



تحلیل پارامترهای مؤثر بر کمانش پوسته تقویت شده کامپوزیتی با استفاده از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول

محمد امین قاسمی^۱، مجتبی یزدانی^{۲*}، سید محمد حسینی^۳

- ۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز
 - ۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز
 - ۳- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز
- * تبریز، صندوق پستی ۵۱۳۳۵/۱۹۹۶، m.yazdani@sut.ac.ir

چکیده - پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده مشبک کامپوزیتی، یکی از با اهمیت‌ترین سازه‌ها در صنایع هوافضا هستند. در این مقاله به محاسبه‌ی بار کمانش بحرانی این پوسته‌ها با شکل تقویت‌کننده‌های مشبک لوزی، تحت بار محوری و با استفاده از روش معادل‌سازی پرداخته شده است. همچنین تأثیر پارامترهایی چون، ضخامت پوسته، زاویه الیاف پوسته و زاویه قرارگیری تقویت‌کننده‌ها در بار کمانش این سازه‌ها ارائه شده است. برای تحلیل بار کمانش پوسته معادل از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول بر اساس روش ریتز استفاده شده است. برای استفاده از تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول، اثر نیروهای برشی عرضی در تقویت‌کننده‌ها نیز لحاظ شده است. نتایج حاصل با حل اجزاء محدود با شرایط مرزی تکیه‌گاه گیردار مقایسه شده است.

کلیدواژه‌گان: پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده مشبک، روش معادل‌سازی، سفتی معادل، روش ریتز.

Analysis of effective parameters on the buckling of grid stiffened composite shells based on first order shear deformation theory

M.A. Ghasemi¹, M. Yazdani^{2*}, S.M. Hoseini³

- 1-MSc. Student, Mech. Eng., Sahand Univ. of Tech., Tabriz, Iran
 - 2- Assist. Prof., Mech. Eng., Sahand Univ. of Tech., Tabriz, Iran
 - 3- MSc., Mech. Eng., Sahand Univ. of Tech., Tabriz, Iran
- * P.O.B. 51335/1996 Tabriz, Iran. m.yazdani@sut.ac.ir

Abstract- Grid stiffened composite shells are one of the most important structures in aerospace industries. In this study critical buckling load of these structures with diamond shape stiffeners under axial loading based on smeared method is presented. The effect of shell thickness, angle of fibers in shell and the direction of stiffeners into the buckling load is determined. First-order shear deformation theory based upon the Ritz method is used to calculation of critical buckling load of these structures. In the use of FSDT theory, transverse shear forces in stiffeners have been considered. The results are compared with FEM solution with clamped boundary condition.

Keywords: Grid Stiffened Composite Shells, Smeared Method, Equivalent Stiffness, Ritz Method.

مهمترین سازه‌های مورد استفاده در صنایع هوافضا است. این سازه‌ها شامل یک پوسته استوانه‌ای یا مخروطی است که

۱- مقدمه

پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده مشبک کامپوزیتی یکی از

برشی مرتبه اول مد نظر قرار گرفته است.

۲- فرمول بندی مسأله و محاسبه سفتی معادل

روش معادل سازی برای محاسبه بار بحرانی کمانش در مود کمانش کلی در سازه معتبر است. برای محاسبه سفتی معادل تقویت کننده‌ها، ابتدا یک سلول واحد از تقویت کننده‌ها که در کل سازه تکرار شده، در نظر گرفته شد. از آنجا که شکل تقویت کننده‌ها در سازه مورد بررسی به شکل لوزی است، لذا این سلول مطابق شکل ۱ خواهد بود.

برای محاسبه مؤلفه‌های سفتی در این المان، عکس‌العمل‌های بین پوسته خارجی و تقویت کننده‌ها در نظر گرفته شد. سپس سفتی معادل بر مبنای مؤلفه‌های کرنش وانحنای لایه میانی محاسبه شد. برای این منظور، فرض‌های زیر در نظر گرفته شد.

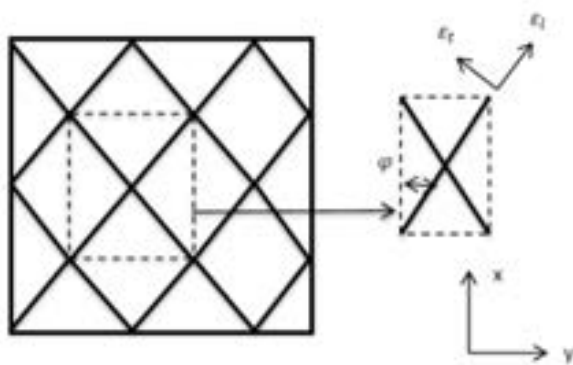
۱- تقویت کننده‌ها بار محوری و بار برشی را تحمل می‌کنند.
۲- کرنش به صورت یکنواخت بر مقطع اعمال می‌شود لذا تنش نیز در سطح مقطع یکنواخت است.

۳- مقطع تقویت کننده‌ها می‌تواند دچار پیچش شود.

۴- بار بین پوسته و تقویت کننده‌ها به صورت نیروی برشی انتقال می‌یابد.

۲-۱- تحلیل نیرو در سلول واحد

مؤلفه‌های کرنش و انحنای لایه میانی پوسته خارجی $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \epsilon_{xy}^0$ و $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$ است. کرنش در سطح داخلی پوسته، محل تلاقی پوسته و تقویت کننده‌ها، مطابق رابطه (۱) می‌باشد [۶]. این کرنش‌ها برابر با کرنش‌های تقویت کننده‌ها است.



شکل ۱ آرایش تقویت کننده‌ها و سلول واحد مورد بررسی

تقویت کننده‌هایی در سطح داخلی، خارجی یا هر دو طرف این پوسته قرار گرفته‌اند. بر طبق تحقیقات صورت گرفته این سازه‌ها دارای بار کمانشی بالا و جرم نسبتاً پایینی هستند.

مودهای کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده سه گروه تقسیم‌بندی می‌شوند. کمانش کلی^۱، کمانش موضعی در پوسته‌ی خارجی^۲ و کمانش در تقویت کننده‌ها^۳ [۱]. با توجه به هندسه پیچیده این سازه‌ها برای تحلیل کمانش آنها روش‌های تقریبی-حلیلی و عددی متفاوتی ارائه شده است که در این میان روش تقویت کننده‌های معادل برای محاسبه بار کمانش صفحات تقویت شده مشبک کامپوزیتی در حالت کمانش کلی در سازه، نخستین بار در سال ۱۹۹۶ توسط جانکی ارائه شد. او در پژوهش خود، سفتی معادل را بر مبنای صفحه میانی تقویت کننده‌ها نوشت [۲]. در سال ۲۰۰۳ کیدانه روش تقویت کننده‌های معادل را برای پوسته استوانه‌ای تقویت شده به کار برد [۱]. او در روش خود بر خلاف جانکی، معادلات را بر مبنای صفحه میانی پوسته خارجی نوشت. جانکی در سال ۲۰۰۱ به محاسبه یک طرح بهینه برای کمانش صفحات تقویت شده بر اساس الگوریتم ژنتیک پرداخت [۳]. در واقع هدف آنها به دست آوردن شکلی از تقویت کننده‌ها، در صفحه‌ای با ابعاد، بارها و شرایط مرزی معلوم بود که حداقل وزن را داشته باشد. یزدانی و رحیمی [۴، ۵]، به بررسی تجربی مقاومت کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده تحت بار محوری پرداختند. آنها در بررسی‌های خود به این نتیجه رسیدند که در این سازه‌ها، برای داشتن رفتار بهینه در مقابل کمانش به حداقل مقداری از چگالی شبکه نیاز است. همچنین به این نتیجه رسیدند که در بارگذاری محوری، اثر تقویت کننده‌های مارپیچ از تقویت کننده‌های محیطی بیشتر است.

در این پژوهش سعی شده است که اثر تعدادی از پارامترهای هندسی سازه‌های مشبک کامپوزیتی بر روی بار کمانش آنها مورد بررسی قرار گیرد. در روش تقویت کننده‌های معادل ارائه شده توسط جانکی و کیدانه تئوری مورد استفاده تئوری کلاسیک صفحات است در حالی که در پژوهش حاضر با توجه به ماهیت غیر متقارن این سازه‌ها، تئوری تغییر شکل‌های

1. Global Buckling
2. Skin Buckling
3. Stiffener Crippling

که در این رابطه E_1 مدول الاستیسیته تقویت کننده‌ها در جهت طولی خود و G مدول برشی تقویت کننده‌ها در صفحه lt است. برآیند نیروها در راستاهای x, y ، مطابق معادلات (۴)، (۵) و (۶) می‌باشد.

$$F_x = (F_{l1} + F_{l2})c + (F_{lt1} - F_{lt2})s \quad (4)$$

$$F_y = (F_{l1} + F_{l2})s + (F_{lt2} - F_{lt1})c \quad (5)$$

$$F_{xy} = (F_{l2} - F_{l1})s + (F_{lt1} - F_{lt2})c \quad (6)$$

که در این روابط F_x, F_y نیروهای عمود بر صفحات x, y و F_{xy} برآیند نیروهای برشی در صفحه x و راستای y هستند.

نیروهای معادل N_x, N_y, N_{xy} از تقسیم کردن (۴)، (۵) و (۶) بر طول لبه‌های متناظر خود در المان واحد به دست آمد. با قرار دادن (۱) و (۳) در (۴)، (۵) و (۶) و تقسیم آنها بر طول لبه‌های متناظر، معادلات (۷)، (۸) و (۹) بر مبنای کرنش و انحنای صفحه میانی پوسته خارجی به صورت روابط (۷) تا (۹) می‌باشد.

$$N_x = A/a \{ (2E_1c^3 - 4Gcs^2)\varepsilon_x^0 + (2E_1 + 4G)cs^2\varepsilon_y^0 + (E_1c^3 - 2Gcs^2)t\kappa_x + (E_1 + 2G)cs^2t\kappa_y \} \quad (7)$$

$$N_y = A/b \{ (2E_1s^3 - 4Gsc^2)\varepsilon_x^0 + (2E_1s^3 + 4Gsc^2)\varepsilon_y^0 + (E_1sc^2 + 2Gsc^2)t\kappa_x + (E_1s^3 - 2Gsc^2)t\kappa_y \} \quad (8)$$

$$N_{xy} = \frac{A}{a} \{ (2E_1cs^2 - 2Gc^3 + 2Gcs^2)\varepsilon_{xy}^0 + (E_1cs^2 - Gc^3 + Gcs^2)t\kappa_{xy} \} \quad (9)$$

۲-۲- تحلیل گشتاورها در سلول واحد

به واسطه نیروهای برشی بین پوسته و تقویت کننده‌ها، گشتاورهای پیچشی و خمشی بر پوسته و تقویت کننده‌ها وارد می‌شود. شکل‌های ۳ و ۴ نیروهای برشی بین پوسته و تقویت کننده‌ها و گشتاورهای حاصل از آنها را نشان می‌دهد. شکل ۳ گشتاور خمشی وارد بر تقویت کننده‌ها و شکل ۴ گشتاور پیچشی وارد بر آنها را نشان می‌دهد. تنها M_{sh} و M_{t-sh} برای محاسبه سفتی در معادلات وارد می‌شوند زیرا این گشتاورها اثر تقویت کننده روی پوسته خارجی می‌باشند. شکل ۵ نمودار آزاد گشتاورهای وارد بر المان در نظر گرفته

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + \left(\frac{t}{2}\right)\kappa_x \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + \left(\frac{t}{2}\right)\kappa_y \\ \varepsilon_{xy} &= \varepsilon_{xy}^0 + \left(\frac{t}{2}\right)\kappa_{xy} \end{aligned} \quad (1)$$

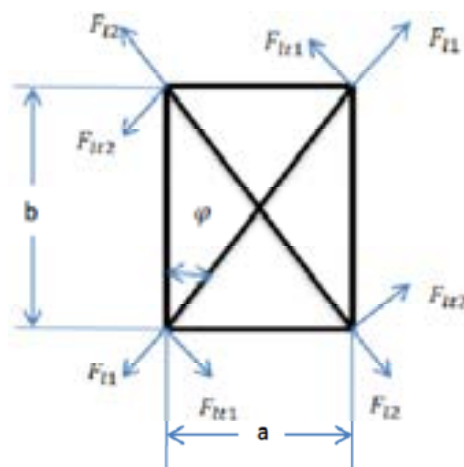
که در آن t ضخامت پوسته خارجی است. برای محاسبه کرنش‌ها در راستاهای طولی و عرضی تقویت کننده‌ها، رابطه (۱) در ماتریس انتقال ضرب شد. رابطه (۲) این کرنش‌ها را در راستای تقویت کننده‌ها بیان می‌کند [۱].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{lt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ 2sc & -2sc & s^2 - c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (2)$$

که در آن $c = \cos(\varphi)$ ، $s = \sin(\varphi)$ کرنش در راستای طولی تقویت کننده‌ها، ε_t کرنش در راستای عرضی تقویت کننده‌ها و ε_{lt} کرنش برشی در مقطع تقویت کننده‌ها است.

شکل ۲ نمودار آزاد نیروهای وارد بر المان مورد نظر را نشان می‌دهد. در این شکل، F_{lt} مؤلفه‌ی نیروی طولی و F_{lt} نیروی برشی وارد بر مقطع تقویت کننده‌ها است. با قرار دادن زاویه مناسب برای هر یک از راستاهای تقویت کننده‌ها، نیروهای نشان داده شده در شکل ۲ مطابق رابطه (۳) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} F_{l1} &= E_1A\varepsilon_{l1} = E_1A(\varepsilon_x c^2 + \varepsilon_y s^2 - \varepsilon_{xy} sc) \\ F_{l2} &= E_1A\varepsilon_{l2} = E_1A(\varepsilon_x s^2 + \varepsilon_y c^2 + \varepsilon_{xy} sc) \\ F_{lt1} &= GA\varepsilon_{lt1} \\ &= GA(-2\varepsilon_x sc + 2\varepsilon_y sc + \varepsilon_{xy}(s^2 - c^2)) \\ F_{lt2} &= GA\varepsilon_{lt2} \\ &= GA(2\varepsilon_x sc - 2\varepsilon_y sc + \varepsilon_{xy}(s^2 - c^2)) \end{aligned} \quad (3)$$



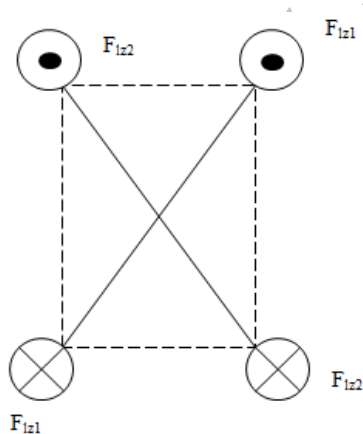
شکل ۲ نمودار آزاد نیروهای وارد بر سلول واحد

شده را نشان می‌دهد. معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) برآیند این گشتاورها را در راستاهای X, Y و گشتاور پیچشی را بیان می‌کند.

$$M_x = \frac{A}{a} \{ (E_1 - 2G) sc^2 t \epsilon_x^0 + (E_1 s^3 + 2Gsc^2) t \epsilon_y^0 + \frac{1}{2} (E_1 - G) sc^2 t^2 \kappa_x + (E_1 s^3 + Gsc^2) t^2 \kappa_y \} \quad (13)$$

$$M_y = \frac{A}{b} \{ (E_1 + 2G) sc^2 t \epsilon_x^0 + (E_1 s^3 - 2Gsc^2) t \epsilon_y^0 + \frac{1}{2} (E_1 + 2G) sc^2 t^2 \kappa_x + \frac{1}{2} (E_1 s^3 - 2Gsc^2) t^2 \kappa_y \} \quad (14)$$

$$M_{xy} = A/a \{ (E_1 cs^2 - 2Gc^3 + 2Gcs^2) t \epsilon_{xy}^0 + 1/2 (E_1 cs^2 + Gc^3 - Gcs^2) t^2 \kappa_{xy} \} \quad (15)$$



شکل ۵ نیروهای برشی عرضی در تقویت‌کننده‌ها

۲-۳- ماتریس سفتی تقویت‌کننده‌ها

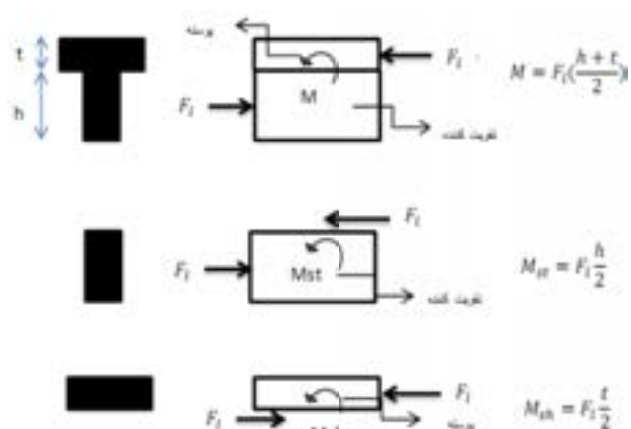
معادلات (۷ تا ۹) و (۱۳ تا ۱۵) توزیع نیروها و گشتاورها را روی تقویت‌کننده‌ها بیان می‌کند. معادلات (۱۶ تا ۱۸) ماتریس‌های A^{st} و B^{st} و D^{st} را که مؤلفه‌های سفتی معادل برای تقویت‌کننده‌ها هستند، نشان می‌دهد.

شکل ۳ گشتاورهای خمشی وارد بر تقویت‌کننده‌ها

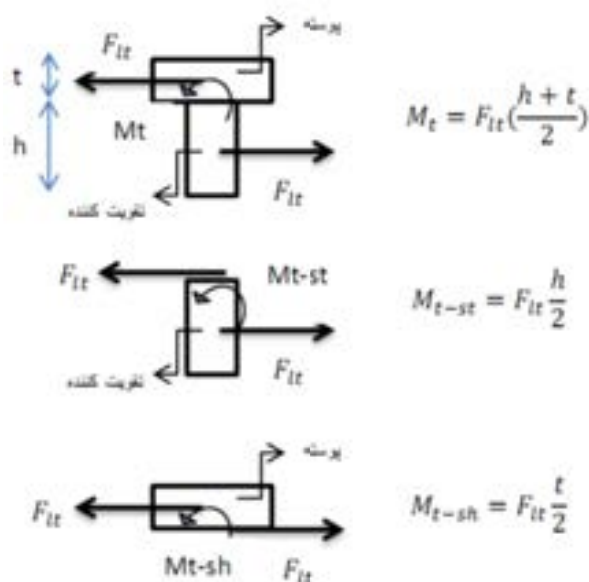
$$M_x = (M_{sh1} + M_{sh2})s + (M_{t-sh1} - M_{t-sh2})c \quad (10)$$

$$M_y = (M_{sh2} + M_{sh1})c + (M_{t-sh2} - M_{t-sh1})c \quad (11)$$

$$M_{xy} = (M_{sh2} - M_{sh1})s + (M_{t-sh1} + M_{t-sh2})c \quad (12)$$



شکل ۳ گشتاورهای خمشی وارد بر تقویت‌کننده‌ها



شکل ۴ گشتاور پیچشی وارد بر مقطع تقویت‌کننده‌ها

با جایگذاری گشتاورها در (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) و تقسیم کردن آنها بر طول ضلع مربوط به خود در المان واحد، معادلات (۱۳)،

۲-۴- نیروی برشی عرضی در تقویت کننده‌ها

شکل ۵ نیروی برشی عرضی را در سلول واحد نشان می‌دهد. معادله (۱۹) کرنش عرضی تقویت کننده‌ها را به کرنش پوسته خارجی ارتباط می‌دهد.

$$\begin{bmatrix} \gamma_{lz} \\ \gamma_{tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{bmatrix} \quad (19)$$

که در این رابطه $\varepsilon_{lz}, \varepsilon_{tz}$ ، کرنش برشی عرضی در تقویت کننده‌ها و $\varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}$ ، کرنش برشی عرضی در پوسته است. لذا نیروی برشی عرضی مطابق رابطه (۲۰) می‌باشد.

$$\begin{aligned} F_{lz}^1 &= GA\varepsilon_{lz}^1 = GA(\varepsilon_{xz}c - \varepsilon_{yz}s) \\ F_{lz}^2 &= GA\varepsilon_{lz}^2 = GA(\varepsilon_{xz}c + \varepsilon_{yz}s) \end{aligned} \quad (20)$$

با استفاده از این رابطه، نتیجه‌های نیروی برشی عرضی به صورت رابطه (۲۱) می‌باشد.

$$\begin{aligned} Q_x &= \frac{1}{a}(F_{lz}^1 + F_{lz}^2) \\ Q_y &= \frac{1}{b}(F_{lz}^2 - F_{lz}^1) \end{aligned} \quad (21)$$

با استفاده از معادله (۲۰) و (۲۱)، ماتریس سفتی برشی عرضی معادل در تقویت کننده‌ها مطابق رابطه (۲۲) است.

$$[A_s^{st}] = \begin{bmatrix} \frac{2G_{lz}Ac}{b} & 0 \\ 0 & \frac{2G_{lz}As}{a} \end{bmatrix} \quad (22)$$

لذا، رابطه (۲۳)، معادله ساختاری معادل برای تقویت کننده‌ها را نشان می‌دهد.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \\ \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A^{st}] & [B^{st}] & 0 \\ [B^{st}] & [D^{st}] & 0 \\ 0 & 0 & [A_s^{st}] \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A^{sh}] & [B^{sh}] & 0 \\ [B^{sh}] & [D^{sh}] & 0 \\ 0 & 0 & [A_s^{sh}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$A^{st} = \begin{bmatrix} \frac{2E_1c^3 - 4Gcs^2}{a}A & \frac{2E_1cs^2 + 4Gcs^2}{a}A \\ \frac{2E_1sc^2 + 4Gsc^2}{b}A & \frac{2E_1s^3 - 4Gsc^2}{b}A \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{2E_1cs^2 - 2G(c^2 - s^2)c}{a}A \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$B^{st} = \begin{bmatrix} \frac{E_1c^3 - 2Gcs^2}{a}tA & \frac{E_1cs^2 + 2Gcs^2}{a}tA \\ \frac{E_1sc^2 + 2Gsc^2}{b}tA & \frac{E_1s^3 - 2Gsc^2}{b}tA \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{E_1cs^2 - G(c^2 - s^2)c}{a}tA \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$D^{st} = \begin{bmatrix} \frac{E_1sc^2 - 2Gsc^2}{2a}t^2A & \frac{E_1s^3 + 2Gsc^2}{2a}t^2A \\ \frac{E_1sc^2 + 2Gsc^2}{2b}t^2A & \frac{E_1s^3 - 2Gsc^2}{2b}t^2A \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{E_1cs^2 - G(c^2 - s^2)c}{2a}t^2A \end{bmatrix} \quad (18)$$

در ظاهر این سه ماتریس متقارن نیستند ولی با توجه به رابطه هندسی بین $a, b, \sin(\varphi), \cos(\varphi)$ می‌توان به متقارن بودن آنها پی برد.

$$B^{st} = E_1 A t \begin{bmatrix} \frac{c^3}{a} & \frac{s^2 c}{a} & 0 \\ \frac{sc^2}{b} & \frac{s^3}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{sc^2}{b} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$D^{st} = E_1 A t^2 \begin{bmatrix} \frac{c^3}{2a} & \frac{s^2 c}{2a} & 0 \\ \frac{sc^2}{2b} & \frac{s^3}{2b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{sc^2}{2b} \end{bmatrix} \quad (29)$$

لذا معادله ساختاری برای سازه بر مبنای تئوری کلاسیک لایه‌ها مطابق رابطه (۳۰) است [۸].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh} A^{sh} + v^{st} A^{st} & v^{sh} B^{sh} + v^{st} B^{st} \\ v^{sh} B^{sh} + v^{st} B^{st} & v^{sh} D^{sh} + v^{st} D^{st} \end{bmatrix} \quad (30)$$

۶- محاسبه بار بحرانی کماتش

برای حل مسأله مقدار ویژه کماتش این سازه، روش ریتز برای محاسبه بار بحرانی کماتش استفاده شد. در این روش، توابعی که شرایط مرزی هندسی مسأله را ارضا می‌کنند به عنوان جایابی سیستم در تابع انرژی پتانسیل کل مورد استفاده قرار می‌گیرند. با این فرض، یک سیستم با درجات آزادی بی‌نهایت، به سیستمی با درجات آزادی محدود کاهش می‌یابد. انرژی پتانسیل کل برابر مجموع انرژی کرنش و کار ناشی از نیروهای خارجی می‌باشد [۹]. مؤلفه‌های خطی کرنش برای تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه‌ی اول مطابق روابط (۳۱ تا ۳۳) است [۱۰].

$$\varepsilon^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\kappa^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} + \frac{1}{2R} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{bmatrix} \quad (32)$$

۳- معادلات پوسته خارجی

تئوری تغییر شکل‌های مرتبه اول برشی برای پوسته خارجی مطابق رابطه (۲۴) است [۷]. در این روابط N منتجه‌های نیرو، M منتجه‌های گشتاور و Q منتجه‌های نیروی برشی عرضی هستند.

۴- سفتی معادل کل سازه

نیرو و ممان در کل سازه از رابطه (۲۵) محاسبه شد. در این رابطه v^{sh} و v^{st} درصد حجمی پوسته و تقویت‌کننده‌ها در سازه می‌باشند [۸].

$$\begin{bmatrix} N \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh} N^{sh} + v^{st} N^{st} \\ v^{sh} M^{sh} + v^{st} M^{st} \\ v^{sh} Q^{sh} + v^{st} Q^{st} \end{bmatrix} \quad (25)$$

با قرار دادن سفتی‌های به دست آمده مطابق روابط (۲۳ و ۲۴) در معادله (۲۵)، نیروهای صفحه‌ای، گشتاورها و نیروهای برشی برای تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول مطابق رابطه (۲۶) به دست می‌آیند.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh} N^{sh} + v^{st} N^{st} \\ v^{sh} M^{sh} + v^{st} M^{st} \\ v^{sh} Q^{sh} + v^{st} Q^{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh} [A^{sh}] + v^{st} [A^{st}] & v^{sh} [B^{sh}] + v^{st} [B^{st}] \\ v^{sh} [B^{sh}] + v^{st} [B^{st}] & v^{sh} [D^{sh}] + v^{st} [D^{st}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (26)$$

این معادله، سفتی معادل کل سازه را بیان می‌کند.

۵- سفتی معادل سازه در تئوری کلاسیک لایه‌ها

سفتی معادل تقویت‌کننده‌ها بر مبنای تئوری کلاسیک لایه‌ها مطابق روابط (۲۷ تا ۲۹) است [۱].

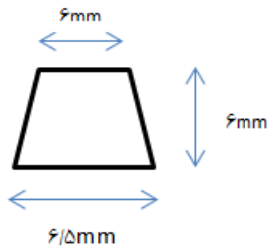
$$A^{st} = E_1 A \begin{bmatrix} \frac{2c^3}{a} & \frac{2s^2 c}{a} & 0 \\ \frac{2sc^2}{b} & \frac{2s^3}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2sc^2}{b} \end{bmatrix} \quad (27)$$

ایجاد یک مسأله مقدار ویژه می‌شود. با حل این مسأله برای نیروی مجهول N_l ، تعداد زیادی مقدار ویژه به دست می‌آید که کمترین مقدار این مقادیر برابر با بار بحرانی کمانش پوسته استوانه‌ای مورد نظر است [۸].

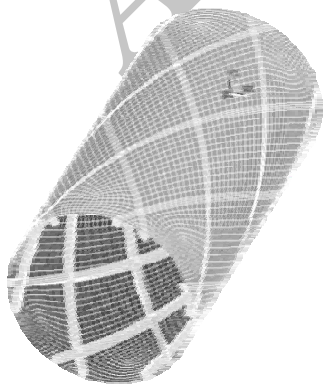
۷- تحلیل اجزاء محدود

شکل ۶ مدل اجزاء محدود این سازه را نشان می‌دهد. شکل‌های ۷ تا ۹ حالت‌های مختلف کمانش این سازه را تحت بار محوری فشاری نشان می‌دهد. شکل ۷ کمانش موضعی در پوسته، شکل ۸ کمانش کلی و شکل ۹ کمانش و شکست موضعی در تقویت‌کننده‌ها است. خواص مکانیکی مواد برای پوسته و ریب‌ها در جدول‌های ۱ و ۲ آورده شده است.

مدل سه بعدی از استوانه تقویت‌شده مشبک کامپوزیتی با شبکه‌های لوزی در نرم‌افزار المان محدود انسیس^۱ ایجاد شد. مرحله اول شبیه‌سازی ریب‌های تقویت‌کننده است که به منظور شبیه‌سازی دقیق، این ریب‌های تقویت‌کننده از استوانه تو خالی با شعاع‌های داخلی و خارجی مورد نظر جدا شدند.



شکل ۶ شکل و ابعاد مقطع تقویت‌کننده‌ها



شکل ۷ مدل اجزاء محدود استوانه‌ای مشبک

$$\gamma^T = \begin{bmatrix} \varphi_1 + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \varphi_2 + \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{R} \end{bmatrix} \quad (33)$$

که در این روابط u ، جابجایی در راستای محوری، v جابجایی در راستای محیطی، w جابجایی در راستای شعاعی، φ_1 و φ_2 به ترتیب دوران صفحات x و y هستند و R شعاع استوانه می‌باشد. انرژی کرنش نیز مطابق رابطه (۳۴) است [۱۰].

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} (\epsilon \cdot [A] \cdot \epsilon^T + \kappa \cdot [D] \cdot \kappa^T + 2\epsilon \cdot [B] \cdot \kappa^T + \gamma \cdot [A_s] \cdot \gamma^T) dy dx \quad (34)$$

کار انجام شده توسط نیروی محوری نیز از رابطه (۳۵) محاسبه می‌شود [۱۱].

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} N_1 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dy dx \quad (35)$$

از آنجا که شرایط مرزی مسأله تکیه‌گاه گیردار است، لذا میدان جابجایی مناسب که شرایط مرزی هندسی را ارضا کند مطابق معادله (۳۶) می‌باشد.

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cos(\bar{m}x) \sin(\bar{n}y) \\ v &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin(\bar{m}x) \cos(\bar{n}y) \\ w &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{mn} (1 - \cos(\bar{m}x)) \sin(\bar{n}y) \\ \varphi_1 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} d_{mn} \cos(\bar{m}x) \sin(\bar{n}y) \\ \varphi_2 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e_{mn} \sin(\bar{m}x) \cos(\bar{n}y) \end{aligned} \quad (36)$$

در این روابط $y = R\theta$ ، $\bar{m} = \frac{m\pi}{L}$ ، $\bar{n} = \frac{n}{R}$ می‌باشد که L طول استوانه است.

با قرار دادن این میدان‌ها در معادلات (۳۲) و (۳۳)، انرژی پتانسیل کل بر حسب مجهولات میدان جابجایی a_{mn} ، b_{mn} ، c_{mn} ، d_{mn} ، e_{mn} ، به دست می‌آید. برای این که تعادل پایدار باشد باید انرژی پتانسیل کل حداقل شود. این امر زمانی اتفاق می‌افتد که مشتق اول انرژی پتانسیل کل نسبت به ضرایب مجهول میدان جابجایی برابر صفر شود. این کار باعث

دقیقاً روی گره‌های المان تقویت کننده قرار می‌گیرد و اتصال بین المان‌ها بدین ترتیب انجام شد. لایه‌چینی الیاف در پوسته به صورت $[-72,72]_s$ و زاویه تقویت کننده‌ها $\pm 30^\circ$ است. شکل ۱۰ هندسه سطح مقطع تقویت کننده و ابعاد آن نشان را نشان می‌دهد.



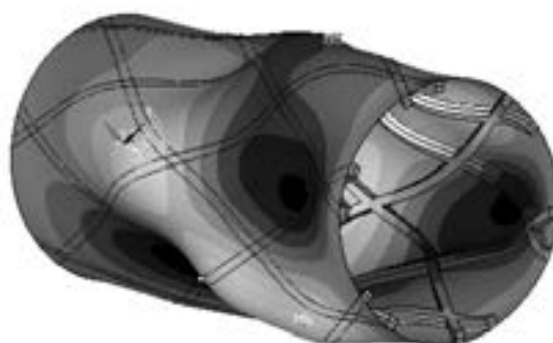
شکل ۸ کمانش موضعی در پوسته

جدول ۱ خواص مکانیکی مواد برای پوسته

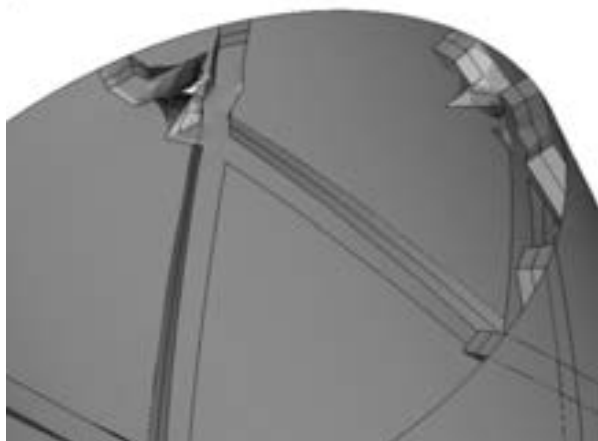
مقدار (واحد)	خاصیت
۴۸۲۸۰ (MPa)	مدول الاستیسیته طولی (E_1)
۱۰۴۳۱/۵ (MPa)	مدول الاستیسیته عرضی (E_2)
۰/۲۴۵	ضریب پواسون (ν_{12})
۳۸۴۲ (MPa)	مدول برشی (G_{12})
۳۸۴۲ (MPa)	مدول برشی عرضی (G_{13})
۴۵۷۶/۱ (MPa)	مدول برشی عرضی (G_{23})
۱/۹۱۵	چگالی نسبی

جدول ۲ خواص تقویت کننده‌ها

مقدار (واحد)	خاصیت
۲۷۵۹۰ (MPa)	مدول طولی (E_1)
۲۳۴۰ (MPa)	مدول برشی (G_{12})
۳۰۶۰ (MPa)	مدول برشی عرضی (G_{1z})



شکل ۹ کمانش کلی در سازه



شکل ۱۰ کمانش موضعی در تقویت کننده‌ها

پس از تکمیل شبیه‌سازی ریب‌های استحکام دهنده، در مرحله بعد پوسته سازه ایجاد شد که این پوسته، قسمتی از استوانه توخالی است و دقیقاً روی لبه خارجی ریب‌ها قرار گرفته است. برای مدل‌سازی پوسته از المان پوسته ۱۹۹ و برای تقویت کننده‌ها از المان سازه‌ای ۱۹۱ استفاده شد. شبکه‌بندی پوسته در ناحیه منطبق بر سطح تقویت کننده‌ها دقیقاً منطبق (مشابه) بر شبکه‌بندی تقویت کننده است و در نواحی دیگر پوسته، مش‌بندی به گونه‌ای است که در لبه‌های منطبق بر لبه‌های تقویت کننده‌ها، تعداد تقسیمات با تعداد تقسیمات تقویت کننده برابر است، بنابراین گره‌های المان‌های پوسته

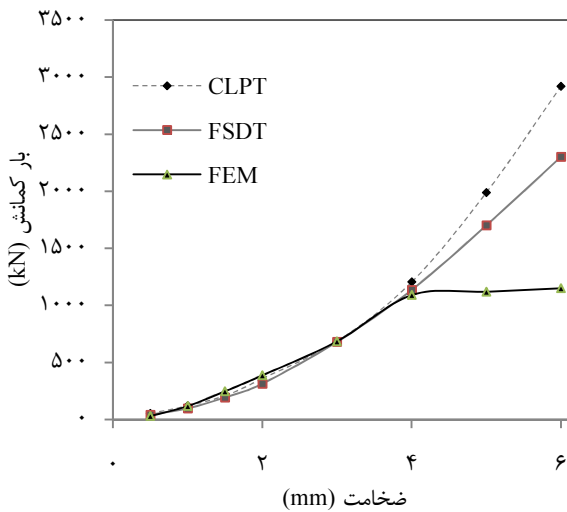
۸- نتایج و بحث

۸-۱- اثر ضخامت پوسته

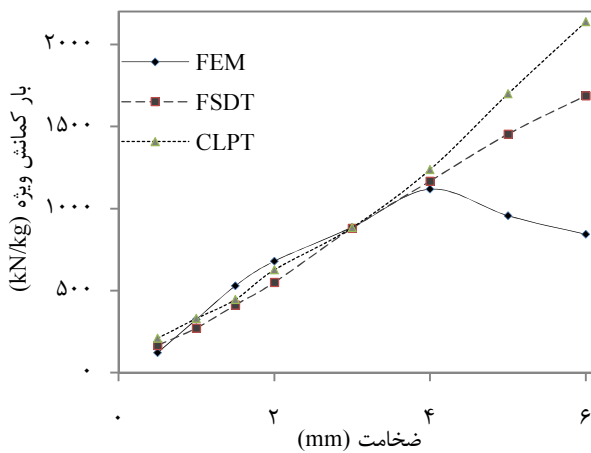
شکل ۱۱ منحنی بار کمانش بر حسب ضخامت پوسته و شکل ۱۲، بار کمانش ویژه (بار کمانش نسبت به جرم) را برای این سازه نشان می‌دهد. بار کمانش به دست آمده از دو تئوری

1. Shell 99
2. Solid 191

استوانه‌ای تقویت‌شده را در ضخامت‌های مختلف به ازای تغییر تعداد تقویت‌کننده‌ها نشان می‌دهد.



شکل ۱۱ بار کماتش بر حسب ضخامت پوسته خارجی



شکل ۱۲ بار کماتش ویژه بر حسب ضخامت پوسته خارجی

تعداد تقویت‌کننده‌ها، ۶، ۸ و ۱۶ جفت انتخاب شد و همان‌طور که در شکل مشخص است، با افزایش تعداد آن‌ها، بار کماتش یافته، اما بار کماتش ویژه برای حالت ۱۶ جفت تقویت‌کننده کمتر از ۶ و ۸ جفت است. همچنین بار کماتش ویژه در ضخامت کم، در حالت ۸ جفت تقویت‌کننده نسبت به حالت ۶ جفت، بیشتر است ولی با افزایش ضخامت، حالت ۶ جفت تقویت‌کننده نسبت به ۸ جفت بار کماتش ویژه بیشتری دارد.

کلاسیک لایه‌ها و تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول با حل اجزاء محدود مقایسه شد. این نتایج برای سازه دارای ۶ جفت ریب مارپیچ (۶ تقویت‌کننده ساعتگرد و ۶ تقویت‌کننده پادساعتگرد) است. طول استوانه در تمامی نتایج ۲۸۰mm و شعاع آن ۷۰mm است ($L/D=2$). در این حالت عرض المان واحد (a) برابر ۷۳mm و طول آن ۱۲۷mm می‌باشد.

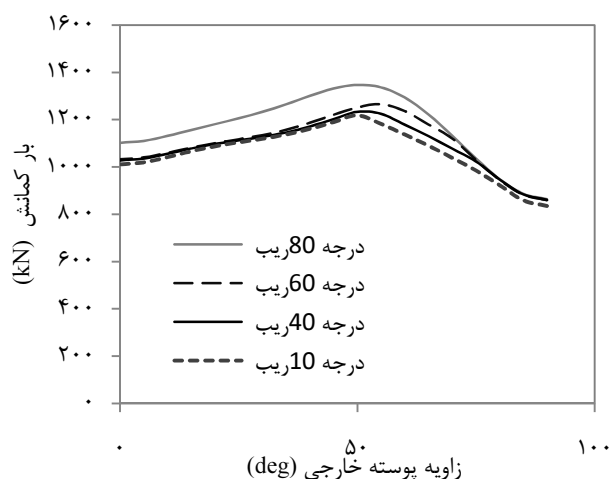
جدول ۳ مقادیر این نمودار را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل ۱۱ مشخص است، جواب‌های حاصل از حل تحلیلی ارائه شده، روش معادل‌سازی، در محدوده ضخامت‌های ۱mm تا ۴mm، که در این محدوده کماتش کلی در سازه به وجود می‌آید، هم‌خوانی قابل قبولی نسبت به حل اجزاء محدود دارند، اما از این ضخامت به بعد که کماتش موضعی تقویت‌کننده‌ها در سازه به وجود می‌آید، این روش کارایی ندارد. همچنین با افزایش ضخامت، مقدار بار بحرانی کماتش نیز افزایش می‌یابد. اما آن چه که از اهمیت بیشتری برخوردار است مقدار بار کماتش ویژه است که از ضخامت ۴mm به بعد، که بیان‌گر کماتش موضعی در تقویت‌کننده‌هاست و پوسته خارجی در آن آسیب نمی‌بیند، این کمیت در حل حاصل از اجزاء محدود مطابق شکل ۱۲ کاهش یافت یعنی اثر افزایش جرم ناشی از افزایش ضخامت پوسته بر اثر افزایش ضخامت غلبه می‌کند که این موضوع نیز مجدداً به دلیل عدم کاربرد این روش در محدوده کماتش موضعی، در نمودارهای حاصل از این روش نمود پیدا نکرده است. این مقادیر نشان می‌دهد که کماتش کلی تقریباً در ضخامت ۳/۵mm اتفاق می‌افتد.

جدول ۳ بار کماتش پوسته‌های تقویت‌شده در ضخامت‌های مختلف

ضخامت (mm)	FSDT (kN)	CLPT (kN)	FEM (kN)
۰/۵	۴۳	۵۴/۷	۳۱/۷۲۱
۱	۹۹/۴	۱۲۰/۵	۱۱۸/۴۷۵
۱/۵	۱۹۳/۷	۲۰۹/۲	۲۴۸/۴۸۸
۲	۳۱۴/۹	۳۵۸/۵	۳۸۸/۷۵۹
۳	۶۸۱/۳	۶۸۵/۱	۶۸۵/۲
۴	۱۱۳۷	۱۲۰۵	۱۰۹۰
۵	۱۷۰۱	۱۹۸۹	۱۱۲۰

۸-۲- اثر تعداد تقویت‌کننده‌ها

شکل ۱۳ بار کماتش و شکل ۱۴ بار کماتش ویژه پوسته

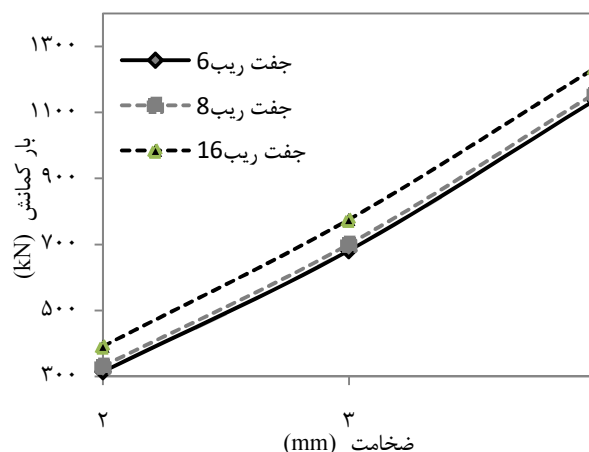


شکل ۱۵ تأثیر زاویه پوسته و تقویت کننده در بار کمانش

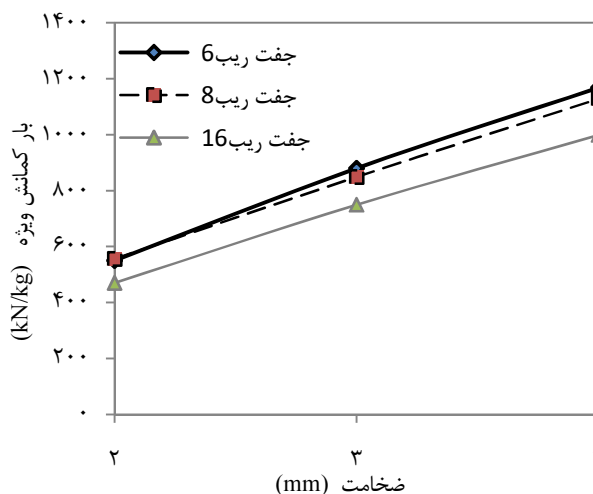
دلیل آن را نیز می توان این گونه در نظر گرفت که حالت ایده آل، حالتی است که زاویه الیاف به زاویه جهت گیری تقویت کننده ها نزدیک شوند به طوری که سفتی در راستاهای طولی و محیطی استوانه کاهش پیدا نکند. در واقع تقویت کننده ها نیروی وارد بر خودشان را به دو راستای طولی و محیطی تقسیم می کنند. همان طور که در نمودار مشخص است، به ازای جهت گیری تقویت کننده ها در ۴۰ درجه، زاویه الیاف بهینه نیز به این سمت کشیده شده است، زیرا می توان گفت که پوسته در این زاویه، سفتی مناسبی در راستاهای طولی و محیطی دارد. اگرچه جهت گیری ۸۰ درجه دارای بیشترین بار کمانشی است ولی به نظر می رسد بار کمانشی ویژه آن نسبت به حالت ۴۰ درجه کمتر باشد. با کاهش زاویه تقویت کننده ها، بار کمانش کاهش یافته است. چون مقدار تقویت کننده های سازه در زاویه ۸۰ درجه بسیار بیشتر از ۱۰ درجه است. بهتر است برای رسیدن به زاویه تقویت کننده مناسب بار کمانش ویژه را در نظر گرفت.

۹- نتیجه گیری

روابط تحلیلی برای پوسته تقویت شده کامپوزیتی بر اساس روش معادل سازی و تئوری تغییر شکل مرتبه اول برشی برای محاسبه بار بحرانی کمانش ارائه و نتایج حاصل از آن با حل اجزاء محدود مقایسه شد. روابط ارائه شده فقط در محدوده ی کمانش کلی سازه معتبر است. با در نظر گرفتن چگالی تقویت کننده ثابت و افزایش ضخامت پوسته بار کمانش افزایش



شکل ۱۳ بار کمانش بر حسب ضخامت در تعداد ریب های مختلف



شکل ۱۴ بار کمانش ویژه بر حسب ضخامت در تعداد تقویت کننده های مختلف

۸-۳- اثر زاویه الیاف پوسته و زاویه ی تقویت کننده

شکل ۱۵ تأثیر زاویه الیاف پوسته و زاویه تقویت کننده ها را در بار کمانش پوسته تقویت شده، با ۶ جفت تقویت کننده، به ازای ضخامت ۴mm را نشان می دهد. همان گونه که در شکل مشخص است به ازای یک زاویه مشخص در تقویت کننده ها، با افزایش زاویه پوسته تا محدوده ۴۰ تا ۵۰ درجه، بار کمانش نیز افزایش یافته و از آن به بعد بار کمانش کاهش می یابد. لذا بیشینه این نمودار در محدوده ۵۰ درجه اتفاق افتاد که این به معنی بهینه بودن این محدوده برای زاویه الیاف است.

- [4] Yazdani M., Rahimi H., Khatibi, A. A., and Hamzeh S., "An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shells under axial loading", *Scientific Research and Essays*, 2009. Vol. 4(9), pp. 914-920.
- [5] Yazdani M. and Rahimi G.H., "The effects of helical ribs number and grid types on the buckling of thin-walled GFRP-stiffened shells under axial loading", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2010. Vol. 29(17), pp. 2568-2575.
- [6] Kaw A.K., *Mechanics of Composite Materials*, 2006, Taylor & Francis Group, LLC: New York. pp. 320-325.
- [7] Reddy J.N., *Mechanics of laminated composite plates and shells*. 2004, CRC Press: United States of America. pp. 462-466.
- [8] Wodesenbet E., Kidane S, and Pang S.S., "Optimization for buckling loads of grid stiffened composite panels", *Composite Structures*, 2003. Vol. 60(2), pp. 159-169.
- [9] Chen W.F. and Lui E.M., *Energy and Numerical Methods*, in *Structural Stability* 1987, Elsevier Science Publishing Co. pp. 414-435.
- [10] Amabili M., *Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates*, 2008, Cambridge University Press: United States of America pp. 52-89.
- [11] Langhaar H.L., *Energy Methods in Applied Mechanics*. 1989, John Wiley and Sons: United States of America. pp. 201-232.

یافت. بار کمانش ویژه نیز تا ضخامت 4mm افزایش می‌یابد ولی بعد از آن این مقدار کاهش یافت، اما از آنجا که در این محدوده ضخامت، شکل کمانش سازه به کمانش موضعی در تقویت کننده‌ها تبدیل می‌شود، این کاهش در روش ارائه شده، نمود پیدا نمی‌کند. با افزایش چگالی تقویت کننده‌ها در سازه نیز بار کمانش افزایش می‌یابد. همچنین زاویه الیاف برای داشتن بالاترین بار کمانش در حدود 50 درجه می‌باشد.

۱۰- مراجع

- [1] Kidane S., Li, G., Helms J., Pang S. S., and Woldesenbet E., "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders", *Composites Part B: Engineering*, 2003. Vol. 34(1), pp. 1-9.
- [2] Jaunky N., N.F. Knight Jr, and D.R. Ambur "Formulation of an improved smeared stiffener theory for buckling analysis of grid-stiffened composite panels", *Composites Part B: Engineering*, 1996. Vol. 27(5), pp. 519-526.
- [3] Ambur D.R. and N. Jaunky "Optimal design of grid-stiffened panels and shells with variable curvature", *Composite Structures*, 2001. Vol. 52(2), pp. 173-180.

که در این رابطه E_1 مدول الاستیسیته تقویت کننده‌ها در جهت طولی خود و G مدول برشی تقویت کننده‌ها در صفحه lt است. برآیند نیروها در راستاهای x, y ، مطابق معادلات (۴)، (۵) و (۶) می‌باشد.

$$F_x = (F_{l1} + F_{l2})c + (F_{lt1} - F_{lt2})s \quad (4)$$

$$F_y = (F_{l1} + F_{l2})s + (F_{lt2} - F_{lt1})c \quad (5)$$

$$F_{xy} = (F_{l2} - F_{l1})s + (F_{lt1} - F_{lt2})c \quad (6)$$

که در این روابط F_x, F_y نیروهای عمود بر صفحات x, y و F_{xy} برآیند نیروهای برشی در صفحه x و راستای y هستند.

نیروهای معادل N_x, N_y, N_{xy} از تقسیم کردن (۴)، (۵) و (۶) بر طول لبه‌های متناظر خود در المان واحد به دست آمد. با قرار دادن (۱) و (۳) در (۴)، (۵) و (۶) و تقسیم آنها بر طول لبه‌های متناظر، معادلات (۷)، (۸) و (۹) بر مبنای کرنش و انحنای صفحه میانی پوسته خارجی به صورت روابط (۷) تا (۹) می‌باشد.

$$N_x = A/a \{ (2E_1c^3 - 4Gcs^2)\varepsilon_x^0 + (2E_1 + 4G)cs^2\varepsilon_y^0 + (E_1c^3 - 2Gcs^2)t\kappa_x + (E_1 + 2G)cs^2t\kappa_y \} \quad (7)$$

$$N_y = A/b \{ (2E_1s^3 + 4Gsc^2)\varepsilon_x^0 + (2E_1s^3 - 4Gsc^2)\varepsilon_y^0 + (E_1sc^2 + 2Gsc^2)t\kappa_x + (E_1s^3 - 2Gsc^2)t\kappa_y \} \quad (8)$$

$$N_{xy} = \frac{A}{a} \{ (2E_1cs^2 - 2Gc^3 + 2Gcs^2)\varepsilon_{xy}^0 + (E_1cs^2 - Gc^3 + Gcs^2)t\kappa_{xy} \} \quad (9)$$

۲-۲- تحلیل گشتاورها در سلول واحد

به واسطه نیروهای برشی بین پوسته و تقویت کننده‌ها، گشتاورهای پیچشی و خمشی بر پوسته و تقویت کننده‌ها وارد می‌شود. شکل‌های ۳ و ۴ نیروهای برشی بین پوسته و تقویت کننده‌ها و گشتاورهای حاصل از آنها را نشان می‌دهد. شکل ۳ گشتاور خمشی وارد بر تقویت کننده‌ها و شکل ۴ گشتاور پیچشی وارد بر آنها را نشان می‌دهد. تنها M_{sh} و M_{t-sh} برای محاسبه سفتی در معادلات وارد می‌شوند زیرا این گشتاورها اثر تقویت کننده روی پوسته خارجی می‌باشند.

شکل ۵ نمودار آزاد گشتاورهای وارد بر المان در نظر گرفته

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + \left(\frac{t}{2}\right)\kappa_x \\ \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + \left(\frac{t}{2}\right)\kappa_y \\ \varepsilon_{xy} &= \varepsilon_{xy}^0 + \left(\frac{t}{2}\right)\kappa_{xy} \end{aligned} \quad (1)$$

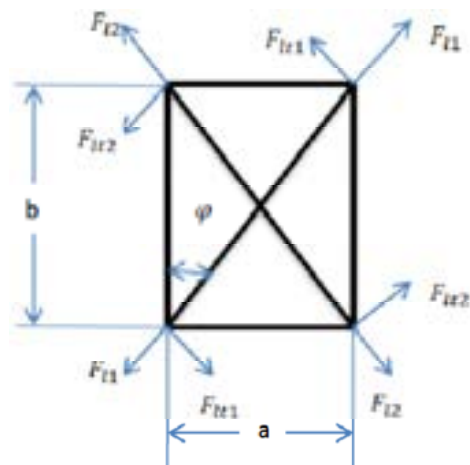
که در آن t ضخامت پوسته خارجی است. برای محاسبه کرنش‌ها در راستاهای طولی و عرضی تقویت کننده‌ها، رابطه (۱) در ماتریس انتقال ضرب شد. رابطه (۲) این کرنش‌ها را در راستای تقویت کننده‌ها بیان می‌کند [۱].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{lt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ 2sc & -2sc & s^2 - c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (2)$$

که در آن $c = \cos(\varphi)$ ، $s = \sin(\varphi)$ کرنش در راستای طولی تقویت کننده‌ها، ε_t کرنش در راستای عرضی تقویت کننده‌ها و ε_{lt} کرنش برشی در مقطع تقویت کننده‌ها است.

شکل ۲ نمودار آزاد نیروهای وارد بر المان مورد نظر را نشان می‌دهد. در این شکل، F_{lt} مؤلفه‌ی نیروی طولی و F_{lt} نیروی برشی وارد بر مقطع تقویت کننده‌ها است. با قرار دادن زاویه مناسب برای هر یک از راستاهای تقویت کننده‌ها، نیروهای نشان داده شده در شکل ۲ مطابق رابطه (۳) محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} F_{l1} &= E_1A\varepsilon_{l1} = E_1A(\varepsilon_x c^2 + \varepsilon_y s^2 - \varepsilon_{xy} sc) \\ F_{l2} &= E_1A\varepsilon_{l2} = E_1A(\varepsilon_x s^2 + \varepsilon_y c^2 + \varepsilon_{xy} sc) \\ F_{lt1} &= GA\varepsilon_{lt1} \\ &= GA(-2\varepsilon_x sc + 2\varepsilon_y sc + \varepsilon_{xy}(s^2 - c^2)) \\ F_{lt2} &= GA\varepsilon_{lt2} \\ &= GA(2\varepsilon_x sc - 2\varepsilon_y sc + \varepsilon_{xy}(s^2 - c^2)) \end{aligned} \quad (3)$$



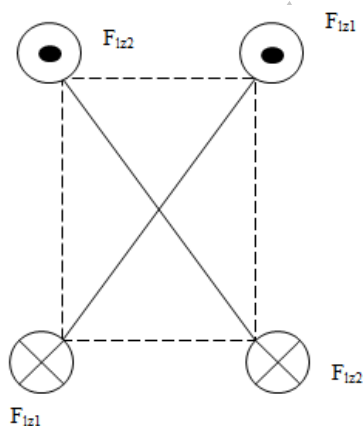
شکل ۲ نمودار آزاد نیروهای وارد بر سلول واحد

شده را نشان می‌دهد. معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) برآیند این گشتاورها را در راستاهای X, Y و گشتاور پیچشی را بیان می‌کند.

$$M_x = \frac{A}{a} \{ (E_1 - 2G) sc^2 t \varepsilon_x^0 + (E_1 s^3 + 2Gsc^2) t \varepsilon_y^0 + \frac{1}{2} (E_1 - G) sc^2 t^2 \kappa_x + (E_1 s^3 + Gsc^2) t^2 \kappa_y \} \quad (13)$$

$$M_y = \frac{A}{b} \{ (E_1 + 2G) sc^2 t \varepsilon_x^0 + (E_1 s^3 - 2Gsc^2) t \varepsilon_y^0 + \frac{1}{2} (E_1 + 2G) sc^2 t^2 \kappa_x + \frac{1}{2} (E_1 s^3 - 2Gsc^2) t^2 \kappa_y \} \quad (14)$$

$$M_{xy} = A/a \{ (E_1 cs^2 - 2Gc^3 + 2Gcs^2) t \varepsilon_{xy}^0 + 1/2 (E_1 cs^2 + Gc^3 - Gcs^2) t^2 \kappa_{xy} \} \quad (15)$$



شکل ۵ نیروهای برشی عرضی در تقویت‌کننده‌ها

۲-۳- ماتریس سفتی تقویت‌کننده‌ها

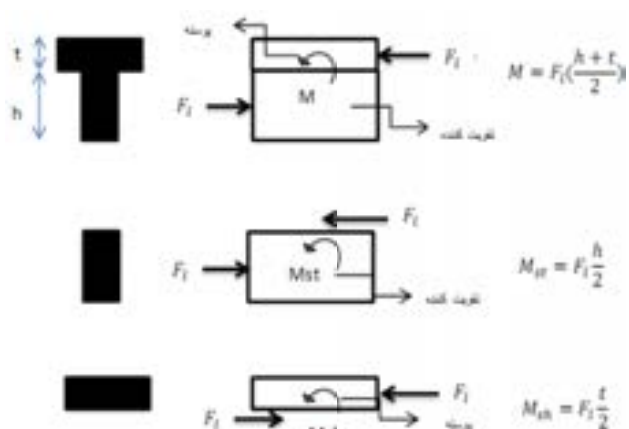
معادلات (۷ تا ۹) و (۱۳ تا ۱۵) توزیع نیروها و گشتاورها را روی تقویت‌کننده‌ها بیان می‌کند. معادلات (۱۶ تا ۱۸) ماتریس‌های A^{st} و B^{st} و D^{st} را که مؤلفه‌های سفتی معادل برای تقویت‌کننده‌ها هستند، نشان می‌دهد.

شکل ۳ گشتاورهای خمشی وارد بر تقویت‌کننده‌ها

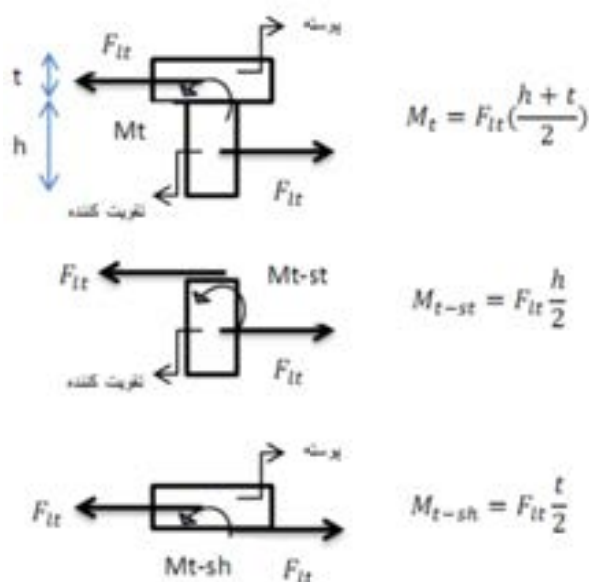
$$M_x = (M_{sh1} + M_{sh2})s + (M_{t-sh1} - M_{t-sh2})c \quad (10)$$

$$M_y = (M_{sh2} + M_{sh1})c + (M_{t-sh2} - M_{t-sh1})c \quad (11)$$

$$M_{xy} = (M_{sh2} - M_{sh1})s + (M_{t-sh1} + M_{t-sh2})c \quad (12)$$



شکل ۳ گشتاورهای خمشی وارد بر تقویت‌کننده‌ها



شکل ۴ گشتاور پیچشی وارد بر مقطع تقویت‌کننده‌ها

با جایگذاری گشتاورها در (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) و تقسیم کردن آنها بر طول ضلع مربوط به خود در المان واحد، معادلات (۱۳)،

۲-۴- نیروی برشی عرضی در تقویت کننده‌ها

شکل ۵ نیروی برشی عرضی را در سلول واحد نشان می‌دهد. معادله (۱۹) کرنش عرضی تقویت کننده‌ها را به کرنش پوسته خارجی ارتباط می‌دهد.

$$\begin{bmatrix} \gamma_{lz} \\ \gamma_{tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yz} \end{bmatrix} \quad (19)$$

که در این رابطه $\varepsilon_{lz}, \varepsilon_{tz}$ ، کرنش برشی عرضی در تقویت کننده‌ها و $\varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}$ ، کرنش برشی عرضی در پوسته است. لذا نیروی برشی عرضی مطابق رابطه (۲۰) می‌باشد.

$$\begin{aligned} F_{lz}^1 &= GA\varepsilon_{lz}^1 = GA(\varepsilon_{xz}c - \varepsilon_{yz}s) \\ F_{lz}^2 &= GA\varepsilon_{lz}^2 = GA(\varepsilon_{xz}c + \varepsilon_{yz}s) \end{aligned} \quad (20)$$

با استفاده از این رابطه، منته‌های نیروی برشی عرضی به صورت رابطه (۲۱) می‌باشد.

$$\begin{aligned} Q_x &= \frac{1}{a}(F_{lz}^1 + F_{lz}^2) \\ Q_y &= \frac{1}{b}(F_{lz}^2 - F_{lz}^1) \end{aligned} \quad (21)$$

با استفاده از معادله (۲۰) و (۲۱)، ماتریس سفتی برشی عرضی معادل در تقویت کننده‌ها مطابق رابطه (۲۲) است.

$$[A_s^{st}] = \begin{bmatrix} \frac{2G_{lz}Ac}{b} & 0 \\ 0 & \frac{2G_{lz}As}{a} \end{bmatrix} \quad (22)$$

لذا، رابطه (۲۳)، معادله ساختاری معادل برای تقویت کننده‌ها را نشان می‌دهد.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \\ \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [A^{st}] & [B^{st}] & 0 \\ [B^{st}] & [D^{st}] & 0 \\ 0 & 0 & [A_s^{st}] \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A^{sh}] & [B^{sh}] & 0 \\ [B^{sh}] & [D^{sh}] & 0 \\ 0 & 0 & [A_s^{sh}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$A^{st} = \begin{bmatrix} \frac{2E_1c^3 - 4Gcs^2}{a}A & \frac{2E_1cs^2 + 4Gcs^2}{a}A \\ \frac{2E_1sc^2 + 4Gsc^2}{b}A & \frac{2E_1s^3 - 4Gsc^2}{b}A \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{2E_1cs^2 - 2G(c^2 - s^2)c}{a}A \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$B^{st} = \begin{bmatrix} \frac{E_1c^3 - 2Gcs^2}{a}tA & \frac{E_1cs^2 + 2Gcs^2}{a}tA \\ \frac{E_1sc^2 + 2Gsc^2}{b}tA & \frac{E_1s^3 - 2Gsc^2}{b}tA \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{E_1cs^2 - G(c^2 - s^2)c}{a}tA \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$D^{st} = \begin{bmatrix} \frac{E_1sc^2 - 2Gsc^2}{2a}t^2A & \frac{E_1s^3 + 2Gsc^2}{2a}t^2A \\ \frac{E_1sc^2 + 2Gsc^2}{2b}t^2A & \frac{E_1s^3 - 2Gsc^2}{2b}t^2A \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{E_1cs^2 - G(c^2 - s^2)c}{2a}t^2A \end{bmatrix} \quad (18)$$

در ظاهر این سه ماتریس متقارن نیستند ولی با توجه به رابطه هندسی بین $a, b, \sin(\varphi), \cos(\varphi)$ می‌توان به متقارن بودن آنها پی برد.

$$B^{st} = E_1 A t \begin{bmatrix} \frac{c^3}{a} & \frac{s^2 c}{a} & 0 \\ \frac{sc^2}{b} & \frac{s^3}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{sc^2}{b} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$D^{st} = E_1 A t^2 \begin{bmatrix} \frac{c^3}{2a} & \frac{s^2 c}{2a} & 0 \\ \frac{sc^2}{2b} & \frac{s^3}{2b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{sc^2}{2b} \end{bmatrix} \quad (29)$$

لذا معادله ساختاری برای سازه بر مبنای تئوری کلاسیک لایه‌ها مطابق رابطه (۳۰) است [۸].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh} A^{sh} + v^{st} A^{st} & v^{sh} B^{sh} + v^{st} B^{st} \\ v^{sh} B^{sh} + v^{st} B^{st} & v^{sh} D^{sh} + v^{st} D^{st} \end{bmatrix} \quad (30)$$

۶- محاسبه بار بحرانی کماتش

برای حل مسأله مقدار ویژه کماتش این سازه، روش ریتز برای محاسبه بار بحرانی کماتش استفاده شد. در این روش، توابعی که شرایط مرزی هندسی مسأله را ارضا می‌کنند به عنوان جایابی سیستم در تابع انرژی پتانسیل کل مورد استفاده قرار می‌گیرند. با این فرض، یک سیستم با درجات آزادی بی‌نهایت، به سیستمی با درجات آزادی محدود کاهش می‌یابد. انرژی پتانسیل کل برابر مجموع انرژی کرنش و کار ناشی از نیروهای خارجی می‌باشد [۹]. مؤلفه‌های خطی کرنش برای تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه‌ی اول مطابق روابط (۳۱ تا ۳۳) است [۱۰].

$$\varepsilon^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\kappa^T = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial y} \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} + \frac{1}{2R} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{bmatrix} \quad (32)$$

۳- معادلات پوسته خارجی

تئوری تغییر شکل‌های مرتبه اول برشی برای پوسته خارجی مطابق رابطه (۲۴) است [۷]. در این روابط N منتجه‌های نیرو، M منتجه‌های گشتاور و Q منتجه‌های نیروی برشی عرضی هستند.

۴- سفتی معادل کل سازه

نیرو و ممان در کل سازه از رابطه (۲۵) محاسبه شد. در این رابطه v^{sh} و v^{st} درصد حجمی پوسته و تقویت‌کننده‌ها در سازه می‌باشند [۸].

$$\begin{bmatrix} N \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh} N^{sh} + v^{st} N^{st} \\ v^{sh} M^{sh} + v^{st} M^{st} \\ v^{sh} Q^{sh} + v^{st} Q^{st} \end{bmatrix} \quad (25)$$

با قرار دادن سفتی‌های به دست آمده مطابق روابط (۲۳ و ۲۴) در معادله (۲۵)، نیروهای صفحه‌ای، گشتاورها و نیروهای برشی برای تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول مطابق رابطه (۲۶) به دست می‌آیند.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh} N^{sh} + v^{st} N^{st} \\ v^{sh} M^{sh} + v^{st} M^{st} \\ v^{sh} Q^{sh} + v^{st} Q^{st} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh} [A^{sh}] + v^{st} [A^{st}] & v^{sh} [B^{sh}] + v^{st} [B^{st}] \\ v^{sh} [B^{sh}] + v^{st} [B^{st}] & v^{sh} [D^{sh}] + v^{st} [D^{st}] \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \\ \gamma \end{bmatrix} \quad (26)$$

این معادله، سفتی معادل کل سازه را بیان می‌کند.

۵- سفتی معادل سازه در تئوری کلاسیک لایه‌ها

سفتی معادل تقویت‌کننده‌ها بر مبنای تئوری کلاسیک لایه‌ها مطابق روابط (۲۷ تا ۲۹) است [۱].

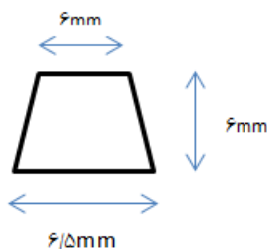
$$A^{st} = E_1 A \begin{bmatrix} \frac{2c^3}{a} & \frac{2s^2 c}{a} & 0 \\ \frac{2sc^2}{b} & \frac{2s^3}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2sc^2}{b} \end{bmatrix} \quad (27)$$

ایجاد یک مسأله مقدار ویژه می‌شود. با حل این مسأله برای نیروی مجهول N_l ، تعداد زیادی مقدار ویژه به دست می‌آید که کمترین مقدار این مقادیر برابر با بار بحرانی کمانش پوسته استوانه‌ای مورد نظر است [۸].

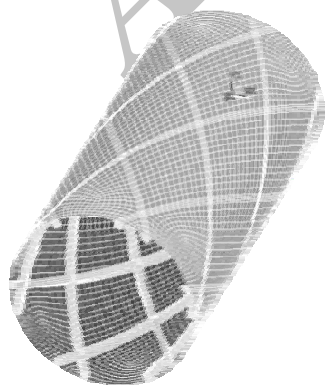
۷- تحلیل اجزاء محدود

شکل ۶ مدل اجزاء محدود این سازه را نشان می‌دهد. شکل‌های ۷ تا ۹ حالت‌های مختلف کمانش این سازه را تحت بار محوری فشاری نشان می‌دهد. شکل ۷ کمانش موضعی در پوسته، شکل ۸ کمانش کلی و شکل ۹ کمانش و شکست موضعی در تقویت‌کننده‌ها است. خواص مکانیکی مواد برای پوسته و ریب‌ها در جدول‌های ۱ و ۲ آورده شده است.

مدل سه بعدی از استوانه تقویت‌شده مشبک کامپوزیتی با شبکه‌های لوزی در نرم‌افزار المان محدود انسیس^۱ ایجاد شد. مرحله اول شبیه‌سازی ریب‌های تقویت‌کننده است که به منظور شبیه‌سازی دقیق، این ریب‌های تقویت‌کننده از استوانه تو خالی با شعاع‌های داخلی و خارجی مورد نظر جدا شدند.



شکل ۶ شکل و ابعاد مقطع تقویت‌کننده‌ها



شکل ۷ مدل اجزاء محدود استوانه‌ای مشبک

$$\gamma^T = \begin{bmatrix} \varphi_1 + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \varphi_2 + \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{R} \end{bmatrix} \quad (33)$$

که در این روابط u ، جابجایی در راستای محوری، v جابجایی در راستای محیطی، w جابجایی در راستای شعاعی، φ_1 و φ_2 به ترتیب دوران صفحات x و y هستند و R شعاع استوانه می‌باشد. انرژی کرنش نیز مطابق رابطه (۳۴) است [۱۰].

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} (\varepsilon \cdot [A] \cdot \varepsilon^T + \kappa \cdot [D] \cdot \kappa^T + 2\varepsilon \cdot [B] \cdot \kappa^T + \gamma \cdot [A_s] \cdot \gamma^T) dy dx \quad (34)$$

کار انجام شده توسط نیروی محوری نیز از رابطه (۳۵) محاسبه می‌شود [۱۱].

$$V = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi R} N_1 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dy dx \quad (35)$$

از آنجا که شرایط مرزی مسأله تکیه‌گاه گیردار است، لذا میدان جابجایی مناسب که شرایط مرزی هندسی را ارضا کند مطابق معادله (۳۶) می‌باشد.

$$\begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cos(\bar{m}x) \sin(\bar{n}y) \\ v &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin(\bar{m}x) \cos(\bar{n}y) \\ w &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{mn} (1 - \cos(\bar{m}x)) \sin(\bar{n}y) \\ \varphi_1 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} d_{mn} \cos(\bar{m}x) \sin(\bar{n}y) \\ \varphi_2 &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e_{mn} \sin(\bar{m}x) \cos(\bar{n}y) \end{aligned} \quad (36)$$

در این روابط $y = R\theta$ ، $\bar{m} = \frac{m\pi}{L}$ ، $\bar{n} = \frac{n}{R}$ می‌باشد که L طول استوانه است.

با قرار دادن این میدان‌ها در معادلات (۳۲) و (۳۳)، انرژی پتانسیل کل بر حسب مجهولات میدان جابجایی a_{mn} ، b_{mn} ، c_{mn} ، d_{mn} ، e_{mn} ، به دست می‌آید. برای این که تعادل پایدار باشد باید انرژی پتانسیل کل حداقل شود. این امر زمانی اتفاق می‌افتد که مشتق اول انرژی پتانسیل کل نسبت به ضرایب مجهول میدان جابجایی برابر صفر شود. این کار باعث

دقیقاً روی گره‌های المان تقویت کننده قرار می‌گیرد و اتصال بین المان‌ها بدین ترتیب انجام شد. لایه‌چینی الیاف در پوسته به صورت $[-72,72]_s$ و زاویه تقویت کننده‌ها $\pm 30^\circ$ است. شکل ۱۰ هندسه سطح مقطع تقویت کننده و ابعاد آن نشان را نشان می‌دهد.



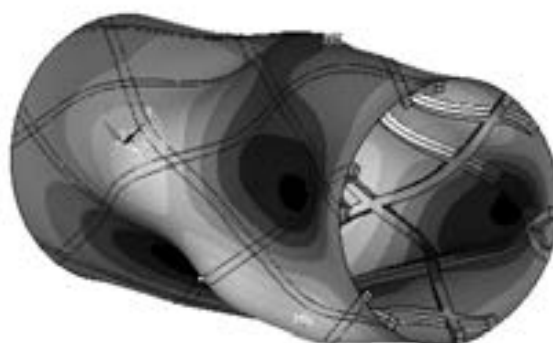
شکل ۸ کمانش موضعی در پوسته

جدول ۱ خواص مکانیکی مواد برای پوسته

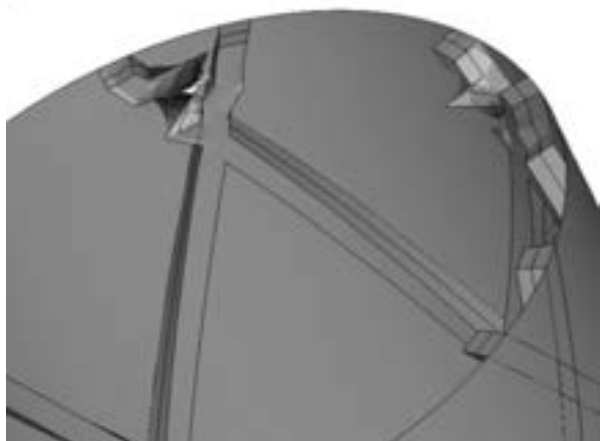
مقدار (واحد)	خاصیت
۴۸۲۸۰ (MPa)	مدول الاستیسیته طولی (E_1)
۱۰۴۳۱/۵ (MPa)	مدول الاستیسیته عرضی (E_2)
۰/۲۴۵	ضریب پواسون (ν_{12})
۳۸۴۲ (MPa)	مدول برشی (G_{12})
۳۸۴۲ (MPa)	مدول برشی عرضی (G_{13})
۴۵۷۶/۱ (MPa)	مدول برشی عرضی (G_{23})
۱/۹۱۵	چگالی نسبی

جدول ۲ خواص تقویت کننده‌ها

مقدار (واحد)	خاصیت
۲۷۵۹۰ (MPa)	مدول طولی (E_1)
۲۳۴۰ (MPa)	مدول برشی (G_{12})
۳۰۶۰ (MPa)	مدول برشی عرضی (G_{1z})



شکل ۹ کمانش کلی در سازه



شکل ۱۰ کمانش موضعی در تقویت کننده‌ها

پس از تکمیل شبیه‌سازی ریب‌های استحکام دهنده، در مرحله بعد پوسته سازه ایجاد شد که این پوسته، قسمتی از استوانه توخالی است و دقیقاً روی لبه خارجی ریب‌ها قرار گرفته است. برای مدل‌سازی پوسته از المان پوسته ۱۹۹ و برای تقویت کننده‌ها از المان سازه‌ای ۱۹۱ استفاده شد. شبکه‌بندی پوسته در ناحیه منطبق بر سطح تقویت کننده‌ها دقیقاً منطبق (مشابه) بر شبکه‌بندی تقویت کننده است و در نواحی دیگر پوسته، مش‌بندی به گونه‌ای است که در لبه‌های منطبق بر لبه‌های تقویت کننده‌ها، تعداد تقسیمات با تعداد تقسیمات تقویت کننده برابر است، بنابراین گره‌های المان‌های پوسته

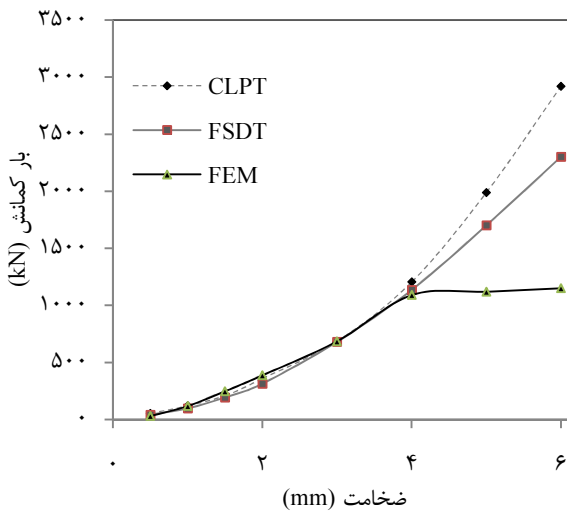
۸- نتایج و بحث

۸-۱- اثر ضخامت پوسته

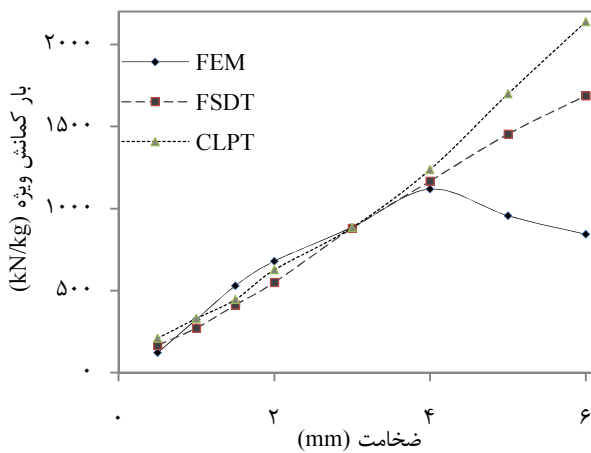
شکل ۱۱ منحنی بار کمانش بر حسب ضخامت پوسته و شکل ۱۲، بار کمانش ویژه (بار کمانش نسبت به جرم) را برای این سازه نشان می‌دهد. بار کمانش به دست آمده از دو تئوری

1. Shell 99
2. Solid 191

استوانه‌ای تقویت‌شده را در ضخامت‌های مختلف به ازای تغییر تعداد تقویت‌کننده‌ها نشان می‌دهد.



شکل ۱۱ بار کماتش بر حسب ضخامت پوسته خارجی



شکل ۱۲ بار کماتش ویژه بر حسب ضخامت پوسته خارجی

تعداد تقویت‌کننده‌ها، ۶، ۸ و ۱۶ جفت انتخاب شد و همان‌طور که در شکل مشخص است، با افزایش تعداد آن‌ها، بار کماتش یافته، اما بار کماتش ویژه برای حالت ۱۶ جفت تقویت‌کننده کمتر از ۶ و ۸ جفت است. همچنین بار کماتش ویژه در ضخامت کم، در حالت ۸ جفت تقویت‌کننده نسبت به حالت ۶ جفت، بیشتر است ولی با افزایش ضخامت، حالت ۶ جفت تقویت‌کننده نسبت به ۸ جفت بار کماتش ویژه بیشتری دارد.

کلاسیک لایه‌ها و تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول با حل اجزاء محدود مقایسه شد. این نتایج برای سازه دارای ۶ جفت ریب مارپیچ (۶ تقویت‌کننده ساعتگرد و ۶ تقویت‌کننده پادساعتگرد) است. طول استوانه در تمامی نتایج ۲۸۰mm و شعاع آن ۷۰mm است ($L/D=2$). در این حالت عرض المان واحد (a) برابر ۷۳mm و طول آن ۱۲۷mm می‌باشد.

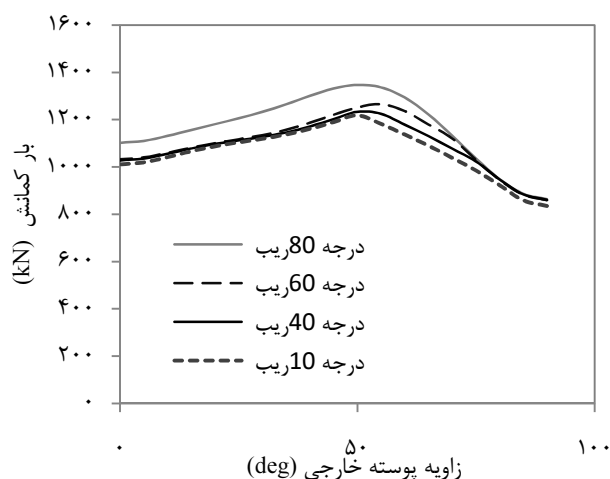
جدول ۳ مقادیر این نمودار را نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل ۱۱ مشخص است، جواب‌های حاصل از حل تحلیلی ارائه شده، روش معادل‌سازی، در محدوده ضخامت‌های ۱mm تا ۴mm، که در این محدوده کماتش کلی در سازه به وجود می‌آید، هم‌خوانی قابل قبولی نسبت به حل اجزاء محدود دارند، اما از این ضخامت به بعد که کماتش موضعی تقویت‌کننده‌ها در سازه به وجود می‌آید، این روش کارایی ندارد. همچنین با افزایش ضخامت، مقدار بار بحرانی کماتش نیز افزایش می‌یابد. اما آن چه که از اهمیت بیشتری برخوردار است مقدار بار کماتش ویژه است که از ضخامت ۴mm به بعد، که بیان‌گر کماتش موضعی در تقویت‌کننده‌هاست و پوسته خارجی در آن آسیب نمی‌بیند، این کمیت در حل حاصل از اجزاء محدود مطابق شکل ۱۲ کاهش یافت یعنی اثر افزایش جرم ناشی از افزایش ضخامت پوسته بر اثر افزایش ضخامت غلبه می‌کند که این موضوع نیز مجدداً به دلیل عدم کاربرد این روش در محدوده کماتش موضعی، در نمودارهای حاصل از این روش نمود پیدا نکرده است. این مقادیر نشان می‌دهد که کماتش کلی تقریباً در ضخامت ۳/۵mm اتفاق می‌افتد.

جدول ۳ بار کماتش پوسته‌های تقویت‌شده در ضخامت‌های مختلف

ضخامت (mm)	FSDT (kN)	CLPT (kN)	FEM (kN)
۰/۵	۴۳	۵۴/۷	۳۱/۷۲۱
۱	۹۹/۴	۱۲۰/۵	۱۱۸/۴۷۵
۱/۵	۱۹۳/۷	۲۰۹/۲	۲۴۸/۴۸۸
۲	۳۱۴/۹	۳۵۸/۵	۳۸۸/۷۵۹
۳	۶۸۱/۳	۶۸۵/۱	۶۸۵/۲
۴	۱۱۳۷	۱۲۰۵	۱۰۹۰
۵	۱۷۰۱	۱۹۸۹	۱۱۲۰

۸-۲- اثر تعداد تقویت‌کننده‌ها

شکل ۱۳ بار کماتش و شکل ۱۴ بار کماتش ویژه پوسته

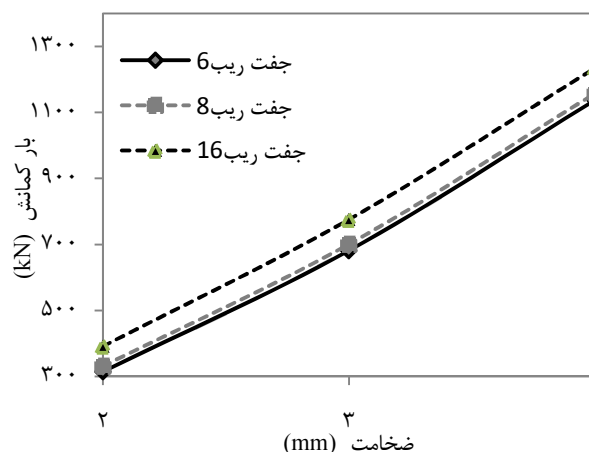


شکل ۱۵ تأثیر زاویه پوسته و تقویت کننده در بار کمانش

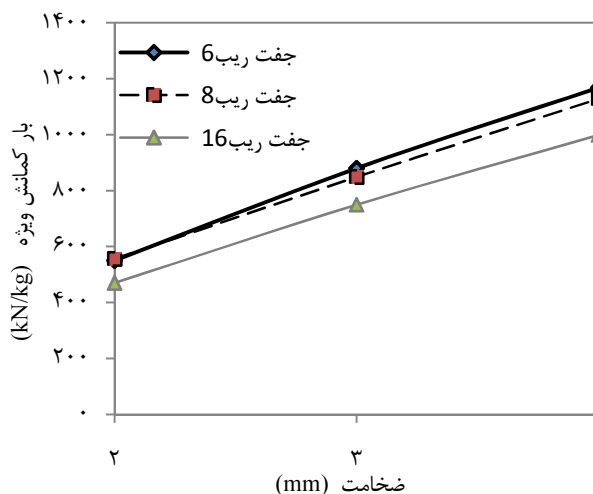
دلیل آن را نیز می توان این گونه در نظر گرفت که حالت ایده‌ال، حالتی است که زاویه الیاف به زاویه جهت گیری تقویت کننده‌ها نزدیک شوند به طوری که سفتی در راستاهای طولی و محیطی استوانه کاهش پیدا نکند. در واقع تقویت کننده‌ها نیروی وارد بر خودشان را به دو راستای طولی و محیطی تقسیم می‌کنند. همان طور که در نمودار مشخص است، به ازای جهت گیری تقویت کننده‌ها در ۴۰ درجه، زاویه الیاف بهینه نیز به این سمت کشیده شده است، زیرا می توان گفت که پوسته در این زاویه، سفتی مناسبی در راستاهای طولی و محیطی دارد. اگرچه جهت گیری ۸۰ درجه دارای بیشترین بار کمانشی است ولی به نظر می‌رسد بار کمانشی ویژه آن نسبت به حالت ۴۰ درجه کمتر باشد. با کاهش زاویه تقویت کننده‌ها، بار کمانش کاهش یافته است. چون مقدار تقویت کننده‌های سازه در زاویه ۸۰ درجه بسیار بیشتر از ۱۰ درجه است. بهتر است برای رسیدن به زاویه تقویت کننده مناسب بار کمانش ویژه را در نظر گرفت.

۹- نتیجه گیری

روابط تحلیلی برای پوسته تقویت شده کامپوزیتی بر اساس روش معادل سازی و تئوری تغییر شکل مرتبه اول برشی برای محاسبه بار بحرانی کمانش ارائه و نتایج حاصل از آن با حل اجزاء محدود مقایسه شد. روابط ارائه شده فقط در محدوده‌ی کمانش کلی سازه معتبر است. با در نظر گرفتن چگالی تقویت کننده ثابت و افزایش ضخامت پوسته بار کمانش افزایش



شکل ۱۳ بار کمانش بر حسب ضخامت در تعداد ریب‌های مختلف



شکل ۱۴ بار کمانش ویژه بر حسب ضخامت در تعداد تقویت کننده‌های مختلف

۸-۳- اثر زاویه الیاف پوسته و زاویه تقویت کننده

شکل ۱۵ تأثیر زاویه الیاف پوسته و زاویه تقویت کننده‌ها را در بار کمانش پوسته تقویت شده، با ۶ جفت تقویت کننده، به ازای ضخامت ۴mm را نشان می‌دهد. همان گونه که در شکل مشخص است به ازای یک زاویه مشخص در تقویت کننده‌ها، با افزایش زاویه پوسته تا محدوده ۴۰ تا ۵۰ درجه، بار کمانش نیز افزایش یافته و از آن به بعد بار کمانش کاهش می‌یابد. لذا بیشینه این نمودار در محدوده ۵۰ درجه اتفاق افتاد که این به معنی بهینه بودن این محدوده برای زاویه الیاف است.

- [4] Yazdani M., Rahimi H., Khatibi, A. A., and Hamzeh S., "An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shells under axial loading", *Scientific Research and Essays*, 2009. Vol. 4(9), pp. 914-920.
- [5] Yazdani M. and Rahimi G.H., "The effects of helical ribs number and grid types on the buckling of thin-walled GFRP-stiffened shells under axial loading", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2010. Vol. 29(17), pp. 2568-2575.
- [6] Kaw A.K., *Mechanics of Composite Materials*, 2006, Taylor & Francis Group, LLC: New York. pp. 320-325.
- [7] Reddy J.N., *Mechanics of laminated composite plates and shells*. 2004, CRC Press: United States of America. pp. 462-466.
- [8] Wodesenbet E., Kidane S, and Pang S.S., "Optimization for buckling loads of grid stiffened composite panels", *Composite Structures*, 2003. Vol. 60(2), pp. 159-169.
- [9] Chen W.F. and Lui E.M., *Energy and Numerical Methods*, in *Structural Stability* 1987, Elsevier Science Publishing Co. pp. 414-435.
- [10] Amabili M., *Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates*, 2008, Cambridge University Press: United States of America pp. 52-89.
- [11] Langhaar H.L., *Energy Methods in Applied Mechanics*. 1989, John Wiley and Sons: United States of America. pp. 201-232.

یافت. بار کمانش ویژه نیز تا ضخامت 4mm افزایش می‌یابد ولی بعد از آن این مقدار کاهش یافت، اما از آنجا که در این محدوده ضخامت، شکل کمانش سازه به کمانش موضعی در تقویت کننده‌ها تبدیل می‌شود، این کاهش در روش ارائه شده، نمود پیدا نمی‌کند. با افزایش چگالی تقویت کننده‌ها در سازه نیز بار کمانش افزایش می‌یابد. همچنین زاویه الیاف برای داشتن بالاترین بار کمانش در حدود 50 درجه می‌باشد.

۱۰- مراجع

- [1] Kidane S., Li, G., Helms J., Pang S. S., and Woldesenbet E., "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders", *Composites Part B: Engineering*, 2003. Vol. 34(1), pp. 1-9.
- [2] Jaunky N., N.F. Knight Jr, and D.R. Ambur "Formulation of an improved smeared stiffener theory for buckling analysis of grid-stiffened composite panels", *Composites Part B: Engineering*, 1996. Vol. 27(5), pp. 519-526.
- [3] Ambur D.R. and N. Jaunky "Optimal design of grid-stiffened panels and shells with variable curvature", *Composite Structures*, 2001. Vol. 52(2), pp. 173-180.