

http://mjmec.ir

ی مکانیک ملاسی مرداد ۱۳۹۲، دوره ۱۳ شماره می ۲۰–۸۲

مقاله پژوهشی کامل تاریخ دریافت ۹۱/۶/۵ تاریخ پذیرش ۹۱/۱۰/۶ ارائه در سایت ۹۲/۲/۳۰

محاسبه ضرایب شدت تنش مود I بارگذاری برای قطعه خمش سهنقطهای شیاردار

زهره كاوه'، مجيدرضا آيتاللهى آ*

۱- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران ۲- استاد مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران * تهران، صندوق پستی ۱۶۳-۱۶۷۶۵، m.ayat@iust.ac.ir

مجله علمى پژوهشى

Computation of mode I notch stress intensity factors in a V-notched TPB specimen

Z. Kaveh¹, M. R. Ayatollahi^{2*}

1- MSc., Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

2- Prof., Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

* P.O.B. 16765-163 Tehran, m.ayat@iust.ac.ir

Abstract- Three-point bend (TPB) specimen is an important test sample in fracture study of notched components made from brittle materials like rocks and ceramics. On the other hand, the notch stress intensity factors (NSIFs) are vital parameters in brittle fracture assessment of V-notched structures. Therefore, computation of NSIFs in TPB specimens is of practical interest to engineers and researchers. Since the available methods for calculating NSIFs are often cumbersome and need complicated calculations, it is preferred to show them as a set of dimensionless parameters. In this research, by using a finite element approach called FEOD method, the stress intensity factors are determined numerically for notched TPB specimens having different geometry and loading conditions. The obtained values of NSIF are then converted to dimensionless parameters of: the notch opening angle, the notch length and the distance between the two supports has direct relation with Y_1^V . The results presented in this paper can be used by designers and engineers for performing the necessary fracture experiments through the TPB specimen without needing complicated and time-consuming calculations.

Keywords: Notch shape factor, Sharp V-notch, Three-point bend specimen, FE analysis, FEOD method

۱– مقدمه

شیارها و گوشههای تیز در بسیاری از قطعات و سازههای مهندسی مانند پیچها، مهرهها، چرخدندهها و جوشهای گوشه وجود دارند. هنگامی که شعاع انحنای نوک شیار در مقایسه با طول آن بسیار کوچک باشد، میتوان شیار را نوکتیز فرض نمود. ترکها نیز بهعنوان حالت خاصی از شیارهای تیز درنظر گرفته میشوند که در آنها زاویه دهانه شیار برابر صفر است. در مواد ترد، مانند سرامیکها، سنگها و شیشهها، تمرکز شدید تنش در نزدیکی نوک شیار این مکان را به محل مناسبی برای در نوک شیار منجر به کاهش حد تحمل بار و درنهایت شکست قطعه میشود. از این رو، مطالعه دقیق تنش در نزدیکی نوک شیار و توانایی پیشبینی آغاز شکست ترد در طراحی مطمئن قطعات شیاردار از اهمیت قابل ملاحظهای برخوردار است.

تاکنون چندین معیار شکست برای پیش بینی شکست ترد در سازههای شیاردار پیشنهاد شده است که در اکثر آنها از مفهوم تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی^۱ استفاده شده است. این معیارها عمدتاً براساس تنش بحرانی یا انرژی بحرانی میباشند. برای مثال، تئوریهای ارائهشده توسط سورین[۱]، آیتالهی و همکاران[۲]، آیتالهی و ترابی[۴،۳] براساس تنش میباشند، در حالی که تئوریهای پیشنهادی توسط لگولون[۵]، لازارین و زامباردی[۶] و یوسیباش[۷] مفهوم انرژی را برای پیش بینی آغاز شکست به کار می برند. مروری بر مطالعات پیشین صورت گرفته نشان می دهد ضرایب شدت تنش شیار^۲ نقش مهمی در تشخیص آغاز شکست در قطعات شیاردار ایفا می کنند.

تعدادی تحقیق آزمایشگاهی نیز برای محاسبه چقرمگی شکست شیار انجام شده است که برای انجام آنها اغلب از قطعات آزمایشگاهی استاندارد استفاده شده است. بهعنوان مثال، صفحات مستطیلی شکل تحت بارگذاری خمش سهنقطهای^۳ [۸–۱۰] یا خمش چهارنقطهای^۴ [۱۱–۱۴]، صفحات مستطیلی شکل دارای شیار لبهای در یک یا دو سمت که تحت بارگذاری کششی قرار دارند[۱۶،۱۵]، قطعات دیسکی مانند دیسک برزیلی دارای شیار

مهندسی مکانیک مدرس مرداد ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۵ www.SID.ir

نوک تیز [۱۷] و قطعه نیم دایروی تحت خمش [۴] تعدادی از این نمونه های آزمایشگاهی می باشند. در این میان، قطعات آزمایشگاهی مستطیلی شکل تحت خمش، به دلیل سادگی ساخت و درنتیجه کم هزینه بودن، آسان بودن آزمایش آن ها و موثق بودن نتایجشان، از پرکاربر دترین قطعات در محاسبه ضرایب شدت تنش و تعیین چقرمگی شکست مواد ترد می باشند. از قطعه خمش سه نقطه ای برای آزمایش های مود I خالص یا قطعه خمش سه نقطه ای برای آزمایش های مود I خالص یا زمانی که مود I غالب است، بسیار استفاده می شود [۸۸ – ۲۱]، در حالی که قطعه خمش چهار نقطه ای بیشتر در شرایط مود ترکیبی به کار می رود [۲۲ – ۲۵].

از سوی دیگر، ضرایب شدت تنش مهمترین پارامترهای تعیینکننده حوزه تنش در نزدیکی نوک شیارها هستند. بنابراین باید روشهای مناسبی برای محاسبه آسان این پارامترها وجود داشته باشد. اگرچه برای شیارهای با زاویه دهانه صفر (ترکها)، روشهای متعدد عددی، تحلیلی و آزمایشگاهی [۲۳–۳7] برای یافتن ضرایب شدت تنش وجود دارد، اما روشهای ارائهشده برای محاسبه ضرایب شدت تنش قطعات شیاردار که زاویه دهانه شیار در آنها صفر نیست[۲۳–۳۷] بسیار کم بوده و برای مقاصد کاربردی، اغلب پیچیده و وقتگیرند و نیاز به محاسبات طولانی دارند. در میان روشهای موجود برای محاسبه ضرایب شدت تنش شیارها [۲۴–۳۷]، روش فرامعین^۵ که توسط آیتالهی و نجاتی ارائه شده است[۳۸]، روش نسبتاً سادهای بوده و نتایج آن نیز دقت بالایی دارند.

در این مقاله، ابتدا با انجام آنالیزهای اجزاء محدود و استفاده از روش فرامعین ضرایب شدت تنش برای قطعه پرکاربرد خمش سهنقطهای در مود I خالص بارگذاری (K_I^V) و در شرایط مختلف هندسی و بارگذاری محاسبه شده است. سپس نتایج عددی در قالب نمودارهایی مجزا برحسب پارامتر بدون بعد ضریب شدت تنش مود اول بارگذاری بهنام ضریب هندسی شیار (Y_1^V) ارائه شده است. نتایج ارائهشده در این مقاله مشکل کمبود داده در ارتباط با پارامترهای شکست شیار را تا حدی مرتفع می نمایند و همچنین طراحان و مهندسان می توانند، بدون انجام محاسبات وقت گیر، مستقیماً از آنها برای محاسبه پارامترهای شکست نمونههای مشابه قطعه خمش سهنقطهای

^{1.} Linear Elastic Fracture Mechanics

^{2.} Notch stress Intensity Factors

^{3.} Three Point Bend specimen

^{4.} Four Point Bend specimen

^{5.} Finite Element Overdeterministic Method

محاسبه ضرایب شدت تنش مود I بارگذاری برای قطعه خمش ...

۲-توزیع تنش الاستیک خطی در اطراف یک شیار V شکل نوکتیز

ویلیامز [۳۹]، برای اولینبار، روابطی برای محاسبه میدان تنش در نزدیکی شیارهای نوکتیز ارائه کرد. در روابط ویلیامز، رفتار ماده الاستیک خطی و ایزوتروپیک فرض شده است. مطابق حل ویلیامز، میدان تنش اطراف نوک شیار در مود اول بارگذاری از رابطه زیر محاسبه می شود [۳۸]:

$$\begin{cases} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{cases} = \\ \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{Re} \begin{cases} \frac{\lambda_{n}^{\mathrm{I}} A_{n}}{r^{1-\lambda_{n}^{\mathrm{I}}}} \begin{pmatrix} (2+d_{n})\cos(\lambda_{n}^{\mathrm{I}}-1)\theta - (\lambda_{n}^{\mathrm{I}}-1)\cos(\lambda_{n}^{\mathrm{I}}-3)\theta \\ (2-d_{n})\cos(\lambda_{n}^{\mathrm{I}}-1)\theta + (\lambda_{n}^{\mathrm{I}}-1)\cos(\lambda_{n}^{\mathrm{I}}-3)\theta \\ -(d_{n})\sin(\lambda_{n}^{\mathrm{I}}-1)\theta + (\lambda_{n}^{\mathrm{I}}-1)\sin(\lambda_{n}^{\mathrm{I}}-3)\theta \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$(1)$$

$$\geq \delta e c_{1} \overline{j} : :$$

$$d_n = \lambda_n^{\rm I} \cos 2\alpha + \cos 2\alpha \lambda_n^{\rm I} \tag{(7)}$$

در رابطه (۱)، r و θ ، همان طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، مختصات قطبی نوک شیار هستند. {} Re معرف قسمت حقیقی {} و n نشان دهنده مرتبه جملات بسط سری ویلیامز میباشد. زاویه α را نیز میتوان برحسب زاویه دهانه شیار γ به صورت $2/(\gamma - 2\pi) = \alpha$ نوشت. علاوه بر این، پارامتر λ_n^{I} مقادیر ویژه مود I بار گذاری میباشد که از حل معادله مشخصه زیر به دست میآید:

$$\lambda_n^{\rm I} \sin 2\alpha + \sin 2\lambda_n^{\rm I} \alpha = 0 \tag{(7)}$$

ضریب مود I (A_n) در میدان اطراف نوک شیار، پارامتر مجهولی است که وابسته به شرایط هندسی و بارگذاری است. برای n=1 ضرایب A_1 مربوط به جمله سینگولار مود اول بارگذاری میباشد و مطابق رابطه (۴) با ضریب شدت تنش مود اول بارگذاری K_I^V ارتباط دارد.

$$K_{\rm I}^{\rm V} = \lim_{r \to 0} \left(\sqrt{2\pi} r^{1-\lambda_1^{\rm I}} \sigma_y(\theta = 0) \right)$$
$$= \sqrt{2\pi} \lambda_1^{\rm I} (1 + \lambda_1^{\rm I} - \lambda_1^{\rm I} \cos 2\alpha - \cos 2\alpha \lambda_1^{\rm I}) A_1 \quad (\clubsuit)$$

برای حالت خاصی از شیار که در آن $\alpha = \pi$ (ترک)، طبق (رابطه (۵)، ضریب A_1 با پارامتر معروف ضریب شدت تنش $K_{\rm I}$ نسبت مستقیم دارد.

$$K_{\rm I} = \sqrt{2\,\pi}A_{\rm I} \tag{(a)}$$



شکل ۱ هندسه شیار و تنشهای نوک شیار در سیستم مختصات کارتزین

همان گونه که پیشتر نیز اشاره شد، ضرایب شدت تنش شیار از پارامترهای اساسی در ارزیابی شکست ترد قطعات شیاردار میباشند و اکثر تئوریهای شکست پیشنهادی، پیشبینیهای خود را براساس ضرایب شدت تنش شیار ارائه میدهند. در بخشهای بعدی پس از توضیح کامل هندسه و مدلسازی اجزاء محدود قطعه، ضرایب شدت تنش برای حالات متفاوت هندسی و بارگذاری قطعه خمش سهنقطهای محاسبه می شوند.

۳- هندسه قطعه

گراس و اسرالی [۴۰]، با به کارگیری روش تجمع مرزی در تابع تنش ویلیامز، پارامتر بدون بعد ضریب شدت تنش را برای قطعات مستطیلی شکل دارای ترک لبهای^۱ و تحت خمش سه نقطهای محاسبه نمودند. آنها در این مطالعه اثر تغییر هندسه قطعه (تغییر طول نسبی ترک و فاصله تکیه گاهها از خط مرکزی قطعه (را بررسی کرده و نتایج خود را در قالب نمودارهایی بیان نمودند. در این مقاله، مطالعه ای مشابه روی قطعات بیان نمودند. در این مقاله، مطالعه ای مشابه روی قطعات مستطیلی شکل تحت خمش سهنقطه ای و دارای شیار V شکل نوک تیز انجام گرفته است. شکل ۲ هندسه قطعه مستطیلی می دهد. در این شکل، L طول قطعه، n طول شیار، W عرض می دهد. در این شکل، L طول قطعه، n طول شیار، W عرض می دهد. در این شکل، L طول قطعه، n طول شیار و دهانه می دهد. در این شکل، اطول قطعه، دا مود ای می دهانه مرکزی قطعه به آن وارد می شود. در چنین شرایط بارگذاری و هندسی، شیار مود I خالص بارگذاری را تجربه خواهد نمود.

۲۶ www.SID.ir

^{1.} Single-edge

مهندسی مکانیک مدرس مرداد ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۵

محاسبه ضرایب شدت تنش مود I بارگذاری برای قطعه خمش ...



شكل ۲ هندسه قطعه مستطیلی شكل شیاردار تحت خمش سهنقطهای

در این مطالعه، قطعه خمش سهنقطهای تحت ۹۶ حالت متفاوت هندسی توسط نرمافزار اجزاء محدود تحلیل شده است. این ۹۶ حالت، همان گونه که در جدول ۱ آمده است، مربوط به ۲ حالت مختلف طول شیار a، ۶ حالت متفاوت زاویه دهانه شیار γ و ۴ حالت مختلف فاصله تکیه گاهها از یکدیگر S می باشد.

در بخش بعدی جزئیات مدلسازی اجزاء محدود قطعات و روش محاسبه ضرایب شدت تنش شیارها (K_I^V) ارائه میشود.

جدول ۱ ابعاد هندسی ۹۶ مدل مختلف قطعه خمش سهنقطهای

| مقادير | پارامترها |
|------------------------|-----------|
| ۴، ۶، ۸، ۱۰ | S/W |
| •/1. •/T. •/T. •/F | a/W |
| ۱. | L/W |
| ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۹۰ | γ(°) |

۴– مدلسازی اجزاء محدود

تمامی ۹۶ مدل مختلف توسط نرمافزار آباکوس^۱ تحت شرایط تنش صفحهای آنالیز شدهاند. شکل ۳ نمونهای از المانبندی استفادهشده در تحلیل اجزاء محدود قطعه خمش سهنقطهای با زاویه دهانه شیار ۹۰ درجه را نشان میدهد. در این شکل، نمای نزدیکتری از المانهای اطراف نوک شیار نیز نشان داده شده است. همانگونه که مشخص است، بهدلیل تمرکز شدید تنش در ناحیه نزدیک نوک شیار، در این ناحیه از المانبندی بسیار ریزی استفاده شده است. برای اولین ردیف المانهای اطراف نوک شیار، المانهای مثلثی درجه دو ششگرهای^۲ و برای سایر قسمتهای مدل، المانهای چهارضلعی درجه دو هشتگرهای^۳



شکل ۳ نمونهای از المان بندی مورد استفاده برای تحلیل اجزاء محدود، زاویه دهانه شیار [°]90

هر دو المان از نوع جامد میباشند. برای قطعات خمش L=200 mm، 10 kN برابر P برابر 200 mm، 10 kN و فخامت W=20 mm همانطور که در جدول ۱ نیز نشان داده شده است، مقدار پرامتر هندسی S/V از ۴ تا ۱۰ و زاویه دهانه شیار از ۱۰ تا پرامتر هندسی تکیه گاهها و تغییر زاویه دهانه شیار بر پارامتر نوک شیار (K_1^V) بررسی شود. مقادیر ضریب پواسون و مدول یانگ نیز به دلخواه شود. مقادیر آن است که ضرایب بسط ویلیامز مستقل از ثوابت این مقادیر آن است که ضرایب این مقادیر آن است که ضرایب بسط ویلیامز مستقل از ثوابت ماده میباشد.

از میان روشهای موجود برای محاسبه ضرایب شدت تنش شیارها، در این مقاله از روش فرامعین، بهدلیل سادگی و دقت بالای نتایج آن، استفاده شده است[۳۸]. مزایای عمده این روش را میتوان در چهار مورد زیر خلاصه نمود:

- استفاده از این روش، هم در تئوری و هم در محاسبات، ساده است.
- این روش برای تمامی مسائل شیارها تحت بارگذاری درون صفحه ای کاربرد دارد.
- در این روش، همزمان با ضرایب شدت تنش شیارها، ضرایب جملات مرتبه بالاتر نیز محاسبه می گردند.
 - نتایج این روش بسیار دقیق میباشد.

در این روش، با بهکارگیری حوزه جابهجایی داخل صفحه حاصل از تحلیل اجزاء محدود برای یک قطعه شیاردار و برازش معادلات تحلیلی جابهجایی صفحه بر روی این حوزه، ضرایب سری ویلیامز، از جمله ضریب ₄/، با عملیات ماتریسی سادهای محاسبه میشوند. ضمنا تعداد گرههای انتخابی زمانی کافی

^{1.} ABAQUS 6.9.2

^{2.} CPS6M

^{3 .}CPS8R

مهندسی مکانیک هدرس مرداد ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۵ www.SID.ir

محاسبه ضرایب شدت تنش مود I بارگذاری برای قطعه خمش ...

تلقی خواهد شد که افزایش تعداد گرهها باعث تغییر قابل توجهی در نتایج نشود. جزئیات بیشتر در مورد این روش را میتوان در مراجع [۳۸،۲۹] یافت. در بخش بعدی، نتایج بهدست آمده از تحلیل اجزاء محدود قطعات خمش سهنقطهای در قالب نمودارهای جداگانه نشان داده شده و نکات مهم آن مورد بحث قرار می گیرند.

۵- نتایج اجزاء محدود

پس از انجام تحلیلهای اجزاء محدود و بهدست آوردن ضرایب میدان مجاور نوک شیار (A۱)، ضرایب شدت تنش مود اول بارگذاری با استفاده از معادله (۴) برای قطعات شیاردار محاسبه شدند. واضح است که این ضرایب عموماً تابعی از هندسه و شرایط بارگذاری قطعه شیاردار میباشند و درنتیجه برای قطعات متفاوت تغییر خواهند نمود. بنابراین، برای اینکه نتایج بهدست آمده در این مقاله عمومی بوده و مستقل از مقادیر انتخابی برای ابعاد هندسی قطعه و مقدار بار باشند، ترجیح داده میشود که ضرایب شدت تنش شیار به شکل بی بعد زیر نشان داده شوند:

$$Y_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}}\left(\gamma,\frac{a}{L},\frac{S}{L}\right) = (2\pi a)^{\lambda_{\mathrm{I}}^{\prime}-1}\frac{Lt}{P}K_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}}$$
(8)

در معادله (۶)، Y_{I}^{V} ضریب هندسی شیار در مود اول بارگذاری، t ضخامت قطعه و λ_{I}^{I} اولین مقدار ویژه مود I میباشند. مقادیر λ_{I}^{I} بهازای زوایای مختلف دهانه شیار، که از معادله (۳) به دست میآید، در جدول ۲ آمده است.

نتایج بهدست آمده از تحلیل اجزاء محدود برای زوایای ۱۰، ۲۰، ۳۵، ۴۵، ۶۰ و ۹۰ درجه بهترتیب در شکلهای ۴ تا ۹ نشان داده شدهاند.

| جدول ۲ مقادیر λ_I^I به ازای زوایای مختلف دهانه شیار | | | | |
|---|-------------------------|--|--|--|
| λ_1^{I} مقدار | زاویه دهانه شیار (درجه) | | | |
| •/••• ۵ | • | | | |
| • / ۵ • • • ۵ | ١. | | | |
| • / ۵ • • ۴۳ | ۲. | | | |
| ۰/۵۰۱۴۵ | ٣٠ | | | |
| • /۵ • ۵ • ۱ | ۴۵ | | | |
| •/ Δ ΙΥΥΥ | ۶. | | | |
| •/54441 | ٩٠ | | | |

1. Notch Shape Factor









مهنداسی مکانیک هدرس مرداد ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۵

محاسبه ضرایب شدت تنش مود I بارگذاری برای قطعه خمش ...



شکل ۷ تغییرات ۲_۱^۷ بر حسب طول شیار به ازای مقادیر مختلف فاصله تکیهگاهها از یکدیگر (زاویه دهانه شیار، ۴۵ درجه)



شکل ۸ تغییرات ^۷۲^۲ بر حسب طول شیار به ازای مقادیر مختلف فاصله تکیهگاهها از یکدیگر (زاویه دهانه شیار، ۶۰ درجه)



شکل ۹ تغییرات Y_{I}^{V} بر حسب طول شیار به ازای مقادیر مختلف فاصله تکیهگاهها از یکدیگر (زاویه دهانه شیار، ۹۰ درجه)

در این شکلها، تغییرات ضریب هندسی $Y_{
m I}^{
m V}$ برای مقادیر مختلف a/W (طول نسبی شیار) در یک زاویه ثابت نشان داده $Y_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}}$ ، شده است. همچنین، در شکل ۱۰ تغییرات ضریب هندسه شده بهازای تغییر S/W (فاصله نسبی تکیه گاهها از یکدیگر) در یک زاویه ثابت (زاویه ۹۰ درجه) نشان داده شده است. شکل ۱۱ نیز تغییرات $Y_{\rm I}^{\rm V}$ بهازای تغییر زاویه دهانه شیار در فاصله ثابت دو تکیهگاه از یکدیگر (S/W=4) را نشان می دهد. از این نمودارها مشخص است که علاوه بر زاویه دهانه شیار (γ)، دو یارامتر طول شیار (a) و فاصله دو تکیه گاه از یکدیگر (S) نیز بر مقدار ضریب هندسی مود $I(Y_{\rm I}^{\rm V})$ کاملاً تاثیر گذارند. همچنین، نمودارهای ۴ تا ۹ نشان میدهند که برای مقدار ثابتی از زاویه دهانه شیار و در فاصله یکسان دو تکیهگاه از یکدیگر، با افزایش طول شیار، مقدار $Y_{
m I}^{
m V}$ افزایش می یابد. این نتیجه قابل پیشبینی بود چرا که با افزایش طول شیار، بهدلیل کاهش سطح مقطع تحمل ممان خمشی در محل شیار، مقاومت خمشی قطعه در این محل کاهش یافته و درنتیجه مقدار تنش و ضريب شدت تنش افزايش مييابد.

با توجه به شکل ۱۰، مشاهده می شود که برای شیارهای با زاویه دهانه ثابت و طول یکسان، با افزایش فاصله تکیهگاهها از یکدیگر، مقدار ^۷I^۷ نیز به صورت خطی افزایش می یابد چرا که فاصله بیشتر بین دو تکیهگاه (زیاد شدن بازوی خمش) منجر به ایجاد ممان خمشی بزرگتری در نزدیکی نوک شیار و در نتیجه بازشدگی بیشتر دهانه می شود. مورد دیگری که در شکل ۱۰ می توان مشاهده نمود این است که در یک زاویه ثابت دهانه شیار، هرچه فاصله تکیهگاهها از یکدیگر بیشتر می شود شدت افزایش ^۷I^۱ به ازای افزایش طول شیار نیز بیشتر می شود.

با توجه به شکل ۱۱، مشاهده می شود که در فواصل ثابت دو تکیهگاه از یکدیگر و طول یکسان شیار، با افزایش زاویه دهانه شیار از ۱۰ درجه تا ۴۵ درجه، مقدار $Y_{\rm I}^{\rm V}$ تغییر چشمگیری نمی کند. این تغییر تنها بین ۱ تا ۲ درصد است که می توان از آن چشم پوشی نمود، اما با تغییر زاویه دهانه شیار از ۴۵ درجه تا ۹۰ درجه با افزایش تقریباً ۲۵ درصدی $Y_{\rm I}^{\rm V}$ مواجه می شویم که مقدار قابل توجهی است. بنابراین، برای آزمایش قطعه خمش سهنقطهای در چنین شرایطی، می توان تنها یک نمونه قطعه را برای زاویه دهانه شیار کمتر از ۴۵ درجه آزمایش کرد و از حجم آزمایشها کم نمود.

> مهندسی مکانیک مدرس مرداد ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۵ www.SID.ir

محاسبه ضرایب شدت تنش مود I بارگذاری برای قطعه خمش ...

برای اطمینان از صحت نتایج بهدست آمده، بررسی پایداری و اعتبار مدل اجزاء محدود استفاده شده جهت محاسبه ضرایب شدت تنش قطعه خمش سهنقطهای، ضروری میباشد. برای تحلیل پایداری نتایج، روی مدل های اجزاء محدود، مطالعات حساسیت المانبندی با اندازههای متفاوت المان صورت گرفت تا زمانی که ضرایب شدت تنش شیار بهدست آمده با کوچکتر شدن اندازه المانها تغییری نکردند. علاوه بر این، بهمنظور ارزيابی اعتبار نتايج، نتايج عددی اندک موجود برای قطعه خمش سهنقطهای[۳۴،۹] با نتایج بهدست آمده در این مقاله مقایسه شدند. مراجع [۹] و [۳۴]، ۹ حالت مشابه با ۹۶ حالت بررسی شده در این مقاله را مدلسازی و تحلیل نموده و نتایج خود را برحسب پارامتر $K_{\rm I}^{\rm V} t W^{\rm I}/6P$ بیان کردهاند. با استفاده I از معلومات این مراجع، نتایج آنها به ضریب هندسی مود که در این مقاله از آن استفاده شده تبدیل شده است. ($Y_{
m I}^{
m V}$ جدول ۳ ابعاد هندسی و ضرایب هندسی قطعههای مقایسه شده و درصد اختلاف بین نتایج را نشان میدهد. پارامتر هندسی S/W برای همه نمونههای مقایسه شده برابر با ۴ می باشد.

در جدول ۳، پارامتر Δ، درصد اختلاف بین نتایج این مقاله و نتایج ارائهشده در مقالات [۱۶] و [۲۵] را نشان میدهد. این پارامتر مطابق رابطه زیر تعریف می شود:

$$\Delta = \frac{Y_{1,P}^{V} - Y_{1,L}^{V}}{Y_{1,P}^{V}} \times 100$$
 (V)

در معادله (۲) زیرنویسهای P و L بهترتیب معرف نتایج ضریب هندسی $Y_{
m I}^{
m V}$ مقاله حاضر و مقالههای دیگر است.

جدول ۳ پارامترهای هندسی قطعه TPB و درصد اختلاف بین نتایج مقاله حاضر و مراجع [۹،۳۴]

| Δ (%)[٣۴] | Δ(%)[٩] | $Y_{\rm I}^{\rm V}\left[{\tt TF} \right]$ | $Y_{\mathrm{I}}^{\mathrm{V}}$ [٩] | $Y_{\rm I}^{\rm V}\left[{\rm P} ight]$ | a/W | γ(°) |
|-----------------------|----------------|--|-----------------------------------|--|-----|------|
| • / • Y | _•/ ۴ ٣ | ۴١/٨٢ | 41/08 | 41/80 | ٠/٢ | ٣٠ |
| 1/24 | ۱/۳۱ | 44/49 | 44/49 | ۴۵/۰۵ | ۰/٣ | ٣٠ |
| •/•) | -•/١٢ | ۵۰/۱۰ | ۵۰/۲۱ | ۵۰/۱۵ | ٠/۴ | ٣٠ |
| -•/Y۵ | -•/۴٩ | ۴۴/۵۵ | 44/99 | 44/44 | ٠/٢ | ۶. |
| $- \star / \lambda Y$ | -•/\\W | ۴۷/۵۶ | 41/21 | 41/10 | ۰/٣ | ۶. |
| -1/LYY | -•/Y۶ | ۵۳/۷۴ | ۵۳/۲۰ | ۵۳/۰۶ | ٠/۴ | ۶. |
| ٠/• ٩ | -•/Y٣ | 61/84 | ۵۲/۰۷ | ۵۱/۶۹ | ٠/٢ | ٩٠ |
| -۲/•• | -•/∆٣ | ۵۵/۹۲ | ۵۵/۱۱ | 54/12 | ۰/٣ | ٩٠ |
| -۲/۶۲ | $-1/V\Delta$ | 83/18 | 83/22 | ۶۲/۱۳ | ٠/۴ | ٩٠ |



شکل ۱۰ تغییرات ^۲۲^۷ بر حسب فاصله تکیه گاهها از یکدیگر به ازای مقادیر مختلف طول شیار (زاویه دهانه شیار، ۹۰ درجه)



شکل ۱۱ تغییرات $Y_{\rm I}^{
m V}$ بر حسب زاویه دهانه شیار به ازای مقادیر مختلف طول شیار (S/W=4)

از شکل ۱۱، همچنین مشاهده می شود که در زاویه مشخصی از دهانه شیار و فاصله یکسان دو تکیه گاه از یکدیگر، مشخصی از دهانه شیار، مقدار ضریب هندسی مود I یعنی افزایش طول شیار، مقدار ضریب هندسی از q/W=0.1 تا Y_1^V افزایش می ابد، اما روند این افزایش از a/W=0.2 تا a/W=0.2

با بررسی تمامی نمودارها، میتوان نتیجه گرفت که از بین سه پارامتر طول شیار، فاصله دو تکیهگاه از یکدیگر و زاویه دهانه شیار، پارامترهای طول شیار و زاویه دهانه شیار بهترتیب بیشترین و کمترین اثر را روی مقدار ضریب هندسی مود I بیشتریا، ($Y_{\rm I}^{\rm V}$) دارند.

Mixed Mode Loading", *Eng. Fract. Mech*, Vol. 76, 2009, pp. 1883-1896.

- [4] Ayatollahi M. R., Torabi A. R., "Brittle Fracture in Rounded-Tip V-Shaped Notches", *Mater. Des.*, Vol. 31, No. 1, 2010, pp. 60-70.
- [5] Leguillon D., "Strength or Toughness? A Criterion for Crack Onset at a Notch", *Eur. J. Mech. A Solid*, Vol. 21. 2002, pp. 61-72.
- [6] Lazzarin P., Zambardi R., "A Finite-Volume-Energy Based Approach to Predict the Static and Fatigue Behavior of Components with Sharp V-Shaped Notches", *Int. J. Fract.*, Vol. 112, 2001, pp. 275-298.
- [7] Yosibash Z., Bussiba A., Gilad I., "Failure Criteria for Brittle Elastic Materials", *Int. J. Fract*, Vol. 125, 2004, pp. 307-333.
- [8] Gross B., Mendelson A., "Plane Elastostatic Analysis of V-notched Plates", NASA Technical Note, NASA TN D-6040, 1970.
- [9] Zhao Z., Hahn H. G., "Determining the SIF of a V-Notch from the Results of a Mixed-Mode Crack", *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 43, No. 4, 1992, pp. 511-518.
- [10] Dunn M. L., Suwito W., "Fracture Initiation at Sharp Notches: Correlation using Critical Stress Intensities", *Int. J. Solid Struct.*, Vol. 34, No. 29, 1997, pp. 3873-3883.
- [11] Gogotsi G. A., "Fracture Toughness of Ceramics and Ceramic Composites", *Ceram. Int.*, Vol. 29, 2003, pp. 777-784.
- [12] Shahani A. R., Tabatabaei S. A., "Computation of Mixed Mode Stress Intensity Factors in a Four-Point Bend Specimen", *Appl. Math. Model*, Vol. 32, 2008, pp. 1281-1288.
- [13] Dunn M. L., Suwito W., Cunningham S., May C. W., "Fracture Initiation at Sharp Notches under Mode I, Mode II, and Mild Mixed Mode Loading", *Int. J. Fract.*, Vol. 84, 1997, pp. 367-381.
- [14] Priel E., bussiba A., Gilad I., Yosibash Z., "Mixed Mode Failure Criteria for Brittle Elastic V-Notched Structures", *Int. J. Fract.*, Vol. 144, 2007, pp. 247-265.
- [15] Gomez F. J., Elices M., "Afracture Criterion for Sharp V-Notched Samples", *Int. J. Fract.*, Vol. 123, 2003, pp. 163-175.
- [16] Gomez F. J., Elices M., Palanas J., "The Cohesive Crack Concept: Application to PMMA at -60°C", *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 72, 2005, pp. 1268-1285.
- [17] Berto F., Ayatollahi M. R., "Fracture Assessment of Brazilian Disc Specimens Weakened by Blunt V-Notches under Mixed Mode Loading by Means of Local Energy", *Mater. Des.*, Vol. 32, 2011, pp. 2858-2869.
- [18] Tseng A., "A three-Dimensional Finite Element Analysis of the Three-Point Bend Specimen" *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 13, 1980, pp. 939-943.

محاسبه ضرایب شدت تنش مود I بارگذاری برای قطعه خمش ...

از جدول ۳ مشاهده می شود که نتایج مراجع [۹] و [۳۴]، با حداکثر اختلاف ۲/۶۲ درصد، تطابق بسیار خوبی با نتایج این مقاله دارند. بنابراین می توان نتیجه گرفت که روش اجزاء محدود مورد استفاده برای محاسبه ضرایب هندسی و نتایجی که در شکلهای ۴ تا ۱۱ نشان داده شدهاند صحیح و معتبر می باشند.

۶- بحث و نتیجهگیری

برای مطالعه اثر هندسه و شرایط بارگذاری قطعه خمش سونقطه ای شیاردار بر ضریب شدت تنش مود اول، این قطعه سوای 98 حالت متفاوت بارگذاری و هندسی توسط نرمافزار اجزاء محدود تحلیل شد و سپس با استفاده از نتایج این تحلیل و روش فرامعین ضرایب شدت تنش قطعات محاسبه شدند. سپس، نتایج بهدست آمده در قالب نمودارهای مجزا برحسب پارامتر بدون بعد "ضریب هندسی شیار" در مود اول بارگذاری پارامتر بدان زوایا، طولهای مختلف شیار و فواصل مختلف دو تکیه گاه ارائه شد.

نشان داده شد که در قطعه خمش سهنقطهای تحت بارگذاری مود I خالص هر کدام از سه پارامتر زاویه دهانه شیار (γ)، طول شیار (a) و فاصله دو تکیهگاه از یکدیگر (S) (در صورت ثابتبودن دو پارامتر دیگر) با مقدار Y_{I}^{V} نسبت مستقیم دارند یعنی با افزایش هر کدام از این پارامترها، Y_{I}^{V} نیز افزایش و با کاهش آنها Y_{I}^{V} کاهش مییابد. همچنین، مشاهده شد که از بین این سه پارامتر (γ , a, S) پارامتر طول شیار بیشترین و پارامتر زاویه دهانه شیار کمترین تأثیر را روی مقدار Y_{I}^{V} دارند. در انتها، اعتبار و صحت روش ارائهشده برای محاسبه ضرایب هندسی شیار مورد ارزیابی قرار گرفت و تطابق بسیار خوبی بین نتایج مقاله حاضر و نتایج موجود در مقالات دیگر مشاهده شد.

۷- مراجع

- Seweryn A., "Brittle Fracture Criterion for Structures with Sharp Notches", *Eng. Fract. Mech*, Vol. 47, No. 5, 1994, pp. 673-681.
- [2] Ayatollahi M. R., Torabi A. R., Azizi P., "Experimental and Theoretical Assessment of Brittle Fracture in Engineering Components Containing a Sharp V-Notch", *Exp. Mech*, Vol. 51, No. 6, 2011, pp. 919-932.
- [3] Ayatollahi M. R., Torabi A. R., "A Criterion for Brittle Fracture in U-Notched Components under

Finite Element Analysis", *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, Vol. 34, No. 3, 2011, pp. 159-176.

- [30] Xiao Q. Z., Karihaloo B. L., Liu X. Y., "Direct Determination of SIF and Higher Order Terms of Mixed Mode Cracks by a Hybrid Crack Element", *Int. J. Fract.*, Vol. 125, 2004, pp. 207-225.
- [31] Durig B., Zhang F., McNeill S. R., Chao Y. J., Peters W. H., " A Study of Mixed Mode Fracture by Photoelasticity and Digital Image Analysis", *Opt. Laser Eng.*, Vol. 14, No. 3, 1991, pp. 203-215.
- [32] Noda N. A., Kihara T. A., "Variation of the Stress Intensity Factor Along the Front of a 3-D Rectangular Crack Subjected to Mixed-Mode Load", Arch. Appl. Mech., Vol. 72, 2002, pp. 599-614.
- [33] Xuan Z. C., Khoo B. C., Li Z. R., "Computing Bounds to Mixed-Mode Stress Intensity Factors in Elasticity", Arch. App. Mech., Vol. 75, 2006, pp. 193-209.
- [34] Gross B., Mendelson A., "Plane Elastostatic Analysis of V-Notched Plates", *Int. J. Fract. Mech.*, Vol. 8, 1972, pp. 267-276.
- [35] Lin K. Y., Tong P., "Singular Finite Element for the Fracture Analysis of V-Notched Plate", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 15, 1980, pp. 1343-1354.
- [36] Carpenter W. C., "Mode I and mode II Stress Intensities for Plates with Cracks of Finite Opening", *Int. J. Fract.*, Vol. 26, 1984, pp. 201-214.
- [37] Stern M., Becker E. B, Dunham R. S., "A Contour Integral Computation of Mixed Mode Stress Intensity Factors", *Int. J. Fract.*, Vol. 12, 1976, pp. 359-368.
- [38] Ayatollahi M. R., Nejati M., "Determination of NSIFs and Coefficients of Higher Order Terms for Sharp Notches using Finite Element Method", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 53, 2011, pp. 164-177.
- [39] Williams M. L., "Stress Singularities Resulting From Various Boundary Conditions in Angular Plates In Extension", J. Appl. Mech., Vol. 19, 1952, pp. 526-528.
- [40] Gross B., Srawley J. E., Stress-Intensity Factors for Three-Point Bend Specimens by Boundary Collocation, NASA TN D-3092, National Aeronautics and Space Administration, Washington D.C., 1965.

محاسبه ضرایب شدت تنش مود I بارگذاری برای قطعه خمش ...

- [19] Carpinteri A., Cornetti P., Pugno N., Sapora A., "Generalized Fracture Toughness for Specimens with Re-Entrant Corners: Experiments Vs. Theoretical Predictions", *Struct. Eng. Mech.*, Vol. 32, No. 5, 2009, pp. 609-620.
- [20] Yao X. F., Yeh H. Y., Xu W., "Fracture Investigation at V-Notch Tip using Coherent Gradient (CGS)", *Int. J. solid Struct.*, Vol. 43, 2006, pp. 1189-1200.
- [21] Nallathambi P., Karihaloo B. L., "Stress Intensity Factor and Energy Release Rate for Three-Point Bend Specimens", *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 25, No. 3, 1986, pp. 315-321.
- [22] Pinho S. T., Robinson P., Iannucci L., "Developing a Four Point Bend Specimen to Measure the Mode I Intralaminar Fracture Toughness of Unidirectional Laminated Composites", *Compos. Sci. Technol.*, Vol. 69, 2009, pp. 1303-1309.
- [23] Kudari S. K., Sharanaprabhu C. M., "On the Relationship between Stress Intensity Factor (K) and Minimum Plastic Zone Radius (MPZR) for Four Point Bend Specimen under Mixed Mode Loading", *Int. J. Eng. Sci. Technol.*, Vol. 2, No. 5, 2010, pp. 13-22.
- [24] He M. Y., Cao H. C., Evans A. G., "Mixed-Mode Fracture: the Four-Point Shear Specimen", *Acta Metall. Mater.*, Vol. 38, No. 5, 1990, pp. 839-846.
- [25] Fett T., "Stress Intensity Factors for Edge Crack Subjected to Mixed Mode Four-Point Bending" *Theor. Appl. Fract. Mech.*, Vol. 15, 1991, pp. 99-104.
- [26] Tong P., Pian T. H. H., Lasry S. J., "A Hybrid Element Approach to Crack Problems in Plane Elasticity", *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 7, 1973, pp. 297-308.
- [27] Sanford R. J., Dally J. W., "A General Method for Determining Mixed-Mode Stress Intensity Factors from Isochromatic Fringe Patterns", *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 11, 1979, pp. 621-633.
- [28] Ramesh K., Gupta S., Kelkar A.A., "Evaluation of Stress Field Parameters in Fracture Mechanics by Photoelasticity-Revisited", *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 56, 1997, pp. 25-45.
- [29] Ayatollahi M. R., Nejati M., "An Over-Deterministic Method for Calculation of Coefficients of Crack Tip Asymptotic Field from