



## شناسایی مودهای نزدیک به هم سازه، به کمک آزمایش مودال محیطی

هدی سرپرست<sup>۱</sup>، محمدرضا آشوری<sup>۲\*</sup>، محمد مهدی خطیبی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان، سمنان

۳- کارشناس ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان، سمنان

\* mashoori@semnan.ac.ir، ۳۵۱۹۵۳۶۳، صندوق پستی

**چکیده-** سازه‌های متقارن نظیر، صفحات دایره‌ای شکل معمولاً دارای مودهایی با فرکانس‌های طبیعی یکسان یا نزدیک به هم می‌باشند. از نظر تئوری این مودها دو مود نزدیک به هم کاملاً مجزا هستند ولی اغلب در روش‌های مودال کلاسیک به عنوان یک مود شناخته می‌شوند. در این مقاله، برخی از روش‌های مودال کلاسیک معرفی و مهم‌ترین مشکلات آنها در شناسایی مودهای نزدیک به هم بیان شده است. سپس به منظور برطرف نمودن این مشکلات، یکی از روش‌های آنالیز مودال محیطی به نام زیر فضای اتفاقی-کواریانس استفاده شده است. برای بررسی دقت این روش در تخمین پارامترهای مودال، یک ورق فولادی تحت شبیه‌سازی قرار گرفته است. نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی، توانمندی روش را در شناسایی مودهای نزدیک به هم با وجود نویز، دمپینگ بالا و نزدیکی زیاد مودها اثبات می‌کند. همچنین به منظور بررسی تجربی روش در تشخیص مودهای نزدیک به هم، آزمایش‌های مودال محیطی و مودال کلاسیک بر روی رینگ خودروی پژوی ۴۰۵ انجام شده است و نتایج این آزمایش‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی و تجربی قابلیت آنالیز مودال محیطی را در تشخیص و جداسازی مودهای نزدیک به هم نشان می‌دهد. **کلیدواژه‌گان:** مودهای نزدیک به هم، آنالیز مودال محیطی، زیر فضای اتفاقی بر مبنای کواریانس.

## Identification of closely spaced modes using operational modal testing

H. Sarparast<sup>1</sup>, M.R. Ashory<sup>2\*</sup>, M.M. Khatibi<sup>3</sup>

1- MSc. Student, School of Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran

2- Assoc. Prof., School of Mech. Eng., Semnan Univ., Semnan, Iran

3- Lecturer, Dept. of Mech. Eng., Islamic Azad Univ., Semnan Branch, Semnan, Iran

\* P. O. B. 35195363 Semnan, Iran. mashoori@semnan.ac.ir

**Abstract-** The closely spaced modes exist in symmetric structures such as circular plates, gears or disks. Theoretically, closely spaced modes are known as two separated modes with the same amount, but these modes are often detected as only one mode in the classical modal methods. In this article, at the first, some classical modal method is introduced and the most important of their difficulties is considered. Then, Operational Modal Analysis (OMA) is applied to abate these problems. The Stochastic Subspace Identification based on covariance (SSI-COV) driven is used for this purpose. Different conditions for closely spaced modes is considered and simulated on a free-free steel plate using Matlab software. In order to consider the SSI-COV method in identification of closely spaced modes experimentally, classical and operational modal testing are done on a steel ring. The numerical and experimental results from simulations demonstrate the effectiveness of OMA for identifying and separating the close modes.

**Keywords:** Close Modes, Operational Modal Analysis, Stochastic Subspace Identification-Covariance Driven.

### ۱- مقدمه

اجزای متعدد و پیچیدگی‌های بسیار می‌باشند، بنابراین مودهای نزدیک به هم متعددی خواهند داشت. از آنجایی که روش‌های شناسایی مودال کلاسیک، اغلب در تعیین پارامترهای مودال

آزمایش مودال ابزار شناخته شده‌ای برای آنالیز دینامیکی سازه‌ها می‌باشد. از آنجا که بسیاری از سازه‌های واقعی دارای

محدوده فرکانسی کمتر است. اما روش طیفی به محدوده فرکانسی انتخاب شده حساس می‌باشد و نتایج حاصل از آن از یک اجرا به اجرای دیگر تغییر می‌کند. این امر باعث می‌شود که پارامترهای مودال آن در هر مرحله برهم منطبق نباشند [۹].

روش‌های فوق از روش‌های مودال کلاسیک می‌باشند. مطالعه دقیق بر روی روش‌های مودال کلاسیک نشان داده است که معمولاً این روش‌ها در شناسایی مودهای نزدیک به هم مشکلاتی دارند [۵]. مشکلی که تقریباً در همه روش‌های مودال کلاسیک وجود دارد این است که توانایی این روش‌ها برای شناسایی مودهای نزدیک به هم در حضور نویز کاهش می‌یابد [۵]. به طوری که روش‌های برازش دایره‌ای، معکوس، بندنت، RFP و طیفی فقط برای سیستم‌هایی با داده‌های بدون نویز مفید می‌باشند [۵]. مشکل دیگری نیز که در بیشتر این روش‌ها مشاهده می‌شود این است که با نزدیک‌تر شدن دو مود به هم، پارامترهای مودال با دقت خوبی تخمین زده نمی‌شوند که از میان این پارامترها، معمولاً بیشترین خطا مربوط به ضرایب دمپینگ و زوایای فاز مودها است [۵].

همچنین بسیاری از روش‌های مودال ذکر شده نسبت به محدوده فرکانسی انتخاب شده در اطراف دو مود نزدیک به هم، حساس می‌باشند که از میان این روش‌ها، روش GRFP وابستگی بیشتری به محدوده فرکانسی انتخابی دارد. نکته مهم دیگر در روش‌های آنالیز مودال کلاسیک، نوع تحریک سازه است. در این روش‌ها، سازه باید طوری تحریک شود که همه مودهای نزدیک به هم مورد نظر تحریک شوند، تا به کمک روش‌های موجود، مودها قابل شناسایی باشند [۵]. در واقع به دلیل اینکه تخمین پارامترهای مودال در همه روش‌های مودال کلاسیک بر مبنای FRF انجام می‌شود، باید محل تحریک و اندازه‌گیری پاسخ به گونه‌ای باشد که در FRF مربوط به آن هر دو مود نزدیک به هم وجود داشته باشند. اما پیدا کردن محل مناسب برای تحریک و اندازه‌گیری پاسخ با مشکلاتی روبرو است زیرا در اکثر موارد، سازه‌های مورد بررسی دارای پیچیدگی‌های بسیاری می‌باشند که ایجاد مدل اجزای محدود آنها برای ارزیابی اولیه از سازه دشوار یا غیر ممکن است و این مهم‌ترین مشکلی است که در همه روش‌های مودال کلاسیک وجود دارد. بنابراین وجود چنین مشکلاتی در روش‌های مودال کلاسیک در شناسایی مودهای نزدیک به هم باعث می‌شود به

مربوط به مودهای نزدیک به هم با مشکلاتی مواجه می‌شوند [۲،۱]، بنابراین روشی که قابلیت جداسازی مودهای نزدیک به هم را داشته باشد، نسبت به روش‌های دیگر ترجیح داده می‌شود. روش‌های برازش دایره‌ای<sup>۱</sup>، معکوس<sup>۲</sup> [۴،۳] و بندنت<sup>۳</sup> [۵] روش‌هایی هستند که می‌توانند برای شناسایی مودهای نزدیک به هم استفاده شوند. در روش‌های برازش دایره‌ای و معکوس معمولاً تخمین پارامترهای مودال مودهای نزدیک به هم، بخصوص زاویه فاز شکل مود با خطا همراه است، به همین دلیل روش‌هایی برای تصحیح زوایای فاز شکل مود در مراجع [۶،۳] ارائه شده‌اند. روش بندنت در واقع بهبود یافته روش معکوس است ولی تفاوت آن با روش معکوس این است که تأثیر مانده‌ها را نیز در نظر می‌گیرد و این امر باعث بهبود نتایج بدست آمده می‌شود. از روش‌های دیگری که برای شناسایی مودهای نزدیک به هم استفاده می‌شوند، می‌توان به روش‌های چند جمله‌ای کسری حسابی<sup>۴</sup> [۷]، چند جمله‌ای کسری حسابی کلی<sup>۵</sup>، یکپارچه<sup>۶</sup> [۸،۵] و طیفی<sup>۷</sup> [۹] اشاره کرد. اجرای روش RFP به تغییر محدوده فرکانسی، در اطراف دو مود نزدیک به هم وابسته است. همچنین نتایج حاصل از این روش به پارامترهایی که در برنامه کامپیوتری آن دخالت دارد مانند تعداد نقاط انتخاب شده، درجه چندجمله‌ای الگوریتم و غیره بستگی دارد. روش GRFP در واقع بسط روش RFP است. اما نسبت به روش RFP وابستگی بیشتری به محدوده فرکانسی انتخاب شده برای آنالیز دارد. این موضوع باعث می‌شود، روش GRFP در شناسایی مودهای نزدیک به هم در مقایسه با روش RFP قابلیت کمتری داشته باشد [۵]. روش یک‌پارچه در آنالیز مجموعه‌ای از توابع پاسخ فرکانسی<sup>۸</sup> قدرت بیشتری نسبت به روش‌های ذکر شده دارد و نتایج حاصل از آن بهتر از روش GRFP می‌باشد. مزیت اصلی روش یکپارچه، توانایی آن در کار با مجموعه‌ای از داده‌ها است که پارامترهای کلی آن (فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ) میان چندین FRF تغییر می‌کند. همچنین حساسیت این روش نسبت به انتخاب

1. Circle-Fitting
2. Inverse
3. Bendent
4. Rational Fraction Polynomial (RFP)
5. Global Rational Fraction Polynomial (GRFP)
6. Global
7. Spectral
8. Frequency Response Function (FRF)

محیطی و آزمایش مودال کلاسیک به ترتیب با روش زیر فضای اتفاقی و روش یک پارچه آنالیز و نتایج آنها با یکدیگر مقایسه شده‌اند. نتایج حاصل، قابلیت آنالیز مودال محیطی را در تشخیص و جداسازی مودهای نزدیک به هم نشان می‌دهد.

## ۲- تئوری روش زیرفضای اتفاقی - کواریانس

در این روش، کواریانس بین پاسخ‌های زمانی در ماتریسی به نام ماتریس بلوکی تئوپلیتز<sup>۷</sup> (رابطه (۱)) جمع‌آوری می‌شود [۲۴].

$$T_{||i} = \begin{bmatrix} R_i & R_{i-1} & \dots & R_1 \\ R_{i+1} & R_i & \dots & R_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{2i-1} & R_{2i-2} & \dots & R_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

که  $R_i$  کواریانس پاسخ‌ها می‌باشد و از رابطه (۲) محاسبه می‌شود [۲۴].

$$R_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} y_{k+i} y_k^T \quad (2)$$

که  $N$  تعداد نمونه برداری،  $y_k$  بردار خروجی سیستم در زمان  $k$ ام، بالانویس  $T$  نماد ترانپوز<sup>۸</sup> و  $i$  تأخیر زمانی ایجاد شده است.

تجزیه مقادیر تکین یک ابزار معتبر عددی برای تخمین مرتبه یک ماتریس است. این ابزار برای ماتریس بلوکی تئوپلیتز در رابطه (۳) به کار گرفته می‌شود [۲۴].

$$T_{||i} = USV^T \quad (3)$$

که ماتریس‌های  $U$  و  $V$  ماتریس‌های متعامد هستند و  $S$  یک ماتریس قطری است که شامل مقادیر ویژه مثبت می‌باشد.

با استفاده از تجزیه مقادیر تکین<sup>۹</sup> ماتریس تئوپلیتز، ماتریس مشاهده‌پذیری مبسوط<sup>۱۰</sup>، ماتریس کنترل‌پذیری اتفاقی مبسوط برگردان<sup>۱۱</sup> و ماتریس سیستم از روابط (۴)، (۵) و (۶) محاسبه می‌شوند.

$$O = US^{1/2}T \quad (4)$$

$$C = O(1 : l, :) \quad (5)$$

در رابطه (۵) ماتریس  $C$  معادل با  $l$  سطر ابتدایی ماتریس

دنبال روشی باشیم که این مشکلات را کاهش دهد یا آنها را برطرف کند. آنالیز مودال محیطی، یکی از روش‌های جدید و توانمندی است که می‌تواند مشکلات فوق را برطرف نماید [۱۱،۱۰]. زیرا در روش‌های آنالیز مودال محیطی<sup>۱</sup> تخمین پارامترهای مودال بر اساس پاسخ بدست آمده از سازه انجام می‌شود [۱۲] و به محل تحریک و نوع تحریک وابسته نیست. همچنین تحریک در روش‌های آنالیز مودال محیطی به صورت محیطی می‌باشد [۱۴،۱۳]. روش‌های تجزیه فرکانسی<sup>۲</sup> [۱۵] و تجزیه فرکانسی بهبود یافته<sup>۳</sup> [۱۶] از روش‌های OMA می‌باشند که توسط برینکر در سال ۲۰۰۰ ارائه شده و مزیت‌های فراوانی نسبت به روش‌های حوزه فرکانس کلاسیک مانند انتخاب قله<sup>۴</sup> دارد [۱۸،۱۷]. روش شناسایی غیرمستقیم مرتبه دوم<sup>۵</sup>، روش دیگری برای آنالیز مودال محیطی در حضور مودهای نزدیک به هم می‌باشد [۲۰،۱۹]. در مرجع [۲۱] نیز توجه خاصی به سازه‌های دارای مودهای فضایی نزدیک به هم شده است. OMA علاوه بر برطرف نمودن مشکل تحریک، توانایی تشخیص و جداسازی مودهای نزدیک به هم را نیز دارد و در شناسایی مودهای نزدیک به هم بسیار بهتر از روش‌های مودال کلاسیک عمل می‌کند [۲۲].

تاکنون روش‌های OMA در تعیین پارامترهای مودال مودهای نزدیک به هم به طور دقیق آنالیز نشده‌اند و توانایی این روش‌ها در شناسایی مودهای نزدیک به هم، در مقایسه با روش‌های مودال کلاسیک در شرایط مختلف ارزیابی نشده است. بنابراین در این مقاله یکی از روش‌های OMA به نام زیر فضای اتفاقی بر مبنای کواریانس<sup>۶</sup> برای شناسایی مودهای نزدیک به هم بکار گرفته شده است [۲۳]. به منظور بررسی دقت پارامترهای مودال بدست آمده از این روش، شبیه‌سازی‌ها بر روی یک ورق فولادی انجام شده است. در این شبیه‌سازی اثر شرایط مختلف مانند نویز، میزان نزدیکی فرکانس‌های دو مود و بالا بودن دمپینگ سیستم بررسی شده است. همچنین به منظور بررسی تجربی، یک رینگ چرخ خودروی پژوی ۴۰۵ آزمایش شده است. داده‌های بدست آمده از آزمایش مودال

1. Operational Modal Analysis (OMA)
2. Frequency Domain Decomposition (FDD)
3. Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD)
4. Peak Picking (PP)
5. Second Order Blind Identification (SOBI)
6. Stochastic Subspace Identification – Covariance Driven (SSI-COV)

7. Toeplitz

8. Transpose

9. Singular Value Decomposition (SVD)

10. Extended observability matrix

11. Reversed extended stochastic controllability matrix

ورق به کمک روش اجزاء محدود مدل شده است. ابعاد ورق مورد بررسی، مطابق شکل ۱ می‌باشد.

مدل اجزاء محدود ورق دارای ۲۵ گره و ۱۶ المان است که هر المان دارای سه درجه آزادی است. با برهم نهی ماتریس‌های جرم و سختی هر المان، ماتریس جرم و سختی کل ورق بدست آمده است [۲۶].

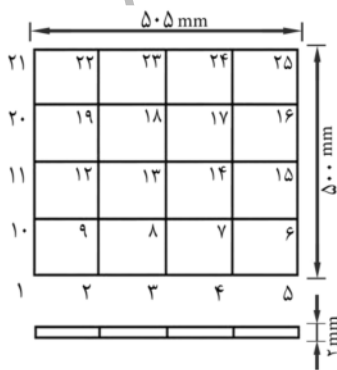
با محاسبه مقادیر و بردارهای ویژه ماتریس مشخصه سیستم، فرکانس‌های طبیعی (جدول ۱) و شکل مودهای ورق محاسبه شده‌اند. در این بررسی شش مود اول الاستیک مطالعه شده است، شایان ذکر است که سه مود اول، مودهای صلب می‌باشند که در اینجا بررسی نشدند. ضریب دمپینگ در نظر گرفته شده برای ورق به صورت ویسکوز متناسب می‌باشد و مقادیر آن در جدول ۱ آمده است.

### ۳-۲- آنالیز مودال کلاسیک ورق

در این بخش ماتریس تابع پاسخ فرکانسی ورق ( $\alpha$ ) با استفاده از ماتریس جرم کل ( $M$ ) و سختی کل ( $K$ ) که در بخش ۱-۳ بدست آمد، از رابطه (۱۲) محاسبه شده است.

$$[\alpha] = ([K] - \omega^2 [M])^{-1} \quad (12)$$

هر یک از درایه‌های ماتریس  $\alpha$  نشان‌دهنده یکی از پاسخ‌های فرکانسی ورق است. اگر تمام FRFهای ورق مطابق شکل ۲ رسم شوند، بررسی دقیق مودهای نزدیک به هم نشان می‌دهد که در برخی FRFها تنها یکی از دو مود نزدیک به هم وجود دارند. به عبارت دیگر در آنالیز مودال کلاسیک با تحریک در یک نقطه دلخواه و اندازه‌گیری پاسخ، نمی‌توان از حضور هر دو مود نزدیک به هم در FRF مربوطه، اطمینان حاصل کرد.



شکل ۱ مدل اجزای محدود ورق تحت بررسی

O است و I تعداد کانال‌های اندازه‌گیری است.

$$A = O (1: I(i-1), :)^+ O (I+1: Ii, :) \quad (6)$$

ماتریس A بیانگر ماتریس سیستم و بالا نویس<sup>+</sup> نشان دهنده شبه معکوس می‌باشد. در رابطه (۶) عبارت  $O(1: I(i-1), :)$ ، I سطر انتهایی و عبارت  $O(I+1: Ii, :)$  سطر ابتدایی ماتریس مشاهده پذیری را حذف می‌کند. با محاسبه مقادیر و بردارهای ویژه ماتریس سیستم (رابطه (۷))، پارامترهای مودال سیستم محاسبه می‌شوند (روابط (۸) تا (۱۱)) [۲۵].

$$A = \Psi[\mu]\Psi^{-1} \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{\ln(\mu)}{\Delta T} \quad (8)$$

$$\omega = |\lambda| \quad (9)$$

$$\zeta = \frac{\text{Re}(\lambda)}{|\lambda|} \quad (10)$$

$$\Phi = C\Psi \quad (11)$$

که  $\Delta T$  دوره نمونه‌برداری،  $\lambda$  فرکانس مختلط،  $\omega$  فرکانس طبیعی،  $\zeta$  ضریب دمپینگ و  $\Phi$  شکل مود می‌باشد.

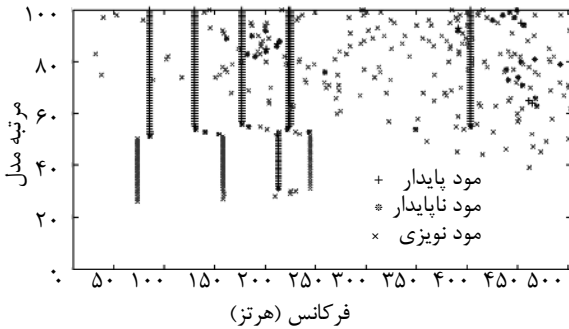
### ۳- شبیه‌سازی

برای بررسی اثر شرایط مختلف در شناسایی مودهای نزدیک به هم، از مدل اجزای محدود یک ورق استفاده شده است. این مدل دارای ۲۵ گره و ۷۵ درجه آزادی است. به منظور شبیه‌سازی ابتدا ورق تحت آنالیز مودال قرار گرفته و توابع پاسخ فرکانسی آن بدست آمده‌اند. سپس به منظور تحلیل مودال محیطی، ورق، تحت تحریک اتفاقی در تمام درجات آزادی قرار گرفته است و پاسخ آن فقط در درجات آزادی جابجایی اندازه‌گیری شده است و روش SSI-COV (بخش ۲) بر روی سیگنال پاسخ اجرا شده و فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ و شکل مودها بدست آمده‌اند. پارامترهایی که در اینجا بررسی شده‌اند شامل اثر نویز، بالا بودن دمپینگ سیستم و کاهش فاصله فرکانسی دو مود نزدیک به هم است که نتایج مربوط به اثر این پارامترها در شناسایی مودهای نزدیک به هم در ادامه آمده است.

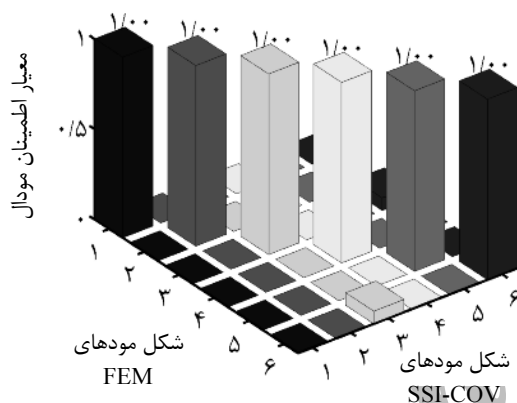
### ۳-۱- مدل اجزاء محدود ورق

برای در اختیار داشتن سازه‌ای با مودهای نزدیک به هم، یک

شکل ۴ نشان می‌دهد که شکل مودهای حاصل از روش‌های SSI-COV و FEM با یکدیگر تطابق دارند، زیرا عناصر روی قطر اصلی ماتریس MAC برابر یک می‌باشد که نشان دهنده همبستگی کامل بین شکل مودها است.



شکل ۳ نمودار پایداری



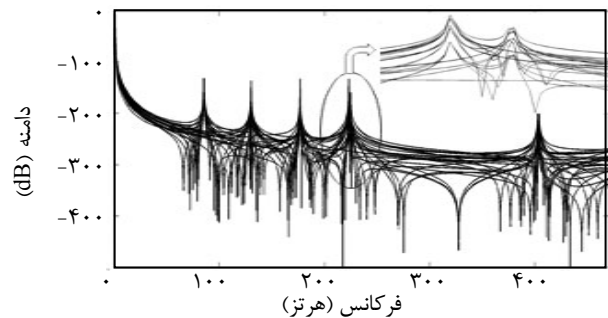
شکل ۴ مقایسه شکل مودهای دو روش SSI-COV و FEM

**جدول ۱** فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ شش مود اول الاستیک حاصل از دو روش SSI-COV و FEM

شماره مود	فرکانس طبیعی		ضرایب دمپینگ طبیعی
	SSI-COV (%)	FEM (%)	
۱	۸۵/۵۴	۸۵/۵۴	۰/۱۰۰۰
۲	۱۳۰/۲۵	۱۳۰/۲۵	۰/۲۹۹۹
۳	۱۷۶/۷۹	۱۷۶/۷۹	۰/۴۹۹۹
۴	۲۲۳/۱۸	۲۲۳/۱۸	۰/۶۹۹۹
۵	۲۲۴/۹۷	۲۲۴/۹۷	۰/۸۹۹۹
۶	۴۰۳/۳۳	۴۰۳/۳۳	۱/۱۰۰۰

### ۳-۴- بررسی اثر نویز

در کاربردهای عملی، حضور نویز در داده‌های اندازه‌گیری شده



شکل ۲ توابع پاسخ فرکانسی در اطراف مودهای نزدیک به هم ورق (روش اجزای محدود)

به عبارت دیگر با تحریک در یک نقطه، ممکن است تنها یکی از مودهای نزدیک به هم تحریک شود و بنابراین پارامترهای مودال مود تحریک نشده قابل استخراج نمی‌باشد. این مسأله یکی از مشکلات اساسی آنالیز مودال کلاسیک در شناسایی مودهای نزدیک به هم است [۱۳]، بنابراین برای شناسایی مودهای نزدیک به هم با استفاده از آنالیز مودال کلاسیک، محل تحریک و پاسخ سازه باید طوری انتخاب شوند که در FRFهای اندازه‌گیری شده هر دو مود نزدیک هم، موجود باشند.

### ۳-۳- آنالیز مودال محیطی ورق

به منظور شبیه‌سازی آنالیز ارتعاش محیطی، ابتدا ورق در محیط شبیه‌سازی تحت تحریک اتفاقی قرار گرفته و پاسخ آن فقط در درجات آزادی جابجایی اندازه‌گیری شده است [۲۷]. در فرایند اندازه‌گیری پاسخ، دوره نمونه‌برداری ۰/۳۵ میلی‌ثانیه و تعداد نمونه‌ها ۲<sup>۱۵</sup> در نظر گرفته شده است. سپس با استفاده از روش SSI-COV، ماتریس سیستم محاسبه شده و از نتایج حاصل از تجزیه مقادیر ویژه ماتریس سیستم، قطب‌های سیستم بدست آمده است. در ادامه با توجه به معیارهای تشخیص قطب‌های پایدار، نویزی و ناپایدار، نمودار پایداری ترسیم شده است (شکل ۳) [۲۴]. بر اساس معیار انتخاب مرتبه مدل بهینه [۲۸]، پارامترهای مودال از نمودار پایداری محاسبه و با نتایج روش اجزای محدود مقایسه شده‌اند (جدول ۱). همچنین برای مقایسه شکل مودهای حاصل، از معیار اطمینان مودال<sup>۱</sup> استفاده شده است [۱۷].

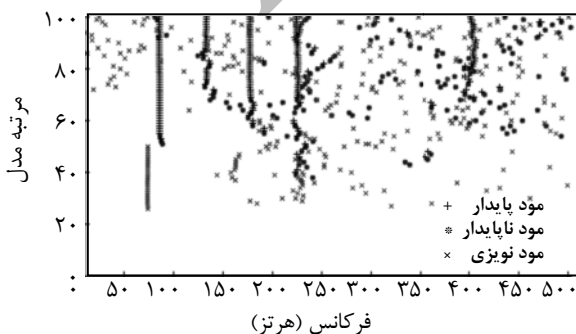
1. Modal Assurance Criterion (MAC)

زمانی که میزان نویز به ۵٪ افزایش می‌یابد برخی از مودها، دیگر قابل شناسایی نمی‌باشند زیرا در دیاگرام پایداری که برای نویز ۵٪ در شکل ۷ ترسیم شده است فرکانس مربوط به این مودها ظاهر نشده‌اند تا بتوان از روی آن بقیه پارامترهای مودال مربوط به این مودها را شناسایی کرد.

به منظور بررسی شکل مودهای اندازه‌گیری شده در حضور نویز از معیار MAC استفاده شده است (شکل ۸). این شکل نشان می‌دهد که با افزایش نویز تا ۴٪ شکل مودها با دقت خوبی تخمین زده می‌شوند. ولی زمانی که میزان نویز سیگنال ۴٪ می‌شود (شکل ۸-ت) عناصر روی قطر ماتریس MAC کاهش و در نتیجه خطای شکل مودهای تخمین زده شده افزایش می‌یابد.

### ۳-۵- بررسی اثر نزدیک شدن دو مود به یکدیگر

با نزدیک شدن فرکانس‌های طبیعی دو مود نزدیک به هم به یکدیگر، دخالت بیشتری بین مودها به وجود می‌آید. معمولاً از میان دو مود نزدیک به هم یک مود دخالت بیشتری در مود دیگر دارد و همین امر باعث می‌شود که شناسایی مود دارای دخالت بیشتر آسان تر از مود دیگر انجام شود. به این ترتیب در اغلب روش‌های مودال با نزدیک‌تر شدن دو مود و در نتیجه افزایش میزان دخالت آنها در یکدیگر پارامترهای مودال مربوط به آنها با خطای بیشتری بدست خواهد آمد [۵]. بنابراین یکی از معیارهای دیگری که در ارزیابی روش‌های شناسایی مودهای نزدیک به هم مهم می‌باشد، کارایی روش هنگام نزدیک شدن دو مود به یکدیگر است.

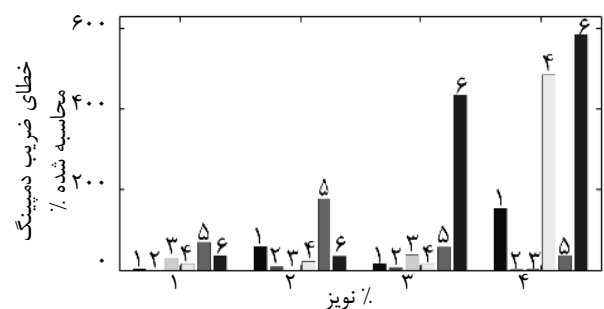


شکل ۷ دیاگرام پایداری با اضافه شدن ۵٪ نویز به سیگنال خروجی

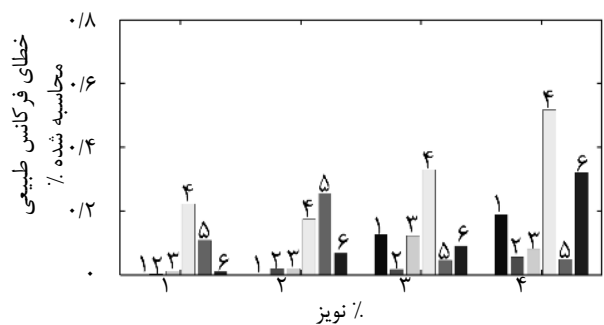
غیرقابل اجتناب است. بنابراین برای ارزیابی روش SSI-COV در شناسایی مودهای نزدیک به هم، رفتار آن در حضور نویز بررسی شده است. به این منظور، نویز اتفاقی به صورت درصدی از سیگنال خروجی به آن اضافه و پارامترهای مودال از روش SSI-COV محاسبه شده‌اند. سپس خطای مربوط به ضرایب دمپینگ و فرکانس‌های طبیعی در مقایسه با FEM محاسبه و در شکل‌های ۵ و ۶ نشان داده شده‌اند (لازم به ذکر است که در شکل‌های ۵ و ۶ شماره مود متناظر بالای هر ستون درج شده است).

نتایج این بخش نشان می‌دهد که ضرایب دمپینگ حساسیت زیادی نسبت به نویز دارند. همچنین نتایج نشان می‌دهد که اگر نویز موجود در سیگنال خروجی بیش از یک درصد باشد، ضرایب دمپینگ حاصل از دقت مناسبی برخوردار نخواهند بود (شکل ۵).

همان طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود فرکانس طبیعی حساسیت کمی نسبت به نویز دارد به طوری که با افزایش نویز تا ۴٪ همچنان نتایج از دقت بالایی برخوردارند.



شکل ۵ تأثیر افزایش نویز در خطای ضرایب دمپینگ بدست آمده در مقایسه با FEM



شکل ۶ تأثیر افزایش نویز در خطای فرکانس‌های طبیعی بدست آمده در مقایسه با FEM

در این بخش نزدیک شدن فرکانس‌های مربوط به دو مود نزدیک به هم، با افزایش تقارن ورق در محیط شبیه‌سازی (یعنی کاستن اختلاف طول و عرض ورق) انجام شده است و رابطه (۱۳) به عنوان شاخصی برای بررسی میزان نزدیکی دو مود در نظر گرفته شده است [۲۰]:

$$\mu_n = \frac{\omega_n \zeta_n}{\omega_n - \omega_{n-1}} \quad (13)$$

که  $\omega_n$  فرکانس طبیعی و  $\zeta_n$  ضریب دمپینگ مربوط به  $n$  امین مود است.

بر اساس رابطه (۱۳) با افزایش تقارن ورق، اختلاف فرکانسی دو مود نزدیک به هم کم شده و شاخص  $\mu$  افزایش می‌یابد. در ورق مورد بررسی در این مقاله، مقادیر  $\mu_5$  برای حالت‌های مختلفی از میزان نزدیکی فرکانس دو مود نزدیک به هم (مودهای چهارم و پنجم) در جدول ۲ ارائه شده است.

در این بخش اثر افزایش  $\mu_5$  با در نظر گرفتن ضریب دمپینگ ۱٪ برای دو مود نزدیک به هم بررسی شده است و فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ و شکل مودها در حالت بدون نویز از روش SSI-COV محاسبه شده‌اند. جدول‌های ۲ و ۳ دقت نتایج بدست آمده را در مقایسه با FEM نشان می‌دهند. شکل ۹ نیز دقت شکل مودهای حاصل را با استفاده از معیار MAC نشان می‌دهد.

جدول ۲ مقایسه فرکانس‌های طبیعی (هرتز) مودهای نزدیک به هم

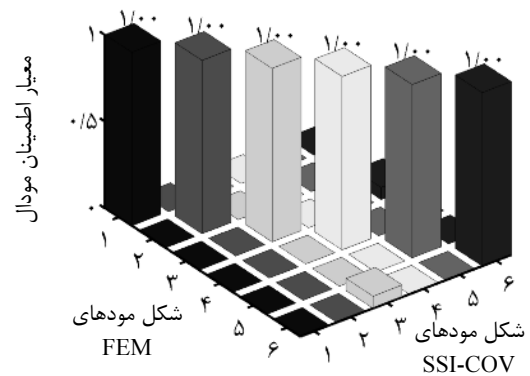
به ازای مقادیر مختلف  $\mu_5$

$\mu_5$	مود چهارم FEM	مود پنجم FEM	مود چهارم SSI-COV	مود پنجم SSI-COV
۰/۳۲۲۵	۲۲۱/۲۱	۲۱۴/۳۵	۲۲۱/۲۱	۲۱۴/۳۳
۰/۶۳۳۷	۲۲۳/۶۹	۲۲۰/۱۶	۲۲۳/۶۷	۲۲۰/۱۶
۶/۲۳۶۷	۲۲۵/۶۶	۲۲۶/۰۲	۲۲۲/۶۴	۲۲۶/۰۳
۱۲/۴۶۰۲	۲۲۵/۹۷	۲۲۶/۱۵	۲۲۵/۹۸	۲۲۶/۱۲

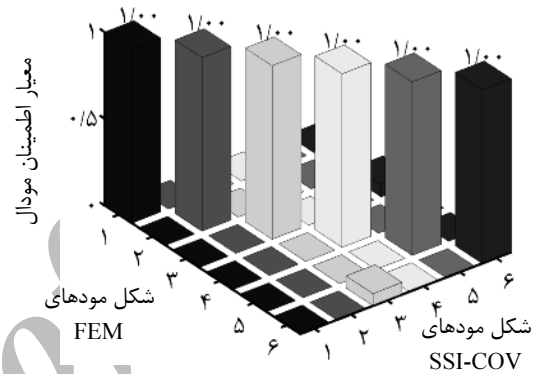
جدول ۳ مقایسه ضرایب دمپینگ (٪) مودهای نزدیک به هم به ازای

مقادیر مختلف  $\mu_5$

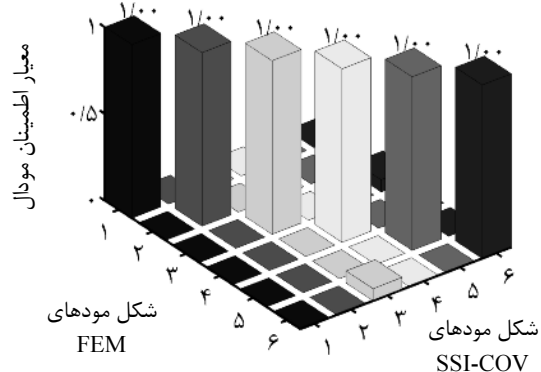
$\mu_5$	مود چهارم FEM	مود پنجم FEM	مود چهارم SSI-COV	مود پنجم SSI-COV
۰/۳۲۲۵	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۹۸	۰/۹۷
۰/۶۳۳۷	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۹۹	۱/۰۲
۶/۲۳۶۷	۱/۰۰	۱/۰۰	۱/۰۱	۰/۹۹
۱۲/۴۶۰۲	۱/۰۰	۱/۰۰	۰/۹۹	۱/۰۰



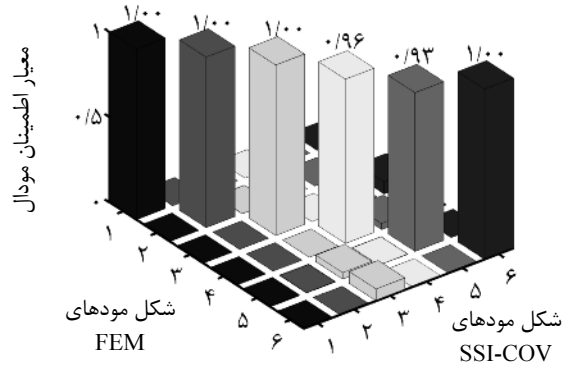
الف- معیار MAC با اضافه شدن ۱٪ نویز به سیگنال خروجی



ب- معیار MAC با اضافه شدن ۲٪ نویز به سیگنال خروجی



پ- معیار MAC با اضافه شدن ۳٪ نویز به سیگنال خروجی



ت- معیار MAC با اضافه شدن ۴٪ نویز به سیگنال خروجی

شکل ۸ معیار MAC با اضافه شدن نویز

نتایج بدست آمده از بررسی‌های انجام شده در این بخش نشان می‌دهد که با افزایش  $\mu_s$ ، فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ و شکل مودها از دقت خوبی برخوردارند. بنابراین روش SSI-COV برای حالت‌هایی که فاصله فرکانسی دو مود نزدیک به هم بسیار ناچیز است، نتایج دقیقی را ارائه می‌دهد.

### ۳-۶- بررسی اثر بالا بودن دمپینگ سیستم

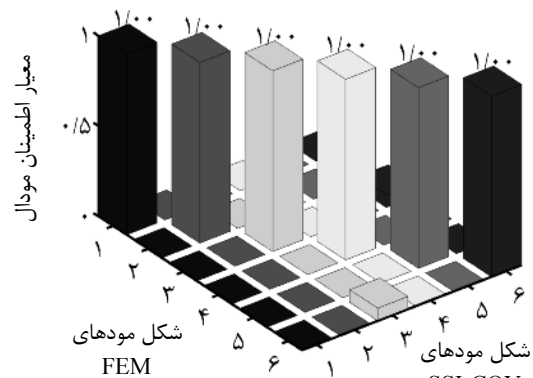
اغلب روش‌های مودال کلاسیک که تاکنون برای شناسایی مودهای نزدیک به هم معرفی شده‌اند، حساسیت زیادی به بالا بودن دمپینگ سیستم دارند. به طوری که برای سیستم‌های با دمپینگ بالا، پارامترهای مودال با دقت مناسبی محاسبه نمی‌شوند. مخصوصاً زمانی که فاصله فرکانسی دو مود نزدیک به هم، کم باشد، تخمین دقیق پارامترهای مودال دشوار می‌شود [۵]. بنابراین یکی از معیارهایی که در ارزیابی روش‌های شناسایی مودهای نزدیک به هم می‌تواند حائز اهمیت باشد، میزان دقت پارامترهای مودال بدست آمده، برای سیستمی با مودهای نزدیک به هم و دمپینگ بالا است.

در این بخش به منظور بررسی دقیق اثر بالا بودن دمپینگ سیستم، حالتی که فاصله فرکانسی دو مود نزدیک، بسیار کم است ( $\mu_s = 6/2367$ )، انتخاب شده است و با در نظر گرفتن ضرایب دمپینگ ۰.۵٪، ۱.۰٪ و ۱.۵٪ برای همه مودها در مدل اجزای محدود، پارامترهای مودال از روش SSI-COV محاسبه و با نتایج FEM مقایسه شده‌اند (جدول ۴). همچنین به منظور بررسی شکل مودهای بدست آمده از معیار MAC استفاده شده است (شکل ۱۰).

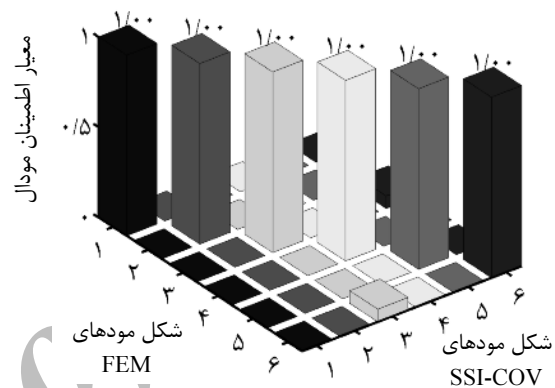
شکل ۱۰ نشان می‌دهد که شکل مودهای متناظر با مودهای بسیار نزدیک به هم برای سیستمی با دمپینگ ۰.۵٪ همچنان از دقت خوبی برخوردارند.

### جدول ۴ خطای فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ بدست

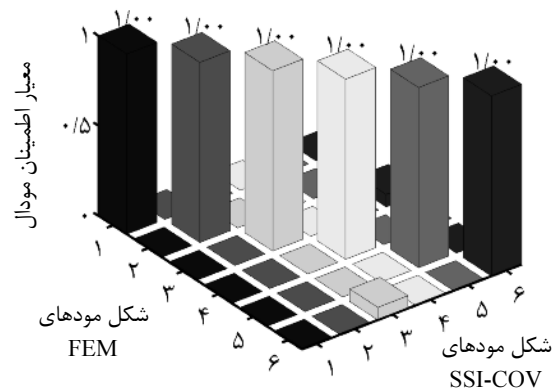
درصد خطای فرکانس طبیعی		درصد خطای ضرایب دمپینگ		ضریب دمپینگ (%)
مود چهارم	مود پنجم	مود چهارم	مود پنجم	
۰.۰۲۲۷	۰.۰۲۳۳	۰.۳۳۴۹	۰.۳۲۲۴	۵
۰.۱۳۴۶	۰.۱۴۷۷	۲/۴۱۲۴	۲/۴۱۴۴	۱۰
۰.۲۸۰۲	۰.۳۴۰۲	۴/۱۸۸۹	۴/۲۹۲۸	۱۵



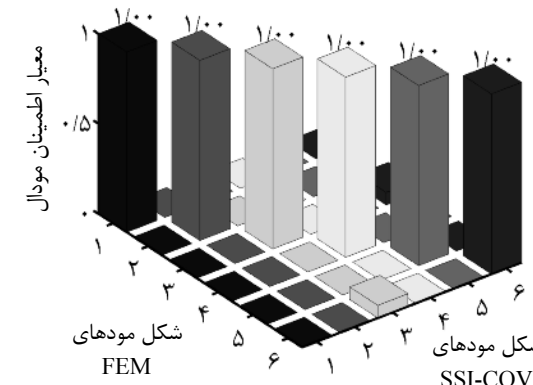
الف- معیار MAC برای حالت  $\mu_s = 0.3225$



ب- معیار MAC برای حالت  $\mu_s = 0.6337$



پ- معیار MAC برای حالت  $\mu_s = 6.2367$



ت- معیار MAC برای حالت  $\mu_s = 12.4602$

شکل ۹ معیار MAC برای حالت‌های مختلفی از نزدیکی مودها



شکل ۱۰ نشان می‌دهد که شکل مودهای متناظر با مودهای بسیار نزدیک به هم برای سیستمی با دمپینگ ۵٪ همچنان از دقت خوبی برخوردارند. بنابراین با استفاده از روش SSI-COV حتی اگر ضرایب دمپینگ دو مود نزدیک به هم ۵٪ باشند پارامترهای مودال مودهای نزدیک با دقت مناسبی محاسبه می‌شود. در صورتی که در روش‌های مودال کلاسیک این امکان وجود ندارد.

#### ۴- آزمایش

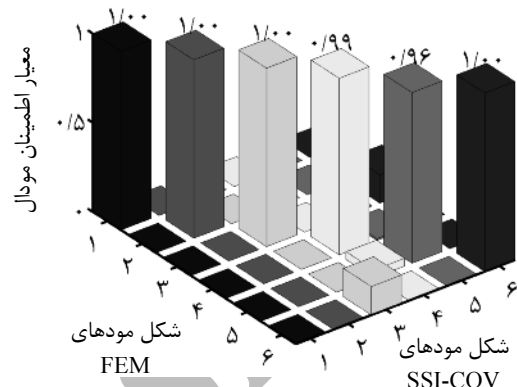
برای ارزیابی روش در شناسایی مودهای نزدیک به هم، یک رینگ چرخ خودرو پژوی ۴۰۵ تحت آزمایش قرار گرفته است. رینگ به دلیل داشتن تقارن، دارای مودهای نزدیک به هم متعددی است. به منظور شناسایی پارامترهای مودال رینگ، دو نوع آزمایش بر روی آن انجام شده است. آزمایش اول، آزمایش مودال محیطی و آزمایش دوم، آزمایش مودال کلاسیک می‌باشد. داده‌های بدست آمده از آزمایش مودال محیطی و آزمایش مودال کلاسیک به ترتیب با روش SSI و روش یک پارچه آنالیز شده‌اند. در ادامه شرایط و نتایج حاصل از آزمایش‌ها به تفصیل آمده است و با مقایسه نتایج حاصل، توانایی OMA در شناسایی مودهای نزدیک به هم ارزیابی شده است.

#### ۴-۱- آزمایش مودال محیطی

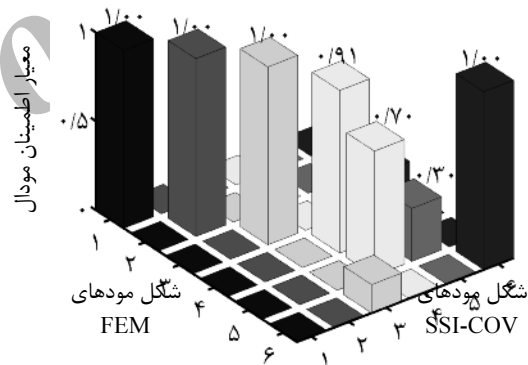
به منظور انجام آزمایش مودال محیطی و استخراج پارامترهای مودال رینگ، سازه به کمک کش‌های نرمی آویزان شده است. با استفاده از یک چکش، سازه با ضربات دلخواهی در نقاط مختلف تحریک شده و پاسخ رینگ توسط ۱۶ شتاب سنج نوع DJB/A120V اندازه‌گیری شده است (شکل ۱۱).

سیگنال شتاب توسط شتاب‌سنج‌ها اندازه‌گیری شده و با استفاده از نرم‌افزار پالس آنالیز شده است [۲۹]. به منظور آنالیز سیگنال پاسخ، از روش SSI استفاده شده است [۲۴]. در این روش با تجزیه مقادیر ویژه ماتریس سیستم، قطب‌های سیستم بدست آمده و با توجه به معیارهای مطرح شده در مرجع [۲۴] از یکدیگر متمایز شده‌اند. سپس با انتخاب مرتبه مدل بهینه [۲۸]، فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ (جداول ۶ و ۷) و شکل مودهای آزمایش مودال محیطی اول بدست آمده است.

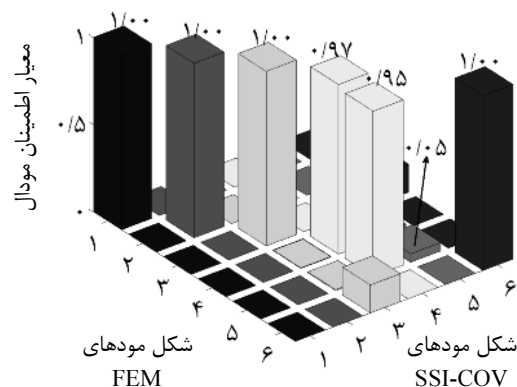
بنابراین با استفاده از روش SSI-COV حتی اگر ضرایب دمپینگ دو مود نزدیک به هم ۵٪ باشند پارامترهای مودال مودهای نزدیک با دقت مناسبی محاسبه می‌شود. در صورتی که در روش‌های مودال کلاسیک این امکان وجود ندارد.



الف- معیار MAC با افزایش مقدار دمپینگ به ۵٪

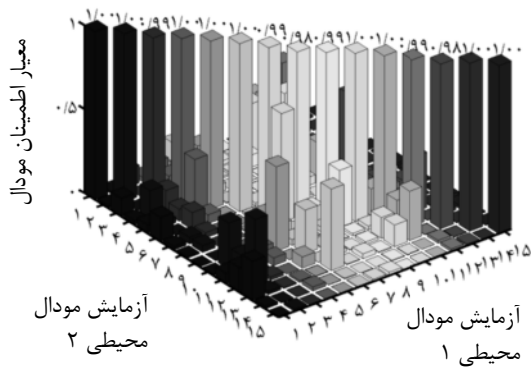


ب- معیار MAC با افزایش مقدار دمپینگ به ۱۰٪



پ- معیار MAC با افزایش مقدار دمپینگ به ۱۵٪

شکل ۱۰ معیار MAC با افزایش مقدار دمپینگ



شکل ۱۲ مقایسه شکل مودهای آزمایش‌های مودال محیطی ۱ و ۲ به کمک معیار MAC

نیرو و شتاب‌های اندازه‌گیری شده به منظور بدست آوردن توابع پاسخ فرکانسی (شکل ۱۳-الف) توسط نرم‌افزار پالس تحت آنالیز قرار گرفته است. (در شکل ۱۳-الف واحد پاسخ فرکانس بدست آمده  $\text{dB.N}/(\text{m/s}^2)$  می‌باشد). در این آنالیز تعداد خطوط فرکانسی  $6400$  و بازه فرکانسی  $1/6$  کیلوهرتز می‌باشد. با اطمینان یافتن از دقت آزمایش توسط توابع وابستگی (شکل ۱۳-ب)، توابع پاسخ فرکانسی به منظور تخمین پارامترهای مودال سازه، به بخش مودنت<sup>۱</sup> نرم‌افزار ایکتس<sup>۲</sup> [۳۱] منتقل شده‌اند. در این بخش به منظور آنالیز FRFهای بدست آمده از آزمایش مودال کلاسیک از روش یک‌پارچه استفاده شده است زیرا با توجه به توضیحات ارائه شده در بخش ۱ روش یک‌پارچه در آنالیز مجموعه‌ای از FRFها توانایی بیشتری نسبت به سایر روش‌های مودال کلاسیک مطرح شده دارد و حساسیت آن نسبت به محدوده فرکانسی انتخاب شده در مقایسه با روش‌های مودال کلاسیک دیگر کمتر است. پس از انجام آنالیز، فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ (جدول ۷) و شکل مودهای سازه بدست آمده‌اند.

همان‌طور که جدول ۷ نشان می‌دهد، فقط ۹ مود سازه در بازه  $0-1/6$  کیلوهرتز شناسایی شده است و این در حالی است که سازه در این بازه دارای ۱۵ مود است (جدول ۶). البته در روش‌های مودال کلاسیک که مودها بر مبنای FRF شناسایی می‌شوند، ممکن است در برخی FRFها، همه مودها ظاهر نشوند (شکل ۳). به همین دلیل تعداد مودهای شناسایی شده از آزمایش مودال کلاسیک با آزمایش مودال محیطی مطابقت ندارد.



شکل ۱۱ رینگ چرخ خودرو پژوی ۴۰۵ در آزمایش OMA

به منظور اطمینان یافتن از صحت مودهای بدست آمده از آزمایش اول، آزمایش مودال محیطی چندین بار تکرار شده است و در هر مرحله، پارامترهای مودال به روش SSI محاسبه شده‌اند. فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ بدست آمده از همه آزمایش‌ها به همراه خطای مربوط به هر مود در جداول ۵ و ۶ ارائه شده‌اند. در این جداول Std./mean معیاری است که میزان خطای مربوط به هر مود را نشان می‌دهد [۳۰].

به منظور مقایسه شکل مودها، از معیار MAC استفاده شده است و شکل مودهای آزمایش ۱ با شکل مودهای آزمایش ۳ به عنوان نمونه مقایسه شده است (شکل ۱۲). نتایج حاصل از تکرار آزمایش‌های مودال محیطی نشان می‌دهد که مودهای بدست آمده از آزمایش مودال محیطی از دقت مناسبی برخوردارند.

#### ۴-۲- آزمایش مودال کلاسیک

به منظور مقایسه تجربی روش مودال کلاسیک با روش مودال محیطی در تشخیص مودهای نزدیک به هم، آزمایش مودال کلاسیک بر روی رینگ با ۱۶ شتاب سنج انجام شده است. نحوه آماده‌سازی رینگ برای انجام آزمایش مودال کلاسیک مانند آزمایش مودال محیطی می‌باشد. در آزمایش مودال کلاسیک، رینگ به کمک یک چکش نوع BK8202 با آمپلی فایر ۲۶۴۷A در یک نقطه تحت تحریک قرار گرفته است و پاسخ رینگ توسط ۱۶ شتاب‌سنج نوع DJB/A120V در ۱۶ نقطه اندازه‌گیری شده است (شکل ۱۱).

1. Modent  
2. ICATS

به منظور شناسایی موده‌های متناظر آنالیز مودال کلاسیک و ۱ و آزمایش مودال کلاسیک ۱ به کمک معیار MAC با محیطی، شکل موده‌های بدست آمده از آزمایش مودال محیطی یکدیگر مقایسه شده‌اند (شکل ۱۴).

جدول ۵ فرکانس‌های طبیعی بدست آمده از آزمایش‌های مودال محیطی

شماره مود	فرکانس طبیعی (هرتز)	فرکانس طبیعی (هرتز)	فرکانس طبیعی (هرتز)	فرکانس طبیعی (هرتز)	فرکانس طبیعی (هرتز)	فرکانس طبیعی (هرتز)	فرکانس طبیعی (هرتز)	Std./mean (%)
۱	۲۲۷/۷۹	۲۲۷/۷۵	۲۲۷/۷۴	۲۲۷/۷۴	۲۲۷/۷۴	۲۲۷/۷۴	۲۲۷/۷۵	۰/۰۰۹
۲	۲۳۰/۲۳	۲۳۰/۲۴	۲۳۰/۲۶	۲۳۰/۲۶	۲۳۰/۲۶	۲۳۰/۲۶	۲۳۰/۲۴	۰/۰۰۶
۳	۶۲۳/۶۲	۶۲۲/۵۹	۶۱۹/۱۱	۶۱۹/۱۱	۶۱۹/۱۱	۶۱۹/۱۱	۶۲۲/۵۹	۰/۳۸۸
۴	۶۴۱/۲۸	۶۴۱/۲۹	۶۴۱/۲۹	۶۴۱/۲۹	۶۴۱/۲۹	۶۴۱/۲۹	۶۴۱/۲۹	۰/۰۱۱
۵	۱۰۰۱/۶۹	۱۰۰۱/۵۱	۱۰۰۰/۲۷	۱۰۰۰/۲۷	۱۰۰۰/۲۷	۱۰۰۰/۲۷	۱۰۰۱/۵۱	۰/۰۶۰
۶	۱۰۲۳/۹۰	۱۰۲۳/۹۶	۱۰۲۳/۲۰	۱۰۲۳/۲۰	۱۰۲۳/۲۰	۱۰۲۳/۲۰	۱۰۲۳/۹۶	۰/۰۹۵
۷	۱۲۱۰/۶۳	۱۲۱۱/۱۴	۱۲۱۲/۸۳	۱۲۱۲/۸۳	۱۲۱۲/۸۳	۱۲۱۲/۸۳	۱۲۱۱/۱۴	۰/۱۰۳
۸	۱۲۱۳/۷۳	۱۲۱۲/۰۲	۱۲۱۵/۱۷	۱۲۱۵/۱۷	۱۲۱۴/۸۹	۱۲۱۴/۸۹	۱۲۱۲/۰۲	۰/۱۰۹
۹	۱۲۱۹/۸۷	۱۲۲۲/۲۴	۱۲۲۱/۰۵	۱۲۲۱/۰۵	۱۲۲۴/۳۳	۱۲۲۴/۳۳	۱۲۲۲/۲۴	۰/۱۳۵
۱۰	۱۳۰۷/۵۷	۱۳۰۸/۱۴	۱۳۰۶/۶۹	۱۳۰۶/۶۹	۱۳۰۷/۷۰	۱۳۰۷/۷۰	۱۳۰۸/۱۴	۰/۰۵۰
۱۱	۱۳۵۹/۵۶	۱۳۵۹/۶۲	۱۳۶۴/۳۱	۱۳۶۴/۳۱	۱۳۶۵/۵۸	۱۳۶۵/۵۸	۱۳۵۹/۶۲	۰/۲۳۱
۱۲	۱۳۷۰/۷۲	۱۳۶۹/۶۸	۱۳۶۹/۸۴	۱۳۶۹/۸۴	۱۳۶۹/۳۹	۱۳۶۹/۳۹	۱۳۶۹/۶۸	۰/۰۳۶
۱۳	۱۳۷۵/۹۱	۱۳۷۶/۹۲	۱۳۷۴/۶۳	۱۳۷۴/۶۳	۱۳۷۳/۸۶	۱۳۷۳/۸۶	۱۳۷۶/۹۲	۰/۰۹۱
۱۴	۱۴۸۵/۵۳	۱۴۸۵/۴۹	۱۴۸۸/۶۸	۱۴۸۸/۶۸	۱۴۸۸/۵۱	۱۴۸۸/۵۱	۱۴۸۵/۴۹	۰/۱۰۴
۱۵	۱۴۹۰/۶۸	۱۴۹۰/۸۳	۱۴۹۰/۸۷	۱۴۹۰/۸۷	۱۴۹۰/۸۷	۱۴۹۰/۸۷	۱۴۹۰/۸۳	۰/۰۱۱

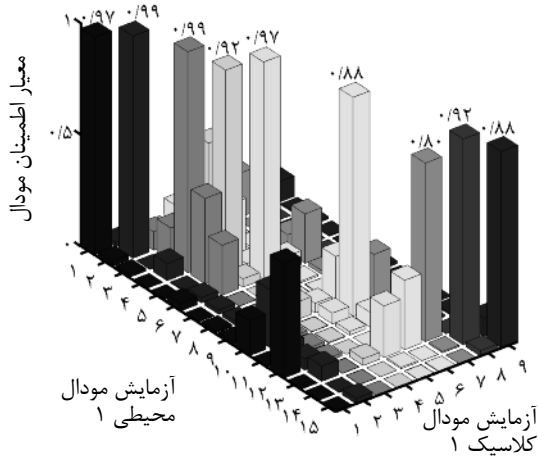
مقدار متوسط Std./mean = ۰/۰۹۶ %

جدول ۶ ضرایب دمپینگ بدست آمده از آزمایش‌های مودال محیطی

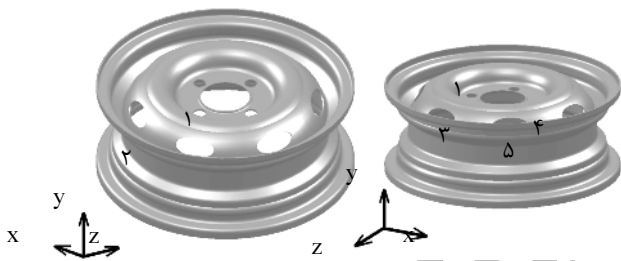
شماره مود	ضریب دمپینگ (هرتز)	ضریب دمپینگ (هرتز)	ضریب دمپینگ (هرتز)	ضریب دمپینگ (هرتز)	ضریب دمپینگ (هرتز)	ضریب دمپینگ (هرتز)	ضریب دمپینگ (هرتز)	Std./mean (%)
۱	۰/۲۴۶۰	۰/۲۵۱۴	۰/۲۳۱۷	۰/۲۴۶۴	۰/۲۴۶۱	۰/۲۴۶۱	۰/۲۴۶۰	۳/۰۲۵
۲	۰/۲۳۲۸	۰/۲۳۰۸	۰/۱۸۸۲	۰/۲۲۰۸	۰/۲۲۱۵	۰/۲۲۱۵	۰/۲۳۲۸	۸/۲۰۱
۳	۳/۹۳۳۳	۳/۹۵۵۱	۳/۹۳۱۲	۴/۰۰۸۱	۳/۹۰۱۸	۳/۹۰۱۸	۳/۹۳۳۳	۱/۰۰۳
۴	۰/۴۵۵۱	۰/۴۴۸۴	۰/۴۷۳۴	۰/۴۷۲۵	۰/۴۶۰۷	۰/۴۶۰۷	۰/۴۵۵۱	۲/۳۵۴
۵	۱/۳۵۳۸	۱/۳۳۹۲	۱/۳۰۱۱	۱/۲۱۷۴	۱/۲۹۹۴	۱/۲۹۹۴	۱/۳۵۳۸	۴/۰۷۰
۶	۱/۴۸۵۷	۱/۵۰۱۵	۱/۴۷۰۷	۱/۴۴۲۶	۱/۴۵۳۷	۱/۴۵۳۷	۱/۴۸۵۷	۱/۶۱۳
۷	۰/۹۹۰۷	۱/۰۲۴۲	۱/۰۱۳۸	۱/۰۲۸۵	۱/۰۷۶۰	۱/۰۷۶۰	۰/۹۹۰۷	۳/۰۴۳
۸	۱/۵۰۸۸	۱/۴۷۶۷	۱/۴۴۲۷	۱/۳۷۰۲	۱/۳۶۹۲	۱/۳۶۹۲	۱/۵۰۸۸	۴/۳۸۱
۹	۲/۷۴۱۹	۲/۸۹۵۱	۳/۳۰۹۰	۳/۱۶۲۶	۳/۰۱۶۹	۳/۰۱۶۹	۲/۷۴۱۹	۷/۳۳۰
۱۰	۱/۸۳۲۰	۱/۸۳۹۴	۱/۶۳۲۹	۱/۷۷۲۱	۱/۷۱۴۵	۱/۷۱۴۵	۱/۸۳۲۰	۴/۹۱۴
۱۱	۲/۵۴۹۲	۲/۵۲۱۲	۲/۴۰۱۴	۲/۵۵۹۲	۲/۶۱۷۴	۲/۶۱۷۴	۲/۵۴۹۲	۳/۱۵۵
۱۲	۱/۲۰۹۲	۱/۲۷۴۶	۱/۱۰۵۹	۱/۱۴۳۴	۱/۲۰۶۹	۱/۲۰۶۹	۱/۲۰۹۲	۵/۴۹۲
۱۳	۱/۹۳۱۷	۱/۶۸۶۸	۲/۰۸۰۸	۱/۹۵۵۰	۱/۸۰۰۵	۱/۸۰۰۵	۱/۹۳۱۷	۸/۰۰۵
۱۴	۰/۸۹۳۳	۰/۸۸۷۸	۰/۸۸۵۲	۰/۸۸۸۲	۰/۸۷۷۹	۰/۸۷۷۹	۰/۸۹۳۳	۰/۶۳۴
۱۵	۰/۶۲۳۴	۰/۶۲۷۵	۰/۶۴۱۲	۰/۶۳۰۴	۰/۶۲۶۵	۰/۶۲۶۵	۰/۶۲۳۴	۱/۰۸۸

مقدار متوسط Std./mean = ۳/۸۸۷ %

مودال محیطی و مودال کلاسیک شناسایی شده‌اند (جدول‌های ۸ و ۹).



شکل ۱۴ MAC بین شکل مودهای حاصل از آزمایش مودال کلاسیک ۱ و آزمایش مودال محیطی ۱



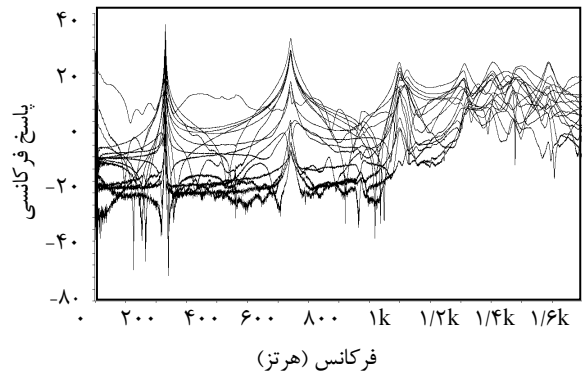
شکل ۱۵ محل تحریک در آزمایش‌های مودال کلاسیک مختلف

### ۳-۴- مقایسه نتایج بدست آمده از آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی

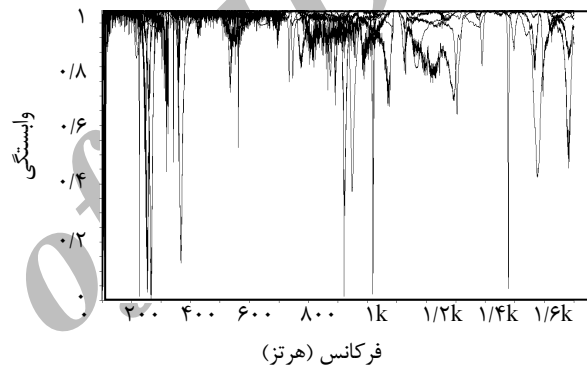
در این قسمت نتایج یکی از آزمایش‌های مودال کلاسیک به دلخواه با نتایج آزمایش مودال محیطی ۱ مقایسه شده است. فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ بدست آمده از این دو آزمایش در جدول ۱۰ مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. همچنین به منظور مقایسه شکل مودهای حاصل از آزمایش مودال کلاسیک ۱ و آزمایش مودال محیطی ۱ از معیار MAC استفاده شده است (شکل ۱۴).

جدول ۷ فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ بدست آمده از آزمایش مودال کلاسیک ۱

۱۴۹/۰/۰۴	۱۴۸۶/۳۵	۱۳۸۱/۴۷	۱۳۰۶/۸۲	۱۰۲۰/۷۸	۱۳۰۶/۸۲	۱۰۲۰/۷۸	۹۹۷/۷۹	۶۴۱/۱۰	۲۲۹/۹۹	۲۲۷/۴۵	فرکانس طبیعی (هرتز)
۰/۶۲۵	۰/۷۹۰	۱/۱۱۰	۱/۵۳۰	۱/۱۶۵	۱/۵۳۰	۱/۱۶۵	۱/۵۶۴	۰/۴۷۵	۰/۲۸۰	۰/۳۰۰	ضریب دمپینگ (%)



شکل ۱۳- الف توابع پاسخ فرکانسی (H1) بدست آمده از آزمایش مودال کلاسیک



شکل ۱۳- ب توابع وابستگی<sup>۱</sup> بدست آمده از آزمایش مودال کلاسیک

به منظور دستیابی به همه ۱۵ مود سازه در بازه ۰-۱/۶ کیلوهرتز، آزمایش مودال کلاسیک چندین بار تکرار شده است. در هر آزمایش محل تحریک سازه تغییر کرده است. محل تحریک رینگ در آزمایش‌های مودال کلاسیک ۱ تا ۵ با شماره‌های ۱ تا ۵ در شکل ۱۵ نشان داده شده است. در هر آزمایش، توابع پاسخ فرکانسی محاسبه و آنالیز شده‌اند و فرکانس‌های طبیعی، ضرایب دمپینگ و شکل مودهای حاصل از هر آزمایش بدست آمده‌اند. براساس معیار MAC (مشابه شکل ۱۴)، شکل مود هر آزمایش با شکل مود آزمایش مودال محیطی مقایسه شده است و مودهای متناظر آزمایش‌های

**جدول ۸** فرکانس‌های طبیعی (هرتز) بدست آمده از آزمایش‌های مودال کلاسیک

شماره مود	آزمایش ۱	آزمایش ۲	آزمایش ۳	آزمایش ۴	آزمایش ۵
۱	۲۲۷/۴۵	۲۲۷/۸۴	۲۲۷/۷۱	۲۲۷/۷۱	۲۲۷/۷۰
۲	۲۲۹/۹۹	۲۳۰/۳۱	۲۳۰/۱۳	۲۳۰/۰۰	۲۳۰/۰۸
۳	-	-	-	-	-
۴	۶۴۱/۱۰	۶۴۰/۹۹	۶۴۱/۳۱	۶۴۰/۹۸	۶۴۴/۸۸
۵	۹۹۷/۷۹	۹۹۷/۵۰	۹۹۷/۱۹	-	۹۸۹/۲۰
۶	۱۰۲۰/۷۸	۱۰۲۲/۹۷	۱۰۲۴/۶۲	۱۰۲۱/۰۶	-
۷	-	۱۲۱۲/۱۳	-	۱۲۱۱/۹۱	۱۲۱۳/۹۲
۸	-	-	-	-	-
۹	-	-	-	-	-
۱۰	۱۳۰۶/۸۲	-	۱۳۱۰/۳۶	-	۱۳۰۶/۲۶
۱۱	-	۱۳۵۶/۶۸	-	-	-
۱۲	-	۱۳۶۹/۴۹	-	۱۳۷۰/۳۰	۱۳۶۰/۳۹
۱۳	۱۳۸۱/۴۷	-	-	-	۱۳۸۱/۳۴
۱۴	۱۴۸۶/۳۵	-	-	-	۱۴۸۷/۶۷
۱۵	۱۴۹۰/۰۴	۱۴۸۹/۱۲	۱۴۸۸/۸۴	۱۴۸۹/۲۲	-

**جدول ۹** ضرایب دمپینگ (%) بدست آمده از آزمایش‌های مودال کلاسیک

شماره مود	آزمایش ۱	آزمایش ۲	آزمایش ۳	آزمایش ۴	آزمایش ۵
۱	۰/۳۰۰	۰/۲۷۳	۰/۲۹۴	۰/۲۰۳	۰/۲۱۵
۲	۰/۲۸۰	۰/۲۰۵	۰/۲۵۱	۰/۲۱۰	۰/۲۴۸
۳	-	-	-	-	-
۴	۰/۴۸۵	۰/۴۵۲	۰/۳۵۷	۰/۶۲۱	۰/۳۸۶
۵	۱/۵۶۴	۰/۹۸۳	۱/۴۵۱	-	-
۶	۱/۱۶۵	۱/۵۶۷	۱/۲۹۷	۱/۶۵۵	-
۷	-	۱/۲۵۰	-	۰/۹۸۵	-
۸	-	-	-	-	۱/۵۸۷
۹	-	-	-	-	-
۱۰	۱/۵۳۰	-	۱/۴۷۵	-	۱/۹۱۵
۱۱	-	۱/۹۵۵	-	-	-
۱۲	-	۱/۲۵۳	-	۱/۰۲۵	۰/۸۹۸
۱۳	۱/۵۱۰	-	-	-	-
۱۴	۰/۷۹۰	-	-	-	۰/۷۸۰
۱۵	۰/۶۲۵	۰/۵۷۳	۰/۶۲۵	۰/۶۵۰	۰/۶۶۱

**جدول ۱۰** فرکانس‌های طبیعی (هرتز) و ضرایب دمپینگ (%) بدست آمده از آزمایش مودال کلاسیک ۱ و آزمایش مودال محیطی ۱

شماره مود	فرکانس طبیعی آزمایش مودال کلاسیک ۱	فرکانس طبیعی آزمایش مودال محیطی ۱	درصد خطای فرکانس طبیعی	ضریب دمپینگ آزمایش مودال کلاسیک ۱	ضریب دمپینگ آزمایش مودال محیطی ۱	درصد خطای ضریب دمپینگ
۱	۲۲۷/۴۶	۲۲۷/۷۵	۰/۱۲۸۲	۰/۳۰۰	۰/۲۴۶	۱۷/۸۷
۲	۲۳۰/۰۰	۲۳۰/۲۴	۰/۱۰۵۴	۰/۲۸۰	۰/۲۲۱	۲۱/۱۴
۳	-	۶۲۲/۵۹	-	-	۴/۰۰۸	-
۴	۶۴۱/۱۰	۶۴۱/۲۹	۰/۰۲۸۷	۰/۴۸۵	۰/۴۷۳	۲/۵۸
۵	۹۹۷/۷۹	۱۰۰۱/۵۱	۰/۳۷۳۶	۱/۵۶۴	۱/۲۱۷	۲۲/۱۶
۶	۱۰۲۰/۷۸	۱۰۲۳/۹۶	۰/۳۱۰۹	۱/۱۶۵	۱/۴۴۳	۲۳/۸۳
۷	-	۱۲۱۱/۱۴	-	-	۱/۰۲۹	-
۸	-	۱۲۱۲/۰۲	-	-	۱/۳۷۰	-
۹	-	۱۲۲۲/۲۴	-	-	۳/۱۶۳	-
۱۰	۱۳۰۶/۸۲	۱۳۰۸/۱۴	۰/۱۰۰۸	۱/۵۳۰	۱/۷۷۲	۱۵/۸۲
۱۱	-	۱۳۵۹/۶۲	-	-	۳/۵۵۹	-
۱۲	-	۱۳۶۹/۶۸	-	-	۱/۱۴۳	-
۱۳	۱۳۸۱/۴۷	۱۳۷۶/۹۲	۰/۳۳۳۰	۱/۵۱۰	۱/۹۵۵	۲۹/۴۷
۱۴	۱۴۸۶/۳۵	۱۴۸۵/۴۹	۰/۰۵۸۴	۰/۷۹۰	۰/۸۸۸	۱۲/۴۳
۱۵	۱۴۹۰/۰۴	۱۴۹۰/۴۸	۰/۰۲۹۱	۰/۶۴۵	۰/۶۳۰	۲/۲۶

میانگین خطای فرکانس طبیعی = ۱/۱۶۳۱ %

میانگین خطای ضریب دمپینگ = ۱۶/۳۹ %

همان طور که در بخش ۳-۲ شرح داده شد در آزمایش مودال کلاسیک انتخاب نقطه تحریک اهمیت زیادی دارد، مخصوصاً در مواردی که سازه دارای مودهای نزدیک به هم است. زیرا در

برخی از FRFهای بدست آمده فقط یکی از دو مود نزدیک به هم حضور دارند، که نتایج آزمایش‌های مودال کلاسیک نیز چنین مسئله‌ای را نشان می‌دهند. به طوری که طبق نتایج ارائه

به منظور بررسی تجربی، از رینگ چرخ خودروی پژوی ۴۰۵ استفاده شده است زیرا به دلیل تقارن، دارای مودهای نزدیک به هم می‌باشد. از آنجا که هدف از انجام آزمایش صرفاً تخمین پارامترهای مودال سازه‌ای با مودهای نزدیک به هم، می‌باشد، رینگ تحت شرایط واقعی خود آزمایش نشده است و به صورت آزاد-آزاد تحت آزمایش قرار گرفته است. برای معلق کردن سازه، از کش‌های نرم استفاده شده است که دارای سختی کمی می‌باشند و در نتیجه فرکانس مودهای صلب سازه افزایش چندانی نداشته و در نتایج آزمایش نیز ظاهر نشده‌اند.

نتایج تجربی حاصل از آزمایش مودال کلاسیک و آزمایش مودال محیطی رینگ، نشان می‌دهد که آزمایش مودال کلاسیک، با این که چندین بار انجام شده است و هر بار نقطه جدیدی تحت تحریک قرار گرفته است قادر به شناسایی همه مودهای نزدیک به هم نمی‌باشد. در حالی که با انجام یک بار آزمایش مودال محیطی، همه مودها در محدوده مورد نظر شناسایی شده‌اند و پارامترهای مودال مربوط به این مودها با دقت خوبی تخمین زده شده‌اند. همچنین نتایج حاصل از تکرار آزمایش مودال محیطی، نشان‌دهنده دقت مناسب پارامترهای مودال تقریب زده شده می‌باشد.

#### ۶- تشکر و قدردانی

این تحقیق تحت حمایت دفتر استعدادهای درخشان دانشگاه سمنان می‌باشد.

#### ۷- مراجع

- [1] McNeill S. I., Zimmerman D. C., "A Framework for Blind Modal Identification Using Joint Approximate Diagonalization", *Mechanical Systems and Signal Processing*, No. 22, 2008, pp. 1526-1548.
- [2] Zhou W., Chelidze D., "Blind Source Separation Based Vibration Mode Identification", *Mechanical Systems and Signal Processing*, No. 21, 2007, pp. 3072-3087.
- [3] Silva J. M. M., Maia, N. M. M. "Single Mode Identification Techniques for Use with Small Micro Computers", *Journal of Sound & Vibration*, No. 124, 1988, pp. 13-26.
- [4] Avitabile P., "101 Ways to Extract Modal Parameters- Which One Is for Me?", *Experimental Techniques*, Vol. 30, Issue. 5, 2006, pp. 48-56.

شده در جداول ۸ و ۹ بیشترین تعداد مود بدست آمده از آزمایش‌های مودال کلاسیک ۹ مود می‌باشد در صورتی که تعداد مودهای سازه در بازه  $0-1/6$  کیلوهرتز، ۱۵ مود می‌باشد (جداول ۵ و ۶). این موضوع نشان می‌دهد که تعدادی از مودهای نزدیک به هم، در آزمایش مودال کلاسیک شناسایی نشده‌اند در صورتی که در آزمایش مودال محیطی فقط با انجام یک آزمایش همه مودها بدست آمده‌اند.

#### ۵- بحث و نتیجه گیری

آزمایش مودال ابزار شناخته شده‌ای برای آنالیز دینامیکی سازه‌های مختلف می‌باشد. از آنجا که بسیاری از سازه‌های واقعی دارای اجزای متعدد و پیچیدگی‌های زیادی می‌باشند، بنابراین سازه، مودهای نزدیک به هم متعددی خواهد داشت و بررسی روش‌هایی که توانایی شناسایی دقیق مودهای نزدیک به هم را دارند از اهمیت زیادی برخوردار است. در این مقاله یکی از روش‌های آنالیز مودال محیطی به نام SSI-COV برای شناسایی مودهای نزدیک به هم بکار گرفته شده است و دقت پارامترهای مودال حاصل از این روش تحت عوامل مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی یک ورق فلزی، نشان می‌دهد که برای اکثر حالات بررسی شده بیشترین خطای تخمین فرکانس‌های طبیعی و ضرایب دمپینگ، مربوط به مودهای نزدیک به هم می‌باشد.

نتایج حاصل در مقایسه با روش‌های مودال کلاسیک که در تحقیقات دیگر محققان نیز ارائه شده است، نشان می‌دهد که روش SSI-COV نتایج بهتری در موارد عملی و در حضور نویز، بدست می‌دهد و قابلیت شناسایی مودهای نزدیک به هم را حتی در مواردی که فرکانس دو مود بسیار نزدیکند، دارا می‌باشد. همچنین روش SSI-COV شناسایی مودهای نزدیک به هم را در حالتی که مودهای به شدت نزدیک، دارای ضرایب دمپینگ بالا می‌باشند، با دقت مناسبی انجام می‌دهد در صورتیکه شناسایی این مودها از روش‌های مودال کلاسیک دشوار یا غیر ممکن است. بنابراین روش SSI-COV در شرایط مختلف بررسی شده در این مقاله، نتایج بهتری نسبت به روش‌های مودال کلاسیک بدست می‌دهد و می‌تواند به عنوان یک روش مناسب برای شناسایی مودهای نزدیک به هم مورد استفاده قرار بگیرد.

- [20] Rainieri C., Fabbrocino G., "Performance Assessment of Selected OMA Techniques for Dynamic Identification of Geometrical Systems and Closely Spaced Structural Modes", *Journal of theoretical and applied mechanics*, Vol. 49, No. 3, 2011, pp. 825-839.
- [21] Agneni A., Crema L.B., Coppotelli G., "Output-Only Analysis of Structures with Closely Spaced Poles", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, Issue. 5, 2010, pp. 1240-1249.
- [22] Magalhães F., Caetano E., Cunha Á., "Operational Modal Analysis of the Braga Sports Stadium Suspended Roof", *Proceedings of the 24th IMAC*, St. Louis, 2006.
- [23] Liu Y. C., Loh C. H., Ni Y. Q., "Stochastic Subspace Identification for Output-Only Modal Analysis: Application to Super High-Rise Tower under Abnormal Loading Condition", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 30, Issue. 3, 2011, pp. 1096-9845.
- [24] Peeters B., "System Identification and Damage Detection in Civil Engineering", PhD Thesis, Flanders, Katholieke Universiteit Leuven, 2000.
- [25] Brincker R., Andersen P., "Understanding Stochastic Subspace Identification", *Proceedings of the 24th IMAC*, St. Louis, 2006.
- [26] Liu G.R., Quek S.S., *The Finite Element Method: A Practical Course*, Butterworth-Heinemann, First Ed, England, Oxford, 2003.
- [27] Khatibi M.M., Ashory M.R., Malekjafarian A., Brincker R., "Mass-Stiffness Change Method for Scaling of Operational Mode Shapes", *Mechanical Systems and Signal Processing*, No. 26, 2011, pp. 34-59.
- [28] Aibinu A.M., Rahman N, A., Salami M.J.E., Shafie A.A., "Optimal Model Order Selection for Transient Error Autoregressive Moving Average MRI Reconstruction Method", *Proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology*, No. 42, 2008, pp. 161-165.
- [29] PULSE, Version 8.0, Brüel & Kjær, Sound & Vibration Measurement A/S. 1996-2003.
- [30] López-Aenlle M., Fernández P., Brincker R., Fernández-Canteli A., "Scaling-Factor Estimation Using an Optimized Mass-Change Strategy", *Mechanical Systems and Signal Processing*, No. 24, 2010, pp. 3061-3074.
- [31] Modent, Integrated Software for Structural Dynamics, ICATS, Imperial College of Science, Technology and Medicine, University of London, UK, 1988-2000.
- [5] Maia N. M. M., *Extraction of Valid Modal Properties from Measured Data in Structural Vibrations*, PhD Thesis, London, Imperial College of Science & Technology, 1988.
- [6] Maia N. M. M., *Interference Criteria in Modal Identification*, MSc Thesis, Portugal, Technical University of Lisbon, 1985.
- [7] Han J., Lu X., Wang F., "Comparison of Modal Parameter Identification Algorithms Based on Shaking Table Model Test Data", *Proceedings of the SPIE*, Vol. 7375, 2008, pp. 73750K-73750K-7.
- [8] Zheng L., "Lathe Modal Parameters' Identification and Verification Based on the Global Method", *Advanced Materials Research*, Vol. 479-481, 2012, pp. 1325-1328.
- [9] Klosterman A., *On the Experimental Determination and Use of Modal Representation of Dynamic Characteristics*, PhD Thesis, Cincinnati, University of Cincinnati, 1971.
- [10] Hanson D., *Operational Modal Analysis and Model Updating with a Cyclostationary Input*, PhD thesis, Australia, The University of New South Wales, 2006.
- [11] Wenzel H., Pichler D., *Ambient Vibration Monitoring*, First Ed, New York, Wiley, 2005.
- [12] Yousaf E., *Output only Modal Analysis*, MSc Thesis, Karlskrona, Technology Karlskrona, 2007.
- [13] Zhang Y., Zhang Z., Xu X., Hua H., "Modal Parameter Identification Using Response Data Only", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 282, Issues 1-2, 2005, pp. 367-380
- [14] Reynders E., "System Identification Methods for (Operational) Modal Analysis: Review and Comparison", *Archives of Computational Methods in Engineering*, Vol. 19, Issue. 1, 2012, pp. 51-124.
- [15] Brincker R., Zhang L., Andersen P., "Modal Identification from Ambient Responses Using Frequency Domain Decomposition", *Proceedings of the 14th IMAC*, Cairns, 2000.
- [16] Brincker R., Ventura C., Andersen P., "Damping Estimation by Frequency Domain Decomposition", *Proceedings of the 14th IMAC*, Cairns, 2000.
- [17] Ewins D.J., *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, Second Ed, England, Research Studies Press LTD, 2000.
- [18] Zhang L., Brincker R., Andersen R., "An Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues", *Proceedings of the 17th IMAC*, Paris, 2005.
- [19] Poncelet F., Kerschen G., Golinval J.C., "Operational Modal Analysis using Second-Order Blind Identification", *Proceedings of the 26th IMAC*, Orlando, 2008.