



بهینه‌سازی دو هدفه مسیر حرکت ماهواره مخابراتی مدار ژئو با فرض مانور مداری پیوسته

احسان معانی^۱، امیررضا کوثری^۲، مهدی فکور^{۳*}

۱- دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

۲- استادیار هوافضا، دانشگاه تهران، تهران

۳- استادیار هوافضا، دانشگاه تهران، تهران

* صندوق پستی ۱۵۶۱-۱۴۳۹۵، mfakoor@ut.ac.ir

چکیده- در این مقاله مسیر حرکت یک ماهواره نمونه از مدار انتقال ژئوسنکرون تا مدار زمین ثابت با استفاده از الگوریتم جستجوی سیمپلکس پارتو بهینه‌سازی می‌شود. انتقال بین دو مدار به صورت پیوسته در نظر گرفته شده و معادلات دینامیکی ماهواره در حین انتقال با در نظر گرفتن نیروی پیشرانش و نیروی جاذبه زمین حل می‌شود. با توجه به اهمیت کاهش هر چه بیشتر جرم سوخت ماهواره، تعیین مدار واسطه بین مدار انتقال ژئوسنکرون و مدار زمین ثابت از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است؛ لذا در این مقاله، دو متغیر جرم سوخت مصرف شده و زمان کل مانور به عنوان توابع هدف بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شوند. خروجی الگوریتم بهینه‌سازی مجموعه‌ای از نقطه‌های بهینه است که با توجه به شرایط طراحی و اهمیت متغیر مورد نظر، می‌توان از بین این نقطه‌ها نقطه مناسب را جهت دستیابی به مسیر بهینه انتخاب کرد.
کلیدواژگان: ماهواره، مدار زمین ثابت، مانور پیوسته، بهینه‌سازی دوهدفه، الگوریتم جستجوی سیمپلکس پرتو.

Two-objective optimization of GEO communication satellite trajectory considering continuous orbital maneuver

E. Maani¹, A. Kosari², M. Fakoor^{3*}

1- PhD Student, Mech. Eng., Tehran Univ., Tehran, Iran

2- Assist. Prof., Aero. Eng., Tehran Univ., Tehran, Iran

3- Assist. Prof., Aero. Eng., Tehran Univ., Tehran, Iran

* P.O.B. 14395-1561, Tehran, Iran. mfakoor@ut.ac.ir

Abstract- In this paper, a new method based on Pareto Simplex Search (PSS) has been employed to find the communications satellite optimal transfer trajectory from geosynchronous transfer orbit (GTO) to geosynchronous orbit (GEO) as the destination operational zone. We solve this problem through using a mathematically efficient algorithm and in all transferring phases, considering transfer orbits to intermediate orbits; it is supposed that the orbital maneuver control unit has continuous performance characteristics. The system governing equations representing the two body system of a spacecraft and primary gravitational source and thrust force applying to spacecraft, are defined in a nonlinear form. In this systematic approach we incorporate system dynamics as the problem constraints, and both minimum-time and fuel consumption using constant acceleration simultaneously as the problem strategy to find the optimal transfer trajectory between two orbits. Set of optimal trajectories are plotted in Pareto Front and transfer trajectory can be selected from these points.

Keywords: Satellite, GEO, Continues Maneuver, Two-Objective Optimization, Pareto Simplex Search Algorithm.

۱- مقدمه

پژوهش‌های انجام شده در زمینه تعیین مسیر بهینه حرکت ماهواره به دو شاخه اصلی روش‌های ضربه‌ای و پیوسته تقسیم می‌شود. در روش ضربه‌ای فرض بر این است که یکباره و به صورت لحظه‌ای اندازه و جهت سرعت تغییر کند. در این روش، مسیر انتقال بین دو مدار مورد بررسی قرار نمی‌گیرد و تنها مدار بهینه واسطه شناسایی می‌شود. بهینه‌سازی مصرف سوخت ماهواره در حین انتقال از یک مدار اولیه به نهایی با فرض ضربه‌ای بودن تغییرات سرعت، توسط محققان مختلفی با در نظر گرفتن شرایط مختلف بررسی شده است، به عنوان مثال در سال ۲۰۰۴ بهینه‌سازی انتقال مداری با فرض ضربه ویژه متغیر انجام شد [۱]. در سال ۲۰۰۹، انتقال مداری هاهمن^۱ بررسی و شرایط حالت بهینه برای آن تعیین شد [۲]. بهینه‌سازی انتقال مداری شبیه بیضوی با تغییر صفحه مداری [۳] بررسی شد.

در روش پیوسته فرض بر این است که مسیر انتقال ماهواره بین دو مدار دارای اهمیت فراوان است. تحقیقات و مقالات انجام شده در زمینه پیدا کردن مسیر بهینه برای مانور ماهواره، شامل دو بخش عمده روش‌های مستقیم و غیرمستقیم است. روش غیرمستقیم شامل به دست آوردن شرایط لازم برای بهینه بودن مسیر، با استفاده از حساب تغییرات است که منجر به یک مسأله با شرایط اولیه و نهایی معلوم می‌شود که معمولاً با استفاده از روش‌های عددی قابل حل است. در روش‌های مستقیم، یک جواب پیوسته تخمین زده می‌شود که با بهینه‌سازی متغیرهای این تخمین، پاسخ بهینه بدست می‌آید.

در سال ۱۹۹۴، مسیر بهینه ماهواره در پرتاب عمودی از سطح زمین به مدار زمین ثابت بررسی شد. در این مقاله، نیروی پیشران ماهواره به صورت تابعی چند جمله‌ای از زمان در نظر گرفته شده و ضریب‌های این چند جمله‌ای طوری تعیین شدند که مصرف سوخت ماهواره تا رسیدن به مدار زمین ثابت کمترین شود. نقطه پرتاب در این مرجع طوری در نظر گرفته شده بود که حرکت ماهواره به صورت دو بعدی باشد و نیاز به تغییر صفحه مداری نباشد [۴].

در سال ۱۹۹۵، جین آلبرت^۲ از اصل پنتریاگین^۳ برای پیدا کردن مسیر بهینه بین دو مدار هم صفحه استفاده کرد. اندازه و

جهت نیروی پیشران در این مقاله طوری تعیین شد که مصرف سوخت ماهواره کمترین مقدار ممکن شده و زمان انجام انتقال مداری مقدار مشخصی باشد [۵].

در سال ۲۰۰۷ مسیر بهینه انتقال بین دو مدار پارکینگ و مدار زمین ثابت با هر دو فرض ضربه‌ای و پیوسته بودن نیروی پیشران موتور، بررسی شد [۶]. در فرض پیوسته بودن نیروی پیشران، برای کمینه کردن مصرف سوخت یا بیشینه کردن جرم کل نهایی ماهواره، از روش کنترل بهینه و برای حل معادلات حاصله، از روش نشانه‌روی^۴ استفاده شد. همچنین بهینه‌سازی مصرف سوخت با فرض ضربه‌ای بودن نیروی پیشران، با روش‌های بهینه‌سازی غیرخطی انجام‌پذیر است که در مرجع مورد بحث از نرم افزار متلب^۵ برای حل استفاده شده است. نشان داده شده است که دو روش ضربه‌ای و پیوسته با افزایش نیروی پیشران و زمان کل انتقال ماهواره، به همدیگر نزدیک می‌شوند.

بهینه‌سازی مصرف سوخت و زمان با وجود قیود محیطی و فنی در سال ۱۹۹۷ انجام شد [۷]. در این مرجع از روش بنگ بنگ^۶ برای پیدا کردن مسیر بهینه استفاده شد. قیود محیطی همچون غیرکروی بودن زمین، تأثیر سایه^۷ و همچنین قیود فنی مانند محدودیت‌های حاکم بر جهت نیروی پیشران اعمال شده بودند. بهینه‌سازی چند هدفه نیز با فرض غیرضربه‌ای بودن تغییر سرعت، در سال ۲۰۰۰ بررسی شد [۸].

در مطالعه‌های جدید در سال ۲۰۰۹، مسیر بهینه انتقال ماهواره بین مدارهای مختلف رامورد بررسی شده است. در این مقاله، برای ساده‌سازی، نقطه شروع و پایان پیشران به صورت متقارن نسبت به نقطه حضيض مدار در نظر گرفته شده و از روش برنامه‌ریزی غیرخطی^۸ برای بهینه‌سازی استفاده شده است. همچنین نقش تعداد مدارهای واسطه بررسی و نشان داده شده که با افزایش تعداد مدارهای واسطه بین مدار ابتدایی و نهایی، زمان کل حرکت ماهواره افزایش و میزان مصرف سوخت ماهواره کاهش می‌یابد [۹]. همچنین، به صورت خلاصه از دو حلقه بهینه‌سازی تو در تو برای بهینه‌سازی هم‌زمان مصرف سوخت و زمان انتقال ماهواره با فرض سوزش پیوسته استفاده

4. Shooting Method

5. MATLAB

6. Bang-Bang

7. Shadow Effect

8. Nonlinear Programming

1. Hohmann

2. Jean Albert

3. Pontryagin

برای بهینه‌سازی از دو الگوریتم است، الگوریتم چند هدفه جستجوی سیمپلکس پارتو^۳ و الگوریتم بهینه‌سازی سیمپلکس سراسری^۴ استفاده شده است که در بخش ۳ و ۴ توضیح داده خواهند شد. به منظور اعمال نظام‌مند قیدها در الگوریتم و پرهیز از جواب‌های نامعقول، کل فرایند بهینه‌سازی به دو حلقه درونی و بیرونی تقسیم می‌شود. در حلقه بیرونی که در واقع حلقه اصلی الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه جستجوی سیمپلکس پارتو است، این الگوریتم به صورت سیستماتیک مشخصات مدار میانی را پیشنهاد می‌کند. بدیهی است که برای پرهیز از جواب‌های ناممکن و نامربوط، می‌توان کران پایین و بالای مشخصات مداری را محدود کرد.

در گام بعدی، به ازای هر یک از مجموعه مشخصات مداری مشخص شده توسط الگوریتم جستجوی سیمپلکس پارتو، ابتدا به دنبال مقادیری برای زوایای سمت و فراز بردار تراست و همچنین زمان آغاز سوزش و مدت زمان روشن ماندن موتور هستیم که ماهواره را از مدار زمین ثابت به مدار میانی پیشنهاد شده برساند. در صورتی که الگوریتم بهینه‌سازی سیمپلکس سراسری بتواند با موفقیت این مقادیر را بیابد، آنگاه با استفاده مجدد از همین الگوریتم، به دنبال مقادیری برای زوایای تراست، زمان روشن شدن موتور و مدت زمان سوزش می‌گردیم که ماهواره را از مدار میانی به مدار انتقال ژئوسنکرون برساند. در صورت موفقیت مجدد این الگوریتم در یافتن این مقادیر، یک جواب قابل قبول برای مسأله کلی به دست آمده است که زمان‌های آغاز سوزش و طول مدت سوزش در مرحله اول و دوم را نشان می‌دهد.

۳- الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی سیمپلکس سراسری

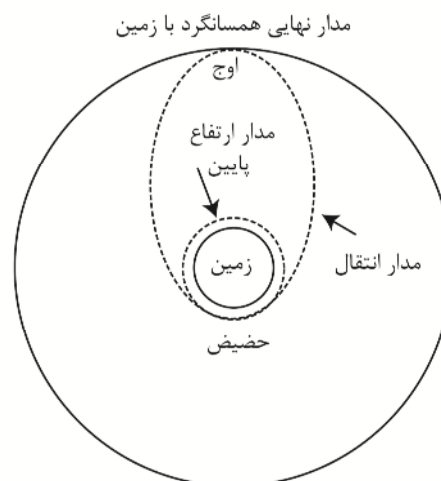
در این قسمت نحوه کارکرد الگوریتم بهینه‌سازی سیمپلکس سراسری شرح داده می‌شود [۱۴، ۱۳]. این الگوریتم یک الگوریتم بهینه‌سازی تک‌هدفه سراسری بر پایه روش سیمپلکس است. در واقع این الگوریتم، تعمیم الگوریتم بهینه‌سازی محلی سیمپلکس به بهینه‌سازی سراسری است. نمودار کلی این الگوریتم در شکل ۲ نشان داده شده است.

شده است. حلقه اول نقش بهینه‌سازی مسير و حلقه دوم وظیفه حل معادلات با شرایط مرزی معلوم به ازای متغیرهای تعیین شده در حلقه بیرونی را دارد. نتایج به دست آمده در یک حالت خاص با مانور ضربه‌ای مقایسه شده و منطقی بودن جواب‌های به دست آمده مورد تأیید است.

۲- روش بهینه‌سازی

در اینجا یکی از اهداف بهینه‌سازی، کمینه کردن مصرف سوخت ماهواره از مدار انتقال ژئوسنکرون^۱ به مدار زمین ثابت^۲ است. مدار انتقال ژئوسنکرون، مطابق شکل مدار بیضوی شکلی است که نقطه حضیض آن منطبق بر مدار پارکینگ بوده و نقطه شکل ۱ اوج آن بر روی مدار زمین ثابت قرار دارد که در نشان داده شده است [۱۰].

با توجه به قیود فیزیکی حاکم، معمولاً برای انتقال ماهواره از یک یا دو مدار انتقالی واسطه نیز بین مدار انتقال ژئوسنکرون و مدار زمین ثابت استفاده می‌شود. انتخاب این مدارهای واسطه تأثیر بسزایی در جرم سوخت مصرفی و زمان کل مانور دارد. در طراحی مسير بهینه حرکت اشیا، معمولاً زمان حرکت نیز دارای اهمیت است و به بهینه‌سازی همزمان توجه می‌شود [۱۱]. هدف این مقاله پیدا کردن مدار واسطه بین این دو مدار است به طوری که کمترین جرم سوخت مصرف شده و زمان انتقال نیز کمینه باشد.



شکل ۱ مدار انتقالی ژئوسنکرون به همراه مدار زمین ثابت و مدار پارکینگ

3. Pareto Simplex Search (PSS)

4. Global Simplex Optimization (GSO)

1. Geosynchronous Transfer Orbit (GTO)

2. Geostationary Earth Orbit (GEO)

بایستی مقدار تابع هدف برای هر یک از اعضا محاسبه و نگهداری شود. مقدار d_{min} از رابطه (۱) به دست می‌آید که در آن $L_u(i)$ و $L_l(i)$ به ترتیب کران پایین و بالای i -امین متغیر طراحی هستند.

$$d_{min} = \left(1/N_{ip} \cdot \prod_{i=1}^n (L_u(i) - L_l(i)) \right)^{\frac{1}{n}} \quad (1)$$

۴-۳- انتخاب یک سیمپلکس تصادفی

برای تشکیل یک سیمپلکس تصادفی از میان جمعیت موجود، کافیست تا $n+1$ عضو غیر تکراری را به صورت تصادفی انتخاب کنیم (n ، بعد مسأله است). بدین ترتیب، اعضای انتخاب شده، یک سیمپلکس را در فضای n بعدی تشکیل می‌دهند.

۴-۴- اعمال عملگر باز ترکیب بر سیمپلکس انتخاب شده

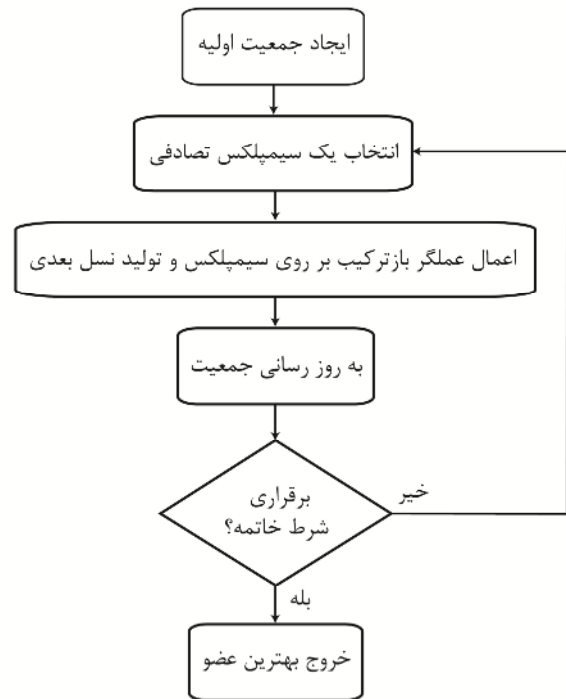
با توجه به معلوم بودن مقدار تابع هدف در رئوس سیمپلکس انتخابی، می‌توان نامطلوب‌ترین رأس را انتخاب کرد. برای اعمال عملگر باز ترکیب، نقطه قرینه این رأس را نسبت به مرکزواره وزنی بقیه نقطه‌ها و با احتساب یک ضریب انعکاس تصادفی محاسبه می‌کنیم. مرکزواره وزنی (\bar{x}) با توجه به رابطه (۲) محاسبه می‌شود.

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n+1} F_i \cdot x_i / \sum_{i=1}^{n+1} F_i \quad (2)$$

که در آن $F_i = f(x_w) - f(x_i)$ برابر است با میزان شایستگی هر نقطه که به صورت اختلاف مقدار تابع هدف در آن نقطه (x_i) و مقدار تابع هدف در نامطلوب‌ترین رأس (x_w) تعریف می‌شود. رابطه انعکاس به شکل (۳) می‌باشد.

$$x_r = (1 + a)\bar{x} - ax_w \quad (3)$$

که در آن x_r نقطه حاصل از انعکاس است. ضریب انعکاس (a) نیز به صورت تصادفی و در بازه $[a_{min}, 1.0]$ انتخاب می‌شود که a_{min} از متغیرهای کنترلی الگوریتم است. گام بعدی، ارزیابی تابع هدف در این نقطه و مقایسه آن با بهترین رأس سیمپلکس خواهد بود. در صورتی که نقطه جدید از بهترین رأس سیمپلکس بهتر باشد ($f(x_r) < f(x_b)$)، یک بار دیگر بدترین رأس سیمپلکس را این بار نسبت به نقطه x_r و با ضریب انعکاس برابر با واحد انعکاس می‌دهیم. مقدار تابع هدف به ازای نقطه جدید، که آن را x_{e1} می‌نامیم محاسبه نموده و در



شکل ۲ نمودار کلی الگوریتم بهینه‌سازی سیمپلکس سراسری

۴- گام‌های الگوریتم بهینه‌سازی سیمپلکس

سراسری

در این بخش شرح گام‌های الگوریتم سیمپلکس سراسری می‌آید.

۴-۱- مقداردهی متغیرهای کنترلی

الگوریتم سیمپلکس سراسری دارای سه متغیر کنترلی است که باید در آغاز الگوریتم مقداردهی شوند: کران پایین برای ضریب انعکاس، α_{min} که بین ۰ و ۰/۱ متغیر است، اندازه اولیه و نهایی جمعیت که به ترتیب با N_{ip} و N_{fp} نشان داده می‌شوند.

۴-۲- انتخاب جمعیت اولیه و ارزیابی آن

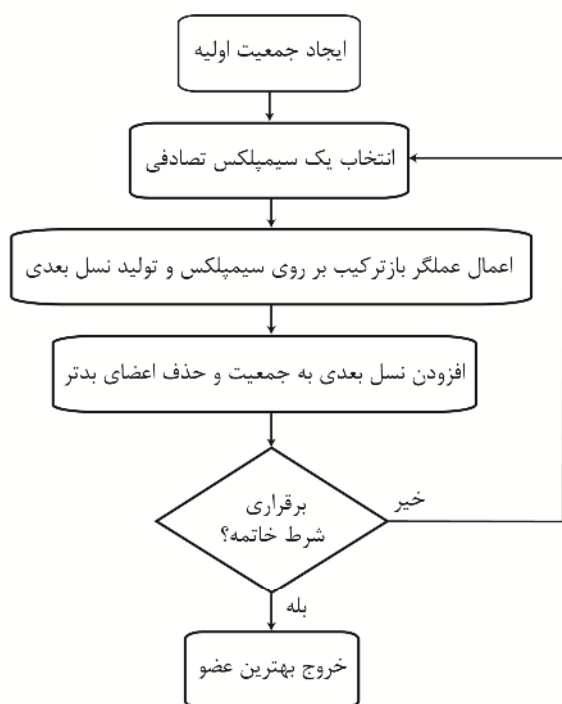
به طور کلی در الگوریتم‌های بهینه‌سازی مبتنی بر جمعیت، مطلوب این است که اعضای حاضر در جمعیت اولیه تا حد امکان به صورت یکنواخت در فضای جستجو توزیع شده باشند. بنابراین در این الگوریتم، ابتدا حداقل فاصله قابل قبول میان اعضا، d_{min} را با توجه به اندازه جمعیت و ابعاد فضای جستجو تعیین می‌کنیم و سپس اعضای تصادفی را به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که فاصله میان هر دو عضو بیشتر از این مقدار حداقلی باشد. پس از انتخاب جمعیت اولیه و قبل از شروع حلقه تکرار،

۴-۵- شرط خاتمه

با حذف نقطه‌های اضافی از جمعیت موجود، حلقه تکرار کامل می‌شود. بنابراین در این مرحله، شرط خاتمه الگوریتم را ارزیابی می‌کنیم و در صورتی که شرط خاتمه برقرار شده باشد، بهترین عضو جمعیت را به عنوان جواب مسأله ذخیره کرده و از الگوریتم خارج می‌شویم و در صورت عدم برقراری شرط خاتمه، با انتخاب یک سیمپلکس تصادفی دیگر، حلقه تکرار جدیدی را آغاز می‌کنیم. شرط خاتمه می‌تواند رسیدن به یک حداکثری برای تعداد ارزیابی‌های تابع هدف و با رسیدن به یک میزان از پیش تعیین شده در خطا باشد. محاسبه خطا می‌تواند به صورت حداکثر فاصله اقلیدسی میان بهترین عضو جمعیت و دیگر نقطه‌های و یا اختلاف مقدار تابع هدف در بهترین نقطه و مقدار نهایی مورد انتظار و از پیش تعیین شده تعریف شود.

۵- الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی سیمپلکس پارتو

الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی سیمپلکس پارتو، تعمیم الگوریتم سیمپلکس سراسری به بهینه‌سازی چندهدفه است. نمودار این الگوریتم در شکل ۴ و توضیح مختصر گام‌های آن در ادامه آمده است.



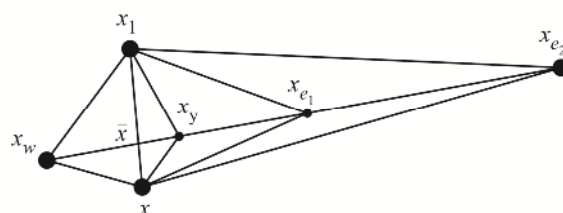
شکل ۴ نمودار الگوریتم بهینه‌سازی جستجوی سیمپلکس پارتو

صورتی که مقدار به‌دست آمده، از مقدار تابع هدف در نقطه x_r مطلوب‌تر باشد، $(f(x_{e_1}) < f(x_r))$ بار دیگر نامطلوب‌ترین رأس سیمپلکس را نسبت به آخرین نقطه تولید شده یعنی x_{e_1} و با ضریب انعکاس برابر با واحد انعکاس می‌دهیم تا نقطه x_{e_2} بدست آید. این رویه را تا آنجا ادامه می‌دهیم که نقطه جدیدی که به دست می‌آید، از نقطه به دست آمده در انعکاس قبلی بهتر نباشد. در پایان، تمامی نقطه‌های تازه به دست آمده را به عنوان نتایج عملگر بازترکیب به جمعیت حاضر اضافه کرده و به گام بعدی می‌رویم (شکل ۳).

اضافه کردن مجموعه نقطه‌های حاصل از بازترکیب انجام شده در گام قبلی یعنی $\{x_r, x_{e_1}, x_{e_2}, \dots, x_{e_m}\}$ به تعداد N_p نقطه که قبلاً در جمعیت موجود بودند، به جمعیتی مشتمل بر $N_p + m$ نقطه خواهیم رسید که لازم است تا برای جلوگیری از رشد جمعیت و همین‌طور برای کاهش تدریجی جمعیت با پیشروی الگوریتم، تعدادی از آنها حذف شوند.

برای این منظور، ابتدا میزان خطای موجود در جمعیت فعلی را محاسبه می‌کنیم که می‌تواند بر حسب حداکثر فاصله میان بهترین عضو جمعیت و دیگر نقطه‌های و یا اختلاف مقدار بهینه مورد انتظار و بهترین مقدار بهینه به دست آمده تا کنون، تعریف شود. پس از محاسبه مقدار خطای فعلی، اندازه جمعیت متناظر با این خطا را طبق رابطه (۴) محاسبه کرده و در نهایت با حذف نامطلوب‌ترین نقطه از جمعیت فعلی و تکرار این عمل به تعداد دفعات لازم، اندازه جمعیت به اندازه مورد نیاز کاهش داده می‌شود.

$$N_p = N_{ip} + \frac{\log(e) - \log(e_0)}{\log(e_f) - \log(e_0)} (N_{fp} - N_{ip}) \quad (4)$$



شکل ۳ عملگر بازترکیب الگوریتم سیمپلکس سراسری (اندازه دواير متناسب با مقدار تابع هدف است).

۶-۵- شرط خاتمه

شرط خاتمه در الگوریتم جستجوی سیمپلکس پارتو با توجه به چنددنده بودن آن، در واقع تنها می‌تواند بر اساس حداکثر تعداد ارزیابی‌های تابع هدف تعریف شود. با ارضای شرط خاتمه، الگوریتم پایان پذیرفته و آرایش فعلی اعضای جمعیت به صورت تقریبی از جبهه پارتو بازگردانده می‌شود.

۷- معادلات حاکم

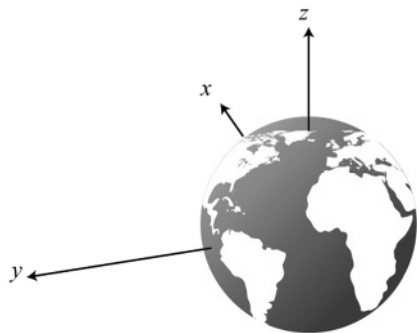
برای مدل‌سازی ریاضی حرکت ماهواره از معادله نیوتن استفاده شده و همانطور که در شکل ۵ دیده می‌شود یک دستگاه مختصات ثابت در مرکز زمین قرار داده شده است. معادله حاکم بر حرکت ماهواره به صورت رابطه (۵) است [۱۵].

$$(M_0 + \dot{m}t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{T} + \vec{F}_e \quad (5)$$

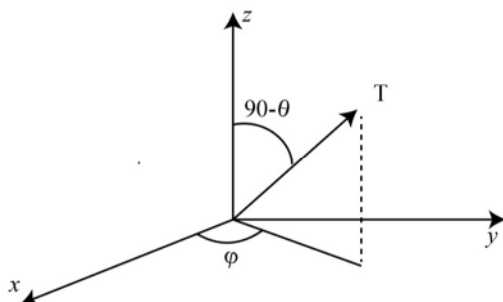
T نیروی پیشرانش موتور پیشران است که به علت مشکل بودن کنترل وضعیت در هنگام روشن بودن موتور، فرض می‌کنیم در هر مانور نسبت به دستگاه شکل ۶ ثابت می‌ماند [۱۶].

$$\vec{T} = [T \cos(\theta) \cos(\varphi) \quad T \cos(\theta) \sin(\varphi) \quad T \sin(\theta)] \quad (6)$$

و زاویای آن در این دستگاه به صورت شکل ۶ خواهد بود.



شکل ۵ دستگاه مختصات xyz



شکل ۶ جهت نیروی تراست نسبت به دستگاه مرجع

۶- گام‌های الگوریتم جستجوی سیمپلکس پارتو

۶-۱- انتخاب جمعیت اولیه و ارزیابی آن

نحوه انتخاب جمعیت اولیه و ارزیابی آنها در این الگوریتم دقیقاً همانند الگوریتم سیمپلکس سراسری است.

۶-۲- انتخاب یک سیمپلکس تصادفی

این انتخاب نیز همانند الگوریتم سیمپلکس سراسری است.

۶-۳- اعمال عملگر باز ترکیب بر سیمپلکس انتخاب شده

عملگر باز ترکیب در الگوریتم سیمپلکس پارتو ساده‌تر از الگوریتم سیمپلکس سراسری و تنها شامل یک مرحله انعکاس متقارن، یعنی با ضریب انعکاس برابر با یک است. نقطه بدست آمده از باز ترکیب، به جمعیت حاضر اضافه شده و یک جمعیت میانی شامل $Np + 1$ نقطه تشکیل می‌شود. تنها نکته قابل بیان این است که نامطلوب‌ترین رأس سیمپلکس با توجه به وجود چند تابع هدف، بر اساس اصل بهینگی پارتو تعیین می‌شود.

۶-۴- به روز آوری جمعیت

در الگوریتم سیمپلکس پارتو بر خلاف الگوریتم سیمپلکس سراسری، اندازه جمعیت با پیشروی الگوریتم تغییری پیدا نمی‌کند. بنابراین تنها کاری که باید در این گام از الگوریتم انجام داد، حذف نامطلوب‌ترین عضو جمعیت است که باید بر اساس اصل بهینگی پارتو صورت پذیرد. روش کار بدین صورت است که تمامی اعضای جمعیت را دو به دو از لحاظ بهینگی مقایسه کرده و نقاطی را که توسط هیچیک از نقطه‌های دیگر غلبه نشده است، از فهرست خارج می‌کنیم. سپس نقاط باقی‌مانده را نیز دو به دو با هم مقایسه کرده و بار دیگر نقاطی را که همیشه برتر هستند از فهرست جدا می‌کنیم. این کار را آنقدر تکرار می‌کنیم که تنها یک نقطه در فهرست بماند (نامطلوب‌ترین عضو جمعیت). با حذف این نقطه، اندازه جمعیت به مقدار قبلی می‌شود. در صورتی که هیچ نقطه مغلوبی پیدا نشود و تمامی اعضای حاضر در جمعیت میانی، عضو جبهه پارتو باشند، نامطلوب‌ترین نقطه را بر اساس فاصله ازدحام انتخاب می‌کنیم. به این صورت که ابتدا فاصله ازدحام را برای تمامی اعضای جمعیت میانی محاسبه کرده و سپس عضو مربوط به کمترین فاصله ازدحام را حذف می‌کنیم.

متغیرهای مداری مورد نظر است که توسط الگوریتم بهینه‌سازی پیشنهاد داده شده است. مقدار متغیرها طوری تعیین می‌شوند که این تابع هدف کمینه شود. بعد از این که ماهواره به مدار انتقال ژئوسنکرون رسید، مصرف سوخت آن قابل محاسبه است. به این ترتیب به ازای هر دو مدار واسطه که جز متغیرهای بهینه‌سازی باشند، روند فوق تکرار شده و میزان مصرف سوخت و زمان انتقال محاسبه شده و در داخل برنامه بهینه‌سازی به عنوان توابع هدف استفاده می‌شوند. روند محاسبه توابع هدف در بخش بعدی توضیح داده می‌شود.

۸- توابع هدف

همان‌طور که توضیح داده شد، متغیرهای بهینه‌سازی، ویژگی مدارهای واسطه هستند که شامل خروج از مرکز و زاویه میل این مدارها است. از آنجا که نقطه اوج این مدارها واسطه در تماس با مدار زمین ثابت است، لذا با مشخص شدن دو متغیر خروج از مرکز و زاویه میل، این مدارها مشخص می‌شود. با مشخص شدن مدارهای واسطه، حلقه بهینه‌سازی داخلی اجرا می‌شود که نقش آن تعیین زمان روشن شدن موتور، مدت زمان روشن بودن موتور و جهت نیروی پیشران در هر مانور است. با همگرا شدن این حلقه، مسأله به ازای یک ورودی حلقه اصلی تکمیل می‌شود. زمان کل انتقال مجموع زمان‌های پیشران و خاموشی موتور است. میزان سوخت مصرفی نیز با معلوم بودن زمان کل سوزش‌ها و ضربه ویژه موتور که در اینجا برابر $I_{sp} = 310s$ در نظر گرفته شده، تعیین می‌شود.

۹- نتایج

همان‌گونه که در شکل ۷ مشخص است، جبهه پارتو شامل سه بخش جدا از هم است. بخش بالایی جواب‌هایی هستند که در آن هر سه سوزش با فاصله زمانی از همدیگر واقع می‌شوند و بعد از هر بار سوزش، ماهواره در یک مدار بیضوی قرار گرفته و موتور ماهواره خاموش می‌شود. قسمت میانی حالتی است که دو سوزش پشت سرهم رخ می‌دهند و ماهواره در مدار بیضوی قرار گرفته و بعد از یک دور چرخش، سوزش سوم واقع می‌شود. خود این بخش از دو قسمت تشکیل شده است که شامل حالت‌هایی است که سوزش اول و دوم پشت سرهم اتفاق می‌افتد و یا سوزش دوم و سوم پشت سرهم اتفاق می‌افتد.

نیروی \vec{F}_e نیروی وارده از زمین است که اگر ماهواره در نقطه (x, y, z) باشد، این نیرو برابر است با:

$$\vec{F}_e = -\mu \frac{(x, y, z)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \quad (7)$$

در صورتی که موتور پیشران خاموش باشد، نیروی T برابر صفر بوده و معادله حاکم بر جسم، معادله دو جسمی خواهد بود. قیدها و متغیرهای استفاده شده برای ماهواره نمونه در پیدا کردن مدار بهینه انتقال به صورت زیر هستند:

- نیروی پیشران موتور برابر $T=500N$ است.
- موتور ماهواره در هر کارکرد، نمی‌تواند بیش از مدت زمان معینی روشن باشد. این زمان با t_p نشان داده شده است و برای موتور بکار رفته در اینجا، برابر $t_p = 50min$ است.
- جرم خشک ماهواره، (تجهیزات) در بازه $m_{in} = 650 kg$ در نظر گرفته شده است.
- زاویه صفحه مدار انتقالی با صفحه استوا $i_L = 55^\circ$ در نظر گرفته شده است.
- زاویه صفحه مدار دریافت با صفحه استوا، i_D ، در بازه $i_D = 3^\circ$ در نظر گرفته شده است.
- ارتفاع مدار پارکینگ از سطح زمین برابر $h_p = 200km$ فرض شده است.

روش حل به این صورت است که فرض می‌کنیم ماهواره با جرم M_0 در مدار دریافت باید به مدار انتقال ژئوسنکرون منتقل شود. باید توجه کرد که چون جرم ماهواره در مدار دریافت مشخص است (مجموع جرم خشک ماهواره و جرم سوخت مورد نیاز برای عملکرد زیر سیستم کنترل وضعیت)، مسأله در مسیر بازگشت حل می‌شود. متغیرهای بهینه‌سازی مدارهای واسطه هستند که وقتی در داخل برنامه بهینه‌سازی مشخص شدند، یک مسأله با شرایط ابتدایی و نهایی معلوم به دست می‌آید. به عنوان مثال فرض کنید متغیرهای مدار واسطه دوم کاملاً مشخص باشد، به این ترتیب، لحظه روشن شدن موتور پیشران، مدت زمان روشن بودن موتور، جهت‌های θ_1 و φ_1 طوری تعیین می‌شود که مانور بین مدار اولیه و نهایی امکان‌پذیر باشد. بعد از رسیدن ماهواره به مدار واسطه دوم، مجدداً متغیرهای فوق طوری تعیین می‌شوند که ماهواره به مدار واسطه اول و به همین شکل به مدار انتقال ژئوسنکرون برسد. برای پیدا کردن این متغیرها از روش بهینه‌سازی استفاده شده است، به این صورت که تابع هدف، خطای متغیرهای مداری نسبت به

همان طور که دیده می‌شود سوزش‌ها در نقطه اوج مدار انتقال ژئوسنکرون انجام می‌شوند و بعد از هر بار سوزش، ماهواره در یک مدار بیضوی قرار گرفته و یک دور کامل را در مدار طی می‌کند. جدول ۱ متغیرهای مدارهای واسطه بهینه را نشان می‌دهد.

جدول ۱ مدارهای واسطه بهینه

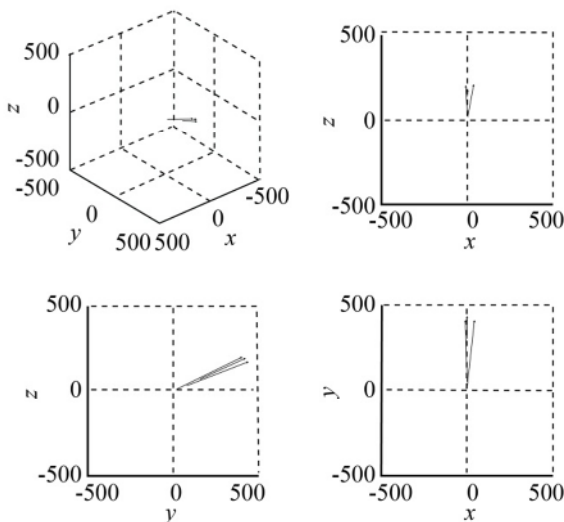
مدار	خروج از مرکز	میانگین شعاع اوج و حضیض	زاویه میل مداری
مدار ۱	۰/۶۴	۲۵۷۳۵km	۳۶/۶۲°
مدار ۲	۰/۴۱	۲۹۵۵۴km	۱۹/۴۲°

همچنین زوایای نیروی تراست در سه سوزش به صورت مندرج در جدول ۲ است.

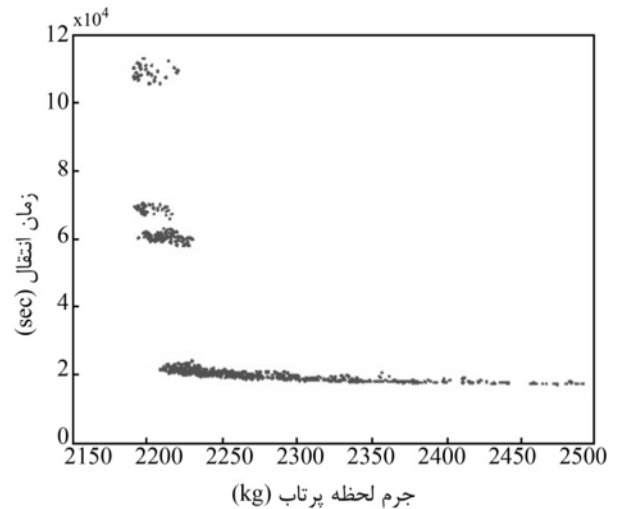
جدول ۲ زوایای نیروی تراست در هر سوزش

θ_1	ϕ_1	θ_2	ϕ_2	θ_3	ϕ_3
۱۸/۹۵°	۸۹/۴۹°	۲۲/۱۷°	۹۱/۶۴°	۲۳/۳۴°	۸۴/۶۸°

همان طور که در شکل ۸ مشخص است، جرم کل ماهواره در کمینه‌ترین حالت برابر ۲۱۸۷ کیلوگرم است. ۱۰۰۰ کیلوگرم از آن مربوط به مجموع جرم خشک و جرم سوخت باقی مانده در مخزن است. در نتیجه جرم سوخت مصرفی برابر ۱۱۸۷ کیلوگرم است. شکل ۱۰ جهت نیروی تراست را در هر بار مانور مداری نشان می‌دهد.

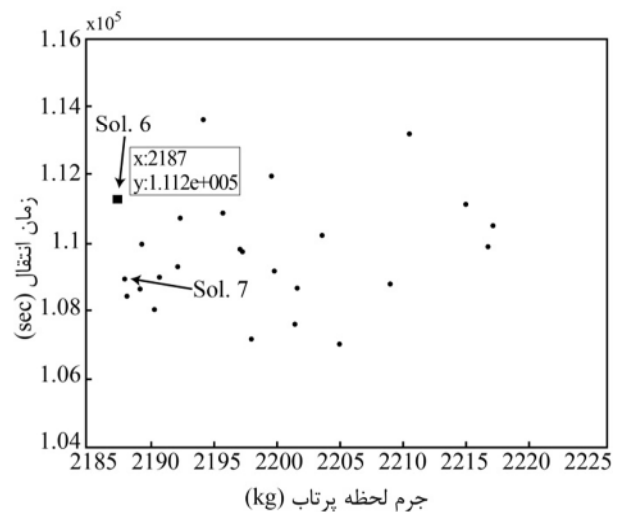


شکل ۱۰ جهت نیروی تراست از زوایای مختلف در حالت Sol6

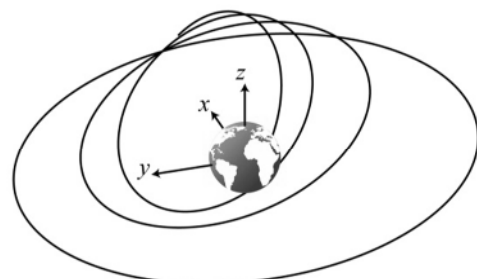


شکل ۷ جبهه پارتو به دست آمده

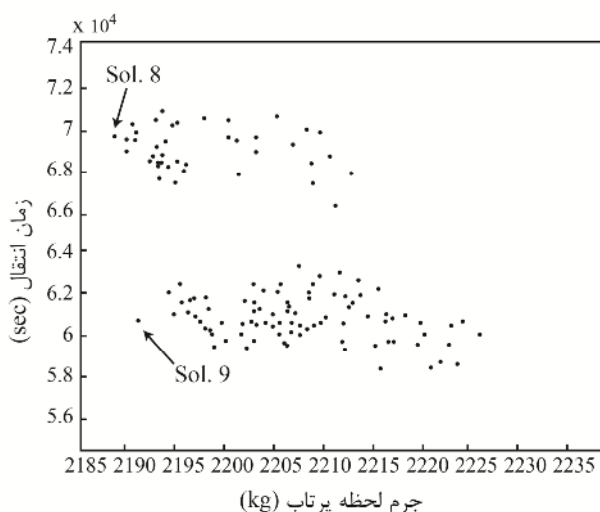
برای بررسی بیشتر نتایج، قسمت بالایی جبهه پارتو را در نظر می‌گیریم که در شکل ۸ نشان داده شده است. حال نقطه Sol6 را که در شکل ۸ مشخص شده بررسی می‌کنیم. شکل ۹ نیز مسیر حرکت ماهواره را در این حالت نشان می‌دهد.



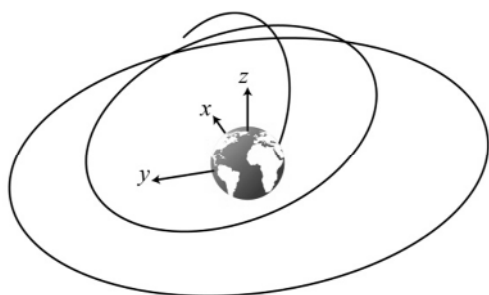
شکل ۸ قسمت بالایی جبهه پارتو



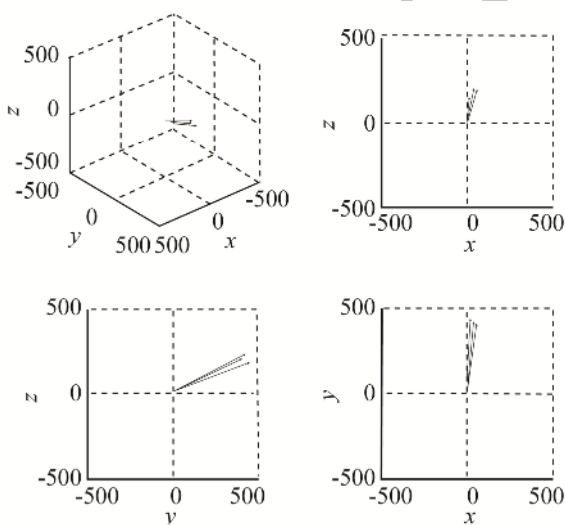
شکل ۹ مسیر حرکت ماهواره در حالت Sol6



شکل ۱۲ قسمت میانی جبهه پارتو



شکل ۱۳ مسیر حرکت ماهواره در حالت Sol8



شکل ۱۴ جهت نیروی تراست به ازای نقطه Sol8

با توجه به زاویه میل و اندازه سرعت ماهواره در نقطه اوج مدار انتقال ژتوسنکرون و زمین ثابت، سرعت اولیه و نهایی به صورت زیر قابل بیان است.

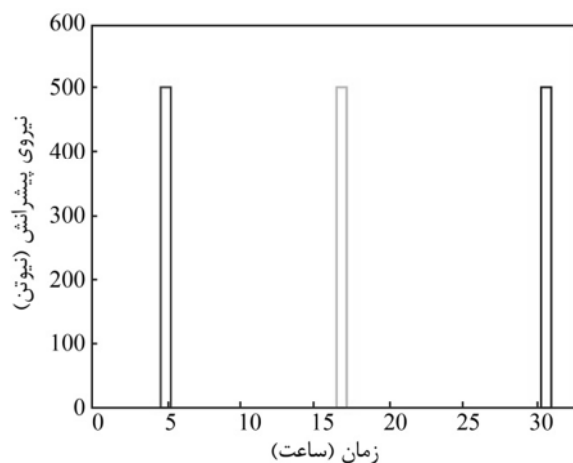
$$V_{GTO} = 1.5965[0, \cos(55), -\sin(55)] \quad (8)$$

با محاسبه زوایای اختلاف دو بردار فوق، زاویه نیروی پیشران در حالت مانور ضربه‌ای به صورت زیر به دست می‌آید.

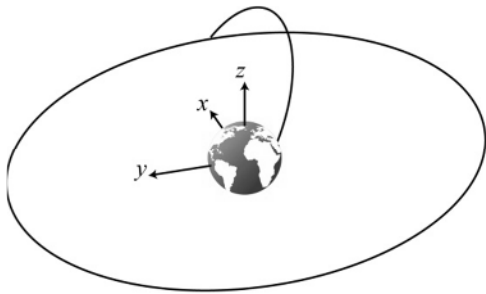
$$\varphi = 90^\circ, \theta = 28^\circ \quad (9)$$

همان طور که از جدول ۲ مشخص است، جهت نیروی تراست در همه مانورها تقریباً یکسان است و در راستای خط واصل بردار سرعت ماهواره در مدار زمین ثابت و بردار سرعت ماهواره در مدار انتقال ژتوسنکرون با فرض مانور ضربه‌ای و ایده‌آل می‌باشد. کمترین میزان مصرف سوخت نیز با مشخص بودن اختلاف بردار سرعت اولیه و نهایی، با استفاده از رابطه مصرف سوخت برای مانور ضربه‌ای [۱۰]، برابر ۱۱۵۲ کیلوگرم به دست می‌آید و نسبت به مانور پیوسته ۳۵ کیلوگرم کمتر است که ناشی از فرض ایده‌آل ضربه‌ای بودن مانور است.

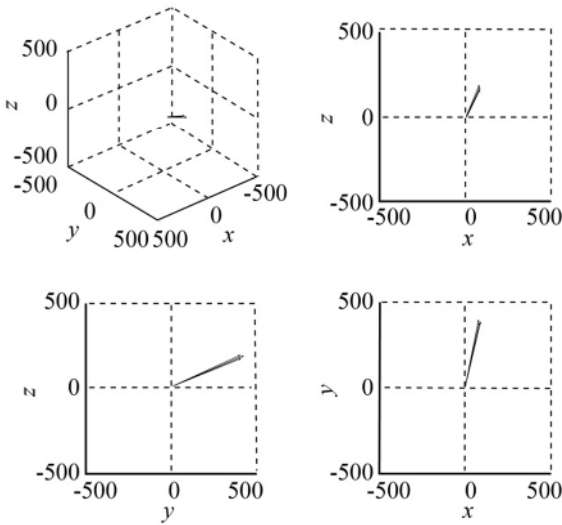
زمان روشن شدن موتور پیشران در شکل ۱۱ نشان داده شده است که مشخص است با فاصله زمانی صورت می‌گیرد. در شکل ۱۲ قسمت میانی جبهه پارتو را داریم. این قسمت از جبهه پارتو، جواب‌هایی است که دو بار از سوزش‌ها را در فاصله کوتاهی از همدیگر داریم. به عبارتی، حرکت ماهواره فقط از یک مدار بیضوی در حین انتقال استفاده می‌کند. شکل ۱۳ مسیر ماهواره و شکل ۱۴ جهت نیروی تراست را به ازای نقطه Sol8 نشان می‌دهند. در هر سه بار روشن شدن موتور پیشران، جهت نیروی پیشران تقریباً یکسان است.



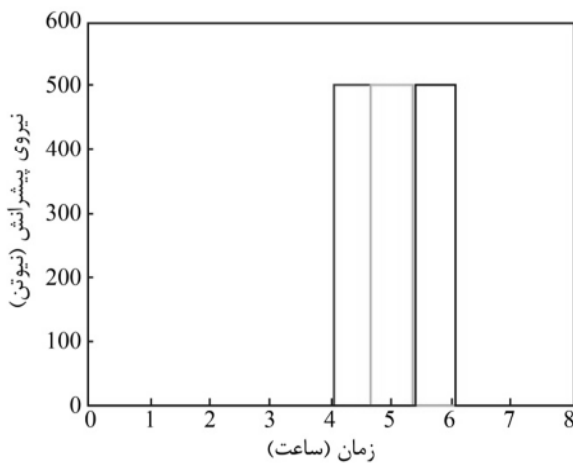
شکل ۱۱ زمان روشن شدن موتور پیشران



شکل ۱۷ مسیر حرکت ماهواره در حالت Sol10

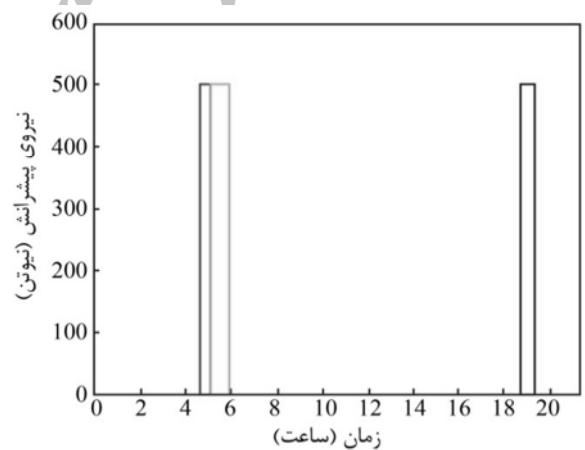


شکل ۱۸ جهت نیروی تراست در حالت Sol10

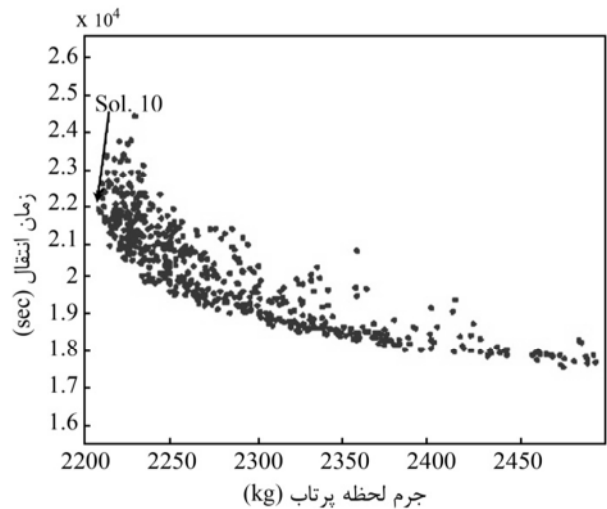


شکل ۱۹ زمان روشن شدن موتور پیشرانش

شکل ۱۵ زمان روشن شدن موتور پیشرانش را نشان می‌دهد. همان طور که مشخص است برای حالت میانی جبهه پارتو، دو بار روشن شدن موتور به صورت متوالی را داریم و سپس ماهواره در مدار واسطه قرار گرفته و بعد از یک دور دوباره موتور پیشرانش روشن شده و انتقال مداری صورت می‌گیرد. نقطه‌های پایینی جبهه پارتو، نقطه‌هایی هستند که در آنها هر سه سوزش در فاصله زمانی بسیار کوتاهی از همواقع می‌شود و به همین خاطر زمان رسیدن ماهواره به مدار نهایی بسیار کوتاه است. ولی به علت محدودیت موتور انجام این مانور امکان پذیر نیست. نقطه‌های جبهه پارتو این ناحیه در شکل ۱۶ و مسیر حرکت ماهواره در شکل ۱۷ رسم شده است. شکل ۱۸ جهت نیروی تراست را به ازای نقطه Sol10 و شکل ۱۹ زمان روشن شدن موتور پیشرانش را نشان می‌دهد.



شکل ۱۵ زمان روشن شدن موتور پیشرانش



شکل ۱۶ قسمت پایینی جبهه پارتو

همان طور که در شکل‌های ۱۸ و ۱۹ دیده می‌شود، در این حالت، سوزش‌ها با فاصله زمانی بسیار کوتاهی از همدیگر صورت می‌گیرد. به علت محدودیت موتور، این حالت امکان

- [3] Kamel, O.M., "Optimization of Bi-Elliptic Transfer with Plane Change-Part I", *Acta Astronautica*, Vol. 64, No. 5, 2009, pp. 514-517.
- [4] Chern, J., "Optimal Vertical Ascent to GEO with Thrust Acceleration and Dynamic Pressure Constraints", *Acta Astronautica*, Vol. 35, No. 1, 1995, pp. 9-18.
- [5] Kechichian, J., "Optimal Low-Thrust Transfer Using Variable Bounded Thrust", *Acta Astronautica*, Vol. 36, No. 7, 1995, pp. 357-365.
- [6] Gergaud J., Haberkorn, T., "Orbital Transfer: Some Links Between the Low-Thrust and the Impulse Cases", *Acta Astronautica*, Vol. 60, No. 8, 2007, pp. 649-657.
- [7] Geffroy, S., Epenoy, R., "Optimal Low-Thrust Transfers With Constraint and Generalization of Averaging Techniques", *Acta Astronautica*, Vol. 41, No. 3, 1997, pp. 133-149.
- [8] Coverstone, V., Hartmann, J.W., Mason, W.J., "Optimal Multi-Objective Low-Thrust Spacecraft Trajectories", *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. 186, No. 4, 2000, pp. 387-402.
- [9] Yanga, G., Weiqib, L., "Systematic Direct Approach for Optimizing Continuous-Thrust Earth-Orbit Transfers", *Chinese Journal of Aeronautics*, Vol. 22, No. 1, 2009, pp. 56-69.
- [10] Curits, H., "Orbital Mechanics for Engineering Students", Elsevier Aerospace Engineering Series, 2005, pp. 52-54.
- [11] طاهری فر علی، سالاریه حسن، الستی آریا، "طراحی مسیر با هدف بهینه‌سازی زمان و کمینه نمودن تعداد سوئیچ برای بازوی مارگون کابلی فضایی با مفاصل قفل شونده"، *مجله فنی مهندسی مدرس-مکانیک*، دوره ۱۲، ۱۳۹۱، صص ۵۰-۶۵.
- [12] Sidi, M. J., *Spacecraft Dynamics and Control: A Practical Engineering Approach*, Cambridge University Press, 2000, pp. 152-208.
- [13] Karimi, A., Siarry, P., "Global Simplex Optimization, A Simple and Efficient Metaheuristic for Continuous Optimization", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 25, No.1, 2012, pp.48-55.
- [14] فرشی بهروز، فائزی محمد حسین، "بهینه‌سازی دیسک غیرهمگن دوار به روش غیر گرادیانی"، *مجله فنی مهندسی مدرس-مکانیک*، دوره ۹، ۱۳۸۸، صص ۱۰۷-۱۱۹.
- [15] نیکخواه بهرامی منصور، دینامیک برداری، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۹۰.
- [16] Wertz, J. R., *Spacecraft Attitude Dynamics and Determination*, Kluwer Academic Publications, 1978, pp. 478-502.

پذیر نیست. اگر در مرحله انتقال مداری از موتوری استفاده شود که بتواند ۱۵۰ دقیقه بدون توقف روشن باشد، زمان کل انتقال از ۳۰ ساعت به ۶ ساعت کاهش می‌یابد.

۱۰- نتیجه گیری

در این مقاله بهینه‌سازی همزمان مصرف سوخت و زمان انتقال ماهواره از مدار انتقال ژئوسنکرون تا مدار زمین ثابت با فرض سوزش پیوسته به صورت کلی صورت گرفته است. از دو حلقه بهینه‌سازی برای پیدا کردن مسیر بهینه استفاده شد که الگوریتم اول نقش تعیین بهینه مدارهای واسطه و الگوریتم دوم نقش تعیین جواب قابل قبول برای حل معادلات حاکم بر دینامیک ماهواره بین دو مدار را با تعیین زوایای تراست و زمان پیشرانس دارد. مطابق نتایج بدست آمده، به صورت هوشمندانه، سه طیف پاسخ به دست آمدند. طیف اول پاسخ‌هایی که هر سه سوزش با فاصله زمانی از همدیگر واقع شده و بعد از هر بار سوزش ماهواره در یک مدار بیضوی حرکت می‌کند. با توجه به محدودیت‌های حاکم بر زمان روشن بودن موتور، این طیف از نظر فیزیکی امکان‌پذیر است. اگر از موتوری استفاده شود که قابلیت روشن بودن در بازه زمانی بیشتری را داشته باشد، می‌توان از طیف پاسخ ۲ یا ۳ استفاده کرد که در آنها دو یا سه بار از مانورها بلافاصله پس از هم بوده و زمان کل مانور کاهش می‌یابد. با استفاده از روش ارائه شده در این مقاله امکان بهینه‌سازی همزمان سوخت و زمان مانور مداری بین دو مدار امکان‌پذیر است و با توجه به قیود حاکم و اولویت‌بندی توابع هدف، از بین مجموع نقطه‌های بهینه به دست آمده می‌توان نقطه مناسب که قیود حاکم بر مسأله را ارضا کند، انتخاب نمود.

۱۱- مراجع

- [1] Casalino, L., Colasurdo, G., "Optimization of Variable Specific Impulse Interplanetary Trajectories", *Journal of guidance, control and dynamics*, Vol. 27, No. 4, 2004, pp. 678-684.
- [2] Elmabsouta, B., Kamelb, O.M., Solimanc, A., "The Optimization of the Orbital Hohmann Transfer", *Acta Astronautica*, Vol. 65, No. 7, 2009, pp. 1094-1097.