



## تخمین همزمان دبی و مکان نشتی از خط لوله گاز طبیعی با استفاده از روش لونبرگ-مارکوارت

عزیز عظیمی<sup>۱\*</sup>، فاضل خلیجی<sup>۲</sup>، محسن شعبانی<sup>۳</sup>

۱- استادیار مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد اهواز، اهواز  
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دزفول، دزفول  
۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز  
\* اهواز، صندوق پستی ۱۹۱۵، aazimi@asme.org

**چکیده-** در مقاله حاضر، دبی و مکان نشتی در خط لوله گاز طبیعی با استفاده از روش آنالیز معکوس تخمین زده شده‌اند. برای این منظور، در ابتدا جریان ناپایای گاز طبیعی درون خط لوله به عنوان مسأله مستقیم با فرض دبی جرمی و مکان نشتی معلوم، شبیه‌سازی عددی شده است. معادلات حاکم بر مسأله مستقیم، معادلات اوایلر ناهمگن می‌باشند که اثر نشتی به صورت یک جمله چشمه در آن اعمال شده است. برای حل عددی این معادلات، روش تجزیه شار استیگر-وارمینگ به کار رفته است. نتایج مسأله مستقیم سازگاری خوبی با نتایج روش‌های مک-کورمک و مشخصه‌ها در بازه‌های زمانی مشخص دارد. سپس مکان و نرخ گاز نشت یافته از خط لوله با استفاده از روش تخمین پارامتر لونبرگ-مارکوارت تخمین زده شده است. این روش یک الگوریتم تکرار و بر اساس کمینه کردن مجموع مربعات خطاها می‌باشد که در این مقاله اختلاف بین فشارهای تخمینی و فشارهای اندازه‌گیری شده توسط فشارسنج (شبیه‌سازی شده بصورت عددی) به عنوان خطا در نظر گرفته شده است. نتایج آنالیز معکوس نشان می‌دهد که الگوریتم لونبرگ-مارکوارت روشی کارا و نسبتاً پایدار برای تخمین همزمان دبی جرمی و مکان نشتی در خط لوله انتقال گاز است.

**کلیدواژه‌گان:** آنالیز معکوس، لونبرگ-مارکوارت، تخمین دبی جرمی و مکان نشتی، خط لوله گاز طبیعی.

## Simultaneous estimation of flow rate and location of leakage in natural gas pipeline using Levenberg-Marquardt method

A. Azimi<sup>1\*</sup>, F. Khaliji<sup>2</sup>, M. Shabani<sup>3</sup>

1- Assis. Prof. of Mech. Eng., Ahvaz Branch, Islamic Azad Univ., Ahvaz, Iran  
2- MSc. Student of Mech. Eng., Dezfoul Branch, Islamic Azad Univ., Dezfoul, Iran  
3- MSc. Student of Mech. Eng., Shahid Chamran Univ., Ahvaz, Iran  
\* P.O. B. 1915, Ahvaz, Iran. aazimi@asme.org

**Abstract-** In this paper, mass flow rate and location of leakage in natural gas pipeline has been estimated simultaneously using inverse analysis. For doing so, at first natural gas transient flow in pipeline as direct problem has been simulated numerically. In the direct problem, it is assumed that the mass flow rate and location of leakage is definite and the governing equations, which are inhomogeneous well-known 1-D Euler equations, have been solved numerically using Steger-Warming flux splitting method. The results of the direct problem have good agreement with Mac-Cormack method and characteristics method of specified time intervals. Then the location and mass flow rate of gas leakage of pipeline have been estimated simultaneously using Levenberg-Marquardt method for parameter estimation. This method is an iterative algorithm and based on minimizing the sum of the squares of the errors which are difference between pressures computed by the direct problem and pressures measured by pressure gauges. The results of the inverse analysis demonstrate that Levenberg-Marquardt algorithm is stable and efficient enough to estimate simultaneously the mass flow rate and location of leakage in natural gas pipeline.

**Keywords:** Inverse Analysis, Levenberg-Marquardt, Mass Flow Rate and Location of Leakage Estimations, Natural Gas Pipeline.

## ۱- مقدمه

عیب اصلی خطوط لوله انتقال گاز، امکان ایجاد نشستی در آنها می‌باشد. این امر باعث ایجاد مشکلات جدی از نقطه نظر محیطی و اقتصادی می‌شود. بنابراین روش‌های زیادی برای یافتن موقعیت و میزان نشستی به منظور جلوگیری از افت و خطر بیشتر ارائه شده است. در اغلب این روش‌ها، به سنسورهای متعدد، سخت‌افزارهای گران و نیروی انسانی زیاد نیاز است. از این رو استفاده از روش‌های شبیه‌سازی عددی با کمک رایانه‌های سریع می‌تواند جایگزین مناسبی برای روش‌های پرهزینه مذکور شود.

روش‌های عددی زیادی برای یافتن دبی و مکان نشست گاز از خطوط لوله انتقال ارائه شده است. در برخی از روش‌ها، روابطی برای محاسبه شدت جریان گاز خروجی از نشستی در لوله‌های گاز براساس قوانین بقای جرم و انرژی بدست آمده است. جو و ان (۲۰۰۳) یک رابطه ساده شده را برای تخمین دبی نشستی از یک سوراخ در خط لوله گاز فشار بالا ارائه دادند. در این رابطه یک ضریب تصحیح برای در نظر گرفتن افت فشار در خط لوله به دلایل اتلاف اصطکاک دیواره و محل نشستی بدون اتلاف اصطکاک فرض شده است. نتایج نشان داد که این مدل، دبی نشستی گاز را کمی بیشتر از حالت واقعی تخمین می‌زند [۱]. لو و همکاران (۲۰۰۶) یک عبارت ساده شده را برای تخمین دبی نشستی گاز خطرناک از یک سوراخ در خطوط لوله فشار بالا پیشنهاد کردند. این عبارت شامل اندازه سوراخ، طول بی‌بعد لوله، نسبت گرمای ویژه گاز، نیروی اصطکاک و غیره می‌باشد. آنها ادعا کردند که اگر تقریب مرتبه اول برای انرژی جنبشی جریان سیال در نظر گرفته شود نسبت به وقتی که به این منظور از معادلات پیچیده تئوری استفاده می‌شود، فقط ۷ درصد انحراف در نتایج به وجود می‌آید [۲]. در برخی از روش‌ها براساس توزیع‌های فشار، نرخ جریان که از شبیه‌سازی عددی مسأله بدست می‌آید، میزان دبی و مکان نشستی تعیین شده است. امارا-شایبک و همکاران (۲۰۰۴) جریان ناپایای تراکم‌پذیر مادون صوت در یک خط لوله گاز را برای پیش‌بینی نشستی و کنترل رخدادهای سریع دینامیکی مدل‌سازی کردند. آنها براساس نمودار توزیع نرخ جریان به تعیین میزان دبی نشستی پرداختند [۳]. مینگ لیو و همکاران (۲۰۰۵) موقعیت نشستی در خطوط لوله گاز را با الگوریتم فیلتر ذره انطباقی

ردیابی کردند. این روش عملکرد خوبی برای تخمین پارامتر دارد زیرا در آن نیازی به خطی‌سازی مدل غیرخطی خط لوله گاز نیست. از مزایای این روش می‌توان به تخمین سریع و دقیق مکان و اندازه نشستی و توانایی در ردیابی نشستی‌های کوچک اشاره کرد [۴].

در ادامه، یانگ ایل کیم (۲۰۰۸) اثر نشستی‌ها را روی جریان‌های ناپایای خط لوله گاز به طور عددی و آزمایشگاهی بررسی کرد. داده‌های تجربی و نتایج شبیه‌سازی شده نشان داد که موج‌های فشاری تحت تأثیر نشستی‌ها قرار دارند به طوری که شکل موج‌های فشاری بر حسب تغییرات اندازه و موقعیت نشستی متفاوت می‌باشند. بنابراین میرایی و تغییر شکل توزیع فشار روشی بالقوه را برای یافتن بزرگی و موقعیت نشستی به وجود می‌آورد [۵]. الود و همکاران (۲۰۱۰) روشی را برای کشف مکان نشستی در یک لوله با استفاده از تحلیل ناپایای جریان‌های مخلوط گاز ارائه کردند. این روش از موج‌های فشاری ناپایایی که بر اثر بستن ناگهانی شیر قطع‌کننده پایین‌دست آغاز می‌شود، برای کشف مکان نشستی استفاده می‌کند. زیرا اگر در لوله نشستی وجود داشته‌باشد، شکل موج‌های فشاری منتهی از بستن ناگهانی شیر متفاوت می‌باشد. آنها روش مشخصه‌ها را در بازه‌های زمانی مشخص برای حل دو معادله دیفرانسیل جزئی هذلولوی غیرخطی کوپل شده به کار بردند [۶]. ابوالفضلی و مولودی (۲۰۱۲) جریان تراکم‌پذیر ناپایای یک‌بعدی با نشستی جزئی در خط لوله انتقال گاز را به صورت عددی مدل‌سازی کردند. یکی از اهداف آنها محاسبه مقدار دبی جرمی نشستی در حالت پایا بود. نتایج آنها نشان داد که تنها پارامتر مؤثر بر میزان دبی نشستی از خطوط لوله ۶۰ Psi تا ۱۰۰۰ Psi قطر سوراخ نشستی نسبت به قطر لوله می‌باشد [۷].

در همه تحقیقات فوق شرایط مرزی و اولیه، قطر سوراخ و سایر داده‌های مورد نیاز حل مسأله، معلوم است و با بدست آوردن مدل‌های عددی و یا آزمایشگاهی به کشف دبی یا مکان نشستی و یا هر دوی آنها پرداخته شده است، ولی در همه این مدل‌ها به ناچار از فرضیاتی برای ساده‌تر کردن تحلیل شرایط جریان اطراف سوراخ نشستی استفاده شده است. حالا اگر هدف در کشف دبی و مکان نشستی با در نظر گرفتن شرایط واقعی جریان سوراخ نشستی باشد، می‌توان از روش آنالیز معکوس استفاده کرد. در این روش فرض می‌شود که هیچ‌گونه اطلاعاتی

و عملیات شیر را در نظر گرفتند [۱۰]. مندل و همکاران (۲۰۱۲) یک روش جدید را مبتنی بر تئوری مجموعه ناهموار<sup>۳</sup> و ماشین بردار پشتیبانی<sup>۴</sup> (SVM) برای کشف نشتی نفت خام از خط لوله ارائه دادند. آنها برای پروراندن محاسباتی SVM، تکنیک هوش دسته زنبوران (الگوریتم زنبور عسل) را به کار بردند که در آن از رفتار جستجوی غذای هوشمند زنبورهای عسل پیروی شده است. نتایج آزمایشگاهی استفاده از روش پیشنهادی برای کشف نشتی‌ها را با دقت بالایی تأیید می‌کنند [۱۱].

ملاحظه می‌شود که در تحقیقاتی که در زمینه تخمین معکوس دبی و مکان نشتی در خط لوله صورت گرفته است، سیال مورد بررسی آب یا نفت خام بوده است. در این مقاله، مقادیر دبی و مکان نشتی در خط لوله انتقال گاز طبیعی تراکم‌پذیر و به‌طور همزمان با استفاده روش آنالیز معکوس تخمین زده شده است. برای این منظور ابتدا مسأله به طور مستقیم و با فرض معلوم بودن این پارامترها حل شده است. معادلات حاکم بر مسأله مستقیم، معادلات اوپلر ناپایای یک‌بعدی با جمله اصطکاک و با در نظر گرفتن ضریب تراکم‌پذیری گاز و به فرم بقایی می‌باشند که برای حل عددی آنها، روش تجزیه شار استیگر-وارمینگ<sup>۵</sup> استفاده شده است. سپس نرخ گاز نشتی یافته از خط لوله و موقعیت آن با روش تخمین پارامتر لونیبرگ-مارکوارت<sup>۶</sup> تخمین زده شده است. این روش یک الگوریتم معکوس تکراری و بر مبنای کمینه کردن مجموع مربعات خطاها می‌باشد. به منظور اطمینان از صحت نتایج تخمینی، ابتدا نتایج مسأله مستقیم با مقایسه با نتایج روش های مک-کورمک [۳] و مشخصه‌ها در بازه‌های زمانی مشخص [۶] معتبرسازی شده است. نتایج آنالیز معکوس نشان می‌دهد که الگوریتم لونیبرگ-مارکوارت روشی توانمند و نسبتاً پایدار در تخمین دبی و مکان نشتی از یک خط لوله گاز است.

## ۲- روش آنالیز معکوس

در این روش فرض می‌شود که دبی و مکان نشتی مجهول است و هدف در تخمین این پارامترهای مجهول با استفاده از اطلاعات بدست آمده در زمان‌های مختلف ( $i=1, \dots, I$ ) از

در مورد میزان نشتی و موقعیت آن وجود ندارد و با استفاده از داده‌های محدود اندازه‌گیری شده توسط فشارسنج‌های مستقر روی خط لوله و فقط با کمینه‌سازی خطای بین مقادیر فشارهای اندازه‌گیری شده توسط فشارسنج‌ها و فشارهای تخمین زده شده توسط آنالیز معکوس به تخمین میزان دبی و موقعیت نشتی پرداخته می‌شود.

کارهای انجام شده در زمینه تخمین معکوس دبی و مکان نشتی در خط لوله به ندرت صورت گرفته است. کاپلان و همکاران (۲۰۰۳) یک مدل ناپایای معکوس مبتنی بر روش جستجوی ترکیبی ارائه دادند. این مدل اساساً برای یافتن نشتی در شبکه‌های توزیع آب توسعه داده شد. آنها عملکرد روش لونیبرگ-مارکوارت و الگوریتم ژنتیک را آزمایش کردند و سپس یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی<sup>۱</sup> (HGA) را برای بهره‌مندی از مزایای این دو روش توسعه دادند. روش ترکیبی جدید بسیار پایدارتر از روش لونیبرگ-مارکوارت و بسیار دقیق‌تر و سریعتر از الگوریتم ژنتیک بود [۸]. ویتکوسکی و همکاران (۲۰۰۷) روش آنالیز ناپایای معکوس<sup>۲</sup> (ITA) را به منظور کشف نشتی در یک خط لوله مستقر بین دو تانک آب با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی توسعه دادند. این روش ترکیبی از آنالیز ناپایایی‌های منتهی از نشتی و ریاضیات معکوس است و ناپایایی‌ها با بستن کامل یک شیر درون خطی نزدیک به تانک مستقر در مرز ورودی لوله آغاز می‌شود. آنها به این نتیجه رسیدند که وجود ناپایایی‌های سریع که دارای اندازه کوچکی هستند باعث بهبود کارایی روش ITA می‌شوند. یکی از عیب‌های این روش این است که باید شرایط مرزی، ویژگی‌های سیستم و مدل ناپایا به طور کامل تعریف شده باشد که این امر می‌تواند در برخی مسائل به شدت بر روی کارایی آن تأثیر بگذارد [۹]. شاملو و حقیقی (۲۰۰۹) یک روش جدید کشف نشتی در خطوط لوله را بر اساس آنالیز ناپایای پس‌رو معکوس معرفی کردند. در این روش مدل‌سازی عددی آنالیز ناپایا با استفاده از روش مشخصه‌های پس‌رو انجام و یک مسأله معکوس برای کشف نشتی با استفاده از تعریف تابع هدف (معیار کمترین مربعات) اعمال شده است. آنها برای حذف نویزها و عدم قطعیت‌های نامطلوب که بر اثر مدل‌سازی شیر ایجاد می‌شوند، یک روش مستقل از نوع شیر، مدت بسته شدن

3. Rough Set Theory

4. Support Vector Machine

5. Steger-Warming

6. Levenberg-Marquardt

1. Hybrid Genetic Algorithm

2. Inverse Transient Analysis

که در آن بردار متغیر بقایی  $U$  و بردارهای شار غیرلرزش  $F$  و  $H$  عبارتند از:

$$U = \begin{bmatrix} \rho A \\ \rho u A \\ e_0 A \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} \rho u A \\ (\rho u^2 + P) A \\ (e_0 + P) u A \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\delta(x-x_L) \dot{m}_L}{dx} \\ -P \frac{dA}{dx} + \frac{1}{2} \rho C_f u |u| B(x) + \frac{\delta(x-x_L) \dot{m}_L u}{dx} \\ \frac{\delta(x-x_L) \dot{m}_L e_0}{\rho dx} - \frac{1}{2} \rho C_f |u|^3 B(x) \end{bmatrix} \quad (5)$$

معادله (۴) معادله اولر به فرم بقایی می‌باشد که به دلیل وجود چشمه‌های نشستی، اصطکاک و جمله تغییر سطح مقطع ناهمگن می‌باشد.

### ۳-۲- روش حل عددی

برای حل عددی مسأله مستقیم از روش استیگر-وارمینگ که از روش‌های اختلاف محدود یک طرفه و بر مبنای تجزیه شار و به فرم دلتا می‌باشد، استفاده شده است [۱۴]. زیرا روش‌های اختلاف محدود یک طرفه پایدارتر و عملاً عددی بهتری نسبت به روش‌های اختلاف مرکزی دارند و از طرف دیگر این روش‌ها نیاز به جملات اتلاف مصنوعی ندارند.

### ۳-۳- محاسبه گام زمانی

گام زمانی مناسب برای همگرا شدن حل عددی بر اساس عدد کورانت و معادله (۶) بدست می‌آید.

$$\Delta t = \frac{CFL(\Delta x)}{\lambda_{\max}} \quad (6)$$

در معادله (۶)، مقدار  $CFL$  بین ۰/۱ الی ۵ می‌باشد. پارامتر  $\lambda_{\max}$  را می‌توان در هر نقطه یا در تمام دامنه حل محاسبه کرد و به وسیله آن گام زمانی متغیر یا ثابت نسبت به نقاط دامنه را بدست آورد.

### ۳-۴- شرایط اولیه و مرزی

معادلات حاکم نسبت به زمان هذلولوی و طبیعت موجی دارند، از این رو حل آنها بسیار حساس است و خطاهای مرزی به سرعت در میدان جریان منتشر می‌شوند. شرایط مرزی این معادلات که از نوع اولر می‌باشند، بر اساس مقادیر ویژه

فشارسنج مستقر در یک مکان مناسب از خط لوله می‌باشد. در این راستا در ابتدا اختلاف بین فشارهای اندازه‌گیری شده و محاسبه شده به عنوان تابع هدف در نظر گرفته و سپس به کمینه‌سازی آن پرداخته می‌شود.

روش‌های مختلفی برای تعریف تابع هدف وجود دارد که یکی از متداول‌ترین آنها روش کمترین مربعات خطاها است که به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود [۱۲].

$$S(w) = \sum_{i=1}^I [P_i^m - P_i^c(w)]^2 \quad (1)$$

برای محاسبه تابع معادله (۱) باید مقادیر فشار اندازه‌گیری شده تعیین شوند. به این منظور با فرض معلوم بودن میزان دبی و مکان نشستی و سایر پارامترهای مورد نیاز، مسأله به طور عددی حل می‌شود. این شیوه حل مسأله که روش رایج حل عددی مسائل مهندسی می‌باشد، مسأله مستقیم نامیده می‌شود. از طرفی دیگر با دانستن فشارهای تخمینی و با توجه به اینکه مقدار کمیتی که توسط یک ابزار اندازه‌گیری بدست می‌آید همواره به اندازه یک مقدار اغتشاشی نسبت به مقدار واقعی انحراف دارد، فشارهای اندازه‌گیری شده توسط فشارسنج با رابطه (۲) شبیه‌سازی می‌شوند.

$$P_i^m = P_i^c \pm \alpha \times \max(P_i^c), \quad i=1, \dots, I \quad (2)$$

شرط لازم برای کمینه‌سازی تابع هدف این است که گرادیان آن نسبت به بردار پارامترهای مجهول برابر با صفر شود:

$$\frac{\partial S}{\partial w} = 0 \quad (3)$$

### ۳- مسأله مستقیم

#### ۳-۱- معادلات حاکم

جریان تراکم‌پذیر، یک‌بعدی و ناپایا درون یک خط لوله افقی دارای یک نشستی ثابت در نظر گرفته شده است. با استفاده از اصول بقای جرم، انرژی و قانون دوم نیوتن و معادله حالت گاز، معادلات حاکم بر مسأله مستقیم بدست می‌آید. فرم بقایی معادلات حاکم بر جریان ناپایای گاز طبیعی یک‌بعدی درون خطوط لوله انتقال بر اساس تحقیقات تنتیس و همکاران [۱۳] عبارت است از:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F(U)}{\partial x} + H(U) = 0 \quad (4)$$

#### 1. Conservative Form

حساسیت آن و کمیت تخمینی نسبت به پارامترهای مجهول محاسبه شود. چنین بررسی، شاخصی از بهترین موقعیت مکانی فشارسنج و معیاری برای پایداری حل معکوس را ارائه می‌دهد. در این راستا ضرایب حساسیت که در این مقاله بیانگر میزان حساسیت فشار تخمینی نسبت به تغییرات کوچک دو پارامتر مجهول دبی و مکان نشستی می‌باشند، با رابطه (۹) تعریف می‌شوند.

$$J_{ij} = \frac{P_i^c(w_j + \varepsilon w_j) - P_i^c(w_j)}{\varepsilon w_j}, \quad i=1, \dots, I, \quad j=1, 2 \quad (9)$$

ضرایب معادله (۹) ماتریس حساسیت،  $J$  را تشکیل می‌دهد که در اینجا یک ماتریس دو ستونی و عبارتست از:

$$J(w) = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1^c}{\partial w_1} & \frac{\partial P_1^c}{\partial w_2} \\ \frac{\partial P_2^c}{\partial w_1} & \frac{\partial P_2^c}{\partial w_2} \\ \vdots & \vdots \\ \frac{\partial P_I^c}{\partial w_1} & \frac{\partial P_I^c}{\partial w_2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

که در آن  $w_1$  و  $w_2$  به ترتیب بیانگر پارامترهای دبی و مکان نشستی می‌باشند. وقتی که ضرایب حساسیت کوچک است مسأله معکوس به اصطلاح بدرفتار می‌شود. این به این معنی است که مسأله معکوس به خطاهای اندازه‌گیری حساس است و نمی‌توان تخمین‌های دقیقی از پارامترها بدست آورد. بنابراین داشتن ضرایب حساسیت مستقل خطی با مقادیر مطلق بزرگ مطلوب است و پایداری آنالیز معکوس را به دنبال دارد.

با توجه به اینکه پارامترهای دبی و مکان نشستی از نقطه نظر بزرگی مرتبه با هم متفاوت می‌باشند، بنابراین مرتبه‌های بزرگی ضرایب حساسیت مربوط به آنها نیز متفاوت است. این امر باعث ایجاد مشکلاتی در مقایسه و شناسایی وابستگی خطی این ضرایب می‌شود. این مشکلات می‌تواند با استفاده از ضرایب حساسیت نسبی برطرف شود. ضرایب حساسیت نسبی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J_{w_j} = w_j \times J_{ij} \quad (11)$$

توجه شود که واحد ضرایب حساسیت نسبی از نوع واحد فشار تخمینی می‌باشد. بنابراین اکنون می‌توان ضرایب حساسیت نسبی دو پارامتر دبی و مکان نشستی را با هم مقایسه کرد زیرا هر دوی آنها واحد یکسانی دارند.

ماتریس ژاکوبین بردار شار  $F$  و مثبت یا منفی بودن آنها تعیین می‌شود. این مقادیر ویژه جهت‌های مشخصه دستگاه معادله هذلولوی و در نتیجه جهت انتشار اطلاعات را نشان می‌دهند. جریان گاز درون خطوط لوله مادون صوت می‌باشد. در این نوع جریان یک‌بعدی در ورودی لوله، دو مقدار ویژه از سه مقدار ویژه مثبت است. بنابراین دو متغیر جریان معلوم است و یک متغیر دیگر باید از درون جریان به صورت زیر برون‌یابی شود:

$$\Delta U_1 = 2 \times \Delta U_2 - \Delta U_3 \quad (7)$$

در جریان خروجی لوله، دو مقدار ویژه از سه مقدار ویژه مثبت است. بنابراین یک متغیر جریان معلوم است و دو متغیر دیگر از برون‌یابی سه نقطه‌ای زیر بدست می‌آیند:

$$\Delta U_N = 2 \times \Delta U_{N-1} - \Delta U_{N-2} \quad (8)$$

به منظور شروع حل عددی یک مسأله باید مقادیر اولیه‌ای برای خواص جریان در نظر گرفته شود. این شرایط می‌تواند به طور دلخواه انتخاب شود ولی در موارد کاربرد یک حدس اولیه مناسب نه تنها زمان محاسبات را کاهش می‌دهد بلکه باعث افزایش پایداری عددی مسأله نیز می‌شود. در این مقاله حل حالت پایا به عنوان شرایط اولیه فرض شده است.

#### ۴- مسأله معکوس

همه روش‌های معکوسی که برای کمینه‌سازی تابع هدف وجود دارند بر اساس یک روش بهینه‌سازی می‌باشند. یکی از این روش‌ها روش لونیبرگ-مارکوارت می‌باشد که یک الگوریتم تکرار برای حل مسائل کمترین مربعات غیرخطی<sup>۱</sup> تخمین پارامتر است. این روش برای حل مسائل تخمین پارامتر غیرخطی توصیه می‌شود، همچنین به خوبی برای حل مسائل خطی که بسیار بد رفتار هستند نیز به کار می‌رود [۱۵]. بنابراین در این مقاله از این روش برای تخمین پارامترهای مجهول دبی و مکان نشستی استفاده شده است.

مراحل اساسی تحلیل معکوس با روش لونیبرگ-مارکوارت شامل آنالیز حساسیت، فرآیند تکرار، معیار توقف و الگوریتم محاسباتی می‌باشد که در ادامه به آنها پرداخته می‌شود.

#### ۴-۱- آنالیز حساسیت

قبل از اینکه برای حل مسأله معکوس تلاش شود، بهتر است که

<sup>1</sup> Non-Linear Least Square

## ۴-۲- فرایند تکرار

ماتریس حساسیت تابعی غیرخطی از بردار پارامترهای مجهول می‌باشد. بنابراین برای خطی‌سازی بردار فشارهای تخمینی، به یک فرایند تکرار نیاز است. این فرایند با استفاده از خطی‌سازی با بسط سری تیلور حول حل اخیر  $w^k$  در تکرار  $k$  و به صورت زیر بدست می‌آید:

$$w^{k+1} = w^k + [(J^k)^T J^k + \mu^k \Omega^k]^{-1} (J^k)^T [P^m - P^c(w^k)] \quad (12)$$

در رابطه فوق، جمله ماتریسی  $\mu^k \Omega^k$  پارامتر میرایی می‌باشد که برای میرا کردن نوسانات و ناپایداری‌های ناشی از بدرفتاری مسأله معکوس ضرورت دارد. این پارامتر در آغاز تکرار بسیار بزرگ انتخاب می‌شود زیرا به طور کلی مسأله در ناحیه حول حدس اولیه‌ای که برای فرایند تکرار انتخاب می‌شود، بدرفتار است. این پارامتر می‌تواند کاملاً دور از پارامترهای واقعی باشد. بنابراین در آغاز تکرار، روش لونبرگ-مارکوارت به روش کاهش بیشترین شیب<sup>۱</sup> میل می‌کند که در این روش گام بسیار کوچکی در جهت گرادیان منفی برداشته می‌شود. سپس به تدریج پارامتر  $\mu^k$  با پیشروی فرایند تکرار برای حل مسأله تخمین پارامتر، کاهش می‌یابد و در نتیجه روش لونبرگ-مارکوارت به روش گوس-نیوتن<sup>۲</sup> میل می‌کند.

## ۴-۳- معیار توقف

برای اینکه معادله (۱۲) به جواب مطلوب همگرا شود، به یک معیار برای توقف فرایند تکرار روش لونبرگ-مارکوارت نیاز است. چنین معیاری از بسط خطاهای اندازه‌گیری روی حل محاسبه شده جلوگیری می‌کند و باعث می‌شود که مسأله معکوس به همراه الگوریتم تکرار به عنوان یک روش تنظیم<sup>۳</sup>، خوش‌رفتار شود. در این تحقیق از معیار توقف زیر استفاده شده است:

$$S(w^{k+1}) > \varepsilon_1 \quad (13)$$

که  $\varepsilon_1$  مقدار تلورانس انتخابی برای توقف یا همگرایی روند کمینه‌سازی است که بر اساس میزان اغتشاش فشارهای اندازه‌گیری شده با فشارسنج و توسط کاربر تعیین می‌شود. معیار فوق بررسی می‌کند که آیا همان طور که در نزدیکی حل مسأله انتظار می‌رود، تابع هدف به اندازه کافی کوچک است.

## ۴-۴- الگوریتم محاسباتی

الگوریتم محاسباتی روش لونبرگ-مارکوارت، با فرض اینکه یک حدس اولیه  $w^0$  برای بردار پارامتر مجهول  $w$  موجود و  $k=0$  و  $\mu^0 = 0.1$  باشد، به صورت زیر بیان می‌شود:

۱- در ابتدا مسأله مستقیم با فرض حدس‌های اولیه برای میزان دبی و مکان نشستی حل می‌شود تا مقادیر  $P_i^c$ ،  $i=1, \dots, I$  بدست آید.

۲- سپس  $S(w^k)$  از معادله (۱) محاسبه می‌شود.

۳- ماتریس حساسیت  $J^k$  محاسبه و سپس ماتریس قطری  $\Omega^k$  از رابطه (۱۴) بدست می‌آید.

$$\Omega^k = \text{diag}[(J^k)^T J^k] \quad (14)$$

۴- سیستم جبری معادلات خطی زیر که از فرایند تکرار معادله (۱۲) بدست می‌آید، حل می‌شود:

$$[(J^k)^T J^k + \mu^k \Omega^k] \Delta w^k = (J^k)^T [P^m - P^c(w^k)] \quad (15)$$

۵- تخمین جدید  $w^{k+1}$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$w^{k+1} = w^k + \Delta w^k \quad (16)$$

۶- مسأله مستقیم با تخمین جدید  $w^{k+1}$  حل می‌شود به طوری که بردار  $P^c(w^{k+1})$  بدست آید. سپس  $S(w^{k+1})$  از معادله (۱) محاسبه می‌شود.

۷- اگر  $S(w^{k+1}) \geq S(w^k)$  باشد،  $\mu^k$  با  $0.1 \mu^k$  جایگزین می‌شود و الگوریتم به مرحله ۴ می‌رود.

۸- اگر  $S(w^{k+1}) \leq S(w^k)$  باشد، تخمین جدید  $w^{k+1}$  پذیرفته و  $\mu^k$  با  $0.1 \mu^k$  جایگزین می‌شود.

۹- معیار توقف معادله (۱۳) بررسی می‌شود. در صورت ارضای آن، فرایند تکرار متوقف و در غیر این صورت  $k$  با  $k+1$  جایگزین می‌شود و الگوریتم به مرحله ۳ می‌رود.

## ۵- نتایج

در ابتدا با طرح دو مسأله به اعتبارسنجی مسأله مستقیم پرداخته و سپس به منظور نشان دادن کارایی آنالیز معکوس در تخمین دبی و مکان نشستی، نتایج آنالیز معکوس ارائه می‌شود.

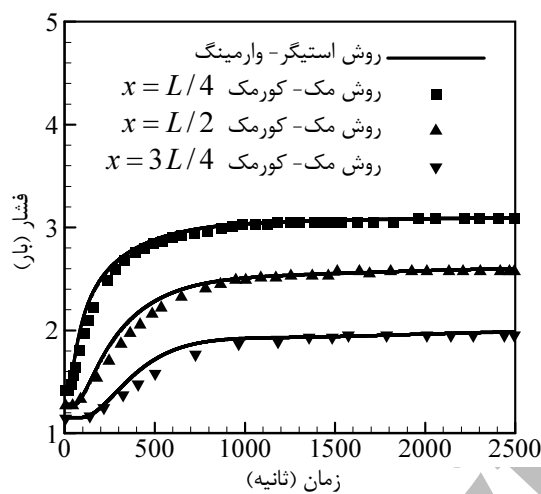
## ۵-۱- نتایج مسأله مستقیم

## ۵-۱-۱- مسأله اول

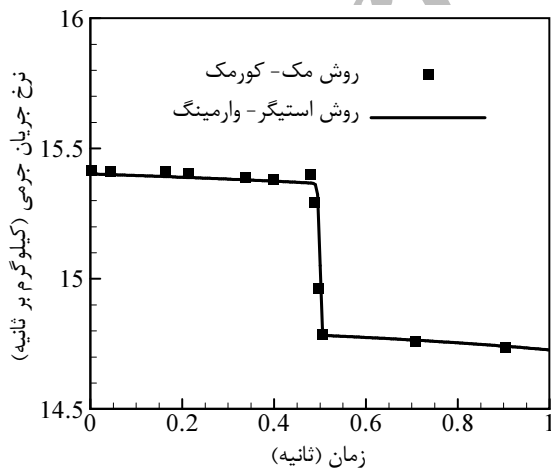
جریان گاز تراکم‌پذیر هم‌دمای یک‌بعدی در یک خط لوله افقی به طول ۹۰ km، سطح مقطع  $m^2$  ۱ و ضریب اصطکاک ۰.۰۳/۰

1. Steepest Decent
2. Newton-Gauss
3. Regularization

نشستی ۳۰٪ می‌باشد، در نظر گرفته می‌شود. دبی جرمی پایای  $55 \text{ kg/s}$ ، دمای استاتیک ۱۵ درجه سلسیوس و فشار مطلق  $35 \text{ bar}$  فرض می‌شود. ابتدا و انتهای لوله به ترتیب یک مخزن فشار ثابت و شیر قطع‌کننده‌ی سریع وجود دارد. برای بررسی استقلال نتایج از شبکه عددی، نمودار توزیع فشار در حالت پایا برای لوله با نشستی در فاصله  $0.333L$  از مخزن در شکل ۴ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود انتخاب شبکه عددی با ۵۱ گره می‌تواند مناسب باشد، زیرا افزایش بیشتر تعداد گره‌ها تأثیر چندانی بر نتایج ندارد.



شکل ۲ پاسخ زمانی فشار در موقعیت‌های مختلف لوله بدون نشستی



شکل ۳ توزیع پایای نرخ جریان لوله با نشستی

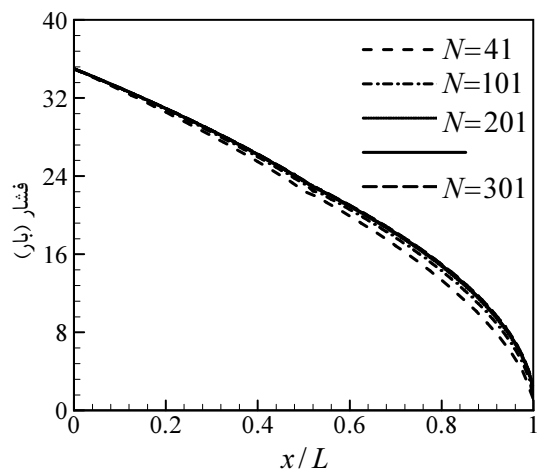
توزیع‌های فشار و سرعت حالت پایا در امتداد خط لوله با نشستی در فاصله‌های مختلف از مخزن با روش‌های استیگر-

در نظر گرفته شده است. سرعت جریان بسیار کمتر از سرعت صوت است و نشستی ۱۰٪ در وسط لوله رخ داده است.

برای بررسی استقلال نتایج از شبکه عددی برای روش اختلاف محدود استیگر-وارمینگ، تغییرات فشار بر حسب مکان بی‌بعد در حالت پایا در نظر گرفته می‌شود. همان طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود برای تعداد گره‌های ۳۰۱ و ۴۰۱ نتایج تغییرات ناچیزی دارد. بنابراین برای حل عددی مسأله مذکور شبکه‌ای با ۳۰۱ گره در نظر گرفته می‌شود.

حالا شرایط مرزی فشار ورودی و خروجی به ترتیب  $1 \text{ bar}$  و  $3/5 \text{ bar}$  در نظر گرفته و در شکل ۲ تغییرات فشار با زمان در موقعیت‌های مختلف خط لوله بدون نشستی با روش‌های استیگر-وارمینگ و روش مک-کورمک [۳] نشان داده می‌شود. ملاحظه می‌شود که نتایج سازگاری خوبی با هم دارند.

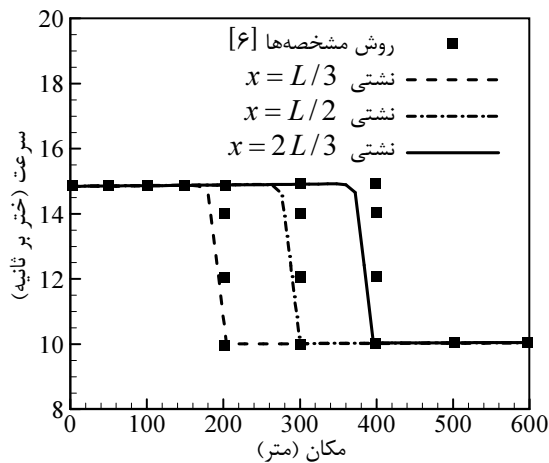
برای معتبرسازی نتایج لوله با نشستی، نمودار توزیع نرخ جریان پایا در شکل ۳ نشان داده شده است. توزیع نرخ جریان حالت پایای منتهی از روش استیگر-وارمینگ سازگاری خوبی با روش مک-کورمک دارد. در محل نشستی واقع در وسط لوله، نرخ جریان افت می‌کند. میزان این افت به مقدار دبی جرمی نشستی بستگی دارد. در سایر نقاط نرخ جریان با افزایش فاصله از ابتدای لوله به دلیل وجود اصطکاک دیواره لوله کاهش می‌یابد.



شکل ۱ توزیع فشار پایا برای تعداد گره‌های مختلف

#### ۵-۲-۱- مسأله دوم

جریان تراکم‌پذیر، هم‌دمای یک‌بعدی ناپایای گاز طبیعی در یک لوله آهنی به قطر  $0.4 \text{ m}$  و طول  $600 \text{ m}$  که دارای یک



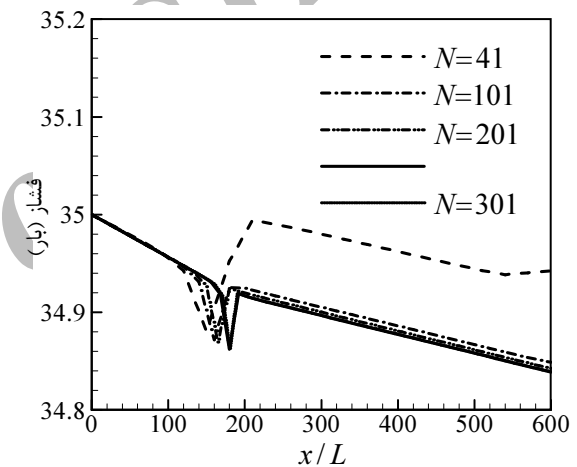
شکل ۶ توزیع پایای سرعت در امتداد خط لوله با نشستی در موقعیت‌های مختلف

وقتی که شیر واقع در انتهای پایین دست لوله به طور ناگهانی بسته می‌شود، در لحظات ابتدایی جریان شروع به نوسان می‌کند. شکل‌های ۷ و ۸ به ترتیب تغییرات ناپایای فشار در گره‌ی انتهایی لوله بدون و با نشستی در فاصله  $0.1666L$  از مخزن را در زمان‌های اولیه‌ی پس از بستن ناگهانی شیر برای روش‌های استیگر-وارمینگ و مشخصه‌ها در بازه‌های زمانی مشخص نشان می‌دهند. همان طور که مشاهده می‌شود سازگاری خوبی بین نتایج منته‌جه از روش استیگر-وارمینگ در مقایسه با روش مشخصه‌ها در بازه‌های زمانی مشخص وجود دارد. با مقایسه‌ی این شکل‌ها با یکدیگر مشاهده می‌شود که قله‌های نوسانات فشار در حالت با نشستی کمتر از حالت لوله بدون نشستی می‌باشد. این امر به دلیل کاهش دبی جرمی جریان گاز طبیعی ناشی از نشستی می‌باشد که منجر به میرا شدن سریع نوسانات فشار می‌شود.

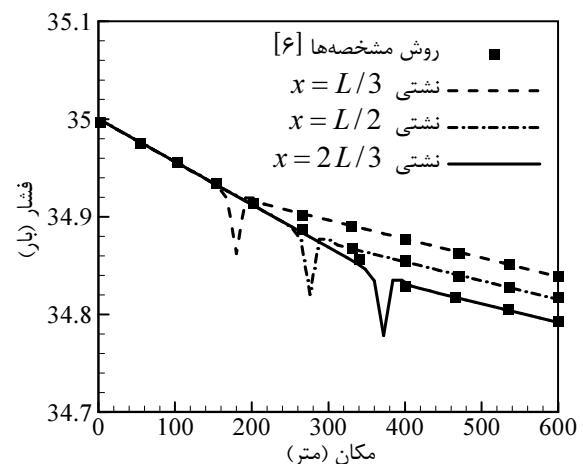
#### ۵-۲- نتایج آنالیز معکوس

در این قسمت، مسأله اول از مسأله مستقیم با فرض وجود یک نشستی با دبی جرمی و مکان مجهول به عنوان مسأله معکوس در نظر گرفته می‌شود. برای شروع تکرار الگوریتم معکوس لونبرگ-مارکوارت، مقادیر ۱٪ و ۱۰ کیلومتر به ترتیب برای حدس‌های اولیه دبی و مکان نشستی لحاظ می‌شود. با هدف یافتن بهترین موقعیت مکانی فشارسنج، حساسیت فشار تخمینی نسبت به پارامترهای مجهول محاسبه می‌شود.

وارمینگ و مشخصه‌ها در بازه‌های زمانی مشخص [۶] به ترتیب در شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده می‌شود. همان طور که مشخص است نتایج این دو روش با یکدیگر سازگاری خوبی دارند. پرشی که در مکان نشستی از شکل ۵ مشاهده می‌شود به دلیل مدل کردن نشستی به صورت یک جمله چشمه می‌باشد، در صورتی که در مرجع [۶] نشستی به صورت یک شرط مرزی در نظر گرفته شده است. همان طور که در شکل ۶ ملاحظه می‌شود، در مکان‌های نشستی افت شدیدی در میزان سرعت جریان گاز طبیعی مشاهده می‌شود زیرا با از دست رفتن ۳۰٪ دبی کل جریان از طریق سوراخ نشستی، دبی جریان و در نتیجه سرعت جریان در ناحیه بعد از مکان نشستی کاهش می‌یابند.



شکل ۴ توزیع فشار لوله با نشستی برای تعداد گره‌های مختلف



شکل ۵ توزیع پایای فشار در امتداد خط لوله با نشستی در موقعیت‌های مختلف



زمانی وابسته می‌باشند و شرایط برای تخمین آنها در لحظه‌های ابتدایی مناسب نیست. ولی در زمان‌های بعدی، این ضرایب نسبت به زمان وابستگی خطی ندارند و می‌توان دبی و مکان نشستی را در این بازه زمانی تخمین زد.

بر طبق آنالیز حساسیت بهترین مکان استقرار فشارسنج در ۵۰ کیلومتری از ابتدای لوله قرار دارد. از این رو مقادیر تخمین همزمان دبی و مکان نشستی برای فشارسنج شماره ۱ در حالت‌هایی که بدون و با اغتشاش می‌باشد، در جدول ۱ ارائه شده است. میزان خطایی که در این مقاله محاسبه شده و در جدول ۱ ارائه شده است با رابطه (۱۷) تعریف می‌شود.

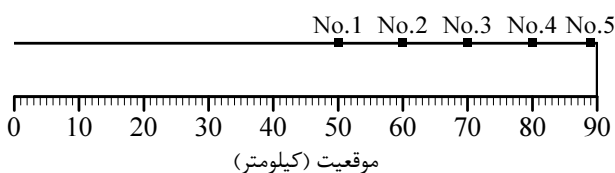
$$Er_p = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \frac{|P_i^m - P_i^c|}{P_i^m} \times 100 \quad (17)$$

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود برای مقادیر اغتشاش تا ۰/۰۰۵ مقادیر تخمینی به دبی و مکان نشستی واقعی نزدیک است.

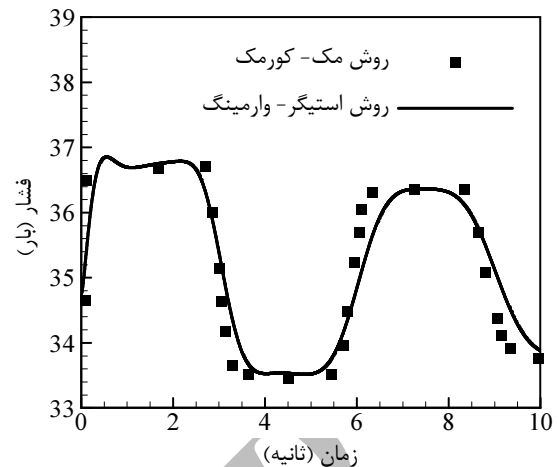
شکل ۱۱ پروفیل‌های فشار منتهی از روش حل مستقیم استیگر-وارمینگ و حل معکوس برای فشارسنج شماره ۱ با اغتشاش  $\alpha = 0/005$  و برای سراسر لوله و محدوده مکان نشستی، را نشان می‌دهد. توزیع فشاری که با الگوریتم لونبرگ-مارکوارت تخمین زده شده است، به خوبی بر توزیع متناظر حاصل از حل مستقیم منطبق می‌باشد. همچنین با دقت در شکل ۱۱-ب می‌توان مکان تخمینی نشستی را که در جدول ۱ نیز برای حالت  $\alpha = 0/005$  آمده است، ملاحظه کرد.

جدول ۱ نتایج تخمین همزمان دبی و مکان نشستی

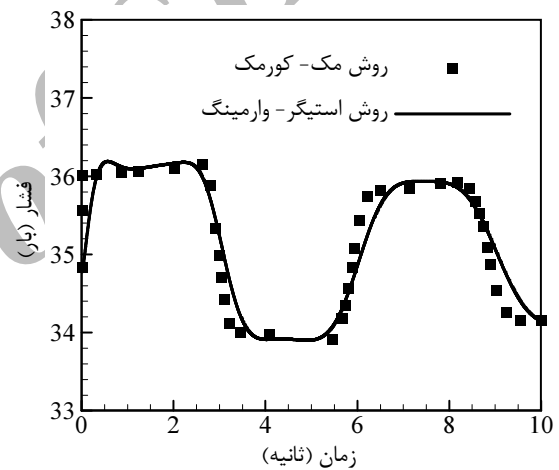
مقادیر اغتشاش فشارسنج	$\alpha = 0/001$	$\alpha = 0/005$	$\alpha = 0$
دبی نشستی	۱۰/۲۷٪	۱۰٪	۱۰٪
مکان نشستی (km)	۴۷/۳۸۱	۴۵/۲۶۴	۴۵/۰۱۹
$Er_p$	۱/۲۲۱	۰/۶۱۰	۰/۰۰۰
تعداد تکرار	۱۲	۱۲	۱۲



شکل ۹ موقعیت شماتیک مکان‌های مختلف در خط لوله



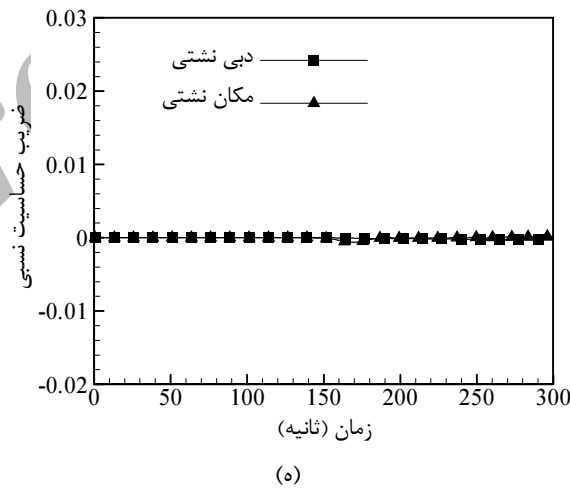
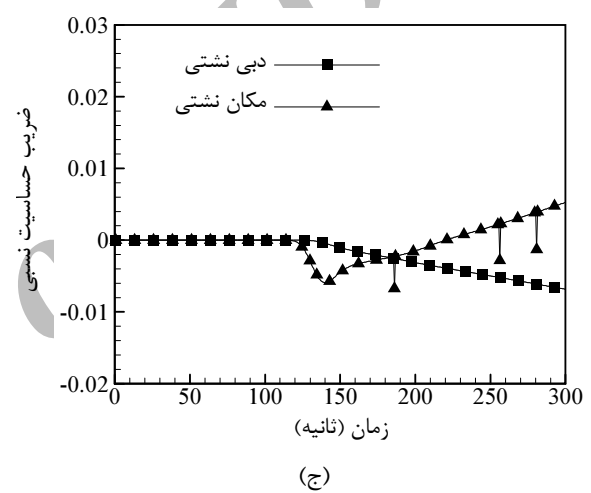
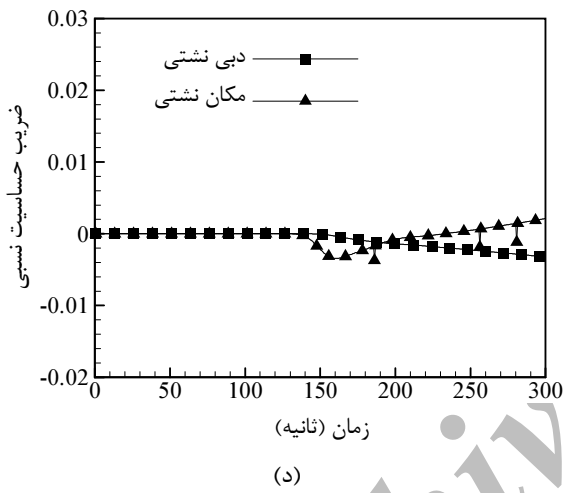
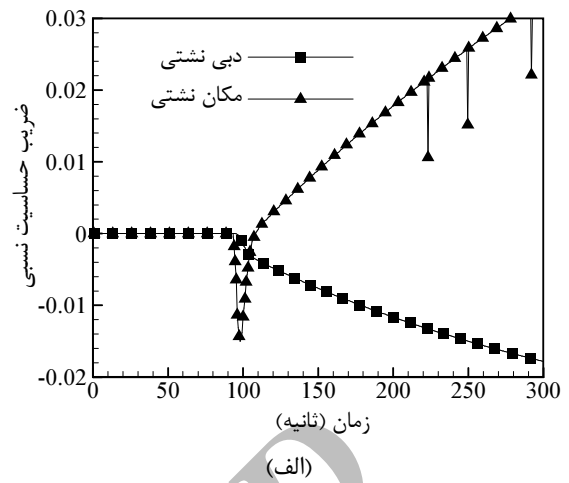
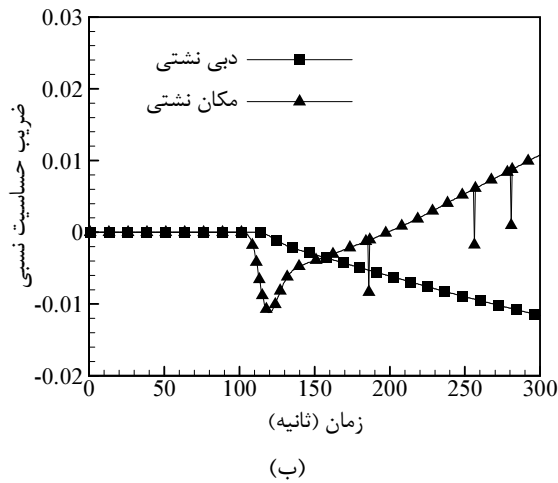
شکل ۷ توزیع ناپایای فشار در انتهای لوله بدون نشستی



شکل ۸ توزیع ناپایای فشار در انتهای لوله با نشستی

به این منظور مطابق شکل ۹، مکان‌های مختلفی در خط لوله در نظر گرفته و ضرایب حساسیت نسبی در آن نقاط تعیین می‌شود. در شکل ۱۰ تغییرات زمانی ضرایب حساسیت نسبی مربوط به مکان‌های مشخص شده در شکل ۹ ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در مکان ۱ ضرایب حساسیت نسبی بزرگتری نسبت به سایر مکان‌ها به دست آمده است. بنابراین این موقعیت برای استقرار فشارسنج و تخمین پارامترهای مجهول مناسب‌تر است، زیرا هر چقدر ضرایب حساسیت کوچکتر باشد، احتمال بدرفتار شدن حل معکوس افزایش می‌یابد و تخمین پارامترهای مجهول با مشکل مواجه می‌شود.

از طرفی دیگر در زمان‌های ابتدایی، ضرایب حساسیت دو پارامتر صفر است. این بدین معنی است که این ضرایب به طور



شکل ۱۰ تغییرات زمانی ضرایب حساسیت نسبی در مکان‌های شماره الف- ۱، ب- ۲، ج- ۳، د- ۴ و ه- ۵

## ۶- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

لونبرگ-مارکوارت تخمین زده شد. برای این منظور در ابتدا نتایج منتهج از روش حل مستقیم با روش‌های مک-کورمک و مشخصه‌ها در بازه‌های زمانی مشخص مقایسه و صحت آنها

در این مقاله میزان دبی نشت گاز از خط لوله انتقال گاز و نیز موقعیت آن بطور همزمان با استفاده از روش تخمین پارامتر

F	بردار شار غیرلزج
H	بردار شار شامل جمله‌های ناهمگنی
I	تعداد اندازه گیری‌های زمانی
J	ماتریس حساسیت
$\dot{m}_L$	دبی جرمی نشستی (kg/s)
P	بردار فشار (bar)
$S(w^k)$	تابع هدف
U	بردار متغیرهای بقایی
u	سرعت ( $ms^{-1}$ )
w	بردار پارامتر مجهول
w	پارامتر مجهول
$x_L$	متغیر مکان نشستی (m)

## علائم یونانی:

$\alpha$	مقدار اغتشاش در مقادیر فشارسنج
$\delta$	تابع دلتای دیراک
$\varepsilon$	کوچکترین تغییر در پارامتر مجهول
$\lambda_{max}$	مقدار ویژه ماکزیمم مربوط به ماتریس زاکوپین بردار

$\rho$	شار غیرلزج چگالی ( $kg/m^3$ )
$\Omega$	ماتریس قطری همیشه مثبت

## زیرنویس‌ها:

i	اندیس زمان اندازه گیری
j	اندیس پارامترهای مجهول
N	تعداد گره‌های شبکه عددی
w	ضرایب حساسیت نسبی

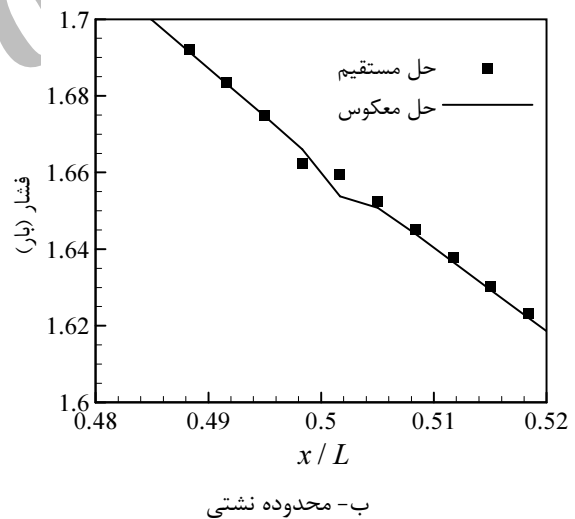
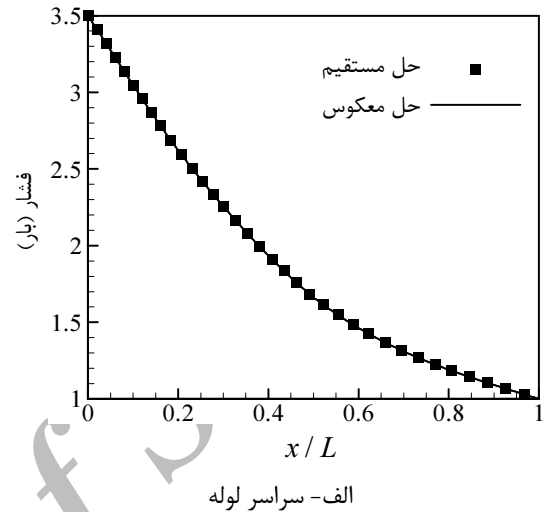
## بالانویس‌ها:

c	فشار تخمینی یا محاسبه شده
k	شماره تکرار
m	فشار اندازه گیری شده
T	علامت ترانهاده ماتریس

## ۸- مراجع

- [1] Jo Y.D., Ahn B.J., "A Simple Model for the Release Rate of Hazardous Gas from a Hole on High- Pressure Pipelines", *J. Hazardous Materials*, Vol. 97, 2003, pp. 31-46.
- [2] Luo J.H., Zheng M., Zhao X.W., Huo C.Y., Yang

تأیید شد. نتایج آنالیز معکوس نشان داد که روش لونبرگ-مارکوارت می‌تواند دبی و مکان نشستی را بطور همزمان نزدیک به مقادیر واقعی تخمین بزند و نیز برای مقادیر خطای فشارسنج تا ۰/۰۰۵ پایدار باشد.



شکل ۱۱ پروفیل فشار منتهی از حل مستقیم و حل معکوس

## ۷- فهرست علائم

A	سطح مقطع ( $m^2$ )
$B(x)$	محیط لوله (m)
$C_f$	ضریب اصطکاک فانیگ
CFL	عدد کورانت
diag	عملگر قطری‌ساز ماتریس
$e_0$	انرژی کل بر واحد حجم ( $kJ/m^3$ )

- [9] Vítkovský J., Lambert M., Simpson A., Liggett J., "Experimental Observation and Analysis of Inverse Transients for Pipeline Leak Detection", *J. Water Resources Planning and Management*, Vol. 133, No. 6, 2007, pp. 519-530.
- [10] Shamloo H., Haghghi A., "Leak Detection in Pipelines by Inverse Backward Transient Analysis", *J. Hydraulic Research*, Vol. 47, Issue 3, 2009, pp. 311-318.
- [11] Mandal S., Chan F., Tiwari M., "Leak Detection of Pipeline: An Integrated Approach of Rough Set Theory and Artificial Bee Colony Trained SVM", *Int. J. Expert Systems with Applications*, Vol. 39, Issue 3, 2012, pp. 3071-3080.
- [۱۲] عزیز، "شبیه‌سازی ترموهیدرولیکی سیستم‌های حرارتی با استفاده از تحلیل معکوس"، پایان‌نامه دکتري، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی مکانیک، ۱۳۸۶.
- [13] Tentis E., Margaris D., Papanikas D., "Transient Gas Flow Simulation Using an Adaptive Method of Lines", *C. R. Mecanique*, Vol. 331, 2003, pp. 481-487.
- [14] Steger J.L., Warming R.F., "Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equation with Application to Finite Difference Methods", *NASA Report: TM 78605*, 1979.
- [15] Ozicik M.N., Orlande H.R.B., "Inverse Heat Transfer Fundamentals and Application", Taylor & Francis, New York, 2000.
- L., "Simplified Expression for Estimating Release Rate of Hazardous Gas from a Hole on High-Pressure Pipelines", *J. Loss Prevention in the Process Industries*, Vol. 19, 2006, pp. 362-366.
- [3] Emara-Shabaik H.E., Khulief Y.A., Hussaini I., "Simulation of Transient Flow in Pipelines for Computer-Based Operations Monitoring", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, Vol. 44, 2004, pp. 257-275.
- [4] Liu M., Zang S., Zhou D., "Fast Leak Detection and Location of Gas Pipelines Based on an Adaptive Particle Filter", *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, Vol. 15, No. 4, 2005, pp. 541-550.
- [5] Kim Y.I., "Advanced Numerical and Experimental Transient Modeling of Water and Gas Pipeline Flows Incorporating Distributed and Local Effects", PhD thesis, The University of Adelaide, 2008, pp. 150-180.
- [6] Elaoud S., Hadj-Taïeb L., Hadj-Taïeb E., "Leak Detection of Hydrogen-Natural Gas Mixtures in Pipes Using the Characteristics Method of Specified Time Intervals", *J. Loss Prevention in the Process Industries*, Vol. 23, 2010, pp. 637-645.
- [۷] ابوالفضل اصفهانی جواد، مولودی رضا، "بررسی جریان تراکم‌پذیر گذرا به همراه نشتی در خط لوله گاز"، بیستمین همایش سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک ایران، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ۱۳۹۱.
- [8] Kapelan Z.S., Savic D.A., Walters G.A., "A Hybrid Inverse Transient Model for Leakage Detection and Roughness Calibration in Pipe Networks", *J. Hydraulic Research*, Vol. 41, No. 5, 2003, pp. 481-492.