبشی ثابت مطالعه شده است. جرم و سرعت ضربه‌زننده به‌گونه‌ای انتخاب می‌شود که در تمامی موارد بالا مقدار انرژی جنبشی برابر ۹J شود (جدول ۳).

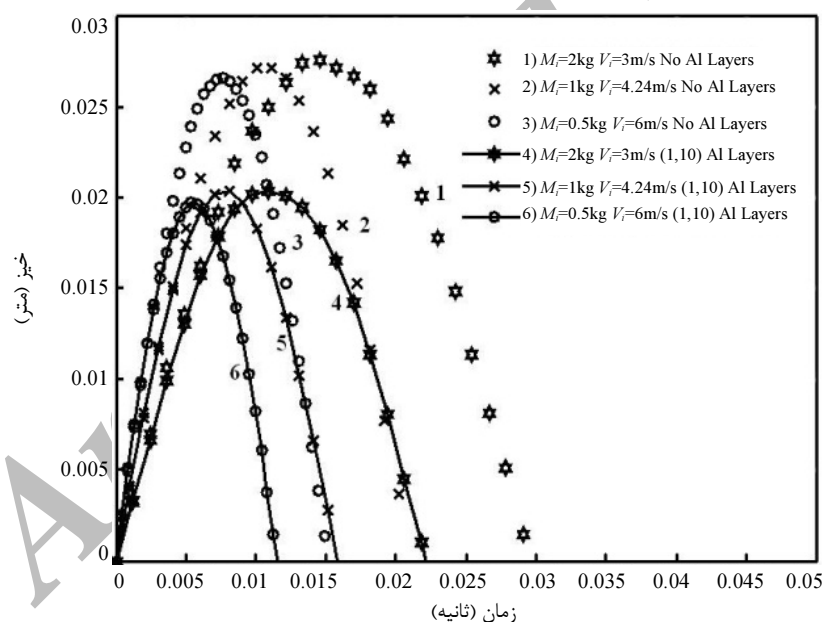


**شکل ۱۲** تأثیر ترتیب لایه آلومینیوم روی تنش ورق با ضربه‌زننده جرم بزرگ





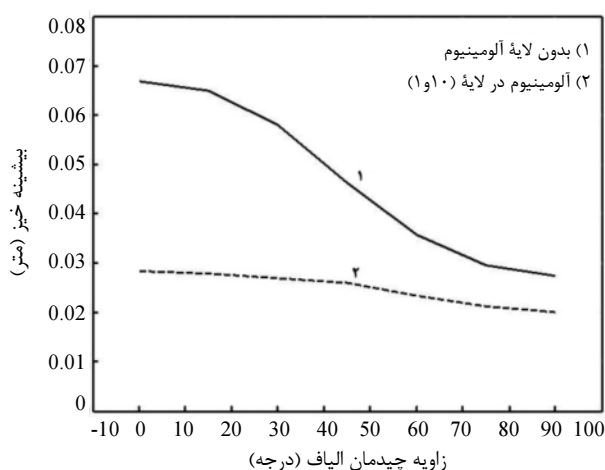
شکل ۱۳ تأثیر اختلاف جرم و سرعت ضربه‌زننده در مقدار انرژی ثابت ۹ J روی نیروی تماسی ورق



شکل ۱۴ تأثیر اختلاف جرم و سرعت ضربه‌زننده در مقدار انرژی ثابت ۹ J روی خیز ورق

کاملاً کامپوزیتی افزایش می‌یابد، اما در اثر تغییرات زوایای الیاف از  $0^\circ$  به  $90^\circ$  درجه تغییری آنچنانی در بیشینه نیروی تماسی در دو حالت نشان داده شده در شکل دیده نمی‌شود. شکل ۱۸ بیشینه خیز ورق را با توجه به تغییر زاویه الیاف برای دو ورق کامپوزیتی متداول (منحنی ۱) و کامپوزیتی با ورق آلومینیومی در لایه‌های (۱ و ۱۰)، (منحنی ۲) نشان می‌دهد.

در شکل ۱۶، با تغییر زاویه الیاف از  $0^\circ$  به  $90^\circ$  درجه مقدار خیز کاهش یافته و در  $90^\circ$  درجه به کمترین مقدار خود می‌رسد. این نشان دهنده آن است که با افزایش مقدار زاویه الیاف، فرکانس طبیعی اول ورق افزایش می‌یابد. در شکل ۱۷، با قرارگیری فلز آلومینیوم در لایه‌های خارجی ورق یعنی (۱ و ۱۰)، میزان نیروی تماسی نسبت به حالت ورق



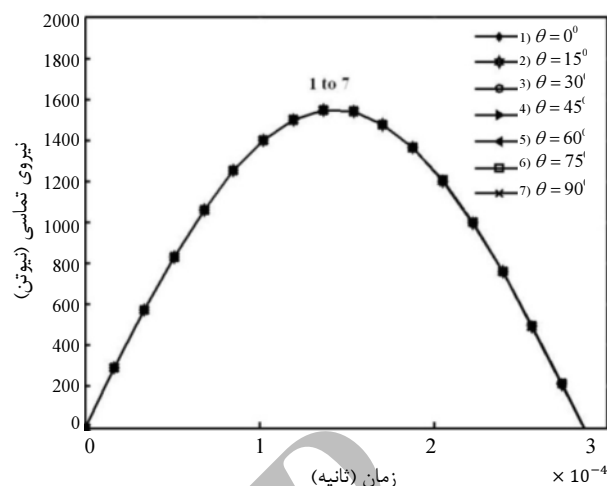
شکل ۱۸ تأثیر تغییر زاویه الیاف روی بیشینه خیز ورق یک‌سرگردار کامپوزیتی و کامپوزیتی با لایه فلز

مشاهده می‌شود که اگر از FML بجای ورق‌های کامپوزیتی متداول استفاده شود، تغییر زاویه الیاف بر روی خیز ورق تأثیر چندانی نداشته که این امر موجب سهولت در طراحی سازه می‌شود. این پدیده در ورق‌های کامپوزیتی متداول (منحنی ۱) صادق نبوده، لذا خیز ورق در این سازه‌ها به شدت تابع نحوه لایه‌چینی الیاف است.

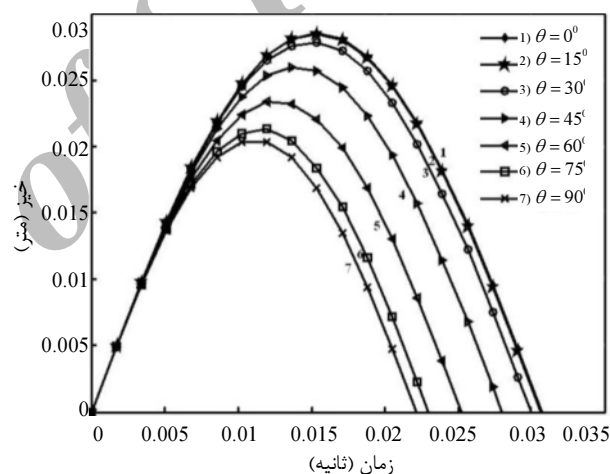
#### ۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق پاسخ دینامیکی ورق یک‌سرگردار کامپوزیتی با لایه فلزی (FML) تحت ضربه با اجرام کوچک و بزرگ با استفاده از روش حل سیستم دو درجه آزادی جرم و فنر و نرم‌افزار المان محدود آباکوس مورد بررسی قرار گرفت.

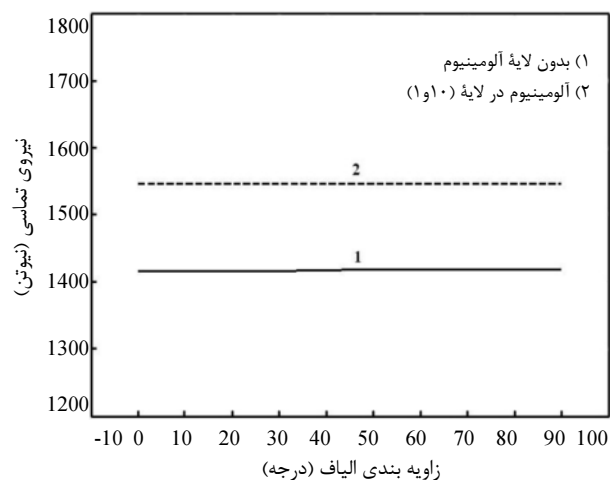
در تحقیق حاضر مشخص شد که استفاده از ورق آلومینیوم با ضخامت کم بین لایه‌های کامپوزیت باعث بهبود مقاومت ورق در اثر اعمال ضربه می‌شود. همچنین مشاهده شد که با جایگزین کردن ورق آلومینیوم در لایه‌های (۱۰ و ۱) نسبت به لایه‌های دیگر فرکانس طبیعی (و سفتی عرضی) ورق بیشترین مقدار خود را بدست می‌آورد. به دلیل فلزی بودن سطح خارجی ورق نیروی تماسی بیشینه و خیز ورق کمینه می‌شود. در صورت استفاده از آلومینیوم در لایه‌های (۹ و ۲)، عکس حالت بالا رخ می‌دهد. یعنی با کمینه شدن فرکانس طبیعی ورق، نیروی تماسی کمترین و خیز ورق بیشترین مقدار را دارا می‌گردد. این تحقیق نشان می‌دهد که فرکانس طبیعی ورق عامل تأثیرگذار بر روی نیروی تماسی و خیز ورق می‌باشد.



شکل ۱۵ تأثیر تغییر زاویه الیاف روی نیروی تماسی ورق کامپوزیتی با لایه آلومینیوم (۱ و ۱۰) و جرم ضربه‌زننده بزرگ



شکل ۱۶ تأثیر تغییر زاویه الیاف روی خیز ورق کامپوزیتی با لایه آلومینیوم (۱ و ۱۰) و جرم ضربه‌زننده بزرگ



شکل ۱۷ تأثیر تغییر زاویه الیاف روی بیشینه نیروی تماسی ورق یک‌سرگردار کامپوزیتی و کامپوزیتی با لایه فلز

- [8] Qian Y., Swanson S.R., "A Comparison of Solution Techniques for Impact Response of Composite Plates", *Composite Structures*, Vol. 14, 1990, pp. 177-192.
- [9] Roy P.K., Ganesan N., "Dynamic Stress Analysis of a Tapered Cantilever Square Plate Under Impact Load", *Computer & Structures*, Vol. 49, No. 2, 1993, pp. 275-281.
- [10] Payeganeh G.H., Ashenai Ghasemi F., Malekzadeh K., "Dynamic Response of Fiber-Metal Laminates (Fmls) Subjected to Low-Velocity Impact", *Thin-Walled Structures*, Vol.47, 2010, pp. 62-70.
- [11] Sabouri H., Ahmadi H., Liaghat G.H., "Ballistic Impact Perforation Into Glare Target: Experiment, Numerical Modeling and Investigation of Aluminium Stacking Sequence", *International Journal Vehicle Structures & Systems*, Vol. 3, No. 1, 2011, pp. 178-183.
- [12] Gong S.W, Toh S.L., Shim P.W., "The Elastic Response of Orthotropic Laminated Cylindrical Shells to Low-Velocity Impact", *Journal of Composite Engineering*, Vol. 4, No. 2, 1994, pp. 247-266.
- [13] Christoforou A.P., Yigit A.S., "Characterization of Impact in Composite Plates", *Composite structures*, Vol. 43, 1998, pp. 15-24.
- [14] Delfosse D., Vaziri R., Pierson M.O., Poursartip A., "Analytical of the non-penetrating impact behavior of CFRP laminates". In Proceeding of: *The 9<sup>th</sup> International Conference on Composite Materials* (Madrid, Spain), Cambridg, England, UK:Woodhead Publishing, Vol. 5, 1993, pp. 366-373.
- [15] Olsson R., "Mass Criterion for Wave Controlled Impact Response of Composite Plates", *Composites: Part A*, Vol. 31, No. 8, 2000, pp. 879-887.
- [16] Olsson R., "Closed form prediction of peak load and delamination onset under small mass impact", *Composites Structures*, Vol. 59, No. 3, 2003; pp. 341-349.

سرعت ضربه‌زنده، نقش مهمتری نسبت به جرم ضربه‌زنده در افزایش نیروی تماسی ورق یک‌سرگردار کامپوزیتی با لایه فلزی ایفا می‌کند. در یک مقدار انرژی جنبشی ثابت (J) با افزایش سرعت و کاهش جرم ضربه‌زنده مقدار نیروی تماسی افزایش می‌یابد. تأثیر زاویه الیاف نیز بر روی خیز ورق قابل ملاحظه است و با افزایش این زاویه از  $0^{\circ}$  تا  $90^{\circ}$  میزان حداکثر خیز ورق کاهش می‌یابد.

## ۵- مراجع

- [1] Vlot A., "Impact Loading on Fiber Metal Laminates", *International Journal of Impact Engineering*, Vol.18, No.3, 1996, pp. 291-307.
- [2] Caprino G., Lopresto V., Iaccarino P., "A Simple Mechanical Model to Predict the Macroscopic Response of Fiberglass-Aluminum Laminates under Low-Velocity Impact", *Composites: Part A*, Vol.38, 2007, pp. 291-307.
- [3] Abrate S., "Impact on Laminated Composites", *Applied Mechanics Review*, Vol.47, 1994, pp. 517-544.
- [4] Abrate S., "Modeling of Impacts on Composite Structures", *Composite Structures*, Vol.51, 2001, pp. 129-138.
- [5] Abdollah M.R., Cantwell W.J., "The Impact Resistance of Polypropylene-Based Fibre-Metal Laminates", *Composites Science and Technology*, Vol. 66, 2006, pp. 1682-1693.
- [6] Caprino G., Spataro G., Del Luongo S., "Low-Velocity Impact Behavior of Fiberglass-Aluminum Laminates", *Composites: Part A*, Vol.35, 2004, pp. 605-616.
- [7] Her S.C., Liang Y.C., "The Finite Element Analysis of Composite Laminates and Shell Structures Subjected to Low Velocity Impact", *Composite Structures*, Vol. 66, 2004, pp. 277-285.