



استفاده از روش XFEM در بررسی رشد ترک خستگی ورق‌های ترک‌دار آلومینیومی، تعمیر شده توسط وصله‌های کامپوزیتی FML

فرامرزی آشنای قاسمی^{۱*}، علی پورکمالی انارکی^۱، امیرحسین روزبهانی^۲

۱- استادیار مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران

* تهران، صندوق پستی ۱۳۶-۱۶۷۸۵، f.a.ghasemi@srttu.edu

چکیده- روش المان محدود توسعه یافته (XFEM) یکی از قوی‌ترین روش‌های عددی است که بر پایه المان محدود بوده ولی فارغ از موقعیت نسبی مش نسبت به ناپیوستگی با قدرت همگرایی خوبی به حل مسائل می‌پردازد. در این روش با غنی‌سازی گره‌ها و افزایش درجات آزادی آنها (از ۲ به ۴ و حتی در شرایط خاص به ۱۰) به طور مجازی و بدون نیاز به تطبیق مش با هندسه ناپیوستگی، امکان مدل‌سازی و استخراج روابط حاکم بر محیط فراهم می‌آید. در این مقاله تأثیر رشد ترک خستگی در ورق ترک‌دار آلومینیومی توسط این روش بررسی شده است. ورق ترک‌دار توسط وصله‌های چندلایه مرکب با لایه‌های فلزی (FML) یک طرفه در مود ترکیبی تعمیر شده است. آنگاه از روش فوق برای بررسی تأثیر لایه‌چینی وصله‌های کامپوزیتی بر روی جابه‌جایی نقاط دهانه ترک و ضریب شدت تنش و همچنین برای مطالعه تأثیر زاویه ترک بر روی ضریب شدت تنش در ورق تعمیر شده استفاده شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که وصله‌های کامپوزیتی با ترکیب ورق الیاف/الیاف/آلومینیوم بیشترین تأثیر را در خواص ترمیمی دارد و می‌تواند ضریب شدت تنش را تا ۷۰ درصد کاهش دهد.

کلید واژگان: روش اجزای محدود توسعه‌یافته، وصله کامپوزیتی FML، ضریب شدت تنش.

Using XFEM for investigating the crack growth of cracked aluminum plates repaired with fiber metal laminate (FML) patches

F. Ashenai Ghasemi^{1*}, A. Pourkamali Anaraki¹, A. H. Rouzbahani²

1- Assist. Prof., Mech. Eng., Shahid Rajaee Teacher Training Univ., Tehran, Iran

2- MSc Student, Mech. Eng., Shahid Rajaee Teacher Training Univ., Tehran, Iran

* P.O.B. 16785-136, Tehran, Iran. f.a.ghasemi@srttu.edu

Abstract- Extended finite element method (XFEM) is one of the strongest numerical methods that its basis is finite element but regardless of mesh location respect to discontinuity solves the problems. In this method, using of enreaching the nodes and increasing of their degrees of freedom (from 2 to 4 or even upto 10) virtually and without verifying the mesh and geometry of discontinuity, one can model and develop the required governing equations of the system. In this paper, fatigue crack growth of repaired aluminum panels containing a crack is studied. The cracked panels were repaired on one side with glass/epoxy composite patches in the mixed mode condition. The extended finite element method is used to study the effects of patch lay-up configuration on crack front displacement and stress intensity factor and the effect of crack angle on stress intensity factor of the repaired panels. The results show that the plate-fiber-fiber-aluminum configuration has best effect and it could reduce the stress intensity factor (k_1) by upto seventy percent.

Keywords: Extended Finite Element, FML Composite Patch, Stress Intensity Factor.

۱- مقدمه

برای حل مشکل هواپیماهای فرسوده، ترمیم قطعات، آسانترین و ارزانهترین راه است. در این روش محل خرابی ترمیم شده و در نتیجه، از صرف هزینه زیاد برای تعویض قطعات معیوب خودداری می‌شود. ترمیم قطعات به دو روش مکانیکی (با پیچ یا پرچ) و چسبی (از طریق چسباندن فلز یا کامپوزیت در محل خرابی) امکان‌پذیر است [۱].

روش اول سالیان زیادی است که مورد استفاده قرار گرفته و آسان‌تر از ترمیم با چسب است. سادگی، ارزان بودن و در دسترس بودن ترمیم و ابزار جانبی آن، همچنین یک جنس بودن و همخوانی ماده ترمیم‌کننده با قطعه و نبود مشکلاتی مانند ضریب انبساط حرارتی متفاوت از مزایای این روش است. اما این روش خرابی‌های دیگری به سازه وارد می‌کند و نقاط تمرکز تنش را بر اثر سوراخ‌کاری برای پیچ یا پرچ افزایش می‌دهد. همچنین در این روش احتمال صدمه رسیدن به سیستم‌های هواپیما مانند خطوط هیدرولیک و الکتریکی، برای قطعاتی که باید روی هواپیما ترمیم شود وجود دارد.

در حالی که روش دوم خرابی دیگری به سازه اضافه نمی‌کند. همچنین توزیع تنش تقریباً یکنواخت روی سازه، میرایی مناسب ارتعاشی، نازکی وصله روی سطح و تأثیر ناچیز روی جریان هوا برای قطعاتی که آیرودینامیک بودن آنها مهم است، از دیگر مزایای این روش می‌باشد. البته پیچیدگی تنش پسماند حرارتی به خاطر ضریب انبساط حرارتی متفاوت مواد کامپوزیت و فلزات، پیچیدگی روش و نیاز به تجهیزات خاص نصب و مقاومت نکردن کامپوزیت در مقابل رطوبت و خوردگی آن از عمده معایب این روش می‌باشد. با این حال، در مجموع در صنعت هوانوردی، روش دوم بسیار مناسب‌تر است. شاهد این مدعا نیز توسعه روز افزون و گسترش این تکنیک در ترمیم هواپیماهای فرسوده است [۱].

تعمیر قطعات ترک‌دار به وسیله وصله‌های کامپوزیتی روشی مؤثر و اقتصادی است که در آن وصله کامپوزیتی در یک یا دو طرف قطعه ترک‌دار متصل و باعث بالا رفتن عمر متوسط قطعات می‌شوند. استفاده از این روش، مزیت‌های بسیاری نظیر بهبود رفتار خستگی، کاهش خوردگی و استفاده آسان در ترکیبات پیچیده را در پی دارد. یکی از مهم‌ترین مسایل در طراحی وصله‌های کامپوزیتی، پیش‌بینی دقیق تنش‌ها، ضریب

شدت تنش و تنش شکست می‌باشد.

کارهای بیکر [۱] از اولین مطالعاتی بود که نشان داد ترمیم چسبی دارای کارایی بسیار بالاتری نسبت به ترمیم مکانیکی است و با اطمینان خاطر بیشتری می‌توان از این تکنولوژی استفاده نمود. در همان ایام بود که در ایالات متحده نیز مطالعاتی (بیشتر مبتنی بر آزمایش) بر روی قطعات ترمیمی در اندازه واقعی صورت می‌پذیرفت [۲].

دنی [۳] تلاش نمود تأثیر اندازه و موقعیت ناحیه جدا شده را بر روی کاهش عمر پنل ترمیم شده بدست بیاورد. او آزمایش‌های خود را بر روی پنل‌های آلومینیومی نازک با ضخامت ۱ میلی‌متر که به وسیله وصله‌هایی از جنس بورا اپوکسی ترمیم شده بودند، به انجام رسانید. او مطالعاتی نیز بر روی دو سیستم مختلف اتصالات چسبی، اولی پخت لایه نازک چسب در دمای بالای کوره و دیگری پخت در دمای محیط چسب‌های خمیری انجام داد. مطالعات او نیز نشان داد که وقتی ناحیه جدایش افزایش می‌یابد از عمر پنل ترمیم شده کاسته خواهد شد. البته با این تفاوت که کاهش عمر در برابر افزایش عمر ناشی از ترمیم بسیار ناچیز است.

میلز و رایان [۴] کارهای دنی را دنبال نمودند، با این تفاوت که آنها مطالعات خود را بر روی سازه‌های ضخیم‌تر اعمال نمودند. آنها با پیاده‌سازی همان روش‌های دنی دریافتند که رفتار این پنل‌ها نیز همانند رفتاری است که دنی در آزمایش‌های خود به آن اشاره کرده بود. یکی از اولین کارهای عددی، توسط راتوانی [۵] انجام شده است که در آن از اجزای محدود دو بعدی برای نشان دادن ورق ترک‌دار و المان‌های برشی فنی برای نشان دادن لایه‌های چسبیده با صرف‌نظر کردن از تأثیر خمش خارج از صفحه که می‌تواند باعث ایجاد خطای زیادی شود استفاده کرد. تعدادی از محققان [۶-۱۱]، برای نشان دادن صفحه ترک‌دار در آنالیز عددی، از صفحه میانی^۱ المان محدود استفاده کرده‌اند. در روش عددی با استفاده از صفحه میانی امکان مشخص کردن محل ترک به صورت دقیق و همچنین ضریب شدت تنش در امتداد ترک وجود دارد.

ترکیبی از روش المان مرزی و المان محدود توسط یانگ [۱۲] گسترش داده شد. در این روش ورق ترک‌دار به وسیله

1. Mindline

پایان رسید [۱۶]. در این پروژه بیشتر سعی بر آن بود تا کد المان محدود سه بعدی، به منظور مدل سازی ترک ترمیم شده ارایه شود. در این پژوهش نیز به بررسی پارامترهای مختلفی از جمله ضخامت و نوع مواد مرکب وصله و تأثیر ضخامت لایه چسب پرداخته شده و نتایج حاصل با دیگر نتایج موجود در مقالات منتشره مقایسه شده است.

در سال ۱۳۸۰ پروژه‌ای با عنوان بررسی رشد ترک قبل و بعد از ترمیم در ورق‌های آلومینیومی تحت بارهای نوسانی به کمک تحلیل المان محدود و آزمایش، توسط صیادی و داغیانی به انجام رسیده است [۱۷]. در این تحقیق، نمونه‌هایی استاندارد با استفاده از بارگذاری نوسانی پیش ترک ایجاد گردیده و این قطعات دارای ترک توسط مواد مرکب از جنس فایبرگلاس- اپوکسی بصورت متقارن و نامتقارن ترمیم شده و نرخ رشد ترک در آنها به صورت تجربی بررسی شده است. همچنین مقادیر شدت تنش توسط روش‌های تحلیلی و المان محدود دوبعدی و سه بعدی محاسبه گردیده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. در این پروژه نشان داده شده است که در صورت ترمیم، ترک ضرایب شدت تنش به صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد و لذا عمر قطعه افزایش خواهد یافت. همچنین ترمیم متقارن دارای کارایی بسیار بالاتری نسبت به ترمیم نامتقارن بوده و دلیل این امر را عدم بوجود آمدن ممان خمشی در ترمیم متقارن ذکر می‌کنند.

در سال‌های اخیر مطالعات بسیاری بر روی پارامترهای مختلف مؤثر بر ترمیم صفحات آلومینیومی حاوی ترک انجام شده است. از جمله مواردی که در این مطالعات بررسی شده، می‌توان به اثر ضخامت، جنس، لایه چینی، و ابعاد وصله کامپوزیتی، همچنین اثر تنش‌های پسماند ناشی از عملیات حرارتی اشاره کرد. تقریباً در تمامی مطالعات صورت گرفته، همواره ترک در مود اول فرض شده است.

از مطالعات عددی که در مود مختلف صورت گرفته است می‌توان به کار بشیر و همکاران [۱۸] اشاره کرد که با روش اجزای محدود به محاسبه ضریب شدت تنش در مود اول و مود مختلط پرداخته‌اند و اثرات ضخامت وصله و چسب را بر ضریب شدت تنش بررسی کرده‌اند. از نتایج این مطالعه، می‌توان به افزایش ضریب شدت تنش مود اول با افزایش طول ترک اشاره کرد که در طول‌های زیادتر ترک، این نرخ افزایشی رشد بسیار

المان‌های مرزی سه بعدی از المان تکین چهار نقطه‌ای و وصله کامپوزیتی به وسیله المان محدود مدل سازی می‌شود. گره‌هایی که سطح دو قسمت را به هم متصل می‌کنند با المان مرزی و المان محدود که به وسیله فنر که نشان دهنده لایه‌های چسب می‌باشد، استفاده شده است. با استفاده از این روش ضریب شدت تنش در مسیر نوک ترک به طور دقیق و مستقیماً با المان‌های مرزی قابل مشخص کردن هستند.

شوب و مالا [۱۳] از روش تجربی برای تحقیق در رفتار رشد ترک خستگی در ورق‌های ضخیم یک طرفه ترمیم شده، استفاده کردند. آنها مشاهده کردند که در ورق‌های ضخیم، ترک با نوک منحنی شکل رشد می‌کند. لی [۱۴] تحقیقاتی عددی و تجربی، برای آنالیز ورق‌های آلومینیومی دارای ترک مرزی ترمیم شده با وصله‌های کامپوزیتی گرافیت- اپوکسی انجام داده است. او نشان داد که انطباق خوبی بین شکل نوک ترک به دست آمده توسط روش اجزاء محدود و نتایج به دست آمده از آزمایش برای ورق‌های ترمیم شده مختلف وجود دارد.

در سال ۱۳۷۸، پروژه‌ای تحت عنوان تخریب خرابی سازه هواپیما بعد از ترمیم توسط شاهرودی و حسینی تودشکی انجام شد [۱۵]. در این پروژه ابتدا ضریب شدت تنش قبل و بعد از ترمیم، با روش‌های المان محدود دو بعدی، در طول ترک‌های مختلف محاسبه شد. سپس ترمیم به صورت متقارن و نامتقارن، با استفاده از صفحات آلومینیومی و مواد مرکب چندلایه مورد تحلیل قرار گرفت و ضرایب شدت تنش در طول ترک‌های متناظر با حالت قبل از ترمیم با استفاده از روش المان محدود سه بعدی محاسبه شد. آنگاه نتایج به دست آمده از روش المان محدود سه بعدی با نتایج بدست آمده از روش تحلیلی رز و مدل المان محدود سان برای صفحات ترمیم شده مقایسه شد. در ادامه تخریب خرابی، شامل چگونگی رشد ترک نسبت به تعداد سیکل‌های بار وارد بر صفحه و مقاومت باقی مانده صفحه نسبت به طول ترک با استفاده از ضرایب شدت تنش به دست آمده برای قبل و بعد از ترمیم محاسبه شد. همچنین تأثیر عواملی مانند ضخامت لایه چسب، نوع ماده مرکب و ابعاد ترمیم روی ضریب شدت تنش با استفاده از روش المان محدود مورد بررسی قرار گرفت.

در همین سال پروژه‌ای با عنوان تحلیل ترک در ورق‌های ترمیم شده به روش المان محدود توسط اسحاقی و داغیانی به

مرکزی با استفاده از روش‌های المان محدود سه بعدی مورد بررسی قرار گرفت [۲۲]. در تحقیق مزبور پارامترهای انتگرال J و ضرایب شدت تنش در دو حالت مود اول و دوم شکست، در حالت‌های ترمیم متقارن و نامتقارن و بدون ترمیم بدست آورده شد. این بررسی بر روی قطعات ضخیم آلومینیومی که تعمیر و لایه‌چینی وصله دارای جنس شیشه-اپوکسی به طور درجا روی قطعه انجام پذیرفت. آنها نشان دادند که بکار بردن وصله یک طرفه در افزایش عمر رشد ترک تأثیر مثبتی دارد. آنها همچنین ملاحظه کردند که مسیر رشد ترک در نمونه‌های بی و باوصله با هم اختلاف دارند و بهترین لایه‌چینی برای افزایش عمر رشد ترک مشخص شد.

در سال ۱۳۸۴ پروژه دیگری توسط بخشنده و حسینی تودشکی با عنوان مطالعات تجربی رشد ترک در صفحات آلومینیومی تعمیر شده با استفاده از وصله کامپوزیتی که در آن ترمیم بصورت نامتقارن و شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار انسیس^۱ انجام گرفت [۲۳]. در این پروژه نیز از صفحات ترک‌دار میانی برای بررسی تجربی استفاده گردید. نیز از المان‌های سه‌بعدی برای صفحه حاوی ترک، چسب و وصله کامپوزیتی استفاده شده بود و اثرات پارامترهای مختلفی همچون ضخامت چسب، نوع و تعداد لایه‌چینی وصله کامپوزیتی بر روی ضرایب شدت تنش بررسی شد. یکی از تفاوت‌های مدل‌سازی در این تحقیق با سایر تحقیقات انجام شده در غیرخطی فرض کردن رشد ترک در جبهه ترک بود.

در سال ۲۰۱۲ پایگانه و همکاران [۲۴] در مورد رفتار تنش در ورق آلومینیومی ترک‌دار ترمیم شده با وصله کامپوزیتی FML با استفاده از جابه‌جایی نوک ترک و انتگرال J مطالعه کردند. آنها در این تحقیق سه معیار طول و زاویه ترک و لایه‌چینی کامپوزیت FML را بررسی کردند. آنها نشان دادند که نحوه لایه‌چینی بیشترین تأثیر را بر پاسخ کششی سازه‌ها دارد.

اصول روش اجزای محدود توسعه یافته در سال ۱۹۹۹ توسط بلتسکو و بلیک [۲۵] با اضافه نمودن توابع مجانبی به روش اجزای محدود مسائل مکانیک شکست را جهت کاهش مشکلاتی نظیر مش‌بندی مجدد در مسائل رشد ترک، مدل‌سازی هندسه ناپیوستگی و غیره مورد توجه قرار گرفت.

آهسته‌تری نسبت به اوایل رشد ترک دارد. همچنین در مود مختلط دیده می‌شود که تأثیر وصله بر ضریب شدت تنش مود اول بیشتر از مقدار متناظر آن در مود دوم می‌باشد.

مطالعه‌ای نیز در زمینه تأثیر ترتیب لایه‌چینی وصله کامپوزیتی بر پارامترهای شکست و توزیع انرژی کرنشی ترمیم چسبی توسط چو و همکارش [۱۹] صورت گرفته است. در این مطالعه وصله ترمیمی از نوع مواد چندلایه‌ای کامپوزیتی است که تغییر زاویه قرارگیری الیاف در هر لایه و ترتیب لایه‌چینی و تأثیر آن بر مقادیر شکست بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که مناسب‌ترین زاویه قرارگیری الیاف در راستای عمود و ۴۵ درجه نسبت به زاویه قرارگیری ترک می‌باشد. البته ترمیم صورت گرفته از نوع متقارن است و روش ارایه شده برای محاسبه پارامترهای شکست در مود مختلط بر اساس چگالی انرژی کرنشی در اطراف نوک ترک است [۲۰].

مطالعه تجربی کاملی در مورد تست خستگی صفحات آلومینیومی ترک‌دار در مود مختلط که بصورت نامتقارن ترمیم شده، توسط چانگ و یانگ [۲۱] صورت گرفته است. در این تحقیق نمونه‌های آلومینیومی ۶۰۶۱ با ضخامت ۶ میلی‌متر که ترک اولیه در آنها از نوع SEN در مود I ایجاد و سپس با وصله از جنس کربن-اپوکسی ترمیم شده است. آنگاه با تعبیه فک مخصوصی شرایط بارگذاری در مود مختلط، زوایای مختلف بارگذاری ایجاد شده است. در طول آزمایش‌های انجام گرفته، مقدار و فرکانس بارگذاری، جنس و نوع لایه‌چینی یکسان بوده و تنها اثرات تغییر شرایط هندسی بارگذاری (مود مختلط) بررسی شده است. نتایج این تحقیق افزایش عمر خستگی در تمامی نمونه‌های ترمیم شده را نسبت به حالت بدون ترمیم نشان می‌دهد، ولی اثر ترمیم در مود اول بارگذاری بیشترین و در مود مختلط ۳۰، ۴۵ درجه کمترین اثر بوده است و هر چه این زاویه از ۳۰ درجه به سمت ۶۰ درجه تغییر می‌کند، عمر خستگی افزایش می‌یابد. دلیل این امر افزایش اثر مود II و از طرف دیگر کاهش مود I که عامل اصلی در رشد ترک می‌باشد. از دیگر نتایج این مطالعه گزارش رشد غیر یکنواخت نوک ترک در طول ضخامت می‌باشد که این تفاوت رشد در سطح با وصله و بی وصله، مرتبه‌ای از ضخامت پائل بوده است.

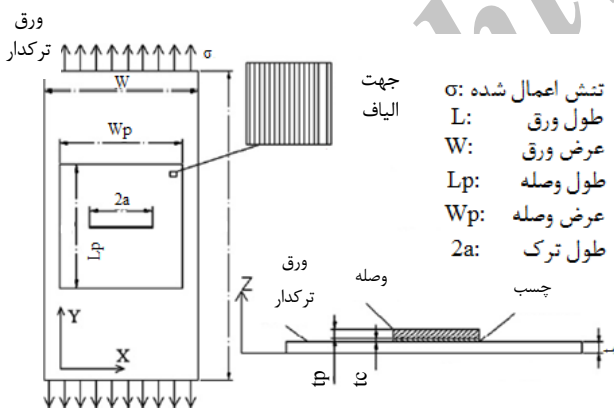
در سال ۱۳۸۱ پروژه‌ای توسط محمدی و حسینی تودشکی صورت پذیرفت که در آن صفحه آلومینیومی حاوی ترک مایل

۱۰ درجه آزادی) خواص تکینه در حوزه تنش نوک ترک تزریق می‌شود.

در تحقیق حاضر تأثیر رشد ترک خستگی در ورق ترک‌دار آلومینیومی با روش المان محدود توسعه یافته XFEM بررسی شده است. ورق ترک‌دار توسط وصله‌های چندلایه مرکب با لایه‌های فلزی (FML) یک طرفه در مود ترکیبی تعمیر شده است. از روش اجزای محدود توسعه یافته نیز برای بررسی تأثیر لایه‌چینی وصله‌های کامپوزیتی بر روی جابه‌جایی نقاط دهانه ترک و ضریب شدت تنش و همچنین برای مطالعه تأثیر زاویه ترک بر روی ضریب شدت تنش در ورق تعمیر شده به کار گرفته شده است.

۲- مدل‌سازی و آنالیز روش اجزای محدود توسعه یافته

از روش اجزای محدود توسعه یافته سه‌بعدی برای مدل‌سازی رفتار واقعی ترک استفاده شده است. مشخصات هندسی و بارهای وارد شده بر قطعه تعمیر شده در شکل ۱ دیده می‌شوند. ابعاد و خواص مواد ترک‌دار آلومینیوم T3/2024، چسب Araldite2015 و وصله کامپوزیت شیشه/اپوکسی در جدول‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌شوند.



شکل ۱ مشخصات هندسی و بارهای وارد شده بر قطعه وصله شده

جدول ۱ ابعاد قطعه ترک‌دار، چسب و وصله

ورق آلومینیومی	چسب	وصله	
۱۰۰	۴۰	۴۰	L (mm)
۵۰	۳۵	۳۵	W (mm)
۶/۳۵ و ۲/۲۹	۰/۱	هر لایه ۰/۱۸	t (mm)

این روش در سال ۱۹۹۹ توسط مویس و همکارانش [۲۶] کامل شد و با غنی‌سازی محلی به وسیله توابع غنی‌ساز اسلوب اجزای محدود توسعه یافته جهت تحلیل مسائل مکانیک شکست ارائه گردید. در این روش میدان ناپیوستگی بدون آن که به طور آشکار در مدل‌سازی در نظر گرفته شود، مورد بررسی قرار می‌گیرد و پارامترهای مرتبط با مکانیک شکست حاصل می‌شوند.

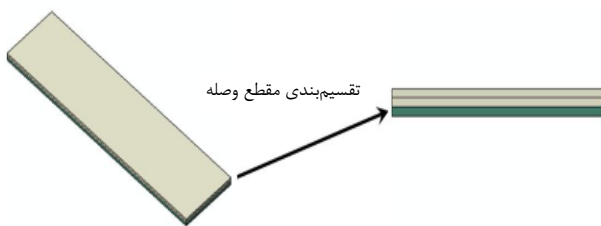
روش المان محدود توسعه یافته (XFEM) یکی از قوی‌ترین روش‌های عددی است که بر پایه المان محدود بوده ولی فارغ از موقعیت نسبی مش و ناپیوستگی با قدرت همگرایی خوبی به حل مسائل می‌پردازد [۲۷]. در این روش با غنی‌سازی گره‌ها و افزایش درجات آزادی آنها (از ۲ به ۴ و حتی در شرایط خاص به ۱۰) به طور مجازی و بدون نیاز به تطبیق مش با هندسه ناپیوستگی، امکان مدل‌سازی و استخراج روابط حاکم بر محیط فراهم می‌آید. در خصوص بررسی رشد ترک به دو دلیل استفاده از این روش جدید توصیه می‌شود:

۱) در نزدیکی نوک ترک شدت تغییرات تنش زیاد است و به منظور دسترسی به دقت مطلوب، استفاده از المان‌های ریز الزامی است و در چنین شرایطی تطبیق مش با هندسه و مسیر ترک دشوار است.

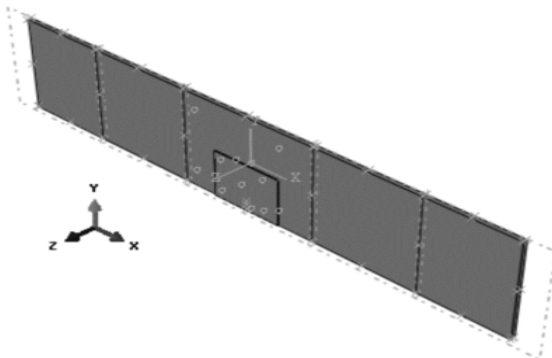
۲) در روش المان محدود معمولی در هر مرحله از رشد ترک نیز به واسطه تغییر در مسیر رشد ترک، نیاز به ایجاد مش مجدد و منطبق با هندسه جدید آن است که در این روش به واسطه عدم وابستگی بین مش و ناپیوستگی نیاز به ایجاد مش جدید نبوده و متعاقب آن می‌توان از کنترل نسبت ابعاد المانی و زاویه در المانهای جدی که نقش به‌سزایی در دقت تحلیل المان محدود دارد صرف‌نظر کرد.

۳) در تحلیل ترک در روش المان محدود معمولی استفاده از المان‌های تکینه^۲ در نوک ترک به واسطه تحمیل شرایط سازگار با حوزه تنش نوک آن اجباری است که این کار در هر مرحله از رشد ترک باید به صورت دستی و پس از شناسایی المان‌هایی که در گره نوک ترک مشترکند به صورت دستی انجام شود که هم وقت‌گیر بوده و هم احتمال اشتباه زیاد است، ولی در این روش از طریق تزریق درجات آزادی اضافه به گره‌های اطراف المانی که نوک ترک در آن واقع شده (از ۲ به

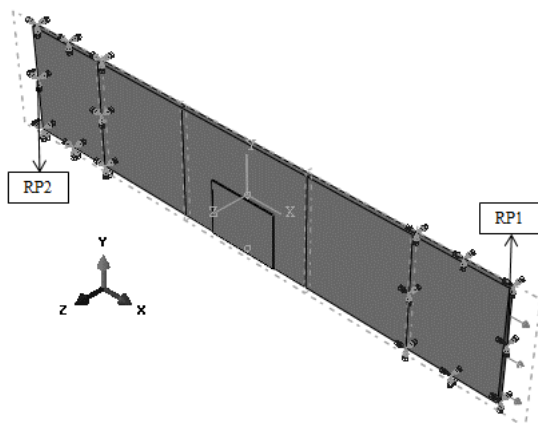
1. Aspect Ratio
2. Singular Element



شکل ۲ مدل‌سازی وصله به روش تقسیم‌بندی مقطع وصله



شکل ۳ پیوند وصله و قطعه به کمک تکنیک گره



شکل ۴ اعمال قید کوپلینگ

در نمونه شبیه‌سازی شده همانند شرایط آزمایشگاهی، همه درجات آزادی قطعه از یک طرف گرفته می‌شود و از طرف دیگر تنها در جهت اعمال بار، قطعه قادر به حرکت می‌باشد. در این مدل نیز بار اعمالی به RP1 در جهت X اعمال شده و در بقیه جهات مقید شده است. شرایط مرزی نیز که شامل مقید شدن همه درجات آزادی می‌باشد، بر روی RP2 اعمال می‌شود (شکل ۵).

هدف از مدل‌سازی عددی این تحقیق بررسی رفتار قطعه در حد الاستیک و بررسی تأثیر وصله و مقایسه آن با رفتار قطعه در حالت بی‌وصله به روش اجزای محدود توسعه یافته می‌باشد.

جدول ۲ خواص مواد قطعه ترک‌دار، چسب و وصله

ورق آلومینیومی	چسب	وصله	
۷۱/۳	۱/۸۹	$E_{11}=50, E_{22}=E_{33}=14/5$	E (GPa)
۰/۳۳	۰/۳۳	$\nu_{12}=\nu_{13}=\nu_{23}=0/33$	ν

برای مدل‌سازی خواص مکانیکی وصله کامپوزیتی می‌توان از روش تقسیم‌بندی استفاده کرد. مطابق شکل ۲، در روش تقسیم‌بندی وصله ابتدا ضخامت وصله کامپوزیت به سه قسمت تقسیم می‌شود. ضخامت هر بخش برابر با ضخامت لایه‌های الیاف و فلز در نظر گرفته می‌شود.

پس از مدل‌سازی هندسه وصله و تقسیم‌بندی آن، به هر ناحیه مقطع ساخته شده در ماژول مربوط، خواص مواد داده می‌شود. در مقطع هر ناحیه خواص مواد و ویژگی‌های خاص آن ناحیه قرار داده می‌شود. این روش در واقع از دیدگاه ماکروسکوپی به مدل‌سازی وصله می‌پردازد و در تحقیق حاضر نیز از این روش استفاده شده است.

برای مدل‌سازی لایه چسب، پیوند وصله و قطعه ترک‌دار به صورت یک پیوند ایده‌آل فرض شده است. فرض ایده‌آل بودن پیوند وصله و قطعه به این خاطر انجام شد که هدف این تحقیق بررسی رفتار چسب در سازه نمی‌باشد. لذا در این صورت از ضخامت لایه چسب در مدل‌سازی صرف‌نظر شده و وصله به کمک تکنیک گره^۱ به قطعه پیوند زده می‌شود. همان‌طور که شکل ۳ مشاهده می‌شود، در روش گره، سطح زیرین وصله با سطح بالایی قطعه، در آن ناحیه‌ای که دقیقاً فصل مشترک دارند، پیوند زده می‌شوند. روش گره، حالت خاصی است که در آن جابجایی‌های یک سطح با سطح دیگر دقیقاً همسان می‌گردد.

در این مدل‌سازی هر یک از محل‌های قرارگیری قطعه در داخل گیره فک‌ها، توسط قیدی از نوع کوپلینگ^۲ به یک نقطه مرجع^۳ نسبت داده شده است. با اجرای این تکنیک، اعمال بار با شرایط مرزی به مرجع‌ها، دقیقاً معادل اعمال بار یا شرایط مرزی به قسمت‌هایی از قطعه است که به این نقاط کوپل شده‌اند (شکل ۴). در آباکوس ماژول بار^۴ مربوط به انجام بارگذاری و شرایط مرزی مسأله می‌باشد.

1. Tie
2. Coupling
3. RP
4. Load

همان‌طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود در این مقاله برای نشان دادن لایه الیاف به طور اختصار از حرف f، برای نشان دادن لایه آلومینیوم از حرف a و برای نشان دادن ورق از حرف p استفاده شده است.

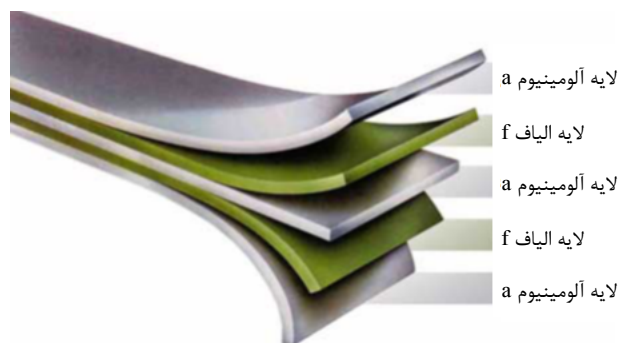
۳-۱- تأثیر لایه چینی وصله بر جابجایی نقاط دهانه ترک
به منظور بررسی تأثیر لایه چینی بر میزان جابجایی دهانه ترک، به مقایسه یک نمونه با طول ترک $a = 6$ میلی‌متر و زاویه ترک $\theta = 0^\circ$ که با سه نوع لایه چینی متفاوت وصله به اندازه $0.18 \times 25 \times 40$ میلی‌متر ترمیم شده‌اند، پرداخته می‌شود. شکل ۸ میزان جابجایی UI دهانه ترک نمونه بی‌وصله و باوصله با سه نوع لایه چینی مختلف را نشان می‌دهد.

همان‌طور که در شکل ۸- الف مشاهده می‌شود، ترکیب pffa (پایین‌ترین منحنی در شکل)، کمترین جابجایی را در جهت X داشته است. نیز آن که، میزان جابجایی با دور شدن از سطح تماس وصله و نمونه به تدریج زیاد می‌شود. این امر نشان دهنده تأثیر بیشتر لایه الیاف در ترمیم نمونه می‌باشد.

در شکل ۸- ب نیز مقایسه‌ای بین نحوه تأثیر لایه چینی بر میزان جابجایی دهانه ترک برای لایه چینی ffa با روش XFEM [۲۴] و روش مقاله حاضر صورت گرفته است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، نتایج این دو تحقیق در بیشترین حالت با یکدیگر تنها ۸ درصد اختلاف دارند.

۳-۲- بررسی تقارن در اثر ترمیم یک طرفه

در واقعیت فیزیکی ترمیم یک‌طرفه، به دلیل تغییر تار خنثی باعث خروج از مرکزیت نیروهای وارده به قطعه شده و گشتاور قابل توجهی در اتصال بوجود می‌آورد که باعث خمیدگی و انحنای قطعه می‌شود. در مدل‌های عددی نیز این خمش در ناحیه اعمال وصله دیده می‌شود (شکل ۹).



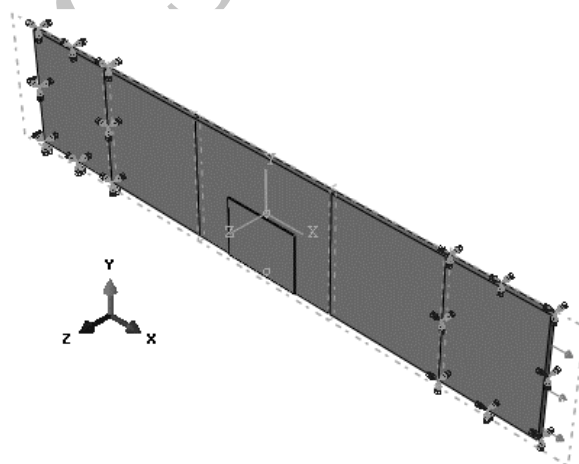
شکل ۷ چیدمان یک نمونه کامپوزیت FML

نرم‌افزار آباکوس از نسخه ۶.۹ امکان حل مسائل به روش اجزای محدود توسعه یافته را اضافه نموده است. در اینجا با استفاده از نسخه ۶.۱۱ این نرم‌افزار به حل مسأله فوق پرداخته شده است (شکل ۶).

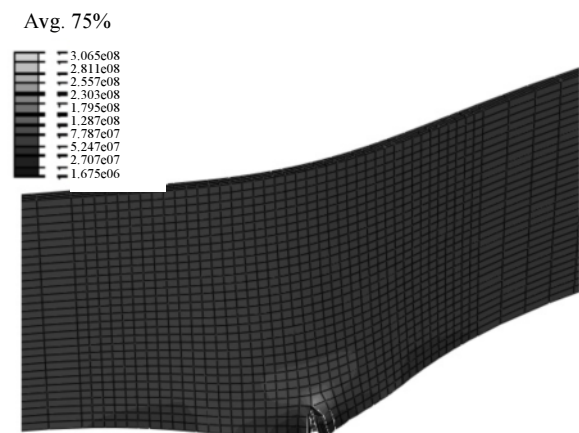
برای بررسی اثر وصله در ترمیم نمونه خروجی‌های نرم‌افزار از جمله و همچنین پارامترهای مکانیک شکست نرم‌افزار از جمله CPD، SIF مقایسه شده‌اند.

۳- نتایج و بحث

هدف از بخش مدل‌سازی عددی این تحقیق بررسی رفتار قطعه در حد الاستیک و بررسی تأثیر وصله و مقایسه آن با رفتار قطعه در حالت بی‌وصله به روش اجزای محدود توسعه یافته و مقایسه آن با روش اجزای محدود می‌باشد.



شکل ۵ شرایط مرزی و بارگذاری در مدل‌سازی

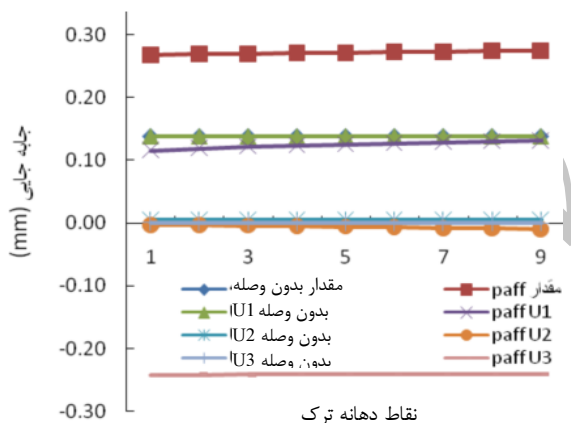


شکل ۶ مدل‌سازی با برنامه آباکوس

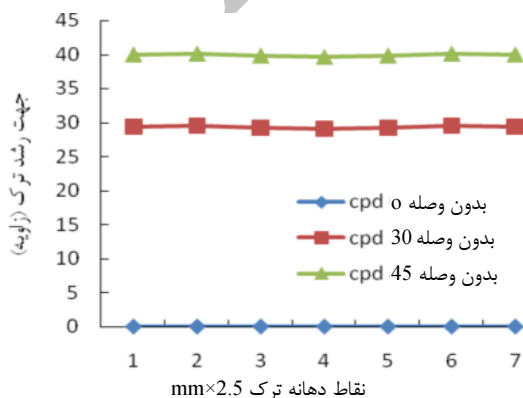
بیشترین جابه‌جایی در جهت ۳ (Z) برای حالت باوصله خواهد بود که این امر مطابق انتظار ما برای جابه‌جایی نامتقارن به علت ترمیم یک طرفه می‌باشد. همچنین کمترین جابه‌جایی برای جهت ۲ می‌باشد. البته جابه‌جایی در باوصله در جهت ۱ کماکان کمتر از حالت بی‌وصله می‌باشد که نشان دهنده اثر ترمیمی وصله می‌باشد.

۳-۳ جهت رشد ترک (CPD)

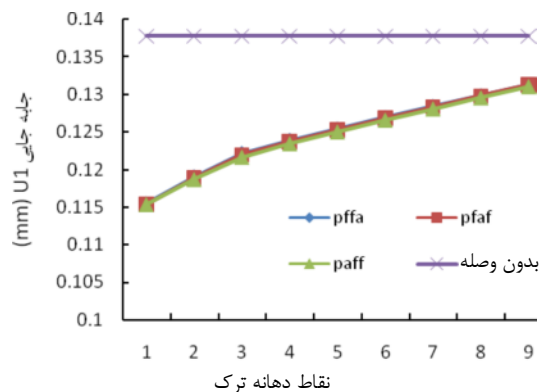
با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس می‌توان جهت رشد ترک را در هر نقطه از جبهه ترک بدست آورد. این توانایی به کاربر این امکان را می‌دهد که بتواند مسیر رشد ترک را حدس زده و تغییرات مورد نیاز جهت اصلاح و رشد ترک انجام دهد. جهت رشد ترک برای نمونه‌های ترک‌دار بی‌وصله با زاویه‌های مختلف برای نقاط جبهه ترک در شکل ۱۱ آورده شده است.



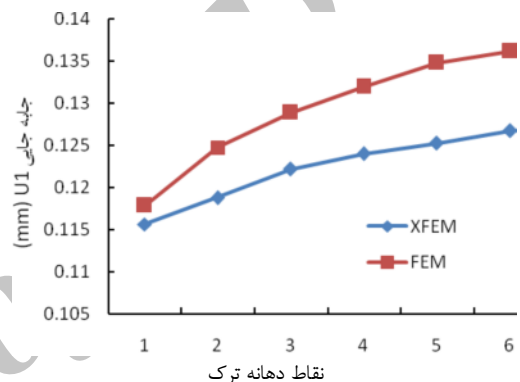
شکل ۱۰ جابه‌جایی‌های $U1$ و $U2$ و $U3$ و $U_{magnitude}$ در دو نمونه بی و باوصله



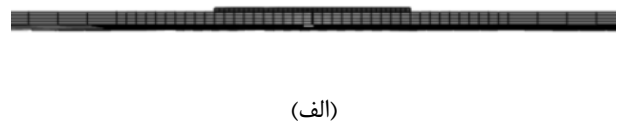
شکل ۱۱ جهت رشد ترک نمونه‌های ترک‌دار بی‌وصله



شکل ۸-الف تأثیر لایه‌چینی وصله بر جابه‌جایی نقاط دهانه ترک



شکل ۸-ب مقایسه تأثیر وصله ffa بر جابه‌جایی نقاط دهانه ترک با دو روش XFEM و FEM



(الف)



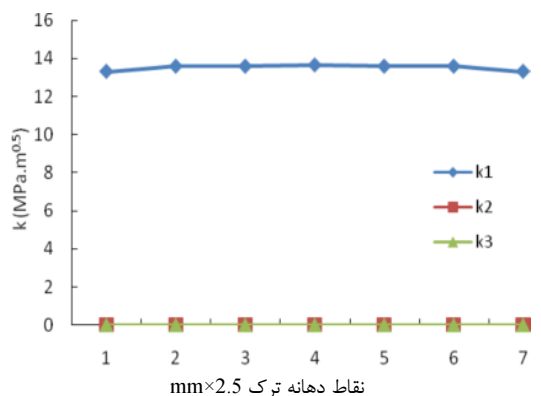
(ب)

شکل ۹ الف- اعمال نیرو به نمونه بی‌وصله، ب- اعمال نیرو به نمونه باوصله و ایجاد خمیدگی در نمونه وصله شده

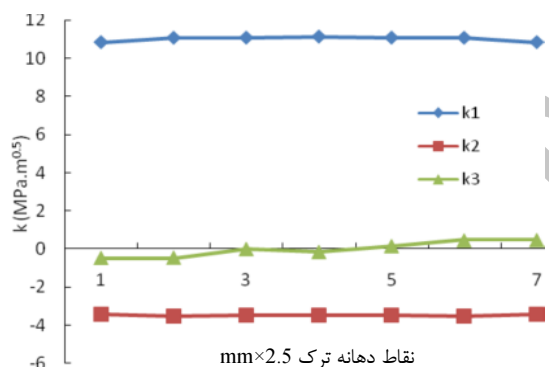
همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود در نمونه بی‌وصله، بعد از اعمال نیرو هیچ تغییر شکلی در راستای محور Z رخ نداده است، ولی در نمونه ترمیم شده باوصله در راستای Z ذکر شده کاملاً دچار انحنای شده است که خود یکی از معایب ترمیم یک طرفه است.

با توجه به نمودار فوق و مقایسه رفتار نمونه با و بی‌وصله،

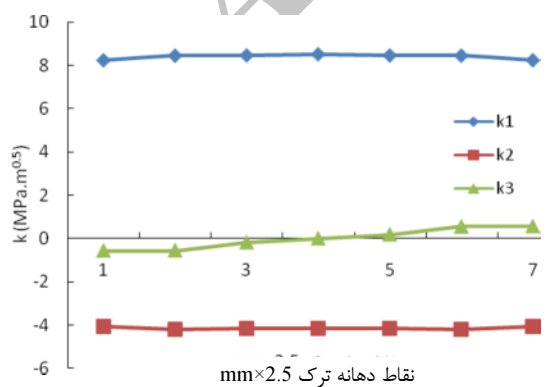
شده است. سپس در شکل‌های ۱۷ تا ۱۹، به مقایسه هر یک از مقادیر ضریب شدت تنش در زوایای مختلف ترک پرداخته شده است. در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود که مقادیر k_2 و k_3 برای نمونه ترک‌دار با زاویه 0° ، صفر می‌باشد. البته به محض زاویه‌دار شدن ترک (شکل‌های ۱۸ و ۱۹)، این مقادیر تغییر کرده و حالت‌های جدیدی به خود می‌گیرند.



شکل ۱۴ ضرایب شدت تنش نمونه ترک‌دار بی‌وصله 0° .



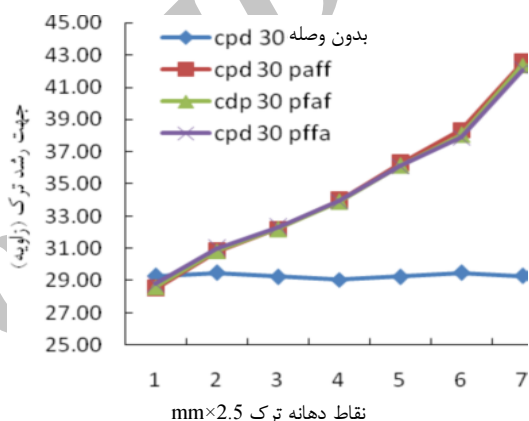
شکل ۱۵ ضرایب شدت تنش نمونه ترک‌دار بی‌وصله 30° .



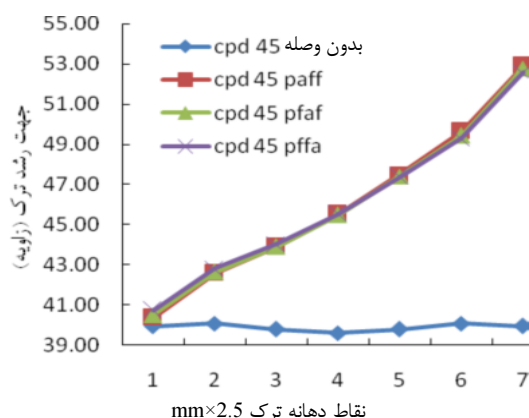
شکل ۱۶ ضرایب شدت تنش نمونه ترک‌دار بی‌وصله 45° .

شکل ۱۷ نشان دهنده میزان ضریب شدت تنش k_1 برای

در این شکل از اولین و آخرین نقطه جبهه ترک، برای حذف تأثیرات سطحی تنش صرف‌نظر شده است. ملاحظه می‌شود که در مورد ترک‌های زاویه‌دار، ترک تمایل دارد خود را در مود یک، که مود رشد ترک نیز نام دارد، قرار دهد. در شکل‌های ۱۲ و ۱۳، جهت رشد ترک برای نمونه‌های باوصله با لایه‌چینی مختلف، در مقایسه با حالت بی‌وصله آن برای زاویه ترک 30° و 45° درجه آورده شده است. مشاهده می‌شود که ترمیم یک طرفه باعث افزایش جهت رشد ترک در سمتی که وصله نخورده شده است و رفتار لایه‌چینی‌های مختلف نیز بر روی جهت رشد ترک تقریباً مشابه هم می‌باشد.



شکل ۱۲ جهت رشد ترک برای نمونه‌های باوصله با زاویه ترک 30° .



شکل ۱۳ جهت رشد ترک برای نمونه‌های باوصله با زاویه ترک 45° .

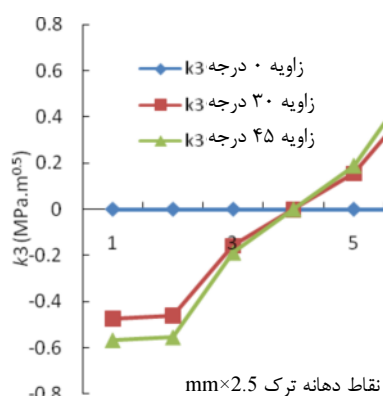
۳-۴- تأثیر زاویه بر ضریب شدت تنش

در این قسمت ابتدا مقادیر ضریب شدت تنش k_1 و k_2 و k_3 برای هر یک از نمونه‌های بی‌وصله با زاویه ترک 0° و 30° و 45° درجه با طول ترک ۶ میلی‌متر در شکل‌های ۱۴ تا ۱۶ آورده

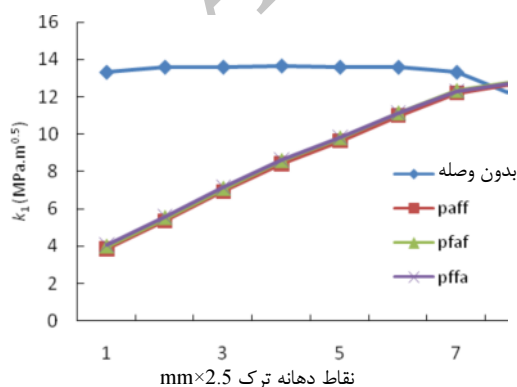
اندازه، در طرفین نقطه میانی جبهه ترک می‌شود، هر چند که این افزایش میزان کمی دارد.

۳-۵- تأثیر وصله کامپوزیتی FML و لایه‌چینی آن بر ضریب شدت تنش

پس از بررسی زاویه ترک بر روی ضریب شدت تنش، به بررسی تأثیر وصله و لایه‌چینی آن روی ضریب شدت تنش پرداخته می‌شود. در شکل ۲۰، ضریب شدت تنش k_1 نمونه‌های ترمیم شده‌ای با عرض وصله ۲۵ میلی‌متر و نمونه بی‌وصله‌ای با زاویه ترک 0° آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، میزان k_1 در نمونه ترمیم شده کاملاً متفاوت از نمونه بدون ترمیم می‌باشد و ترمیم باعث کاهش چشم‌گیر k_1 در همه نقاط جبهه ترک بجز نقطه روی سطح وصله نشده قطعه ترمیم شده به دلیل اثر خمشی وصله، نسبت به نمونه بی‌وصله شده است.



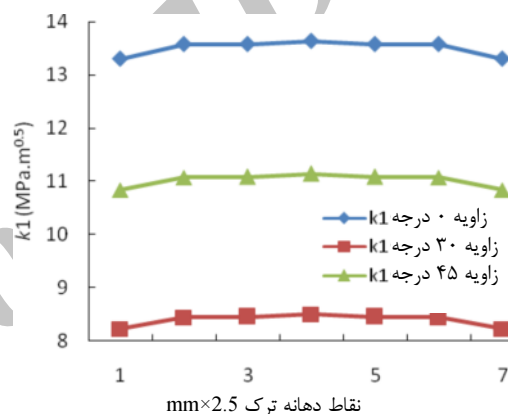
شکل ۱۹ ضریب شدت تنش k_3 نمونه بی‌وصله با زاویه 0° ، 30° و 45°



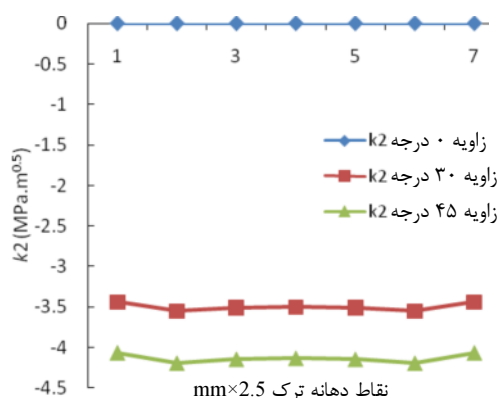
شکل ۲۰ اثر وصله کامپوزیتی FML و لایه‌چینی آن بر ضریب شدت تنش k_1 نمونه‌های ترک‌دار با زاویه 0°

هر یک از نمونه‌های بی‌وصله با زاویه ترک 0° و 30° و 45° درجه می‌باشد که نشان می‌دهد با افزایش زاویه ترک مقدار k_1 کاهش می‌یابد. نیز آن‌که بحرانی‌ترین حالت برای رشد ترک، زاویه صفر درجه می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که ضریب شدت تنش k_1 در نقطه میانی همه نمونه‌ها، از نقاط دیگر جبهه ترک زیادتر بوده و رشد ترک از این‌جا آغاز می‌شود.

در شکل ۱۸ ملاحظه می‌شود که ضریب شدت تنش k_2 برای نمونه ترک‌دار با زاویه ترک صفر درجه، صفر بوده و از لحاظ اندازه، با افزایش زاویه، افزایش یافته است. لذا افزایش زاویه ترک باعث افزایش تأثیر مود ۲ در رشد ترک شده است.

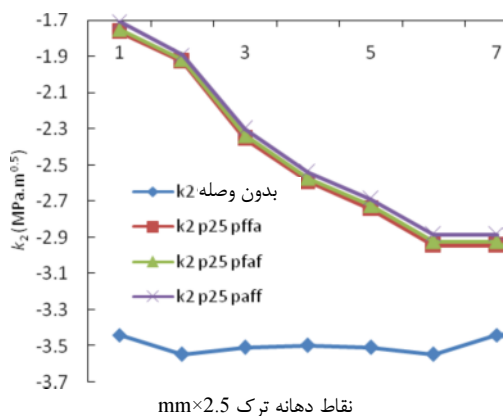


شکل ۱۷ ضریب شدت تنش k_1 نمونه بی‌وصله با زاویه 0° ، 30° و 45°

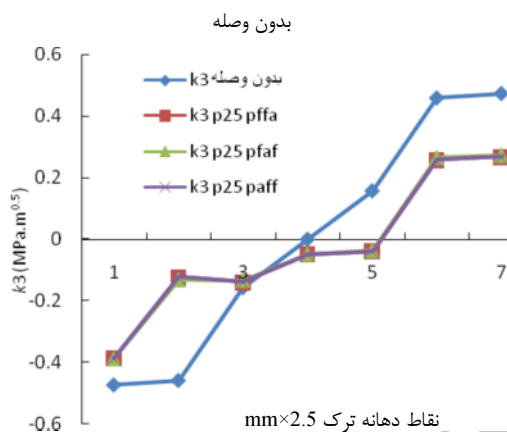


شکل ۱۸ ضریب شدت تنش k_2 نمونه بی‌وصله با زاویه 0° ، 30° و 45°

همچنین در شکل ۱۹ مقادیر k_3 برای نمونه دارای ترک با زاویه صفر درجه در جبهه ترک، همانند k_2 صفر می‌باشد. نیز آن که افزایش زاویه ترک موجب افزایش میزان k_3 از لحاظ



شکل ۲۲ اثر وصله کامپوزیتی FML و لایه چینی آن بر ضریب شدت تنش k_2 نمونه‌های ترک‌دار با زاویه 30°



شکل ۲۳ اثر وصله کامپوزیتی FML و لایه چینی آن بر ضریب شدت تنش k_3 نمونه‌های ترک‌دار با زاویه 30°

افزودن وصله همچنین باعث کاهش میزان k_3 در هر دو سمت نمونه باوصله می‌شود، ولی این ترمیم، باعث خارج کردن منحنی k_3 از حالت تقارن معکوس، که نسبت به نقطه میانی در نمونه بی‌وصله داشت، شده است. به‌طوری‌که مقدار $k_3 = 0$ که در نمونه بی‌وصله متعلق به نقطه ۵ در جبهه ترک بود، به نقطه‌ای بین نقاط ۶ و ۷ در نمونه باوصله، منتقل شده است. ولی لایه چینی‌های مختلف در این مورد تأثیر یکسانی در میزان k_3 روی نقاط جبهه ترک دارند (شکل ۲۳).

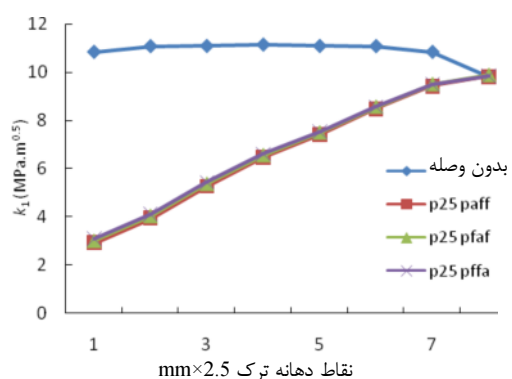
۳-۶- مقایسه وصله کامپوزیتی شیشه- اپوکسی با کربن- اپوکسی

در این قسمت به مقایسه وصله کامپوزیتی شیشه- اپوکسی با کربن- اپوکسی پرداخته شده است. همان‌طور که در شکل ۲۴ دیده می‌شود، در نزدیکی وصله، وصله کامپوزیتی کربن-

به‌طوری‌که این کاهش در سمتی که ترمیم روی آن انجام شده، حدوداً ۷۰ درصد بوده است و چون مود غالب در رشد ترک، مود ۱ می‌باشد، می‌توان دریافت که ترمیم تا چه اندازه به کاهش رشد ترک کمک کرده و عمر قطعه را افزایش می‌دهد. همچنین مشاهده می‌شود که ترمیم باوصله pffa بیشترین کاهش و باوصله paff کمترین کاهش را در میزان ضریب شدت تنش k_1 در قطعات ترک‌دار با زاویه 30° دارا می‌باشد، هر چند که اختلاف بین آنها اندک می‌باشد.

شکل‌های ۲۱ تا ۲۳ مقادیر ضریب شدت تنش k_1 و k_2 و k_3 را برای ارزیابی تأثیر وصله کامپوزیتی و لایه چینی آن برای نمونه‌های ترک‌دار با زاویه ترک 30° نشان می‌دهند. در این نمونه‌ها نیز همانند نمونه‌های ترک‌دار 0° ، افزودن وصله باعث کاهش k_1 شده و رشد ترک را به تاخیر می‌اندازد. همچنین ملاحظه می‌شود که سهم وصله pffa در این کاهش، بیشترین میزان بوده و وصله‌های pfaf و paff به ترتیب سهم کمتری در این کاهش دارند، اگر چه در این مورد هم، این اختلاف‌ها اندک است (شکل ۲۱).

شکل ۲۲ نشان دهنده مقادیر k_2 در نمونه‌های باوصله با لایه چینی‌های مختلف و بی‌وصله است. در این مورد هم مقادیر k_2 در اثر وجود وصله در تمامی نقاط جبهه ترک از لحاظ اندازه نسبت به مدل بی‌وصله، کاهش نشان می‌دهند. این مقادیر با دور شدن از سطحی که باوصله است، بطور تقریباً یکنواختی افزایش یافته و در سطح بدون وصله به بیشترین مقدار خود می‌رسد. ولی با این مقدار حداکثر، همچنان کمتر از مقدار k_2 در مدل بی‌وصله می‌باشد.



شکل ۲۴ اثر وصله کامپوزیتی FML و لایه چینی آن بر ضریب شدت تنش k_1 نمونه‌های ترک‌دار با زاویه 30°

بدون ترمیم می‌باشد.

(۲) ترمیم باعث کاهش چشمگیر k_1 می‌شود. به طوری که این کاهش در سمتی که ترمیم روی آن انجام شده، حدوداً ۷۰ درصد بوده است.

(۳) با توجه به نتایج، در لایه‌چینی‌های مختلف وصله، اختلاف عمر چندان زیادی وجود ندارند. ولی با این حال، بیشترین عمر مربوط وصله با لایه چینی (Plate-F-F-AL) pffa می‌باشد. یعنی زمانی که لایه‌های کامپوزیت الیافی به لایه آلومینیومی ترک‌دار چسبانده شده بودند.

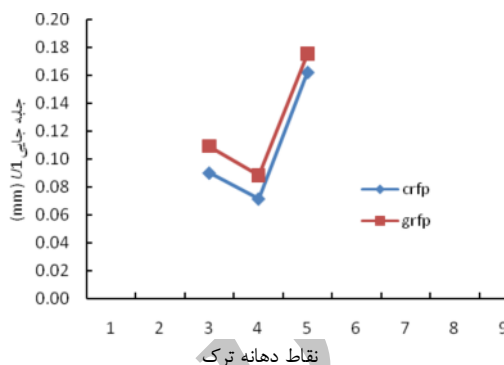
(۴) وصله‌ها با عرض‌های مشابه رفتار تقریباً مشابهی، چه از نظر پارامترهای مکانیک شکست و چه از نظر جابه‌جایی دهانه‌ی ترک از خود نشان می‌دهند.

(۵) با نزدیک شدن لایه الیافی وصله به سطح نمونه، اثر ترمیمی وصله بهبود می‌یابد. ضریب شدت تنش در جهت ۱ نیز با دور شدن از سطح تماس با وصله افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش زاویه‌ی ترک ضریب شدت تنش در جهت ۱ کاهش می‌یابد.

۵- مراجع

- [1] Baker A. A., Jones R., *Bonded repair of aircraft structures*. Dordrecht, Martinus Nijhoff, 1988.
- [2] Douglas, Aircraft Co Long Beach CA., *Primary Adhesively Bonded Structure Technology (PABST) Full Scale Test Report*, Douglas Aircraft Company, McDonnell Douglas Corporation, 1980.
- [3] Denney J. J., *Fatigue Response of cracked aluminum panel with partially bonded composite patch*, Master's Thesis, Department of Aeronautics and Astronautics, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson AFB, USA, 1995.
- [4] Ryan J., Mills T.B., *The Effects of Disbonds on Patching Efficiency Over Thicker Structure*, Proceedings of the 1998 USAF Structural Integrity Program Conference, San Antonio, Texas, 1998.
- [5] Ratwani M. M., "Analysis of cracked adhesively bonded laminated structures", *AIAA Journal*, Vol. 17, No. 8, 1979, pp. 988-994.
- [6] Sun C. T., Klug J., "Analysis of cracked aluminium plates repaired with bonded composite patches, Arendt C.", *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 2, pp. 369-374.
- [7] Naboulsi S., Mall S., "Modeling of a cracked metallic structure with bonded composite patch using the three-layer technique", *Composite Structures*, Vol. 35, No. 3, 1996, pp. 295-308.
- [8] Naboulsi S., Mall S., "Characterization of fatigue crack growth in aluminum panels with bonded

اپوکسی در حدود ۱۸ درصد خواص بهتری را در مقایسه با وصله کامپوزیتی شیشه- اپوکسی از خود نشان می‌دهد.



شکل ۲۴ تأثیر جنس وصله با لایه‌چینی pffa بر میزان ضریب شدت تنش k_1

همان‌طور که مشاهده می‌شود، کامپوزیت شیشه- اپوکسی به اندازه کامپوزیت بور- اپوکسی و گرافیت- اپوکسی مقاوم نمی‌باشد؛ اما به علت در دسترس بودن و ارزان تر بودن، به صرفه‌تر می‌باشد. همچنین وصله‌های کامپوزیتی شیشه- اپوکسی، مضرات وصله‌های بور- اپوکسی، گرافیت- اپوکسی از قبیل ضریب انبساطی حرارتی پایین نسبت به ورق‌های آلومینیومی که باعث تنش‌های پس‌ماند حرارتی می‌شود، ندارد. ضریب انبساط حرارتی مواد شیشه- اپوکسی بسیار بالاتر از ضریب انبساط حرارتی گرافیت- اپوکسی و کمی بالاتر از مواد بور- اپوکسی می‌باشد. همچنین دمای پخت پایین برای مواد شیشه- اپوکسی باعث کاهش قابل توجه تنش‌های مانده می‌شود.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر رشد ترک خستگی در ورق ترک‌دار آلومینیومی ترک‌دار ترمیم شده توسط وصله‌های چندلایه مرکب با لایه‌های فلزی (FML) یک طرفه در مود ترکیبی مطالعه شد. در این تحقیق، از روش اجزای محدود توسعه یافته برای بررسی تأثیر لایه‌چینی وصله‌های کامپوزیتی بر روی جابه‌جایی نقاط دهانه ترک و ضریب شدت تنش و همچنین برای مطالعه تأثیر زاویه ترک بر روی ضریب شدت تنش در ورق تعمیر شده به کار گرفته شده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد:

(۱) میزان k_1 در نمونه ترمیم شده کاملاً متفاوت از نمونه

- mode I and mixed mode”, *Composite Structures*, Vol. 56, No. 4, 2002, pp. 401-406.
- [19] Chue C., Liu T. J., “The effects of laminated composite patch with different stacking sequences on bonded repair”, *Composite Engineering*, Vol. 5, No. 2, 1995, pp. 223-230.
- [20] Sih G. C., “Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems”, *International Journal of Fracture*, Vol. 10, No. 3, 1974, pp. 305-321.
- [21] Chung K. H., Yang W. H., “Mixed mode fatigue crack growth in aluminum plates with composite patches”, *International Journal of Fatigue*, Vol. 25, No. 4, 2003, pp. 325-333.
- [22] Mohammadi B., *Repairing of aluminum plates having a crack in mixture mode using of composite patches*, MSc Thesis, Amirkabir University of Technology, Department of aerospace engineering, 2002. (In Persian)
- [23] Bakhshandeh S., *Experimental study of crack growth in repaired aluminum plates using of composite patches*, MSc Thesis, Amirkabir University of Technology, Department of aerospace engineering, 2005. (In Persian)
- [24] Payganeh G. H., Ashenai Ghasemi F., Pourkamali Anaraki A., Fallah Rahmatabadi A., “Numerical analysis for determination of the J integral and crack opening displacement in the cracked aluminum plates repaired with FML composite patches”, *Journal of Applied Sciences*, Vol. 12, No. 21, 2012, pp. 2259-2265.
- [25] Belytschko T., Black T., “Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing”, *International Journal of Fracture Mechanics*, Vol. 45, No. 5, pp. 601-620.
- [26] Moës N., Dolbow J., Belytschko T., “A finite element method for crack growth without remeshing”, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, No. 1, 1999, pp. 131-150.
- [27] Pourkamali A., *Modelling of crack growth using of developed finite element method*, PhD Thesis, Tarbiat Modares University, Department of mechanical engineering, 2004. (In Persian)
- composite patch”, *Composite Structures*, Vol. 41, No.3-4, 1998, pp. 303-313.
- [9] Schubbe J. J., Mall S., “Modeling of cracked thick metallic structure with bonded composite repair using three-layer technique”, *Composite Structures*, Vol. 45, No. 3, 1999, pp. 185-193.
- [10] Naboulsi S., Mall S., “Fatigue crack growth analysis of adhesively repaired panel using perfectly and imperfectly composite patches”, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 28, No. 1, 1997, pp. 13-28.
- [11] Kam T. Y., Chu K. H., Tsai Y. C., “On the evaluation of compliance information for common crack growth specimens reinforced by composite patch”, *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 4, 1998, pp. 645-650.
- [12] Young A., “Three-dimensional analysis of patched cracked solid using a combined boundary element and finite element model”, *DRA Working Paper*, MSA-93-WP-24, 1993.
- [13] Schubbe J. J., Mall S., “Modeling of cracked thick metallic structure with bonded composite repair using three-layer technique”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 45, No. 3, 1999, pp. 305-323.
- [14] Lee W. Y., Lee J. J., “Successive 3D FE analysis technique for characterization of fatigue crack growth behavior in composite-repaired aluminum plate”, *Composite Structures*, Vol. 66, No. 1-4, 2004, pp. 513-520.
- [15] Shahrioudi H., *Damage tolerance of airplane structure after repairing*, MSc Thesis, Amirkabir University of Technology, Department of aerospace engineering, 2008. (In Persian)
- [16] Eshaghi S., *Analysys of crack in repaired plates using of finite element method*, MSc Thesis, Amirkabir University of Technology, Department of mechanical engineering, 1999. (In Persian)
- [17] Sayyadi A. R., *Study of crack growth before and after repair of aluminum plates under oscilating loads using of finite element methods and experience*, MSc Thesis, Amirkabir University of Technology, Department of mechanical engineering, 2001. (In Persian)
- [18] Bouiadjra B. B., Belhouari M., Serier B., “Computation of the stress intensity factors for repaired cracks with bonded composite patch in