



# بررسی عددی جدایش انرژی در ورتکس تیوب فشار پایین تحت زوایای محوری مختلف نازل‌های تزریق

نادر پورمحمود<sup>۱\*</sup>، اشکان جهانگیرامینی<sup>۲</sup>، امیرحسن زاده<sup>۳</sup>، سیدعلیرضا ایزدی<sup>۲</sup>

۱- دانشیار مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه

۳- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه

\* ارومیه، صندوق پستی ۱۶۵، n.pormahmod@urmia.ac.ir

**چکیده-** در این مقاله، تأثیر زاویه محوری نازل‌های تزریق بر ساختار جریان در یک ورتکس تیوب فشار پایین با استفاده از تکنیک دینامیک سیالات محاسباتی، بررسی شده است. نتایج عددی برای جریان‌های آشسته و تراکم‌پذیر با استفاده از مدل توربولانس استاندارد k-ε به دست آمده‌اند. ابعاد ورتکس تیوب‌های مدل شده برای تمام مدل‌ها یکسان بوده و عملکرد دستگاه تحت ۶ زاویه محوری مختلف برای نازل‌ها بررسی می‌شود. رسیدن به حداقل دمای ممکن در خروجی سرد هدف اصلی این تحقیق عددی است. بررسی ما نشان می‌دهد که استفاده از این نوع نازل، جدایش انرژی و ویژگی‌های جریان را تغییر می‌دهد. با در نظر گرفتن فشار کل جریان سرد پارامتر جدیدی با عنوان ζ تعریف شد و نتایج حاکی از این است که تغییر پارامتر ζ می‌تواند به‌طور مستقیم دمای خروجی سرد را تحت تأثیر قرار دهد. در نهایت برخی از نتایج حاصل از کار عددی با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند که تطابق قابل قبولی بین آنها وجود دارد.

**کلیدواژگان:** ورتکس تیوب، زاویه محوری، جدایش انرژی، ζ، شبیه‌سازی عددی.

## Numerical investigation of energy separation in a low pressure vortex tube under different axial angles of injection nozzles

N. pormahmoud<sup>1\*</sup>, A. Jahangir Amini<sup>2</sup>, A. Hassanzadeh<sup>3</sup>, S.A. Izadi<sup>2</sup>

1- Assoc. Prof., Mech. Eng., Urmia Univ., Urmia, Iran

2- MSc. Student, Mech. Eng., Urmia Univ., Urmia, Iran

3- PhD. Student, Mech. Eng., Urmia Univ., Urmia, Iran

\* P.O.B. 165 Urmia, Iran. n.pormahmod@urmia.ac.ir

**Abstract-** In this article, effect of axial angle of injection nozzles on the flow field structure in a Low-Pressure vortex tube has been investigated by computational fluid dynamics (CFD) techniques. Numerical results of compressible and turbulent flows are derived by using the standard k-ε turbulence model. The dimensions of studied vortex tubes are kept the same for all models and the performance of machine is studied under 6 different axial angles ( $\beta$ ) of nozzles. Achieving to a minimum cold exit temperature is the main goal of this numerical research. Our investigation shows that utilizing this kind of nozzle changes the energy separation and flow characteristic. Considering total pressure of cold flow, a new parameter,  $\zeta$  is defined and results shows that changing the amount of  $\zeta$  can affect the cold exit temperature directly. Finally, some results of the CFD models are validated by the available experimental data which show reasonable agreement.

**Keywords:** Vortex Tube, Axial Angle, Energy Separation,  $\zeta$ , Numerical Simulation.

## ۱- مقدمه

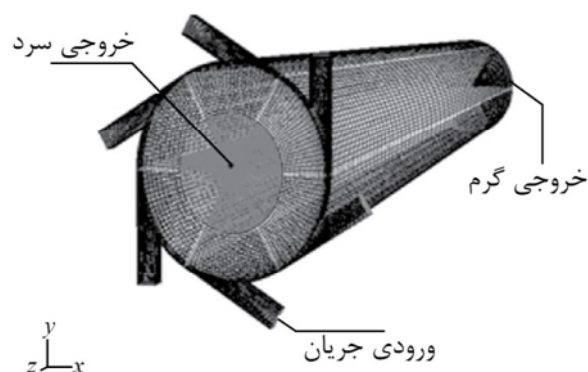
در بررسی‌های قبلی در مورد تأثیر نازل تزریق گاز بر روی عملکرد دستگاه، تکیه اصلی روی تعداد نازل ورودی بوده است. از جمله می‌توان به کرماچی و اولیور [۱۹]، شمس‌الدینی و حسین‌نژاد [۲۰] و بهارا و همکاران [۲۱] اشاره کرد. موارد اشاره شده تنها دمای خروجی‌های سرد و گرم را به عنوان پارامتر مورد مطالعه، در نظر می‌گرفتند. ولی در این مقاله سعی بر این است با مطالعه پارامترهای اضافی از جمله فشار کل در پای نازل‌ها و عدد ماخ به بررسی موضوع پرداخته شود.

## ۲- مدل عددی و معادلات حاکم

مدل عددی مورد بررسی از روی مدل آزمایشگاهی اسکای و همکاران [۷] ساخته شده است. این مدل مجهز به ۶ نازل مستقیم ورودی هوا، یک خروجی گرم و یک خروجی سرد است. در این مقاله علاوه بر مدل اسکای و همکاران [۷]، ۵ مدل دیگر که با زوایای مختلف محوری نسبت به راستای ورود جریان تجهیز شده‌اند نیز بررسی می‌شود.

در شکل ۲، شبکه‌بندی مسأله برای مدل اسکای و همکاران [۷] و در شکل ۳، یک نمونه از مدل‌های دیگر بررسی شده، نشان داده شده است.

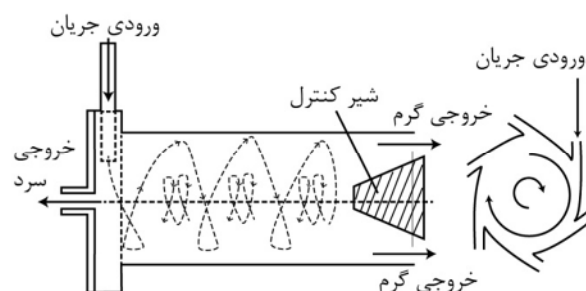
همچنین ابعاد هندسی دقیق مربوط به ورتکس تیوب مدل‌شده در جدول ۱ ارائه شده است. این ابعاد برای همه مدل‌ها ثابت در نظر گرفته شده است.



شکل ۲ شبکه‌بندی میدان حل برای ورتکس تیوب دارای ۶ نازل مستقیم

ورتنکس تیوب دستگاهی است با هندسه نسبتاً ساده، بدون هیچ قسمت متحرک، که قادر است جریان فشار بالا را به دو جریان گرم و سرد تفکیک کند. این پدیده اولین بار توسط رانکیو [۱] گزارش شد. بعد از وی، هیلش [۲] این اثر را با جزئیات بیشتری توصیف کرد. طبق مطالعه آنها زمانی که گاز متراکم از نازل‌های مماسی به داخل ورتکس تیوب تزریق می‌شود، یک میدان چرخشی قوی ایجاد می‌شود. این چرخش در ناحیه ورودی باعث توزیع فشار در جهت شعاعی جریان می‌شود که در نتیجه یک گردابه آزاد در ناحیه جریان گرم محیطی و یک گردابه اجباری در ناحیه جریان سرد داخلی تولید می‌شود. شکل ۱ نحوه عملکرد یک ورتکس تیوب را همراه با اجزای آن نشان می‌دهد. پس از آنها السر و هوچ [۳]، مارتونوفسکی و الکسیف [۴]، تاکاهاما [۵]، بران [۶] و اسکای و همکاران [۷] بررسی‌های آزمایشگاهی مهمی را در رابطه با ورتکس تیوب انجام دادند. فلتون [۸] توصیفات تحلیلی جدایش انرژی و پروفیل سرعت و دما در ورتکس تیوب را ارائه کرد. دایسلر و پرلموتر [۹]، یونگ و کوچئون [۱۰]، آلبرن و همکاران [۱۱] و استفان و همکاران [۱۲، ۱۳] جدایش انرژی در ورتکس تیوب را به‌صورت تحلیلی مطالعه کردند.

کرماچی [۱۴]، آخسه و همکاران [۱۵]، پورمحمود و همکاران [۱۶] نیز تأثیر پارامترهای هندسی را به‌صورت عددی بررسی کردند. تا کنون تئوری رضایت‌بخشی برای توضیح این پدیده ارائه نشده است. برخی از محققان جدایش انرژی را به انتقال کار همراه با تراکم و انبساط نسبت می‌دهند [۲، ۱] و برخی دیگر تأثیر گردابه‌های توربولانس را مطرح کرده‌اند [۱۷]. بعدها چرخش ثانویه به عنوان عامل دیگری در جدایش انرژی مطرح شد [۱۸].



شکل ۱ اجزای ورتکس تیوب و نحوه عملکرد آن

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ u_i \rho \left( h + \frac{1}{2} \tilde{u}_j \tilde{u}_j \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_j} + u_i (\tau_{ij})_{eff} \right] \quad (4)$$

$$\& \quad k_{eff} = K + \frac{C_p \mu_t}{Pr_t}$$

علاوه بر معادلات فوق، باید معادلات مربوط به مدل توربولانس k-ε نیز همزمان حل شوند. این معادلات عبارتند از:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (6)$$

که در این معادلات  $G_k$  نشان‌دهنده تولید انرژی جنبشی توربولانس به علت گرادیان سرعت میانگین،  $G_b$  نشان‌دهنده تولید انرژی جنبشی توربولانس در اثر نیروی شناوری و  $Y_M$  نشان‌دهنده سهم نوسانات سرعت در جریان آشفته تراکم‌پذیر است.  $\sigma_\varepsilon$  و  $\sigma_k$  نمایانگر عدد پرانتل توربولانس به ترتیب برای  $k$  و  $\varepsilon$  هستند.  $C_{1\varepsilon}$ ،  $C_{2\varepsilon}$  و  $C_{3\varepsilon}$  نیز ثابت هستند که برابرند با:

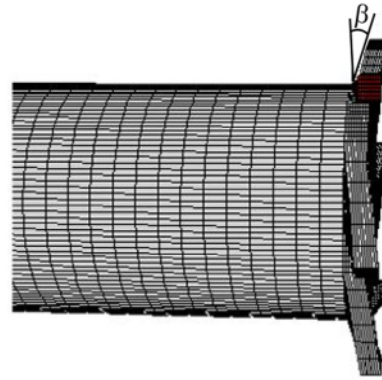
$$C_{1\varepsilon} = 1/44, C_{2\varepsilon} = 1/29, C_{3\varepsilon} = 0/9$$

$$\sigma_k = 1/0, \sigma_\varepsilon = 1/3$$

ویسکوزیته توربولانس ( $\mu_t$ ) نیز با توجه به مقادیر  $k$  و  $\varepsilon$  به صورت رابطه (7) محاسبه می‌شود:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (7)$$

شرایط مرزی مسأله بر اساس مدل تجربی اعمال می‌شود. بنابراین ورودی را به صورت دبی جرمی ورودی ( $\dot{m}_{in}$ ) معادل  $8/34 \text{ gs}^{-1}$  برای فشار کاری  $4/8$  بار<sup>2</sup> و دمای سکون  $294/2$  کلوین و برای سایر حالت‌ها به صورت فشار ورودی با مقادیر  $3/47$ ،  $3/77$ ،  $4/12$ ،  $4/47$  بار با همان دمای سکون، خروجی سرد را شرط مرزی فشار ثابت خروجی مطابق مدل تجربی برابر  $0/15$  بار در نظر می‌گیریم و خروجی گرم را هم به صورت شرط مرزی فشار خروجی در نظر می‌گیریم و مقدار آن را تغییر می‌دهیم تا نسبت دبی خروجی مورد نظر از قسمت‌های سرد و گرم بدست آید. باید گفت که جهت مقایسه درست، شرایط مرزی برای همه مدل‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شود. همچنین به دلیل پیرویدیک بودن شکل ورتکس تیوب، برای کاهش حجم محاسبات و زمان اجرای برنامه، در مدل با 6 نازل، قطاع 60 درجه یعنی یک ششم از کل شکل مدل می‌شود.



شکل 3 شبکه‌بندی میدان حل برای ورتکس تیوب دارای نازل‌هایی با زوایای مختلف

جدول 1 ابعاد هندسی ورتکس تیوب مدل شده

پارامتر	مقدار
طول لوله (mm)	106
قطر لوله (mm)	11/4
عمق نازل (mm)	0/97
پهنای نازل (mm)	1/41
سطح مقطع کلی ورودی نازل (mm <sup>2</sup> )	8/2
قطر خروجی سرد (mm)	6/2
سطح مقطع خروجی گرم (mm <sup>2</sup> )	95

مدل عددی ورتکس تیوب مدل شده، با استفاده از بسته نرم‌افزاری فلوئنت<sup>1</sup> شبیه‌سازی شده است و معادلات بنیادی با استفاده از کد استاندارد این برنامه در یک میدان سه‌بعدی تراکم‌پذیر و توربولانس حل شده‌اند. با توجه به اینکه جریان در ورتکس تیوب به شدت مغشوش است، برای مدل‌سازی عددی جریان تراکم‌پذیر در ورتکس تیوب، علاوه بر معادلات بقای جرم، مومنتم، انرژی و معادله حالت گاز باید یک مدل توربولانس نیز برای ایجاد اثر اغتشاش به کار رود. مطالعات ما نشان داده است که مدل توربولانسی k-ε بهتر از سایر مدل‌ها می‌تواند اغتشاش جریان داخل دستگاه را تحلیل کند. معادلات سه‌بعدی میدان جریان برای بقای جرم، بقای مومنتم، معادله انرژی و معادله حالت به صورت زیر هستند:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \tilde{u}_j) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \tilde{u}_j u_i - \tau_{ij}) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} \quad (2)$$

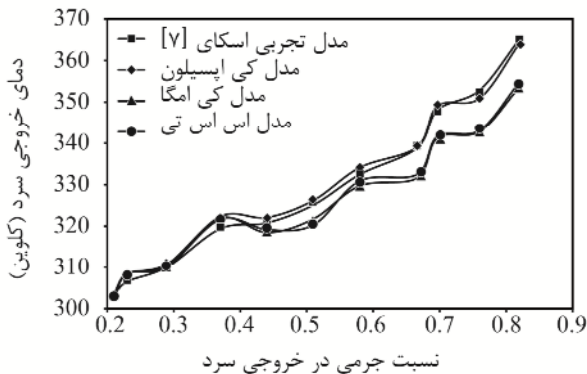
$$p = \rho RT \quad (3)$$

## ۳- بررسی مدل‌های توربولانس

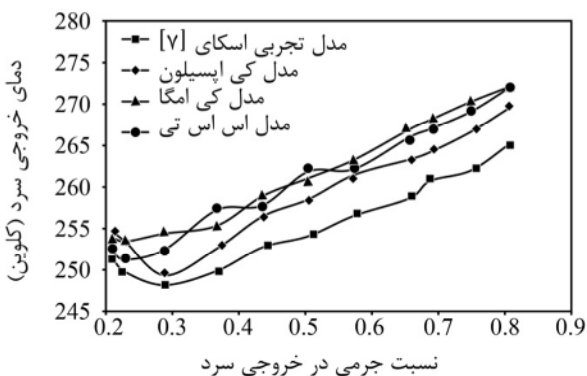
مدل در نظر گرفته شده یک مدل سه بعدی چرخشی با تقارن محوری است که مدل‌های توربولانس کی اپسیلون ( $k-\epsilon$ ) مدل کی امگا ( $k-\omega$ ) و مدل (SST) برای شبیه‌سازی آشفتگی جریان آن به کار گرفته شده است تا تأثیر انواع مدل‌های توربولانس در مدل‌سازی پدیده جدایش انرژی در جریان چرخشی و تراکم‌پذیر در ورتکس تیوب قابل بررسی باشد. مقایسه نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی حاضر تطابق خوب مدل توربولانس  $k-\epsilon$  را با نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهد. برای مدل‌سازی مسأله با مدل‌های دیگر توربولانس نظیر RNG  $k-\epsilon$  و RSM نیز سعی شد که برای هندسه در نظر گرفته شده بکارگیری این مدل‌های توربولانس با عدم هم‌گرایی در میدان حل همراه بود.

در شکل‌های ۴ و ۵ جدایش دمایی به دست آمده با مدل‌های مختلف توربولانس با نتایج آزمایشگاهی اسکای و همکاران [۷] مقایسه شده است. به طوری که تمامی مقایسات بین مدل و داده‌های تجربی بر اساس مقدار نسبت جرمی در خروجی سرد گزارش شده است. همان طور که در شکل ۴ نشان داده شده، دمای محاسبه شده برای گاز خروجی گرم در اکثر مدل‌های توربولانس تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد در حالی که نتایج به دست آمده برای دمای گاز خروجی سرد (شکل ۵) با مدل  $k-\epsilon$  بهترین تطابق را با داده‌های تجربی نشان می‌دهد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مدل توربولانس  $k-\epsilon$  از دقت و توانایی بیشتری نسبت به سایر مدل‌های توربولانس در شبیه‌سازی جریان چرخشی در ورتکس تیوب برخوردار است و می‌توان از این مدل برای طراحی و بهینه‌سازی عددی ورتکس تیوب با دقت بسیار خوب استفاده کرد. در نسبت جرمی ۰/۳، کمترین جدایش دمایی در خروجی گرم مشاهده می‌شود. با افزایش نسبت جرمی در خروجی سرد، جدایش دمایی در ناحیه خروجی گرم با یک سیر صعودی افزایش می‌یابد به طوری که در نسبت جرمی ۰/۸۱ در خروجی سرد، دما در خروجی گرم تا ۳۶۵ کلوین افزایش می‌یابد. دمای حاصل از مدل عددی در خروجی سرد در کمترین کسر جرمی سرد در حدود ۲۵۷ کلوین است که با افزایش در میزان نسبت جرمی در خروجی سرد تا ۰/۳، دما در خروجی سرد تا ۲۵۰/۲ کلوین کاهش می‌یابد از

این نقطه به بعد افزایش نسبت جرمی در خروجی سرد، با افزایش دما در این ناحیه همراه است.



شکل ۴ دمای خروجی گرم برای مدل‌های مختلف توربولانس

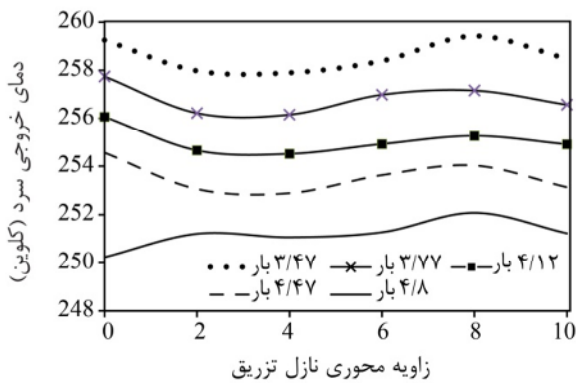


شکل ۵ دمای خروجی سرد برای مدل‌های مختلف توربولانس

## ۴- بررسی استقلال نتایج عددی از مش بندی

برای زدودن و کاهش هر گونه خطا به علت درشتی یا ابعاد نامناسب مش بندی میدان سیال و استقلال نتایج تحلیل از تأثیرات مش بندی مدل عددی، مدل‌سازی با تعداد مش بندی متفاوت برای بررسی تأثیر تعداد مش‌ها انجام گرفت. برای این کار، مدل ورتکس تیوب با ۶ نازل مستقیم در نسبت جرمی سرد برابر ۰/۳ در نظر گرفته شد و یک پارامتر کلیدی مانند دما در خروجی سرد، معیار مقایسه قرار گرفت که با توجه به بررسی انجام شده، برای تعداد عنصر بیش از ۱۶۰۰۰۰ تغییر در نتایج بسیار اندک است و تأثیری نخواهد داشت. این نتایج در شکل ۶ نشان داده شده است.

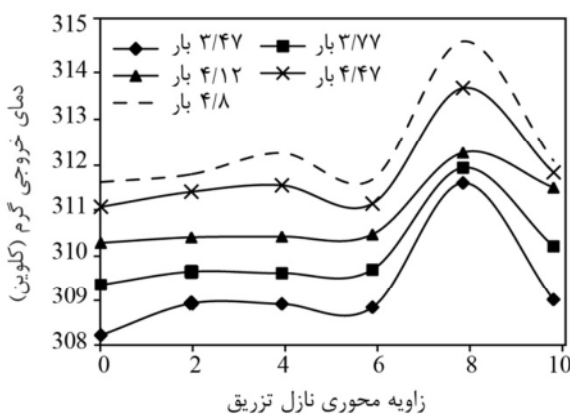
## 1. Cold Mass Fraction



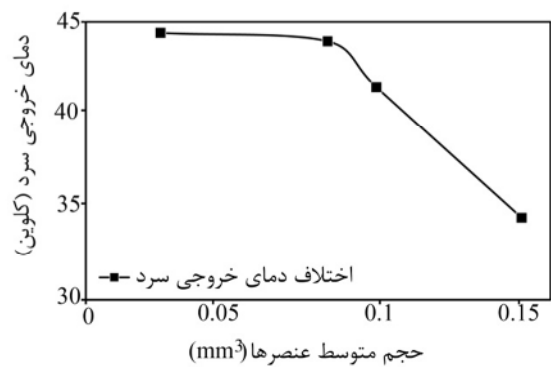
شکل ۷ دمای خروجی سرد به ازای فشارهای ورودی و زوایای نازل مختلف

نمودار شکل ۸، تغییرات دمای خروجی گرم را نشان می‌دهد. برای تمام زوایا مشاهده شد با افزایش فشار ورودی، دمای خروجی گرم طبق انتظار افزایش یافت. در این حالت برخلاف دمای خروجی سرد،  $\beta = 8^\circ$ ، بیشترین میزان جدایش دما در خروجی گرم ایجاد می‌شود.

در حالت کلی با افزایش زاویه نازل‌های تزریق جریان دمای خروجی گرم به ازای تمام فشارهای ورودی نسبت به حالت بدون زاویه بیشتر خواهد شد. از آنجا که ورتکس تیوب بیشتر در مقاصد سرمایه‌گذاری استفاده می‌شود، در مقاله حاضر نیز جدایش دما در خروجی سرد از اهمیت بیشتری برخوردار است. لذا جدایش دمایی در خروجی گرم فقط جهت بررسی ارائه می‌شود.



شکل ۸ دمای خروجی گرم به ازای فشارهای ورودی و زوایای نازل مختلف



شکل ۶ مطالعه استقلال از مشبندی بر مبنای حداقل دمای خروجی سرد

در نتیجه با توجه به پایداری و ثابت شدن تقریبی نتایج که استقلال نتایج تحلیل را از تأثیرات مشبندی نشان می‌دهد، برای کاهش زمان محاسبات از همان تعداد عنصر استفاده شده است. همچنین برای بررسی مدل‌های دیگر سعی بر استفاده از عنصرهایی با حجم متوسط عنصرهای مدل بررسی شده برای استقلال از مشبندی شده است.

## ۵- تأثیر زاویه محوری نازل

### ۵-۱- دمای خروجی‌های سرد و گرم

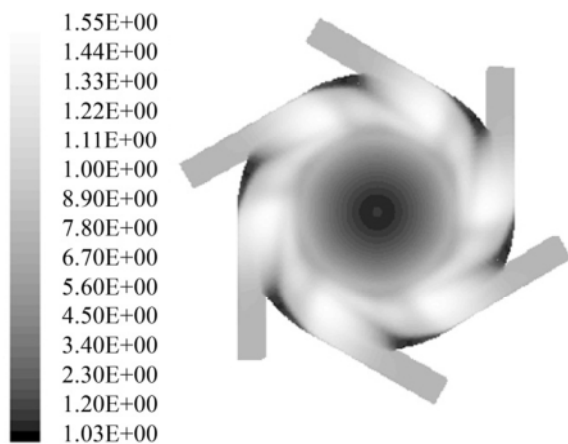
بررسی‌های قبلی انجام شده در زمینه شکل نازل‌ها بیان می‌کنند که شکل نازل باید به گونه‌ای باشد که هوا به صورت مماسی وارد محفظه چرخش شود تا سرعت چرخشی بالاتر و به دنبال آن انتقال مومنتم به داخل محفظه و میدان سیال بیشتر شود. در این تحقیق علاوه بر در نظر گرفتن این نکته، سعی در طراحی یک نوع نازل مناسب شده است؛ به نوعی که این نوع نازل باعث انتقال ناحیه پرفشار از انتهای نازل و ابتدای ورود به محفظه چرخش به سمت داخل محفظه می‌شود. این امر کاهش دما در خروجی سرد را در پی دارد.

شکل ۷ دمای خروجی سرد را بر حسب زوایای مختلف نازل برای انواع فشارهای ورودی نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، به ازای  $\beta = 4^\circ$ ، کمترین دمای خروجی سرد به ازای فشارهای ورودی مختلف (به جز فشار کاری اسکای و همکاران [۷] یعنی ۴/۸ بار) بدست می‌آید. با افزایش فشار ورودی در همه انواع نازل‌ها، کاهش دما به صورت یکنواخت مشاهده می‌شود.

۵-۲- تغییرات فشار در محفظه چرخش

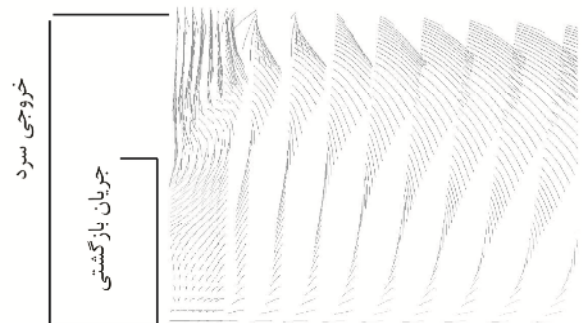
تغییرات فشار در داخل ورتکس تیوب، تغییرات عدد ماخ را به دنبال دارد. بنابراین بررسی عدد ماخ در داخل میدان می‌تواند در کمک به فهم جریان مؤثر باشد. این کار در شکل ۱۰ برای  $\beta = 0^\circ$  صورت گرفته است. در این شکل نحوه تغییرات عدد ماخ در داخل محفظه چرخش نمایش داده شده است.

همان‌طور که از شکل مشاهده می‌شود، جریان در ورودی نازل به‌صورت زیرصوت<sup>۱</sup> ولی با ماخ بالا (حدود ۰/۹) است. با حرکت سیال در طول نازل و ورود آن به داخل محفظه چرخش، عدد ماخ افزایش می‌یابد و جریان فراصوت<sup>۲</sup> می‌شود. با ادامه حرکت سیال در داخل محفظه، عدد ماخ پس از رسیدن به ماکزیمم مقدار، کاهش می‌یابد و جریان یکباره زیرصوت می‌شود و این مبین رخ دادن شوک<sup>۳</sup> در داخل محفظه چرخش است که همراه با افت‌هایی در سیستم از جمله افت فشار است. در ازای کاهش نواحی دارای ماخ بالا، مقدار شوک در داخل محفظه چرخش نیز کاهش می‌یابد. یکی از راه‌های این کار، زاویه دادن به نازل ورودی است. به عنوان نمونه، کانتور توزیع عدد ماخ برای مدل  $\beta = 4^\circ$  در شکل ۱۱ نشان داده شده است. در این شکل می‌توان به وضوح کاهش عدد ماخ و نیز کاهش ناحیه دارای ماخ بالا را ملاحظه نمود. این مورد خود باعث یکنواخت‌تر شدن الگوی جریان و افزایش مومنتم سیال و افزایش میزان جدایش دمایی خصوصاً در خروجی سرد می‌شود.



شکل ۱۰ کانتور توزیع عدد ماخ در محفظه چرخش،  $\beta = 0^\circ$

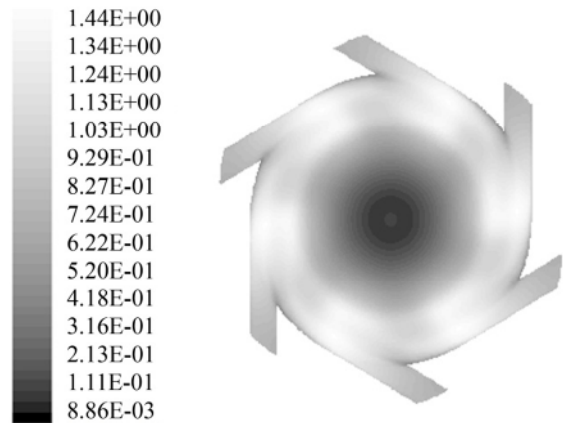
همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود برای زاویه ۱۰ درجه دمای خروجی سرد نسبت به زاویه ۸ درجه روند نزولی دارد. لذا برای بررسی اینکه آیا با افزایش زاویه به مقادیر بیش از ۱۰ درجه می‌توان به دماهای سردتری دست یافت زاویه ۱۲ درجه مورد مطالعه قرار گرفت و در نسبت خروجی ۰/۳ و دبی جرمی ورودی ۸/۳۴ گرم بر ثانیه و فشار ۴/۸ بار برای جریان سیال ورودی، دماهای خروجی سرد و گرم دستگاه به ترتیب برابر ۲۵۲/۴۳ کلوین و ۳۳۲/۹۵ کلوین خواهد بود. اما آنچه در این مورد قابل بحث است ایجاد جریان بازگشتی در روند حل این مسأله است. پدیده ایجاد جریان بازگشتی در حل عددی مسأله‌های مربوط به دستگاه ورتکس تیوب بسیار مشاهده می‌شود. اسکای و همکارانش [۷] نیز در مقاله خود وجود جریان بازگشتی را گزارش داده‌اند. جریان برگشتی با ایجاد تغییر و دگرگون کردن الگوی جریان در نزدیکی خروجی سرد و به دلیل ایجاد اختلاط باعث افزایش دمای جریان خروجی و در نتیجه کاهش جدایش دمایی در خروجی سرد خواهد شد. در حالی که عملکرد مطلوب در ورتکس تیوب بدست آوردن دمای پایین‌تر در خروجی سرد است. در ناحیه میانی ارفیسیس خروجی سرد، جهت جریان به طرف داخل است در حالی که در کناره‌ها جهت جریان به طرف خارج است. این مسأله باعث رانده شدن جریان جداشده سرد به طرف داخل ورتکس تیوب و اختلاط جریان گرم با سرد شده و نتیجه به‌صورت افزایش دما در خروجی سرد خود را نشان خواهد داد. شکل ۹ شماتیک خطوط جریان بر حسب سرعت محوری را در خروجی سرد ورتکس تیوب نشان می‌دهد.



شکل ۹ پدیده جریان بازگشتی برای مدل با زاویه  $\beta = 12^\circ$

1. Subsonic
2. Supersonic
3. Shock

کم و قابل صرف نظر کردن است، لذا با مقایسه همزمان نمودارهای سرعت چرخشی و پروفیل دمای کل می‌توان دید که ناحیه با دمای پایین یا سرد منطبق بر ناحیه با سرعت چرخشی بسیار پایین یا همان هسته مرکزی ورتکس تیوب است. علاوه بر این مشاهده می‌شود که مقادیر سرعت‌های چرخشی برای دو حالت بدون زاویه و زاویه ۴ درجه تغییر محسوسی ندارند.



شکل ۱۱ کانتور توزیع عدد ماخ در محفظه چرخش،  $\beta=4^\circ$

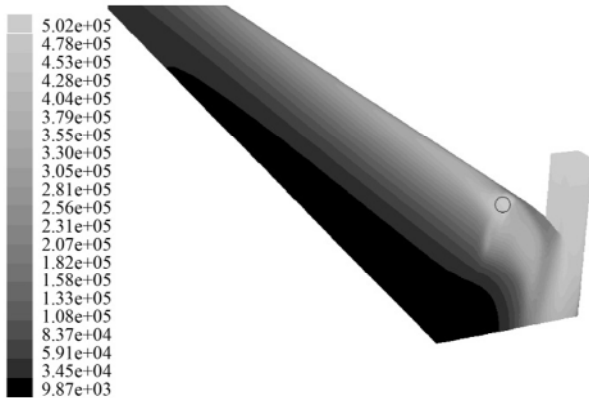
از دیگر مزایای ایجاد زاویه محوری، کاهش فشار در پای نازل‌های تزریق در اثر زاویه دادن به آنها است. در شکل‌های ۱۲- الف و ۱۲- ب مقایسه‌ای بین فشار کل داخل محفظه در حالت‌های صفر و چهاردرجه انجام شده است.

مشاهده می‌شود که با ایجاد زاویه در نازل‌های تزریق، فشار کل ماکزیمم در پای نازل‌ها از محدوده ۴۷۸۰۰۰ تا ۵۰۲۰۰۰ پاسکال به محدوده ۴۵۲۰۰۰ تا ۴۷۷۰۰۰ پاسکال کاهش می‌یابد. این کاهش فشار در پای نازل‌های تزریق، کاهش عدد ماخ در محفظه چرخش و در نتیجه یکنواخت تر شدن جریان در ناحیه خروجی سرد را در پی خواهد داشت.

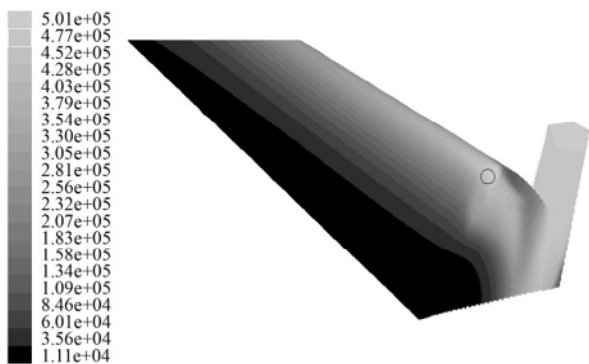
### ۵-۳- کانتورهای دمایی و سرعت‌های چرخشی<sup>۱</sup>

شکل ۱۳ مربوط به کانتور توزیع دمای کل در سرتاسر لوله برای مدل  $\beta=4^\circ$  است. ماکزیمم مقادیر برای دمای کل، در نزدیکی دیواره ورتکس تیوب ملاحظه می‌شود. همچنین در این شکل افزایش دما در جهت شعاعی و به طرف دیواره ورتکس تیوب دیده می‌شود. باید متذکر شد ضخامت نواحی‌ای که با رژیم گردابه‌های آزاد هدایت می‌شوند در میدان جریان بسیار کم است. بنابراین بیشتر جریان موجود در ورتکس تیوب با رژیم گردابه‌های اجباری هدایت می‌شود که در این نواحی مقدار سرعت با شعاع رابطه مستقیم دارد [۱۶]. شکل‌های ۱۴- الف و ۱۴- ب نمودار تغییرات سرعت چرخشی را در راستای شعاعی و در مقاطع طولی مختلف از دستگاه برای حالت بدون زاویه و  $\beta=4^\circ$  نشان می‌دهد. با توجه به این نمودارها می‌توان دید که در هسته مرکزی ورتکس تیوب سرعت چرخشی بسیار

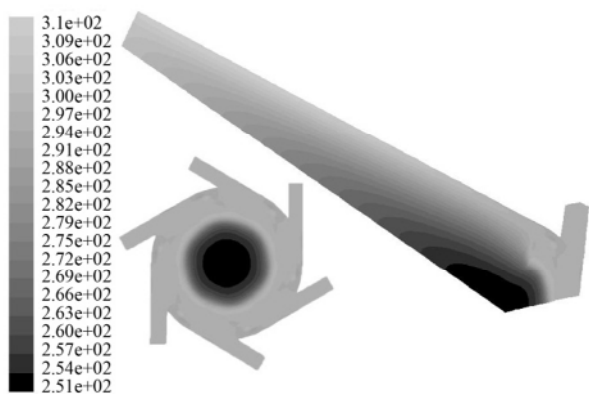
1. Swirl Velocity



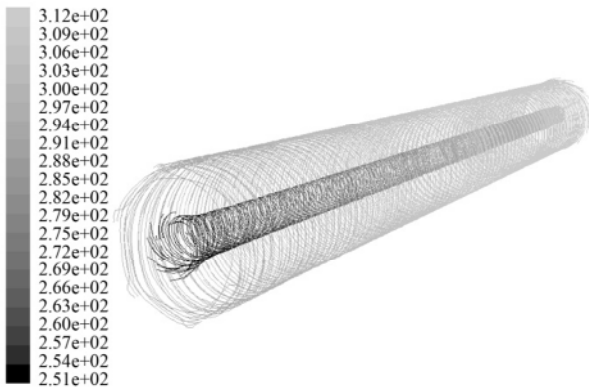
شکل ۱۲- الف توزیع فشار کل در سرتاسر ورتکس تیوب،  $\beta=0^\circ$



شکل ۱۲- ب توزیع فشار کل در سرتاسر ورتکس تیوب،  $\beta=4^\circ$



شکل ۱۳ توزیع دمای کل در سرتاسر ورتکس تیوب،  $\beta=4^\circ$



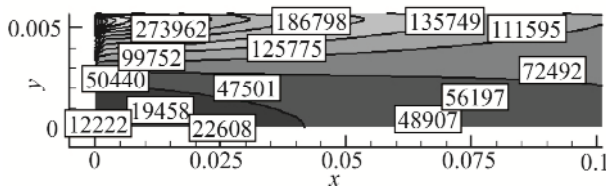
شکل ۱۵ خطوط مسیر برای عنصرهایی از سیال بر حسب دمای کل برای ورتکس تیوب با  $\beta=4^\circ$

این مسأله در اثر تبدیل انرژی جنبشی ذرات سیال به انرژی گرمایی به خاطر وجود تنش برشی اصطکاکی که ناشی از اثر ویسکوزیته سیال است، رخ می‌دهد.

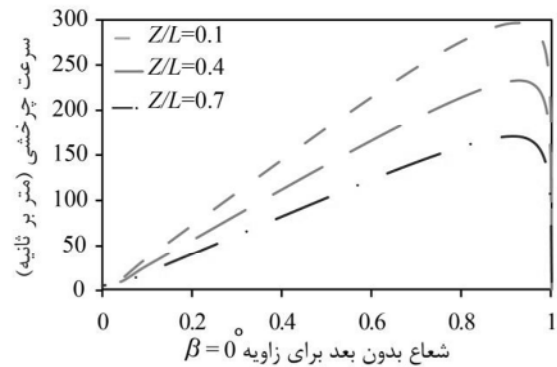
#### ۴-۵- بررسی فشار جریان سرد و معرفی پارامتر $\beta$

نتایج بدست‌آمده از تحلیل جریان سرد مرکزی حاکی از این امر است که دمای خروجی سرد دستگاه به شدت به تغییرات فشار کل داخل لوله وابسته است. لذا با بررسی فشار کل برای جریان سرد مرکزی، پارامتر جدیدی با عنوان  $\beta$  برای پیش‌بینی نحوه تغییرات دما در ورتکس تیوب‌های با نازل زاویه‌دار تعریف شده‌است. در شکل ۱۶ کانتور فشار کل برای جریان سیال داخل ورتکس تیوب نشان داده شده‌است.

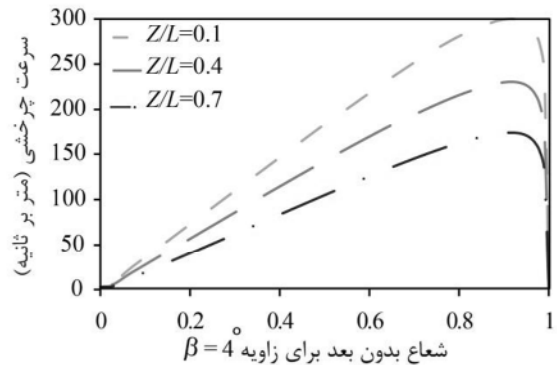
همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با پیشروی سیال در طول تیوب، فشار در نواحی نزدیک دیواره کاهش پیدا می‌کند و بر عکس فشار برای جریان سرد میانی رو به افزایش خواهد بود. در واقع در نقطه سکون، مقدار فشار کل برای جریان گرم محیطی به میزان حداقل و برای جریان سرد میانی دارای ماکزیمم مقدار خواهد بود.



شکل ۱۶ کانتور فشار کل ورتکس تیوب برای  $\beta=4^\circ$



شکل ۱۴ الف- تغییرات سرعت چرخشی در راستای شعاعی در مقاطع طولی مختلف،  $\beta=0^\circ$



شکل ۱۴ ب- تغییرات سرعت چرخشی در راستای شعاعی در مقاطع طولی مختلف،  $\beta=4^\circ$

کانتور دمای کل برای ورتکس تیوب با  $\beta=4^\circ$  در نسبت جرمی سرد  $0/3$  و فشار کاری  $4/8$  بار نشان‌دهنده حداکثر دمای خروجی گاز گرم برابر با  $312/12$  کلوین و حداقل دمای گاز سرد برابر  $251/06$  کلوین است. تغییرات دمای کل نشان می‌دهد کاهش گرادین دمای کل در نواحی نزدیک به خروجی گرم است. در شکل ۱۵ خطوط مسیر عنصرهایی از سیال در نسبت جرمی سرد  $0/3$  بر حسب دمای کل عنصرها مشاهده می‌شود.

این شکل نمایی کلی از حرکت عنصرهای سیال در داخل ورتکس تیوب با  $\beta=4^\circ$  را در تراکم کمتری ارائه می‌دهد. در این شکل عنصرهای پیرامونی (محیطی) با حرکت به انتهای گرم با دریافت انرژی از عنصرهای مرکزی، به دمای بالاتری می‌رسند. درحالی‌که عنصرهای سیال در ناحیه مرکزی انرژی خود را از دست داده و به عنصرهای پیرامونی انتقال می‌دهند.



لذا با در نظر گرفتن این امر که فشار کل جریان سرد میانی در جهت حرکت به سمت خروجی سرد کاهش می‌یابد و این کاهش فشار نشان‌دهنده کاهش سطح انرژی این جریان است می‌توان بیان کرد که هر چه میزان این کاهش فشار بیشتر باشد جریان خروجی سرد دمای پایین‌تری خواهد داشت. برای بیان میزان کاهش فشار جریان سرد، پارامتری با عنوان  $\xi$  تعریف می‌شود که به صورت حاصل اختلاف فشار ماکزیمم و مینیمم جریان سرد بازگشتی بر فاصله این دو نقطه است و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\xi = \frac{\Delta P}{\Delta Z} = (P_{\max} - P_{\min}) / (Z_{\max} - Z_{\min}) \quad (8)$$

محاسبات نشان داده است که هر چه میزان این پارامتر بیشتر باشد دمای خروجی سرد دستگاه پایین‌تر خواهد بود. نتایج محاسبات برای فشار کاری ۴/۸ بار در جدول ۲ نشان داده شده است.

مشاهده می‌شود که برای حالت بدون زاویه مقدار  $\xi$  از حالت‌های دیگر بیشتر است و متناظر با آن دمای خروجی سرد نیز پایین‌تر است. در بین نازل‌های دارای زاویه، در حالت ۴ درجه،  $\xi$  مقدار بیشتری دارد و دمای خروجی سرد آن پایین‌تر خواهد بود. همان‌گونه که در این جدول مشاهده می‌شود روند تغییر پارامتر  $\xi$  می‌تواند به درستی روند تغییرات دمای خروجی سرد دستگاه را در تمام زوایای محوری مختلف به درستی پیش‌بینی کند. این روند دقیقاً با آنچه که در شکل ۷ نشان داده شده است همخوانی دارد.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مطالعه با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت و روش حجم محدود به مدل‌سازی پدیده جدایش انرژی در ورتکس تیوب پرداخته شد.

جدول ۲ مقادیر فشار کل حداکثر و حداقل جریان سرد و فاصله آنها از خروجی سرد

$Z_{\max} - Z_{\min}$	$P_{\min}$	$P_{\max}$	$\xi$	$\beta$
۹۵/۹۴	۱۰/۴۸	۶۳/۶۹	۰/۵۵۵	۰
۹۷/۰۳	۱۱/۲۴	۶۲/۴۵	۰/۵۲۸	۲
۹۷/۰۳	۱۱/۳۸	۶۲/۹۳	۰/۵۳۱	۴
۹۷/۰۳	۱۱/۴۹	۶۲/۴۶	۰/۵۲۵	۶
۹۷/۰۳	۱۱/۹۱	۶۱/۷۵	۰/۵۱۴	۸
۹۷/۰۳	۱۱/۳۹	۶۲/۶۰	۰/۵۲۸	۱۰

- [10] Young, J., Mc Cutcheon, A.R.S. "The Performance of Ranque-Hilsch Vortex Tube", *the Chemical Engineering*, Vol. 6, 1973, pp. 522-528.
- [11] Ahlborn, B., Keller, J.U., Staudt, R., Treitz, G., Rebhan, E. "Limits of Temperature Separation in a Vortex Tube", *Journal of Physics D: Appl. Phys.*, Vol. 27, 1994, pp. 480-488.
- [12] Stephan, K., Lin, S., Drust, M. "An Investigation of Energy Separation in a Vortex Tube", *International Journal of Heat Transfer*, Vol. 3, No. 26, 1993, pp. 341-348.
- [13] Stephan, K., Lin, S., Drust, M., Seher, D. "A Similarity Relation For Energy Separation in a Vortex Tub", *Int. J. of Heat Mass Transfer*, Vol. 6, No. 27, 1984, pp. 911-920.
- [14] Kirmaci V. "Optimization of Counter Flow Ranque-Hilsch Vortex Tube Performance Using Taguchi Method", *International Journal of Refrigeration*, Vol. 32, No. 6, 2009, pp. 1487-1494.
- [15] Akheshmeh, S., Pourmahmoud, N., Sedgi, H. "Numerical Study of The Temperature Separation in The Ranque-Hilsch Vortex Tube", *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, Vol. 3, No. 3, 2008, pp.181-187.
- [16] Pourmahmoud, N., Hassan Zadeh, A., Moutaby, O., Bramo, A.R. "CFD Analysis of Helical Nozzles Effects on the Energy Separation in a Vortex Tube", *Thermal Science*, Vol.16, No. 1, 2012, pp. 149-164.
- [17] Lay, J.E "An Experimental and Analytical Study of Vortex-flow Temperature Separation by Superposition of Spiral and Axial Flow", *Trans. ASME J. Heat Transfer*, Vol. 81, 1959, pp. 213-222.
- [18] Ahlborn, B., and Groves, S., "Secondary Flow in a Vortex Tube". *Fluid Dynamics Research*, 1997, Vol. 21, pp. 73-86.
- [19] Kirmaci, V., Uluer, O. "An Experimental Investigation of the Cold Mass Fraction, Nozzle Number, and Inlet Pressure Effects on Performance of Counter Flow Vortex Tube", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 131, 2009, pp. 603-609.
- [20] Shamsoddini, R., Hussein Nezhad, A. "Numerical Analysis of The Effects of Nozzles Number on The Flow and Power of Cooling of a Vortex Tube", *International Journal of Refrigeration*, Vol. 33, 2010, pp. 774-782.
- [21] Behera, U., Paul, P.J., Kasthuriengen, S., Karunanithi, R., Ram, S.N., Dinesh K., Jacob, S., "CFD Analysis and Experimental Investigations Towards Optimizing The Parameters of Ranque-Hilsch Vortex Tube", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, No. 10, 2005, pp. 1961-1973.

## ۷- فهرست علائم

$k$	انرژی جنبشی اغتشاش ( $m^2/s^2$ )
$r$	شعاع ورتکس تیوب (mm)
$P$	فشار کل جریان سیال (kPa)
$Z$	فاصله محوری از خروجی سرد (mm)
$Z/L$	فاصله محوری بدون بعد از خروجی سرد
$\varepsilon$	نرخ پخش اغتشاش ( $m^2/s^3$ )
$\rho$	چگالی ( $kg/m^3$ )
$\sigma$	تنش ( $N/m^2$ )
$\mu$	لزجت دینامیکی ( $kg/(m.s)$ )
$\mu_t$	لزجت اغتشاشی ( $kg/(m.s)$ )
$\tau$	تنش برشی ( $N/m^2$ )
$\tau_{ij}$	مؤلفه‌های تانسور تنش

## ۸- مراجع

- [1] Ranque, G.J. "Experiences Sur la Détente Giratoire Avec Simultanés d'un Echappement d'Air Chaud et d'un Enchappement d'Air Froid", *J. Phys. Radium*, Vol. 4, 1933, pp. 112-114.
- [2] Hilsch, R. "Die Expansion Von Gasen im Zentrifugalfeld als Kälteproze", *Z. Naturforschung*, Vol. 1, 1946, pp. 208-214.
- [3] Elser, K., Hoch, M. "Das Verhalten Verschiedener Gas und die Trennung von Gasgemischen in einem Wirbelrohr", *Z. Naturf.*, Vol. 6a, 1951, pp. 25-31.
- [4] Martynovskii, V.S., Alekseev, V.P. "Investigation of the Vortex Thermal Separation Effect for Gasses and Vapors", *Soviet Physics*, Vol. 1, 1957, pp. 2233-2243.
- [5] Takahama, H. "Studies on Vortex Tube", *Bull. JSME*, Vol. 8, No. 31, 1965, pp. 433-440.
- [6] Bruun, H.H. "Experimental Investigation of the Energy Separation in Vortex Tubes", *Journal of Mechanic Engineering Science*, Vol. 11, No. 4, 1969, pp. 567-582.
- [7] Skye, H.M., Nellis, G.F., Klein, S.A. "Comparison of CFD Analysis to Empirical Data in a Commercial Vortex Tube", *Int. J. Refrig.*, Vol. 29, 2006, pp. 71-80.
- [8] Fulton, C.D. "Ranque Tube", *J Refrig Eng.*, Vol.5, 1950, pp. 473-479.
- [9] Deissler, R.G., Perlmutter, M. "Analysis of the Flow and Energy Separation in a Vortex Tube", *International Journal of Heat Mass Transfer*, Vol. 1, 1960, pp. 173-191.