

ی مکافیک ملاسی دی ۱۳۹۱، دوره ۱۳ شماره ۱۰ می ۱۵-۱۶

مقاله پژوهشی کامل تاریخ دریافت ۹۱/۱۲/۱۵ تاریخ پذیرش ۹۲/۲/۲۱ ارائه در سایت ۹۲/۷/۳۰

تحلیل پارامترهای مؤثر بر کمانش پوستهٔ تقویت شدهٔ کامپوزیتی با استفاده از تئوری تغییر شکلهای برشی مرتبه اول

محمد امين قاسمى'، مجتبى يزدانى'*، سيد محمد حسينى"

مجله علمی پژوهش

۱ - دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکائیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز ۲- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز ۳- کارشناس ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز * تبریز، صندوق پستی ۵۱۳۳۵/۱۹۹۶، m.yazdani@sut.ac.ir

چکیده – پوستههای استوانهای تقویت شدهٔ مشبک کامپوزیتی، یکی از با اهمیتترین سازهها در صنایع هوافضا هستند. در این مقاله به محاسبهی بار کمانش بحرانی این پوستهها با شکل تقویتکنندههای مشبک لوزی، تحت بار محوری و با استفاده از روش معادلسازی پرداخته شده است. همچنین تأثیر پارامترهایی چون، ضخامت پوسته، زاویهٔ الیاف پوسته و زاویهٔ قرارگیری تقویتکنندهها در بار کمانش این سازهها ارائه شده است. برای تحلیل بار کمانش پوستهٔ معادل از تئوری تغییر شکلهای برشی مرتبهٔ اول بر اساس روش ریتز استفاده شده است. برای استفاده از تئوری تغییر شکلهای برشی مرتبهٔ اول، اثر نیروهای برشی عرضی در تقویتکنندهها نیز لحاظ شده است. نتایج حاصل با حل اجزاء محدود با شرایط مرزی تکیهگاه گیردار مقایسه شده است.

کلیدواژگان: پوستههای استوانهای تقویت شده مشبک، روش معادلسازی، سفتی معادل، روش ریتز.

Analysis of effective parameters on the buckling of grid stiffened composite shells based on first order shear deformation theory

M.A. Ghasemi¹, M. Yazdani^{2*}, S.M. Hoseini³

1-MSc. Student, Mech. Eng., Sahand Univ. of Tech., Tabriz, Iran 2- Assist. Prof., Mech. Eng., Sahand Univ. of Tech., Tabriz, Iran 3- MSc., Mech. Eng., Sahand Univ. of Tech., Tabriz, Iran * P.O.B. 51335/1996 Tabriz, Iran. m.yazdani@sut.ac.ir

Abstract- Grid stiffened composite shells are one of the most important structures in aerospace industries. In this study critical buckling load of these structures with diamond shape stiffeners under axial loading based on smeared method is presented. The effect of shell thickness, angle of fibers in shell and the direction of stiffeners into the buckling load is determined. First-order shear deformation theory based upon the Ritz method is used to calculation of critical buckling load of these structures. In the use of FSDT theory, transverse shear forces in stiffeners have been considered. The results are compared with FEM solution with clamped boundary condition.

Keywords: Grid Stiffened Composite Shells, Smeared Method, Equivalent Stiffness, Ritz Method.

۹ مقدمه
 ۹ مهمترین سازههای مورد استفاده در صنایع هوافضا است. این پوسته استوانهای یا مخروطی است که

www.SID.ir

تقویت کننده هایی در سطح داخلی، خارجی یا هر دو طرف این پوسته قرار گرفته اند. بر طبق تحقیقات صورت گرفته این سازهها دارای بار کمانشی بالا و جرم نسبتاً پایینی هستند.

مودهای کمانشی پوستههای استوانهای تقویت شدهبه سه گروه تقسیمبندی میشوند. کمانش کلی'، کمانش موضعی در پوستهی خارجی و کمانش در تقویت کنندهها [۱]. با توجه به هندسهٔ ییچیده این سازها برای تحلیل کمانش آنها روشهای تقریبی-حلیلی و عددی متفاوتی ارائه شده است که در این میان روش تقویت کنندههای معادل برای محاسبهٔ بار کمانش صفحات تقویت شدهٔ مشبک کامپوزیتی در حالت کمانش کلی در سازه، نخستین بار در سال ۱۹۹۶ توسط جانکی ارئه شد. او در پژوهش خود، سفتی معادل را بر مبنای صفحه میانی تقویت کنندهها نوشت [۲]. در سال ۲۰۰۳ کیدانه روش تقویت کنندههای معادل را برای پوستهٔ استوانهای تقویت شده به کار برد [۱]. او در روش خود بر خلاف جانکی، معادلات را بر مبنای صفحهٔ میانی پوسته خارجی نوشت. جانکی در سال ۲۰۰۱ به محاسبهٔ یک طرح بهینه برای کمانش صفحات تقویت شده بر اساس الگوريتم ژنتيک پرداخت [۳]. در واقع هدف آنها به دست آوردن شکلی از تقویت کنندهها، در صفحهای با ابعاد، بارها و شرایط مرزی معلوم بود که حداقل وزن را داشته باشد. یزدانی و رحیمی [۵،۴]، به بررسی تجربی مقاومت کمانشی پوستههای استوانهای تقویت شده تحت بار محوری پرداختند. آنها در بررسیهای خود به این نتیجه رسیدند که در این سازهها، برای داشتن رفتار بهینه در مقابل کمانش به حداقل مقداری از چگالی شبکه نیاز است. همچنین به این نتیجه رسیدند که در بارگذاری محوری، اثر تقویت کننده های مارپیچ از تقویت کننده های محیطی بیشتر است.

در این پژهش سعی شده است که اثر تعدادی از پارامترهای هندسی سازههای مشبک کامپوزیتی بر روی بار کمانش آنها مورد بررسی قرار گیرد. در روش تقویتکنندههای معادل ارائه شده توسط جانکی و کیدانه تئوری مورد استفاده تئوری کلاسیک صفحات است در حالی که در پژوهش حاضر با توجه به ماهیت غیر متقارن این سازهها، تئوری تغییر شکلهای

1. Global Buckling

برشی مرتبه اول مد نظر قرار گرفته است.

۲- فرمول بندی مسأله و محاسبهٔ سفتی معادل

روش معادلسازی برای محاسبهٔ بار بحرانی کمانش در مود کمانش کلی در سازه معتبر است. برای محاسبهٔ سفتی معادل تقویت کنندهها، ابتدا یک سلول واحد از تقویت کنندهها که در کل سازه تکرار شده، در نظر گرفته شد. از آنجا که شکل تقویت کنندهها در سازهٔ مورد بررسی به شکل لوزی است، لذا این سلول مطابق شکل ۱ خواهد بود.

برای محاسبهٔ مؤلفههای سفتی در این المان، عکس العمل های بین پوستهٔ خارجی و تقویت کنندهها در نظر گرفته شد. سپس سفتی معادل بر مبنای مؤلفههای کرنش وانحنای لایهٔ میانی محاسبه شد. برای این منظور، فرضهای زیر در نظر گرفته شد.

 ۱- تقویت کننده ها بار محوری و بار برشی را تحمل می کنند.
 ۲- کرنش به صورت یکنواخت بر مقطع اعمال می شود لذا تنش نیز در سطح مقطع یکنواخت است.

۳- مقطع تقویت کنندهها می تواند دچار پیچش شود.

۴- بار بین پوسته و تقویت کننده ا به صورت نیروی برشی
 انتقال می یابد.

۲-۱- تحلیل نیرو در سلول واحد

مؤلفههای کرنش و انحنای لایهٔ میانی پوستهٔ خارجی K_{xy}, K_y, K_x و K_{y}, K_y, K_x است. کرنش در سطح داخلی پوسته، محل تلاقی پوسته و تقویت کنندهها، مطابق رابطه (۱) میباشد [۶]. این کرنشها برابر با کرنشهای تقویت کنندهها است.



شکل ۱ آرایش تقویت کنندهها و سلول واحد مورد بررسی

^{2.} Skin Buckling

^{3.} Stiffener Crippling

تحليل پارامترهای مؤثر بر كمانش پوستهٔ تقویت شدهٔ ...

$$\varepsilon_{x} = \varepsilon_{x}^{0} + \left(\frac{t}{2}\right) \kappa_{x}$$

$$\varepsilon_{y} = \varepsilon_{y}^{0} + \left(\frac{t}{2}\right) \kappa_{y}$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xy}^{0} + \left(\frac{t}{2}\right) \kappa_{xy}$$
(1)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{lt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ 2sc & -2sc & s^2 - c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$
(Y)

که در آن $c = \cos(\varphi)$ ، که در آن \mathcal{E}_{l} ، $s = \sin(\varphi)$ ، کرنش در راستای طولی تقویتکنندهها، \mathcal{E}_{t} کرنش در راستای عرضی تقویتکنندهها و \mathcal{E}_{lt} کرنش برشی در مقطع تقویتکنندهها است.

شکل ۲ نمودار آزاد نیروهای وارد بر المان مورد نظر را نشان میدهد. در این شکل، F_l مؤلفهی نیروی طولی و F_{lt} نیروی برشی وارد برمقطع تقویت کنندهها است. با قرار دادن زاویهٔ مناسب برای هر یک از راستاهای تقویت کنندهها، نیروهای نشان داده شده در شکل ۲ مطابق رابطهٔ (۳) محاسبه می شود.

$$\begin{split} F_{l1} &= E_1 A \varepsilon_{l1} = E_1 A (\varepsilon_x c^2 + \varepsilon_y s^2 - \varepsilon_{xy} sc) \\ F_{l2} &= E_1 A \varepsilon_{l2} = E_1 A (\varepsilon_x s^2 + \varepsilon_y c^2 + \varepsilon_{xy} sc) \\ F_{lt1} &= G A \varepsilon_{lt1} \\ &= G A (-2\varepsilon_x sc + 2\varepsilon_y sc + \varepsilon_{xy} (s^2 - c^2)) \\ F_{lt2} &= G A \varepsilon_{lt2} \\ &= G A \left(2\varepsilon_x sc - 2\varepsilon_y sc + \varepsilon_{xy} (s^2 - c^2) \right) \end{split}$$
 (7)



شکل ۲ نمودار آزاد نیروهای وارد بر سلول واحد

که در این رابطه E_1 مدول الاستیسیته تقویت کننده در جهت طولی خود و G مدول برشی تقویت کننده در صفحهٔ *tl* است. برآیند نیروها در راستاهای *y*, *x* مطابق معادلات (۴)، (۵) و (۶) میباشد. $F_x = (F_{l1} + F_{l2})c + (F_{lt1} - F_{lt2})s$ (۴) $F_y = (F_{l1} + F_{l2})s + (F_{lt2} - F_{lt1})c$ (۵) $F_{xy} = (F_{l2} - F_{l1})s + (F_{lt1} - F_{lt2})c$ (۶) $F_{xy} = (F_{l2} - F_{l1})s + (F_{lt1} - F_{lt2})c$ (۶) F_x , y نیروهای عمود بر صفحات *y*, *y* و

که در این روابط x r_y r_y r_y (x و راستای y F_{xy}

نیروهای معادل N_x , N_y , N_{xy} از تقسیم کردن (۴)، (۵) و (۶) بر طول لبههای متناظر خود در المان واحد به دست آمد. با قرار دادن (۱) و (۳) در (۴)، (۵) و (۶) و تقسیم آنها بر طول لبههای متناظر، معادلات (۷)، (۸) و (۹) بر مبنای کرنش و انحنای صفحهٔ میانی پوستهٔ خارجی به صورت روابط (۷) تا (۹) می باشد.

$$N_{x} = A / a \{ (2E_{1}c^{3} - 4Gcs^{2})\varepsilon_{x}^{0} + (2E_{1} + 4G)cs^{2}\varepsilon_{y}^{0} + (2E_{1} + 4G)cs^{2}\varepsilon_{y}^{0} + (E_{1}c^{3} - 2Gcs^{2})t\kappa_{x} + (E_{1} + 2G)cs^{2}t\kappa_{y} \}$$
(Y)

$$N_{y} = A / b \{ (2E_{1}sc^{2} + 4Gsc^{2})\varepsilon_{y}^{0} + (2E_{1}s^{3} - 4Gsc^{2})\varepsilon_{y}^{0} + (E_{1}sc^{2} + 2Gsc^{2})t\kappa_{x} + (E_{1}s^{3} - 2Gsc^{2})t\kappa_{y} \}$$
(A)

$$N_{xy} = \frac{A}{a} \{ (2E_{1}cs^{2} - 2Gc^{3} + 2Gcs^{2}) \varepsilon_{xy}^{0} + (E_{1}cs^{2} - Gc^{3} + Gcs^{2}) \} t \kappa_{xy}$$
(9)

۲-۲- تحلیل گشتاورها در سلول واحد

به واسطهٔ نیروهای برشی بین پوسته و تقویت کنندهها، گشتاورهای پیچشی و خمشی بر پوسته و تقویت کنندهها وارد می شود. شکلهای ۳ و ۴ نیروهای برشی بین پوسته و تقویت کنندهها و گشتاورهای حاصل از آنها را نشان می دهد. شکل ۳ گشتاور خمشی وارد بر تقویت کنندهها و شکل ۴ گشتاور پیچشی وارد بر آنها را نشان می دهد. تنها M_{sh} و ۲ *M_{t-sh}* برای محاسبهٔ سفتی در معادلات وارد می شوند زیرا این گشتاورها اثر تقویت کننده روی پوستهٔ خارجی می باشند. شکل ۵ نمودار آزاد گشتاورهای وارد بر المان در نظر گرفته

ىپىنىدىسى ھىكائىيىك ھەرسى دى ١٣٩٢. دورة ١٣ شمارة ١٠ www.SID.ir

فحفه (۱۴) و (۱۵) این گشتاورها را بر حسب کرنش و انحنای صفحهٔ میانی پوسته خارجی بیان میکند. $M_{x} = \frac{A}{a} \{ (E_{1} - 2G) sc^{2} t \varepsilon_{x}^{0} + (E_{1}s^{3} + 2Gsc^{2}) t \varepsilon_{y}^{0} + \frac{1}{2} (E_{1} - G) sc^{2} t^{2} \kappa_{x} + \frac{1}{2} (E_{1} - G) sc^{2} t^{2} \kappa_{y} \}$ (17)

$$M_{y} = \frac{A}{b} \{ (E_{1} + 2G) sc^{2} t\varepsilon_{x}^{0} + (E_{1}s^{3} - 2Gsc^{2}) t\varepsilon_{y}^{0} + \frac{1}{2} (E_{1} + 2G) sc^{2} t^{2} \kappa_{x} + \frac{1}{2} (E_{1}s^{3} - 2Gsc^{2}) t^{2} \kappa_{y} \}$$
(14)

$$M_{xy} = A / a \{ (E_1 cs^2 - 2Gc^3 + 2Gcs^2) t \varepsilon_{xy}^0 + 1 / 2 (E_1 cs^2 + Gc^3 - Gcs^2) t^2 \kappa_{xy} \}$$



شکل ۵ نیروهای برشی عرضی در تقویت کنندهها

۲-۳- ماتریس سفتی تقویت کنندهها

(10)

معادلات (۷ تا ۹) و (۱۳ تا ۱۵) توزیع نیروها و گشتاورها را روی تقویتکنندهها بیان میکند. معادلات (۱۶ تا ۱۸) ماتریسهای Ast و Bst و Dst را که مؤلفههای سفتی معادل برای تقویتکنندهها هستند، نشان میدهد. شده را نشان میدهد. معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) برآیند این گشتاورها را در راستاهای *x*, *y* و گشتاور پیچشی را بیان میکند. $M_x = (M_{sh1} + M_{sh2})s + (M_{t-sh1} - M_{t-sh2})c$ (۱۰) $M_x = (M_{sh1} + M_{sh2})c + (M_{t-sh1} - M_{t-sh2})c$

$$M_{y} = (M_{sh2} + M_{sh1})c + (M_{t-sh2} - M_{t-sh1})c$$
(11)

$$M_{xy} = (M_{sh2} - M_{sh1})s + (M_{t-sh1} + M_{t-sh2})c \qquad (17)$$





 F_{ls}

Mt-sh

با جایگذاری گشتاورها در (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) و تقسیم کردن آنها بر طول ضلع مربوط به خود در المان واحد، معادلات (۱۳)،

۲-۴- نیروی برشی عرضی در تقویت کننده ها شکل ۵ نیروی برشی عرضی را در سلول واحد نشان میدهد. معادلهٔ (۱۹) کرنش عرضی تقویتکنندهها را به کرنش پوستهٔ $\begin{bmatrix} \gamma_{1z} \\ \gamma_{tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c} & \mathbf{s} \\ -\mathbf{s} & \mathbf{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{E}}_{xz} \\ \boldsymbol{\mathcal{E}}_{yz} \end{bmatrix}$ (19) که در این رابطه ٤_{lz}, ٤_{tz}، کرنش برشی عرضی در تقویتکنندهها و ٤_{xz}, ٤_{vz} کرنش برشی عرضی در پوسته است. لذا نیروی برشی عرضی مطابق رابطهی (۲۰) میباشد. $F_{lz}^{1} = GA\varepsilon_{lz}^{1} = GA(\varepsilon_{xz}c - \varepsilon_{yz}s)$ $(7 \cdot)$ $F_{lz}^2 = GA\varepsilon_{lz}^2 = GA(\varepsilon_{yz}c + \varepsilon_{yz}s)$ با استفاده از این رابطه، منتجههای نیروی برشی عرضی به صورت رابطه (۲۱) میباشد. $Q_x = \frac{1}{\alpha} (F_{lz}^1 + F_{lz}^2)$ $Q_y = \frac{1}{b}(F_{lz}^2 - F_{lz}^1)$ (71)با استفاده از معادلهی (۲۰) و (۲۱)، ماتریس سفتی برشی مرضی معادل در تقویت کنندهها مطابق رابطهی (۲۲) است. $\begin{bmatrix} A_{s}^{st} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2G_{lz}Ac}{b} & 0 \\ 0 & \frac{2G_{lz}As}{c} \end{vmatrix}$ لذا، رابطه (۲۳)، معادله ساختاری معادل برای تقویت کنندهها را نشان میدهد. $\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \boldsymbol{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\mathbf{A}^{st}] & [\mathbf{B}^{st}] & \mathbf{0} \\ [\mathbf{B}^{st}] & [\mathbf{D}^{st}] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & [\mathbf{A}^{st}_{s}] \end{bmatrix}$ (۲۳) N_x N_v $\begin{vmatrix} \mathbf{N}_{xy} \\ \mathbf{M}_{x} \\ \mathbf{M}_{y} \\ \mathbf{M}_{xy} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{sh} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{sh} \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{sh} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{sh} \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{xy} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{sh} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \boldsymbol{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix}$ Q_x Q_v (24)

 $\frac{2E_1c^3 - 4Gcs^2}{a}A \quad \frac{2E_1cs^2 + 4Gcs^2}{a}A$ $\mathbf{A}^{\text{st}} = \begin{vmatrix} \frac{2E_{1}sc^{2} + 4Gsc^{2}}{b}A & \frac{2E_{1}s^{3} - 4Gsc^{2}}{b}A \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ 0 $\frac{2E_{1}cs^{2} - 2G(c^{2} - s^{2})c}{a}A$ $B^{st} = \begin{bmatrix} \frac{E_{1}c^{3} - 2Gcs^{2}}{a}tA & \frac{E_{1}cs^{2} + 2Gcs^{2}}{a}tA \\ \frac{E_{1}sc^{2} + 2Gsc^{2}}{b}tA & \frac{E_{1}s^{3} - 2Gsc^{2}}{b}tA \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ (19) 0 $\frac{E_1 c s^2 - G(c^2 - s^2)c}{tA}$ (17) $\frac{E_1 sc^2 - 2Gsc^2}{2a}t^2A = \frac{E_1 s^3 + 2Gsc^2}{2a}t^2A$ $\mathbf{D}^{\text{st}} = \begin{vmatrix} \frac{E_1 sc^2 + 2Gsc^2}{2b} t^2 A & \frac{E_1 s^3 - 2Gsc^2}{2b} t^2 A \end{vmatrix}$ $\frac{E_1cs^2 - G(c^2 - s^2)c}{2}t^2A$ (1λ)

در ظاهر این سه ماتریس متقارن نیستند ولی با توجه به رابطهٔ هندسی بین (\alpha, b, sin(\alpha), cos (\alpha)، میتوان به متقارن بودن آنها پی برد.

> ىپىندىسى مكانيىك مەرسى دى ١٣٩٢. دورة ١٣ شمارة ١٠ www.SID.ir

۳ – معادلات پوستهٔ خارجی
تئوری تغییر شکلهای مرتبهٔ اول برشی برای پوستهٔ خارجی
مطابق رابطه (۲۴) است [۷]. در این روابط N منتجههای نیرو، M
منتجههای گشتاور و Q منتجههای نیروی برشی عرضی هستند.

۴- سفتی معادل کل سازه

نیرو و ممان در کل سازه از رابطهٔ (۲۵) محاسبه شد. در این رابطه ^{sh} و v^{sh} درصد حجمی پوسته و تقویتکنندهها در سازه میباشند [۸].

$$\begin{bmatrix} N\\M\\Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh}N^{sh} + v^{st}N^{st}\\v^{sh}M^{sh} + v^{st}M^{st}\\v^{sh}Q^{sh} + v^{st}Q^{st} \end{bmatrix}$$
(Y Δ)

با قرار دادن سفتیهای به دست آمده مطابق روابط (۲۴و۲۴) در معادلهٔ (۲۵)، نیروهای صفحهای، گشتاورها و نیروهای برشی برای تئوری تغییر شکلهای برشی مرتبه اول مطابق رابطه (۲۶) به دست میآیند.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{sh} \mathbf{N}^{sh} + \mathbf{v}^{st} \mathbf{N}^{st} \\ \mathbf{v}^{sh} \mathbf{M}^{sh} + \mathbf{v}^{st} \mathbf{M}^{st} \\ \mathbf{v}^{sh} \mathbf{Q}^{sh} + \mathbf{v}^{st} \mathbf{Q}^{st} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{sh} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{sh} \end{bmatrix} + \mathbf{v}^{st} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{st} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}^{sh} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{sh} \end{bmatrix} + \mathbf{v}^{st} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{st} \end{bmatrix} \\ \mathbf{v}^{sh} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{sh} \end{bmatrix} + \mathbf{v}^{st} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{st} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}^{sh} \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{sh} \end{bmatrix} + \mathbf{v}^{st} \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{st} \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \mathbf{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \mathbf{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{(\mathbf{r})} \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(\mathbf{r})} \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}^{sh} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s}^{sh} \end{bmatrix} + \mathbf{v}^{st} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s}^{st} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \mathbf{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix}$$
(19)

۵- سفتی معادل سازه در تئوری کلاسیک لایهها

سفتی معادل تقویت کننده ها بر مبنای تئوری کلاسیک لایه ها مطابق روابط (۲۷ تا ۲۹) است [۱].

$$A^{st} = E_{1}A \begin{bmatrix} \frac{2c^{3}}{a} & \frac{2s^{2}c}{a} & 0\\ \frac{2sc^{2}}{b} & \frac{2s^{3}}{b} & 0\\ 0 & 0 & \frac{2sc^{2}}{b} \end{bmatrix}$$
(YY)

محمد امین قاسمی و همکاران

$$B^{st} = E_{1}At \begin{bmatrix} \frac{c^{3}}{a} & \frac{s^{2}c}{a} & 0\\ \frac{sc^{2}}{b} & \frac{s^{3}}{b} & 0\\ 0 & 0 & \frac{sc^{2}}{b} \end{bmatrix}$$
(YA)
$$D^{st} = E_{1}At^{2} \begin{bmatrix} \frac{c^{3}}{2a} & \frac{s^{2}c}{2a} & 0\\ \frac{sc^{2}}{2b} & \frac{s^{3}}{2b} & 0\\ 0 & 0 & \frac{sc^{2}}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{sc^2}{2b} \end{bmatrix}$$
(۲۹)

لذا معادلهٔ ساختاری برای سازه بر مبنای تئوری کلاسیک لایهها مطابق رابطه (۳۰) است [۸].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^{0} \\ \kappa \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh}A^{sh} + v^{st}A^{st} & v^{sh}B^{sh} + v^{st}B^{st} \\ v^{sh}B^{sh} + v^{st}B^{st} & v^{sh}D^{sh} + v^{st}D^{st} \end{bmatrix}$$
(\vee \cdots)

۶- محاسبهٔ بار بحرانی کمانش

برای حل مسأله مقدار ویژه کمانش این سازها، روش ریتز برای محاسبهٔبار بحرانی کمانش استفاده شد. در این روش، توابعی که شرایط مرزی هندسی مسأله را ارضا میکنند به عنوان جابجایی سیستم در تابع انرژی پتانسیل کل مورد استفاده قرار می گیرند. با این فرض، یک سیستم با درجات آزادی بینهایت، به سیستمی با درجات آزادی محدود کاهش مییابد. انرژی پتانسیل کل برابر مجموع انرژی کرنش و کار ناشی از نیروهای خارجی میباشد [۹]. مؤلفههای خطی کرنش برای تئوری تغییر شکلهای برشی مرتبهی اول مطابق روابط (۳۱ تا ۳۳) است [۱۰].

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{\mathrm{R}} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix}$$
((*1)
$$\boldsymbol{\kappa}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial x} + \frac{1}{2\mathrm{R}} (\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}) \end{bmatrix}$$
((*1)

مهندسی مکانیک مدرس دی ۱۳۹۲. دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۱۰

۵۶ www.SID.ir

$$\gamma^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \varphi_{1} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \varphi_{2} + \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{\mathrm{R}} \end{bmatrix}$$
(°°°)

که در این روابط u، جابجایی در راستای محوری، v جابجایی در راستای محیطی، w جابجایی در راستای شعاعی، $\varphi_2 \ e_2 \ \varphi$ به ترتیب دوران صفحات $x \ e_1 \ q_2$ هستند و R شعاع استوانه میباشد. انرژی کرنش نیز مطابق رابطه (۳۴) است [۱۰].

$$U = \frac{1}{2} \int_{0}^{L_{2}\pi R} (\varepsilon.[A].\varepsilon^{T} + \kappa.[D].\kappa^{T} + 2\varepsilon.[B].\kappa^{T} + \gamma.[A_{s}].\gamma^{T}) dydx \qquad (\%)$$

کار انجام شده توسط نیروی محوری نیز از رابطه (۳۵) محاسبه می شود [۱۱].

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2} \int_{0}^{2\pi R} \int_{0}^{L} \mathbf{N}_{1} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^{2} dy dx \tag{(76)}$$

از آنجا که شرایط مرزی مسأله تکیهگاه گیردار است، لذا میدان جابجایی مناسب که شرایط مرزی هندسی را ارضا کند مطابق معادلهٔ (۳۶) میباشد.

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cos(\overline{m}x) \sin(\overline{n}y)$$

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin(\overline{m}x) \cos(\overline{n}y)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{mn} (1 - \cos(\overline{m}x)) \sin(\overline{n}y)$$

$$\varphi_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} d_{mn} \cos(\overline{m}x) \sin(\overline{n}y)$$

$$\varphi_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e_{mn} \sin(\overline{m}x) \cos(\overline{n}y) \qquad (\text{TF})$$

L در این روابط $\overline{m} = \frac{m\pi}{L}, \overline{n} = \frac{n}{R}, y = R\theta$ میباشد که $d\theta$ طول استوانه است.

با قرار دادن این میدانها در معادلات (۳۳) و (۳۳)، انرژی پتانسیل کل بر حسب مجهولات میدان جابجایی $e_{mn}, d_{mn}, c_{mn}, b_{mn}, a_{mn}$ ، به دست میآید. برای این که تعادل پایدار باشد باید انرژی پتانسیل کل حداقل شود. این امر زمانی اتفاق میافتد که مشتق اول انرژی پتانسیل کل نسبت به ضرایب مجهول میدان جابجایی برابر صفر شود. این کار باعث

> مهندسی مکانیک مدرس دی ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۱۰ www.SID.ir

محمد امین قاسمی و همکاران

ایجاد یک مسأله مقدار ویژه می شود. با حل این مسأله برای نیروی مجهول *N*_l، تعداد زیادی مقدار ویژه به دست می آید که کمترین مقدار این مقادیر برابر با بار بحرانی کمانش پوستهٔ استوانه ای مورد نظر است [۸].

۷- تحليل اجزاء محدود

شکل ۶ مدل اجزاء محدود این سازه را نشان میدهد. شکلهای ۲ تا ۹ حالتهای مختلف کمانش این سازه راتحت بار محوری فشاری نشان میدهد. شکل ۲ کمانش موضعی در پوسته، شکل ۸ کمانش کلی و شکل ۹ کمانش و شکست موضعی در تقویت کنندهها است. خواص مکانیکی مواد برای پوسته و ریبها در جدولهای ۱ و ۲ آورده شده است.

مدل سه بعدی از استوانه تقویت شده مشبک کامپوزیتی با شبکههای لوزی در نرمافزار المان محدود انسیس⁽ ایجاد شد. مرحلهٔ اول شبیه سازی ریب های تقویت کننده است که به منظور شبیه سازی دقیق، این ریب های تقویت کننده از استوانهٔ تو خالی با شعاع های داخلی و خارجی مورد نظر جدا شدند.



شکل ۷ مدل اجزاء محدود استوانهی مشبک

^{1.} Ansys

مقدار (واحد)

۴۸۲۸ · (MPa)

۱۰۴۳۱/۵(MPa)

./240

۳۸۴۲(MPa)

۳л۴۲(МРа)

۴۵۷۶/۱(MPa)

1/910

مقدار (واحد)

۲۷۵۹ · (MPa)

۲۳۴ · (MPa)

۳۰۶۰(MPa)

دقیقاً روی گردهای المان تقویت کننده قرار می گیرد و اتصال بین المان ها بدین ترتیب انجام شد. لایه چینی الیاف در پوسته

شکل ۱۰ هندسهٔ سطح مقطع تقویتکننده و ابعاد آن نشان را

جدول ۱ خواص مکانیکی مواد برای پوسته

جدول ٢ خواص تقويت كنندهها

به صورت ۵₅[۷۲٫۷۲] و زاویه تقویت کنندها ۳۰∓ است.

نشان میدهد.

خاصيت

مدول الاستيسيته طولى (E₁)

مدول الاستيسيته عرضي (E₂)

مدول برشی عرضی (G₁₃)

مدول برشي عرضي (G₂₃)

 (ϑ_{12}) ضريب پواسون (

مدول برشی (G₁₂)

چگالی نسبی

مدول طولي (E₁)

مدول برشى (G₁₂)

مدول برشی عرضی (G_{lz})

خاصيت



شکل ۸ کمانش موضعی در پوسته



شکل ۹ کمانش کلی در سازه

پس از تکمیل شبیهسازی ریبهای استحکام دهنده، در مرحله بعد یوسته سازه ایجاد شد که این یوسته، قسمتی از استوانهٔ توخالی است و دقیقاً روی لبه خارجی ریبها قرار گرفته است. برای مدل سازی پوسته از المان پوسته ۹۹' و برای تقویت کنندهها از المان سازهای ۱۹۱^۲ استفاده شد. شبکهبندی يوسته در ناحيهٔ منطبق بر سطح تقويت كنندهها دقيقاً منطبق (مشابه) بر شبکهبندی تقویت کننده است و در نواحی دیگر پوسته، مشبندی به گونهای است که در لبههای منطبق بر لبههای تقویت کنندهها، تعداد تقسیمات با تعداد تقسیمات تقويت كننده برابر است، بنابراين كرههاى المانهاى پوسته





شکل ۱۰ کمانش موضعی در تقویت کنندهها

۸- نتایج و بحث ۸-۱- اثر ضخامت یوسته شکل ۱۱ منحنی بار کمانش بر حسب ضخامت پوسته و شکل ۱۲، بار کمانش ویژه (بار کمانش نسبت به جرم) را برای این سازه نشان میدهد. بار کمانش به دست آمده از دو تئوری

^{1.} Shell 99

^{2.} Solid 191

کلاسیک لایهها و تغییر شکلهای برشی مرتبه اول با حل اجزاء محدود مقایسه شد. این نتایج برای سازهٔ دارای ۶ جفت ریب مارپیچ (۶ تقویت کنندهی ساعتگرد و ۶ تقویت کننده یادساعت گرد) است. طول استوانه در تمامی نتایج ۲۸۰mm و شعاع آن ۷۰mm است (L/D=۲). در این حالت عرض المان واحد (a) برابر ۷۳mm و طول آن ۱۲۷mm میباشد.

جدول ۳ مقادیر این نمودار را نشان میدهد. همان گونه که از شکل ۱۱ مشخص است، جوابهای حاصل از حل تحلیلی ارائه شده، روش معادلسازی، در محدوده ضخامتهای ۱mm تا ۴mm، که در این محدوده کمانش کلی در سازه به وجود میآید، همخوانی قابل قبولی نسبت به حل اجزاء محدود دارند، اما از این ضخامت به بعد که کمانش موضعی تقویت کنندهها در سازه بهوجود میآید، این روش کارایی ندارد. همچنین با افزایش ضخامت، مقدار بار بحرانی کمانش نیز افزایش مییابد. اما آن چه که از اهمیت بیشتری برخوردار است مقدار بار کمانش ویژه است که از ضخامت ۴mm به بعد، که بیان گر کمانش موضعی در تقویت کننده هاست و پوستهٔ خارجی در آن آسیب نمی بیند، این کمیت در حل حاصل از اجزاء محدود مطابق شکل ۱۲ کاهش یافت یعنی اثر افزایش جرم ناشی از افزایش ضخامت پوسته بر اثر افزایش ضخامت غلبه می کند که این موضوع نیز مجدداً به دلیل عدم کاربرد این روش در محدودهٔ کمانش موضعی، در نمودارهای حاصل از این روش نمود پيدا نكرده است.

این مقادیر نشان میدهد که کمانش کلی تقریباً در ضخامت ۳/۵mm اتفاق می افتد.

جدول۳ بار کمانش پوستههای تقویتشده در ضخامتهای مختلف

| FSDT (kN) | CLPT (kN) | FEM (kN) | ضخامت (mm) |
|-----------|-----------|----------|------------|
| ۴۳ | 54/V | W 1/VY 1 | • /۵ |
| 99/4 | ۱۲۰/۵ | 118/483 | ١ |
| ۱۹۳/۷ | ۲ • ۹/۲ | 267/677 | ۱/۵ |
| 314/9 | ۳۵۸/۵ | ۳۸۸/V۵۹ | ٢ |
| ۶۸۱/۳ | ۶۸۵/۱ | ۶۸۵/۲ | ٣ |
| 1177 | ۱۲۰۵ | ١٠٩٠ | ۴ |
| ۱۲۰۱ | ١٩٨٩ | 117. | ۵ |

۸-۲- اثر تعداد تقویت کنندهها

شکل ۱۳ بار کمانش و شکل ۱۴ بار کمانش ویژهٔ پوستهٔ

مهندسی مکانیک مدرس دی ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۱۰ www.SID.ir

استوانهای تقویتشده را در ضخامتهای مختلف به ازای تغییر تعداد تقویت کنندهها نشان میدهد.



شکل ۱۱ بار کمانش بر حسب ضخامت پوستهٔ خارجی



تعداد تقویت کننده ها، ۶، ۸ و ۱۶ جفت انتخاب شد و همانطور که در شکل مشخص است، با افزایش تعداد آنها، بار کمانش یافته، اما بار کمانش ویژه برای حالت ۱۶ جفت تقویت کننده کمتر از ۶ و ۸ جفت است. همچنین بار کمانش ویژه در ضخامت کم، در حالت ۸ جفت تقویت کننده نسبت به حالت ۶ جفت، بیشتر است ولی با افزایش ضخامت، حالت ۶ جفت تقویت کننده نسبت به ۸ جفت بار کمانش ویژهی بیشتری دارد.



دلیل آن را نیز می توان این گونه در نظر گرفت که حالت ايدهال، حالتي است كه زاويه الياف به زاويهٔ جهت گيري تقویت کننده ها نزدیک شوند به طوری که سفتی در راستاهای طولی و محیطی استوانه کاهش پیدا نکند. در واقع تقویت کننده ها نیروی وارد بر خودشان را به دو راستای طولی و محیطی تقسیم میکنند. همانطور که در نمودار مشخص است، به ازای جهت گیری تقویت کنندهها در ۴۰ درجه، زاویهٔ الياف بهينه نيز به اين سمت كشيده شده است، زيرا مي توان گفت که پوسته در این زاویه، سفتی مناسبی در راستاهای طولی و محیطی دارد. اگرچه جهت گیری ۸۰ درجه دارای بیشترین بار کمانشی است ولی به نظر میرسد بار کمانشی ویژه آن نسبت به حالت ۴۰ درجه کمتر باشد. با کاهش زاویهٔ تقویت کنندهها، بار کمانش کاهش یافته است. چون مقدار تقویت کننده های سازه در زاویهٔ ۸۰ درجه بسیار بیشتر از ۱۰ درجه است. بهتر است برای رسیدن به زاویه تقویتکننده مناسب بار کمانش ویژه را در نظر گرفت.

۹- نتیجهگیری

روابط تحلیلی برای پوستهٔ تقویت شده کامپوزیتی بر اساس روش معادل سازی و تئوری تغییر شکل مرتبهٔ اول برشی برای محاسبهٔ بار بحرانی کمانش ارائه و نتایج حاصل از آن با حل اجزاء محدود مقایسه شد. روابط ارائه شده فقط در محدودهی کمانش کلی سازه معتبر است. با در نظر گرفتن چگالی تقویتکننده ثابت و افزایش ضخامت پوسته بار کمانش افزایش



شـــکل ۱۴ بــار کمــانش ویــژه بــر حســب ضــخامت در تعــداد تقویتکنندههای مختلف

۸-۳- اثر زاویهٔ الیاف پوسته و زاویهی تقویتکننده

شکل ۱۵ تأثیر زاویهٔ الیاف پوسته و زاویهٔ تقویتکنندهها را در بار کمانش پوستهٔ تقویت شده، با ۶ جفت تقویتکننده، به ازای ضخامت ۴mm را نشان میدهد. همان گونه که در شکل مشخص است به ازای یک زاویهٔمشخص در تقویتکنندهها، با افزایش زاویه پوسته تا محدودهٔ ۴۰ تا ۵۰ درجه، بار کمانش نیز افزایش یافته و از آن به بعد بار کمانش کاهش مییابد. لذا بیشینه این نمودار در محدودهٔ ۵۰ درجه اتفاق افتاد که این به معنی بهینه بودن این محدوده برای زاویه الیاف است.

- [4] Yazdani M., Rahimi H.,Khatibi, A. A., and Hamzeh S., "An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shells under axial loading", *Scientific Research and Essays*, 2009. Vol. 4(9), pp. 914-920.
- [5] Yazdani M. and Rahimi G.H., "The effects of helical ribs number and grid types on the buckling of thin-walled GFRP-stiffened shells under axial loading", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2010. Vol. 29(17), pp. 2568-2575.
- [6] Kaw A.K., Mechanics of Composite Materials, 2006, Taylor & Francis Group, LLC: New York. pp. 320-325.
- [7] Reddy J.N, *Mechanics of laminated composite plates and shells.* 2004, CRC Press: United States of America. pp. 462-466.
- [8] Wodesenbet E., Kidane S, and Pang S.S., "Optimization for buckling loads of grid stiffened composite panels", *Composite Structures*, 2003. Vol. 60(2), pp. 159-169.
- [9] Chen W.F. and Lui E.M., Energy and Numerical Methods, in Structural Stability1987, Elsevier Seience Publishing Co. pp. 414-435.
- [10] Amabili M., Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates, 2008, Cambridge University Press: United States of America pp. 52-89.
- [11] Langhaar H.L., Energy Methods in Applied Mechanics. 1989, John Wiley and Sons: United States of America. pp. 201-232.

rch

یافت. بار کمانش ویژه نیز تا ضخامت ۴mm افزایش مییابد ولی بعد از آن این مقدار کاهش یافت، اما از آنجا که در این محدوده ضخامت، شکل کمانش سازه به کمانش موضعی در تقویت کنندهها تبدیل میشود، این کاهش در روش ارائه شده، نمود پیدا نمی کند. با افزایش چگالی تقویت کنندهها در سازه نیز بار کمانش افزایش مییابد. همچنین زاویهٔ الیاف برای داشتن بالاترین بار کمانش در حدود ۵۰ درجه میباشد.

۱۰- مراجع

- Kidane S., Li, G., Helms J., Pang S. S., and Woldesenbet E., "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders", *Composites Part B: Engineering*, 2003. Vol. 34(1), pp. 1-9.
- [2] Jaunky N., N.F. Knight Jr, and D.R. Ambur "Formulation of an improved smeared stiffener theory for buckling analysis of grid-stiffened composite panels", *Composites Part B: Engineering*, 1996.Vol. 27(5), pp. 519-526.
- [3] Ambur D.R. and N. Jaunky "Optimal design of grid-stiffened panels and shells with variable curvature", *Composite Structures*, 2001. Vol. 52(2), pp. 173-180.

تحليل پارامترهای مؤثر بر كمانش پوستهٔ تقویت شدهٔ ...

$$\varepsilon_{x} = \varepsilon_{x}^{0} + \left(\frac{t}{2}\right) \kappa_{x}$$

$$\varepsilon_{y} = \varepsilon_{y}^{0} + \left(\frac{t}{2}\right) \kappa_{y}$$

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xy}^{0} + \left(\frac{t}{2}\right) \kappa_{xy}$$

(1)

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{lt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & sc \\ s^2 & c^2 & -sc \\ 2sc & -2sc & s^2 - c^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{bmatrix}$$
(Y)

که در آن $c = \cos(\varphi)$ ، $\varepsilon_l \cdot s = \sin(\varphi)$ کرنش در راستای طولی تقویت کنندهها، ε_t کرنش در راستای عرضی تقویت کنندهها و ε_{lt} کرنش برشی در مقطع تقویت کنندهها است.

شکل ۲ نمودار آزاد نیروهای وارد بر المان مورد نظر را نشان میدهد. در این شکل، F_l مؤلفهی نیروی طولی و F_{lt} نیروی برشی وارد برمقطع تقویت کنندهها است. با قرار دادن زاویهٔ مناسب برای هر یک از راستاهای تقویت کنندهها، نیروهای نشان داده شده در شکل ۲ مطابق رابطهٔ (۳) محاسبه می شود.

$$\begin{split} F_{l1} &= E_1 A \varepsilon_{l1} = E_1 A (\varepsilon_x c^2 + \varepsilon_y s^2 - \varepsilon_{xy} sc) \\ F_{l2} &= E_1 A \varepsilon_{l2} = E_1 A (\varepsilon_x s^2 + \varepsilon_y c^2 + \varepsilon_{xy} sc) \\ F_{lt1} &= G A \varepsilon_{lt1} \\ &= G A (-2\varepsilon_x sc + 2\varepsilon_y sc + \varepsilon_{xy} (s^2 - c^2)) \\ F_{lt2} &= G A \varepsilon_{lt2} \\ &= G A \left(2\varepsilon_x sc - 2\varepsilon_y sc + \varepsilon_{xy} (s^2 - c^2) \right) \end{split}$$
(7)



شکل ۲ نمودار آزاد نیروهای وارد بر سلول واحد

که در این رابطه E_1 مدول الاستیسیته تقویت کننده در جهت طولی خود و G مدول برشی تقویت کننده در صفحهٔ *tl* است. برآیند نیروها در راستاهای *y*, *x* مطابق معادلات (۴)، (۵) و (۶) میباشد. $F_x = (F_{l1} + F_{l2})c + (F_{lt1} - F_{lt2})s$ $F_y = (F_{l1} + F_{l2})s + (F_{lt2} - F_{lt1})c$ $F_{xy} = (F_{l2} - F_{l1})s + (F_{lt1} - F_{lt2})c$ $F_{xy} = (F_{l2} - F_{l1})s + (F_{lt1} - F_{lt2})c$ $F_x e_{xy} = (F_{l2} - F_{l1})s + (F_{lt1} - F_{lt2})c$ $F_y f_y f_x$ La construction of the second sec

انحد نیروهای برشی در صفحه x و راستای y هستند. نیروهای معادل N_x , N_y , N_x از تقسیم کردن (۴)، (۵) و (۹) بر طول لبههای متناظر خود در المان واحد به دست آمد. با قرار دادن (۱) و (۳) در (۴)، (۵) و (۶) و تقسیم آنها بر طول لبههای متناظر، معادلات (۷)، (۸) و (۹) بر مبنای کرنش و انحنای صفحهٔ میانی پوستهٔ خارجی به صورت روابط (۷) تا (۹) می باشد.

$$N_{x} = A / a \{ (2E_{1}c^{3} - 4Gcs^{2})\varepsilon_{x}^{0} + (2E_{1} + 4G)cs^{2}\varepsilon_{y}^{0} + (E_{1}c^{3} - 2Gcs^{2})t\kappa_{x} + (E_{1} + 2G)cs^{2}t\kappa_{y} \}$$
(Y)
$$N_{y} = A / b \{ (2E_{1}sc^{2} + 4Gsc^{2})\varepsilon_{y}^{0} + (2E_{1}s^{3} - 4Gsc^{2})\varepsilon_{y}^{0} + (E_{1}sc^{2} + 2Gsc^{2})t\kappa_{x} + (E_{1}s^{3} - 2Gsc^{2})t\kappa_{y} \}$$
(A)

$$N_{xy} = \frac{A}{a} \{ (2E_1 cs^2 - 2Gc^3 + 2Gcs^2) \varepsilon_{xy}^0 + (E_1 cs^2 - Gc^3 + Gcs^2) \} t \kappa_{xy}$$
(9)

۲-۲- تحلیل گشتاورها در سلول واحد

به واسطهٔ نیروهای برشی بین پوسته و تقویت کنندهها، گشتاورهای پیچشی و خمشی بر پوسته و تقویت کنندهها وارد میشود. شکلهای ۳ و ۴ نیروهای برشی بین پوسته و تقویت کنندهها و گشتاورهای حاصل از آنها را نشان میدهد.شکل ۳ گشتاور خمشی وارد بر تقویت کنندهها و شکل ۴ گشتاور پیچشی وارد بر آنها را نشان میدهد. تنها M_{sh} و M_{t-sh} برای محاسبهٔ سفتی در معادلات وارد می شوند زیرا این گشتاورها اثر تقویت کننده روی پوستهٔ خارجی می باشند. شکل ۵ نمودار آزاد گشتاورهای وارد بر المان در نظر گرفته

ىھىندىسى ھكائىيك ھەرىسى دى ١٣٩٢. دورة ١٣ شمارة ١٠ www.SID.ir

(۱۴) و (۱۵) این گشتاورها را بر حسب کرنش و انحنای صفحهٔ میانی پوسته خارجی بیان میکند. $M_{x} = \frac{A}{a} \{ (E_{1} - 2G) sc^{2} t \varepsilon_{x}^{0} + (E_{1}s^{3} + 2Gsc^{2}) t \varepsilon_{y}^{0} + \frac{1}{2} (E_{1} - G) sc^{2} t^{2} \kappa_{x} + (E_{1}s^{3} + Gsc^{2}) t^{2} \kappa_{y} \}$

$$M_{y} = \frac{A}{b} \{ (E_{1} + 2G) sc^{2} t\varepsilon_{x}^{0} + (E_{1}s^{3} - 2Gsc^{2}) t\varepsilon_{y}^{0} + \frac{1}{2} (E_{1} + 2G) sc^{2} t^{2} \kappa_{x} + \frac{1}{2} (E_{1}s^{3} - 2Gsc^{2}) t^{2} \kappa_{y} \}$$
(14)

$$M_{xy} = A / a \{ (E_1 cs^2 - 2Gc^3 + 2Gcs^2) t \varepsilon_{xy}^0 + 1 / 2 (E_1 cs^2 + Gc^3 - Gcs^2) t^2 \kappa_{xy} \}$$



شکل ۵ نیروهای برشی عرضی در تقویت کنندهها

۲-۳- ماتریس سفتی تقویت کنندهها

(10)

معادلات (۲ تا ۹) و (۱۳ تا ۱۵) توزیع نیروها و گشتاورها را روی تقویتکنندهها بیان میکند. معادلات (۱۶ تا ۱۸) ماتریسهای Ast و Bst و ^{ts} را که مؤلفههای سفتی معادل برای تقویتکنندهها هستند، نشان میدهد.

شده را نشان میدهد. معادلات (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) برآیند این
گشتاورها را در راستاهای
$$x, y$$
 و گشتاور پیچشی را بیان میکند.
 $M_x = (M_{sh1} + M_{sh2})s + (M_{t-sh1} - M_{t-sh2})c$ (۱۰)
 $M_x = (M_{t-sh1} - M_{t-sh2})c$ (۱۰)

$$M_{y} = (M_{sh2} + M_{sh1})c + (M_{t-sh2} - M_{t-sh1})c$$
(11)

$$M_{xy} = (M_{sh2} - M_{sh1})s + (M_{t-sh1} + M_{t-sh2})c$$
 (17)





Fit

Mt-sh

با جایگذاری گشتاورها در (۱۰)، (۱۱) و (۱۲) و تقسیم کردن آنها بر طول ضلع مربوط به خود در المان واحد، معادلات (۱۳)،

شکل ۵ نیروی برشی عرضی را در سلول واحد نشان میدهد. معادلهٔ (۱۹) کرنش عرضی تقویتکنندهها را به کرنش پوستهٔ $\begin{bmatrix} \gamma_{1z} \\ \gamma_{tz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c & s \\ -s & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{xz} \\ \mathcal{E}_{yz} \end{bmatrix}$ (19) که در این رابطه *E_{lz}, E_{tz}، کرنش* برشی عرضی در تقویتکنندهها و ٤_{xz}, ٤_{yz}، کرنش برشی عرضی در پوسته است. لذا نیروی برشی عرضی مطابق رابطهی (۲۰) میباشد. $F_{lz}^{1} = GA\varepsilon_{lz}^{1} = GA(\varepsilon_{xz}c - \varepsilon_{yz}s)$ $(7 \cdot)$ $F_{lz}^2 = GA\varepsilon_{lz}^2 = GA(\varepsilon_{rz}c + \varepsilon_{yz}s)$ با استفاده از این رابطه، منتجههای نیروی برشی عرضی به صورت رابطه (۲۱) میباشد. $Q_x = \frac{1}{a}(F_{lz}^1 + F_{lz}^2)$ $Q_y = \frac{1}{h}(F_{lz}^2 - F_{lz}^1)$ (71)با استفاده از معادلهی (۲۰) و (۲۱)، ماتریس سفتی برشی مرضی معادل در تقویت کنندهها مطابق رابطهی (۲۲) است. $\begin{bmatrix} A_{s}^{st} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2G_{lz}Ac}{b} & 0 \\ 0 & \frac{2G_{lz}As}{c} \end{vmatrix}$ لذا، رابطه (۲۳)، معادله ساختاری معادل برای تقویت کنندهها را نشان میدهد. $\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \boldsymbol{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\mathbf{A}^{st}] & [\mathbf{B}^{st}] & \mathbf{0} \\ [\mathbf{B}^{st}] & [\mathbf{D}^{st}] & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & [\mathbf{A}_{s}^{st}] \end{bmatrix}$ (۲۳) N_x N_v $\begin{vmatrix} \mathbf{N}_{xy} \\ \mathbf{M}_{x} \\ \mathbf{M}_{y} \\ \mathbf{M}_{xy} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{sh} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{sh} \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{sh} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{sh} \end{bmatrix} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{sh} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \boldsymbol{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix}$ Q_x

۲-۴- نیروی برشی عرضی در تقویت کننده ها

 $\frac{2E_1c^3 - 4Gcs^2}{a}A \quad \frac{2E_1cs^2 + 4Gcs^2}{a}A$ $\mathbf{A}^{\text{st}} = \begin{vmatrix} \frac{2E_{1}sc^{2} + 4Gsc^{2}}{b}A & \frac{2E_{1}s^{3} - 4Gsc^{2}}{b}A\\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ 0 $\frac{2E_1cs^2 - 2G(c^2 - s^2)c}{a}A$ $B^{st} = \begin{bmatrix} \frac{E_{1}c^{3} - 2Gcs^{2}}{a}tA & \frac{E_{1}cs^{2} + 2Gcs^{2}}{a}tA \\ \frac{E_{1}sc^{2} + 2Gsc^{2}}{b}tA & \frac{E_{1}s^{3} - 2Gsc^{2}}{b}tA \\ 0 & 0 \end{bmatrix} tA$ (18) 0 $\frac{E_1 c s^2 - G(c^2 - s^2)c}{tA}$ (17) $\frac{E_{1}sc^{2} - 2Gsc^{2}}{2a}t^{2}A \quad \frac{E_{1}s^{3} + 2Gsc^{2}}{2a}t^{2}A$ $\mathbf{D}^{\text{st}} = \begin{vmatrix} \frac{E_1 sc^2 + 2Gsc^2}{2b} t^2 A & \frac{E_1 s^3 - 2Gsc^2}{2b} t^2 A \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$

$$\frac{0}{0} \frac{E_1 c s^2 - G(c^2 - s^2)c}{2a} t^2 A$$
 (1A)

٦

در ظاهر این سه ماتریس متقارن نیستند ولی با توجه به رابطهٔ هندسی بین (\phi), cos (\varphi), میتوان به متقارن بودن آنها پی برد.

(24)

ىپىندىسى مكانىيك مدرس دى ١٣٩٢. دورة ١٣ شمارة ١٠ www.SID.ir

Q_v

٣- معادلات يوستهٔ خارجي تئورى تغيير شكلهاى مرتبة اول برشى براى پوستة خارجى مطابق رابطه (۲۴) است [۷]. در این روابط N منتجههای نیرو، M منتجههای گشتاور و Q منتجههای نیروی برشی عرضی هستند.

۴- سفتی معادل کل سازه

نيرو و ممان در كل سازه از رابطهٔ (۲۵) محاسبه شد. در اين رابطه v^{sh} و v^{sh} درصد حجمی پوسته و تقویت کنندهها در سازه می باشند [۸].

$$\begin{bmatrix} N\\ M\\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh} N^{sh} + v^{st} N^{st}\\ v^{sh} M^{sh} + v^{st} M^{st}\\ v^{sh} Q^{sh} + v^{st} Q^{st} \end{bmatrix}$$
(Ya)

با قرار دادن سفتی های به دست آمده مطابق روابط (۲۴و۲۴) در معادلهٔ (۲۵)، نیروهای صفحهای، گشتاورها و نیروهای برشی برای تئوری تغییر شکلهای برشی مرتبه اول مطابق رابطه (۲۶) به دست میآیند.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{sh} \mathbf{N}^{sh} + \mathbf{v}^{st} \mathbf{N}^{st} \\ \mathbf{v}^{sh} \mathbf{M}^{sh} + \mathbf{v}^{st} \mathbf{M}^{st} \\ \mathbf{v}^{sh} \mathbf{Q}^{sh} + \mathbf{v}^{st} \mathbf{Q}^{st} \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{sh} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{sh} \end{bmatrix} + \mathbf{v}^{st} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{st} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}^{sh} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{sh} \end{bmatrix} + \mathbf{v}^{st} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{st} \end{bmatrix} \\ \mathbf{v}^{sh} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{sh} \end{bmatrix} + \mathbf{v}^{st} \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{st} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}^{sh} \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{sh} \end{bmatrix} + \mathbf{v}^{st} \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{st} \end{bmatrix} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \mathbf{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \mathbf{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{(\mathbf{r})} \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{(\mathbf{r})} \end{bmatrix} \\ \mathbf{N}^{sh} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s}^{sh} \end{bmatrix} + \mathbf{v}^{st} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{s}^{st} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^{0} \\ \mathbf{\kappa} \\ \boldsymbol{\gamma} \end{bmatrix}$$
(19)

۵- سفتی معادل سازه در تئوری کلاسیک لایهها

سفتى معادل تقويت كنندهها بر مبناى تئورى كلاسيك لايهها مطابق روابط (۲۷ تا ۲۹) است [۱].

$$A^{st} = E_1 A \begin{bmatrix} \frac{2c^3}{a} & \frac{2s^2c}{a} & 0\\ \frac{2sc^2}{b} & \frac{2s^3}{b} & 0\\ 0 & 0 & \frac{2sc^2}{b} \end{bmatrix}$$
(YY)

محمد امین قاسمی و همکاران

$$B^{st} = E_1 A t \begin{bmatrix} \frac{c^3}{a} & \frac{s^2 c}{a} & 0\\ \frac{sc^2}{b} & \frac{s^3}{b} & 0\\ 0 & 0 & \frac{sc^2}{b} \end{bmatrix}$$
(YA)
$$D^{st} = E_1 A t^2 \begin{bmatrix} \frac{c^3}{2a} & \frac{s^2 c}{2a} & 0\\ \frac{sc^2}{2b} & \frac{s^3}{2b} & 0\\ 0 & 0 & \frac{sc^2}{2b} \end{bmatrix}$$
(YA)

لذا معادلهٔ ساختاری برای سازه بر مبنای تئوری کلاسیک لايهها مطابق رابطه (۳۰) است [۸].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon^{0} \\ \kappa \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v^{sh}A^{sh} + v^{st}A^{st} & v^{sh}B^{sh} + v^{st}B^{st} \\ v^{sh}B^{sh} + v^{st}B^{st} & v^{sh}D^{sh} + v^{st}D^{st} \end{bmatrix}$$

$$(\Upsilon \cdot)$$

۶- محاسبة بار بحراني كمانش

برای حل مسأله مقدار ویژه کمانش این سازها، روش ریتز برای محاسبهٔ ار بحرانی کمانش استفاده شد. در این روش، توابعی که شرایط مرزی هندسی مسأله را ارضا میکنند به عنوان جابجایی سیستم در تابع انرژی پتانسیل کل مورد استفاده قرار می گیرند. با این فرض، یک سیستم با درجات آزادی بینهایت، به سیستمی با درجات آزادی محدود کاهش مییابد. انرژی پتانسیل کل برابر مجموع انرژی کرنش و کار ناشی از نیروهای خارجی میباشد [٩]. مؤلفههای خطی کرنش برای تئوری تغییر شکلهای برشی مرتبهی اول مطابق روابط (۳۱ تا ۳۳) است [۱۰].

$$\varepsilon^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{\mathrm{R}} \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \end{bmatrix}$$
((*1)
$$\kappa^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial x} \\ \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial x} + \frac{1}{2\mathrm{R}} (\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}) \end{bmatrix}$$
((*T)

مهندسی مکانیک مدرس دی ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۱۰

۵۶ www.SID.ir

$$\gamma^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \varphi_{1} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \varphi_{2} + \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{\mathrm{R}} \end{bmatrix}$$
(°°°)

که در این روابط u جابجایی در راستای محوری، v جابجایی در راستای محیطی، w جابجایی در راستای شعاعی، $\varphi_2 \ e_2 \ \varphi_1$ به ترتیب دوران صفحات $x \ e_1 \ q_2$ هستند و R شعاع استوانه میباشد. انرژی کرنش نیز مطابق رابطه (۳۴) است [۱۰].

$$U = \frac{1}{2} \int_{0}^{L2\pi R} (\varepsilon.[A] \varepsilon^{T} + \kappa.[D], \kappa^{T} + 2\varepsilon.[B], \kappa^{T} + \gamma.[A_{s}], \gamma^{T}) dy dx \qquad (\%)$$

کار انجام شده توسط نیروی محوری نیز از رابطه (۳۵) محاسبه می شود [۱۱].

$$V = \frac{1}{2} \int_{0}^{2\pi R} \int_{0}^{L} N_1 \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dy dx$$
 (7)

از آنجا که شرایط مرزی مسأله تکیهگاه گیردار است، لذا میدان جابجایی مناسب که شرایط مرزی هندسی را ارضا کند مطابق معادلهٔ (۳۶) میباشد.

$$u = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \cos(\overline{m}x) \sin(\overline{n}y)$$

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} b_{mn} \sin(\overline{m}x) \cos(\overline{n}y)$$

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} c_{mn} (1 - \cos(\overline{m}x)) \sin(\overline{n}y)$$

$$\varphi_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} d_{mn} \cos(\overline{m}x) \sin(\overline{n}y)$$

$$\varphi_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} e_{mn} \sin(\overline{m}x) \cos(\overline{n}y) \qquad (\text{TF})$$

L در این روابط $\overline{m} = rac{m\pi}{L}, \overline{n} = rac{n}{R}, y = R heta$ میباشد که \overline{m} طول استوانه است.

با قرار دادن این میدانها در معادلات (۳۲) و (۳۳)، انرژی پتانسیل کل بر حسب مجهولات میدان جابجایی $e_{mn}, d_{mn}, c_{mn}, a_{mn}$, به دست میآید. برای این که تعادل پایدار باشد باید انرژی پتانسیل کل حداقل شود. این امر زمانی اتفاق میافتد که مشتق اول انرژی پتانسیل کل نسبت به ضرایب مجهول میدان جابجایی برابر صفر شود. این کار باعث

> مهندسی مکانیک مدرس دی ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۱۰ www.SID.ir

ایجاد یک مسأله مقدار ویژه می شود. با حل این مسأله برای نیروی مجهول *N*_l، تعداد زیادی مقدار ویژه به دست می آید که کمترین مقدار این مقادیر برابر با بار بحرانی کمانش پوستهٔ استوانه ای مورد نظر است [۸].

۷- تحليل اجزاء محدود

شکل ۶ مدل اجزاء محدود این سازه را نشان میدهد. شکلهای ۲ تا ۹ حالتهای مختلف کمانش این سازه راتحت بار محوری فشاری نشان میدهد. شکل ۲ کمانش موضعی در پوسته، شکل ۸ کمانش کلی و شکل ۹ کمانش و شکست موضعی در تقویتکنندهها است. خواص مکانیکی مواد برای پوسته و ریبها در جدولهای ۱ و ۲ آورده شده است.

مدل سه بعدی از استوانه تقویت شده مشبک کامپوزیتی با شبکه های لوزی در نرمافزار المان محدود انسیس⁽ ایجاد شد. مرحلهٔ اول شبیه سازی ریب های تقویت کننده است که به منظور شبیه سازی دقیق، این ریب های تقویت کننده از استوانهٔ تو خالی با شعاع های داخلی و خارجی مورد نظر جدا شدند.



شکل ۷ مدل اجزاء محدود استوانهی مشبک

^{1.} Ansys

مقدار (واحد)

۴۸۲۸ · (MPa)

۱۰۴۳۱/۵(MPa)

./240

۳۸۴۲(MPa)

۳л۴۲(МРа)

۴۵۷۶/۱(MPa)

1/910

مقدار (واحد)

۲۷۵۹ · (MPa)

۲۳۴ · (MPa)

۳۰۶۰(MPa)

دقیقاً روی گردهای المان تقویت کننده قرار می گیرد و اتصال بین المان ها بدین ترتیب انجام شد. لایه چینی الیاف در پوسته

شکل ۱۰ هندسهٔ سطح مقطع تقویتکننده و ابعاد آن نشان را

جدول ۱ خواص مکانیکی مواد برای پوسته

جدول ٢ خواص تقويت كنندهها

به صورت ۵₅[۷۲٫۷۲] و زاویه تقویت کنندها ۳۰∓ است.

نشان میدهد.

خاصيت

مدول الاستيسيته طولى (E₁)

مدول الاستيسيته عرضي (E₂)

مدول برشی عرضی (G₁₃)

مدول برشي عرضي (G₂₃)

 (ϑ_{12}) ضريب پواسون (

مدول برشی (G₁₂)

چگالی نسبی

مدول طولي (E₁)

مدول برشى (G₁₂)

مدول برشی عرضی (G_{lz})

خاصيت



شکل ۸ کمانش موضعی در پوسته



شکل ۹ کمانش کلی در سازه

پس از تکمیل شبیهسازی ریبهای استحکام دهنده، در مرحله بعد یوسته سازه ایجاد شد که این یوسته، قسمتی از استوانهٔ توخالی است و دقیقاً روی لبه خارجی ریبها قرار گرفته است. برای مدل سازی پوسته از المان پوسته ۹۹' و برای تقویت کنندهها از المان سازهای ۱۹۱^۲ استفاده شد. شبکهبندی يوسته در ناحيهٔ منطبق بر سطح تقويت كنندهها دقيقاً منطبق (مشابه) بر شبکهبندی تقویت کننده است و در نواحی دیگر پوسته، مشبندی به گونهای است که در لبههای منطبق بر لبههای تقویت کنندهها، تعداد تقسیمات با تعداد تقسیمات تقويت كننده برابر است، بنابراين كرههاى المانهاى پوسته





شکل ۱۰ کمانش موضعی در تقویت کنندهها

۸- نتایج و بحث ۸-۱- اثر ضخامت یوسته شکل ۱۱ منحنی بار کمانش بر حسب ضخامت پوسته و شکل ۱۲، بار کمانش ویژه (بار کمانش نسبت به جرم) را برای این سازه نشان میدهد. بار کمانش به دست آمده از دو تئوری

^{1.} Shell 99

^{2.} Solid 191

کلاسیک لایه او تغییر شکل های برشی مرتبه اول با حل اجزاء محدود مقایسه شد. این نتایج برای سازهٔ دارای ۶ جفت ریب مارپیچ (۶ تقویت کنندهی ساعتگرد و ۶ تقویت کننده پادساعت گرد) است. طول استوانه در تمامی نتایج ۲۸۰mm و شعاع آن ۷۰mm است (L/D=۲). در این حالت عرض المان واحد (a) برابر ۳۳mm و طول آن ۱۲۷mm میباشد.

جدول ۳ مقادیر این نمودار را نشان میدهد. همان گونه که از شکل ۱۱ مشخص است، جوابهای حاصل از حل تحلیلی ارائه شده، روش معادلسازی، در محدوده ضخامتهای ۱mm تا ۴mm، که در این محدوده کمانش کلی در سازه به وجود میآید، همخوانی قابل قبولی نسبت به حل اجزاء محدود دارند، اما از این ضخامت به بعد که کمانش موضعی تقویت کنندهها در سازه بهوجود میآید، این روش کارایی ندارد. همچنین با افزایش ضخامت، مقدار بار بحرانی کمانش نیز افزایش مییابد. اما آن چه که از اهمیت بیشتری برخوردار است مقدار بار کمانش ویژه است که از ضخامت ۴mm به بعد، که بیان گر کمانش موضعی در تقویت کننده هاست و پوستهٔ خارجی در آن آسیب نمی بیند، این کمیت در حل حاصل از اجزاء محدود مطابق شکل ۱۲ کاهش یافت یعنی اثر افزایش جرم ناشی از افزایش ضخامت پوسته بر اثر افزایش ضخامت غلبه می کند که این موضوع نیز مجدداً به دلیل عدم کاربرد این روش در محدودهٔ کمانش موضعی، در نمودارهای حاصل از این روش نمود پيدا نكرده است.

این مقادیر نشان میدهد که کمانش کلی تقریباً در ضخامت ۳/۵mm اتفاق میافتد.

جدول۳ بار کمانش پوستههای تقویتشده در ضخامتهای مختلف

| FSDT (kN) | CLPT (kN) | FEM (kN) | ضخامت (mm) |
|-----------|-----------------|----------|------------|
| 47 | 54/V | W1/VV1 | • /۵ |
| ٩٩/۴ | ۱۲۰/۵ | 118/480 | ١ |
| 19W/V | L • J /L | 267/677 | ۱/۵ |
| 314/9 | ۳۵۸/۵ | ۳۸۸/V۵۹ | ٢ |
| ۶۸۱/۳ | ۶۸۵/۱ | ۶۸۵/۲ | ٣ |
| 1177 | 12.0 | ١٠٩٠ | ۴ |
| ۱۲۰۱ | ١٩٨٩ | 117. | ۵ |

۸–۲– اثر تعداد تقویتکنندهها

شکل ۱۳ بار کمانش و شکل ۱۴ بار کمانش ویژهٔ پوستهٔ

مهندسی مکانیک مدرس دی ۱۳۹۲، دورهٔ ۱۳ شمارهٔ ۱۰ www.SID.ir

استوانهای تقویتشده را در ضخامتهای مختلف به ازای تغییر تعداد تقویت *ک*نندهها نشان میدهد.



شکل ۱۱ بار کمانش بر حسب ضخامت پوستهٔ خارجی



تعداد تقویت کننده ها، 3، Λ و 17 جفت انتخاب شد و همان طور که در شکل مشخص است، با افزایش تعداد آن ها، بار کمانش یافته، اما بار کمانش ویژه برای حالت 17 جفت تقویت کننده کمتر از 3 و Λ جفت است. همچنین بار کمانش ویژه در ضخامت کم، در حالت Λ جفت تقویت کننده نسبت به حالت 3 جفت، بیشتر است ولی با افزایش ضخامت، حالت 3جفت تقویت کننده نسبت به Λ جفت بار کمانش ویژه ی بیشتری دارد.



دلیل آن را نیز می توان این گونه در نظر گرفت که حالت ايدهال، حالتي است كه زاويه الياف به زاويهٔ جهت گيري تقویت کننده ها نزدیک شوند به طوری که سفتی در راستاهای طولی و محیطی استوانه کاهش پیدا نکند. در واقع تقویت کننده ها نیروی وارد بر خودشان را به دو راستای طولی و محیطی تقسیم میکنند. همانطور که در نمودار مشخص است، به ازای جهت گیری تقویت کنندهها در ۴۰ درجه، زاویهٔ الياف بهينه نيز به اين سمت كشيده شده است، زيرا مي توان گفت که پوسته در این زاویه، سفتی مناسبی در راستاهای طولی و محیطی دارد. اگرچه جهت گیری ۸۰ درجه دارای بیشترین بار کمانشی است ولی به نظر میرسد بار کمانشی ویژه آن نسبت به حالت ۴۰ درجه کمتر باشد. با کاهش زاویهٔ تقویت کنندهها، بار کمانش کاهش یافته است. چون مقدار تقویت کننده های سازه در زاویهٔ ۸۰ درجه بسیار بیشتر از ۱۰ درجه است. بهتر است برای رسیدن به زاویه تقویتکننده مناسب بار کمانش ویژه را در نظر گرفت.

۹- نتیجهگیری

روابط تحلیلی برای پوستهٔ تقویت شده کامپوزیتی بر اساس روش معادل سازی و تئوری تغییر شکل مرتبهٔ اول برشی برای محاسبهٔ بار بحرانی کمانش ارائه و نتایج حاصل از آن با حل اجزاء محدود مقایسه شد. روابط ارائه شده فقط در محدودهی کمانش کلی سازه معتبر است. با در نظر گرفتن چگالی تقویتکننده ثابت و افزایش ضخامت پوسته بار کمانش افزایش



شـــکل ۱۴ بــار کمــانش ویــژه بــر حســب ضــخامت در تعــداد تقویتکنندههای مختلف

۸-۳- اثر زاویهٔ الیاف پوسته و زاویهی تقویتکننده

شکل ۱۵ تأثیر زاویهٔ الیاف پوسته و زاویهٔ تقویتکنندهها را در بار کمانش پوستهٔ تقویت شده، با ۶ جفت تقویتکننده، به ازای ضخامت ۴mm را نشان میدهد. همان گونه که در شکل مشخص است به ازای یک زاویهٔمشخص در تقویتکنندهها، با افزایش زاویه پوسته تا محدودهٔ ۴۰ تا ۵۰ درجه، بار کمانش نیز افزایش یافته و از آن به بعد بار کمانش کاهش مییابد. لذا بیشینه این نمودار در محدودهٔ ۵۰ درجه اتفاق افتاد که این به معنی بهینه بودن این محدوده برای زاویه الیاف است.

- [4] Yazdani M., Rahimi H.,Khatibi, A. A., and Hamzeh S., "An experimental investigation into the buckling of GFRP stiffened shells under axial loading", *Scientific Research and Essays*, 2009. Vol. 4(9), pp. 914-920.
- [5] Yazdani M. and Rahimi G.H., "The effects of helical ribs number and grid types on the buckling of thin-walled GFRP-stiffened shells under axial loading", *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2010. Vol. 29(17), pp. 2568-2575.
- [6] Kaw A.K., Mechanics of Composite Materials, 2006, Taylor & Francis Group, LLC: New York. pp. 320-325.
- [7] Reddy J.N, *Mechanics of laminated composite plates and shells.* 2004, CRC Press: United States of America. pp. 462-466.
- [8] Wodesenbet E., Kidane S, and Pang S.S., "Optimization for buckling loads of grid stiffened composite panels", *Composite Structures*, 2003. Vol. 60(2), pp. 159-169.
- [9] Chen W.F. and Lui E.M., Energy and Numerical Methods, in Structural Stability1987, Elsevier Seience Publishing Co. pp. 414-435.
- [10] Amabili M., Nonlinear Vibrations and Stability of Shells and Plates, 2008, Cambridge University Press: United States of America pp. 52-89.
- [11] Langhaar H.L., Energy Methods in Applied Mechanics. 1989, John Wiley and Sons: United States of America. pp. 201-232.

rch

یافت. بار کمانش ویژه نیز تا ضخامت ۴mm افزایش مییابد ولی بعد از آن این مقدار کاهش یافت، اما از آنجا که در این محدوده ضخامت، شکل کمانش سازه به کمانش موضعی در تقویت کنندهها تبدیل میشود، این کاهش در روش ارائه شده، نمود پیدا نمی کند. با افزایش چگالی تقویت کنندهها در سازه نیز بار کمانش افزایش مییابد. همچنین زاویهٔ الیاف برای داشتن بالاترین بار کمانش در حدود ۵۰ درجه میباشد.

۱۰- مراجع

- Kidane S., Li, G., Helms J., Pang S. S., and Woldesenbet E., "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders", *Composites Part B: Engineering*, 2003. Vol. 34(1), pp. 1-9.
- [2] Jaunky N., N.F. Knight Jr, and D.R. Ambur "Formulation of an improved smeared stiffener theory for buckling analysis of grid-stiffened composite panels", *Composites Part B: Engineering*, 1996.Vol. 27(5), pp. 519-526.
- [3] Ambur D.R. and N. Jaunky "Optimal design of grid-stiffened panels and shells with variable curvature", *Composite Structures*, 2001. Vol. 52(2), pp. 173-180.