



# تأثیر ماده ویسکوالاستیک در پدیده جیغ ترمز با روش مقادیر ویژه مختلط

روح الله طالبی توتی<sup>۱\*</sup>، علی اکبر تربتی<sup>۲</sup>

۱- استادیار دانشکده مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

۲- کارشناس مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران

\* تهران، صندوق پستی ۱۶۸۴۴، iust.ac.ir@rtalebi

**چکیده-** در این مقاله، استفاده از جاذب‌های ویسکوالاستیک به منظور بهبود پایداری سیستم ترمز یک خودرو مورد بررسی قرار گرفته است. لذا به بررسی پایداری سیستم با استفاده از تئوری جدا شدن مودهای جفت شده پرداخته شده است. بنابراین نوآوری اصلی مقاله بکارگیری مدل مواد ویسکوالاستیک و استفاده از آنالیز مقادیر ویژه مختلط در پدیده جیغ ترمز می‌باشد. بدین منظور سیستم ترمز در یک نرم‌افزار اجزای محدود مدل‌سازی شده و برخی از پلیمرهای ویسکوالاستیک مورد استفاده در صنایع خودرو با استفاده از مدل نگامی-هاورلیاک، در نرم‌افزار شبیه‌سازی شده است. مقایسه مقادیر ویژه در حالت به‌کارگیری و عدم به‌کارگیری مواد ویسکوالاستیک حاکی از بهبود مود ناپایدار سیستم در فرکانس ۱۲ کیلوهرتز می‌باشد. ضمناً بکارگیری این جاذب‌ها تأثیر خاصی در بازه فرکانسی پایین نخواهد داشت. در ادامه، مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج آزمایشگاهی دیگر محققان نشان از صحت عملکرد مدل ارائه شده دارد. در نهایت با روش آنالیز انرژی کرنشی، موقعیت قرارگیری لایه جاذب و ضخامت بهینه بدست آمده است.

**کلیدواژه‌گان:** جیغ ترمز، مقادیر ویژه مختلط، جاذب ویسکوالاستیک، مدل نگامی-هاورلیاک، آنالیز انرژی کرنشی.

## The effects of viscoelastic material on brake squeal considering complex eigenvalue method

R. Talebitooti<sup>1\*</sup>, A.A.Torbati<sup>2</sup>

1- Assist. Prof., Mech. Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

2- BSc, Automotive Eng., Iran Univ. of Science and Tech., Tehran, Iran

\* P.O.B. 16844 Tehran, Iran. rtalebi@iust.ac.ir

**Abstract-** In this paper, viscoelastic insulators are employed into an automotive brake system to improve the vibration stability. Thus, the system stability has been considered with hypothesis of couple modes. Therefore, the originality of the paper includes the complex eigenvalue analysis of viscoelastic model in brake squeal phenomenon. Accordingly, the brake system is simulated in a FEM code and then, the viscoelastic materials are applied using Negami-Havriliak model. Comparing the eigenvalue results in both cases, in which the viscoelastic material is treated as an absorber at the first case and without treatment for another case, indicates an improvement in instability mode at 12 kHz. In addition, applying these absorbers has no significant effects in low frequency. Furthermore, comparison of the results presented here with experimental ones done by other author, indicates the reliability of the presented model. Finally, with applying the strain energy analysis, the location of absorber treatment as well as its optimum thickness is concluded.

**Keywords:** Brake Squeal, Complex Eigenvalue, Viscoelastic Absorber, Negami-Havriliak, Strain Energy Analysis.

## ۱- مقدمه

اخیراً بررسی نویز و ارتعاشات وارد به خودروها از مهم‌ترین مسائل حائز اهمیت و به روز دنیا محسوب می‌شود. نویز ترمز با نام جیج ترمز شناخته می‌شود که صدایی آزاردهنده و دلهره‌آور است که تحت شرایط خاصی از ترمزگیری رخ می‌دهد. این صدای آزاردهنده سبب ایجاد احساس عدم اعتماد راننده به سیستم ترمز می‌شود و این تصور را به وجود می‌آورد که عملکرد آن دچار اختلال شده است. با وجود فضای شدید رقابتی در بین شرکت‌های ساخت خودرو، هزینه‌های زیادی صرف تحقیقات بر روی این پدیده می‌شود و به علت ساختار پیچیده و وجود پارامترهای مختلف وابسته به هم، هنوز از جیج ترمز به عنوان یک معضل اساسی نام برده می‌شود. صدای آزاردهنده ترمز در خودرو به سه دسته نویز فرکانس پایین، جیج فرکانس پایین و جیج فرکانس بالا تقسیم‌بندی می‌شود که نویز فرکانس پایین در فرکانس‌های زیر ۱ کیلوهرتز و جیج فرکانس پایین در فرکانس‌های ۱ تا ۵ کیلوهرتز در نظر گرفته می‌شود. ارتعاشات مخرب بالای ۵ کیلوهرتز با نام جیج ترمز فرکانس بالا شناخته می‌شود [۱].

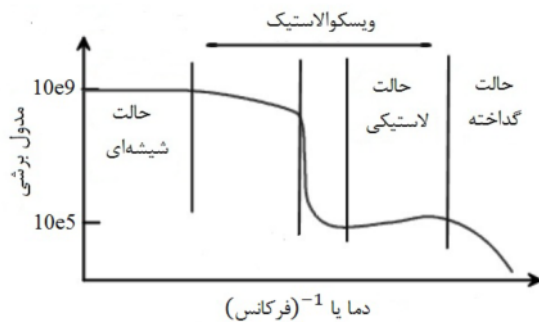
تئوری‌های مختلفی برای تحلیل جیج ترمز ارائه شده است که از مهم‌ترین آنها می‌توان تئوری کاهش ضریب اصطکاک با افزایش سرعت، تئوری لغزش گوه‌ای<sup>۱</sup>، تئوری ارتعاشات خود تحریک با ضریب اصطکاک ثابت و تئوری جدا شدن موده‌های جفت شده را نام برد. تئوری جفت شدن موده‌های سیستم ترمز نسبت به دیگر تئوری‌ها جواب‌های نزدیکتری با نتایج آزمایشگاهی دارد [۲]. در این تئوری که توسط ماترشید ارائه شده است، وقتی که فرکانس‌های طبیعی پایدار سیستم نظیر دیسک، لنت، سیلندر و غیره به یکدیگر نزدیک و در نهایت جفت می‌شوند، دو مود از یکدیگر جدا می‌شوند، یکی از این مودها دارای قسمت حقیقی مثبت است که منجر به ناپایداری در سیستم شده و این ناپایداری سبب اصلی ایجاد نویز در ترمز و به وجود آمدن پدیده جیج ترمز است [۲]. با جدا شدن مودها از یکدیگر، افزایش دامنه ارتعاش و وجود عوامل غیرخطی نظیر اصطکاک بین دیسک و مجموعه کالیپر، سیستم ممکن است دچار تشدید داخلی نیز گردد، در این حالت فرکانس نویز ترمز

اساساً با فرکانس هریک از اعضای سیستم ترمز یکی نیست، اما با فرکانس کوپل شده برابر است. مدل‌های متنوعی برای بررسی این پدیده ارائه شده است. اولین مدل‌سازی این پدیده توسط جارویس و میلز با استفاده از یک مدل سه درجه آزادی صورت گرفته است [۳]. مدل پین-دیسک توسط ارلس و جمعی از همکاران او ارائه شد، در این مدل یک پین بعنوان محل تماس دیسک با لنت در نظر گرفته شده است و در واقع دیسک با یک پین در تماس می‌باشد [۴]. نورت مدل هشت درجه آزادی را بر پایه مدل پین-دیسک ارائه داد [۵]. آنالیز مقادیر ویژه با روش المان محدود برای اولین بار در سال ۱۹۸۹ توسط لایلس صورت گرفت [۶]. کونگ و باجر در سال ۲۰۰۳ با استفاده از تحلیل گر نرم‌افزار المان محدود آباکوس<sup>۲</sup>، سیستم ترمز را مدل کرده و جیج ترمز را مورد بررسی قرار دادند [۷]. این تحلیل گر پس از تحلیل فرکانسی، سیستم مقادیر ویژه را استخراج می‌کند که در ادامه تشریح خواهد شد.

روش‌های مختلفی از قبیل بهینه‌سازی ابعادی لنت و دیسک، به کارگیری مواد مناسب، بهینه‌سازی مقدار نیرو و شرایط بارگذاری روی لنت، برای بهبود جیج ترمز به کار برده می‌شوند، یکی از روش‌های بهبود نویز ترمز استفاده از جاذب‌های ارتعاشی در سیستم می‌باشد. امروزه جاذب‌های ویسکوالاستیک در خودرو کاربرد بسیار زیادی دارند. این مواد به علت خاصیت میراکنندگی ذاتی قابلیت بهبود ارتعاشات مزاحم را دارند و در بدنه خودرو، هواپیما، کشتی کاربرد زیادی دارند. یکی از کاربردهای این مواد در پشت لنت سیستم ترمز می‌باشد که باعث جذب انرژی و بهبود پایداری و نویز سیستم می‌شوند. این جاذب‌ها اغلب بصورت لایه ساندویچی در پشت لنت و در تماس با پیستون هیدرولیکی به کار برده می‌شوند.

در این مقاله ابتدا سیستم ترمز در حالت بدون به کارگیری این جاذب‌ها تحلیل می‌شود، سپس شماری از این مواد در مدل المان محدود در نظر گرفته شده و تغییرات پایداری سیستم مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه با استفاده از آنالیز انرژی کرنشی نحوه قرارگیری لایه ویسکوالاستیک در پشت لنت و ضخامت بهینه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

با توجه به شکل ۱ ناحیه گذرا بین حالت شیشه‌ای و پلاستیکی قرار دارد و به شدت وابسته به دما و فرکانس است.



شکل ۱ خواص مکانیکی مواد ویسکوالاستیک

پیش‌بینی ویژگی‌های مواد در این ناحیه برای بهبود میرایی سیستم مکانیکی ضروری است. آزمایش‌های تجربی نشان می‌دهند، ضریب اتلاف بالا پهنای عملکرد کمی دارد و ضریب اتلاف پایین دارای پهنای عملکرد زیادی است [۸]. در مدل کول-کول<sup>۲</sup> و داویدسون-کول<sup>۳</sup> به پیش‌بینی ضریب اتلاف و پهنای آن پرداخته شده است. در مدل نگامی-هاورلیاک با ترکیب دو مدل بالا، تعریف مناسبی از رفتار دمپینگ مواد پلیمری شده است، این مدل در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی دقت قابل قبولی دارد.

معادلات کلی مدل نگامی-هاورلیاک به صورت زیر می‌باشد، ترم حقیقی و مجازی مدول برشی مطابق با معادله‌های (۷) و (۸) بدست می‌آیند.

$$\frac{G^* - G_\infty}{G_0 - G_\infty} = \frac{1}{[1 + (i\omega\tau)^\alpha]^\beta} \quad (5)$$

$$\vartheta(\omega) = \tan^{-1} \frac{\omega^\alpha \tau^\alpha \sin \gamma}{1 + \omega^\alpha \tau^\alpha \cos \gamma} \quad (6)$$

$$G'(\omega) = G_\infty + \frac{(G_0 - G_\infty) \times \cos(\beta\vartheta)}{[1 + 2\omega^\alpha \tau^\alpha \cos \gamma + \omega^{2\alpha} \tau^{2\alpha}]^{\beta/2}} \quad (7)$$

$$G''(\omega) = G_\infty + \frac{(G_0 - G_\infty) \times \sin(\beta\vartheta)}{[1 + 2\omega^\alpha \tau^\alpha \cos \gamma + \omega^{2\alpha} \tau^{2\alpha}]^{\beta/2}} \quad (8)$$

در این معادلات  $G_0$  و  $G_\infty$  و  $\tau$  به ترتیب مدول برشی اولیه، مدول برشی بی‌نهایت و ثابت زمانی بازگشتی<sup>۴</sup> می‌باشند.  $\alpha$  و  $\beta$

## ۲- مواد ویسکوالاستیک

مواد ویسکوالاستیک به علت داشتن ساختار مولکولی طویل و زنجیره‌ای هنگامی که تحت تنش قرار بگیرند، یک تنش برگشتی ایجاد می‌کنند، به صورتی که با افزایش زمان این تنش برگشتی افزایش یافته و با تنش اصلی مقابله می‌کند. این تنش به اندازه‌ای نیست که به طور کامل با ارتعاشات مخرب مقابله کند ولی باعث تبدیل شدن درصدی از تنش اصلی به گرما می‌شود. با این توضیحات می‌توان قدرت بالای میراکنندگی این مواد را توجیه کرد.

### ۱-۲- مدول مختلط برشی

کرنش برشی وارد شده به سیستم را می‌توان به شکل  $\gamma = \gamma_0 \sin \omega t$  در نظر گرفت، که در آن  $\gamma$  کرنش،  $\gamma_0$  حداکثر دامنه کرنش و  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای است. اگر جاذب ارتعاشی یک ماده کاملاً فنری باشد، تنش برشی ایجاد شده در آن ( $\tau$ ) نیز به صورت مشابهی سینوسی و هم‌فاز با کرنش ایجاد می‌شود. به علت خاصیت ویسکوالاستیکی ماده، تنش ایجاد شده با کرنش هم‌فاز نخواهد بود و به اندازه  $\delta$  با آن اختلاف فاز دارد [۸].

$$\tau = \tau_0 \sin(\omega t + \delta) \quad (1)$$

مطابق با معادله (۱) تغییر شکل به اندازه زاویه  $\delta$ ، نسبت به نیرو پس فاز است.

بنابراین می‌توان تنش را به شکل برداری در نظر گرفت که دارای دو مؤلفه است، یکی هم‌فاز با جابجایی ( $\tau'$ ) است و دیگری به اندازه  $90^\circ$  درجه با آن اختلاف فاز دارد ( $\tau''$ ) که برابند آنها تنش را تشکیل می‌دهد. بنابراین مطابق با معادله (۲)، مدول برشی را می‌توان به صورت مختلط نشان داد.

$$G^*(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega) \quad (2)$$

به طوری که:

$$G' = \frac{\tau'}{\gamma_0} = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \cos \delta = G^* \cos \delta \quad (3)$$

$$G'' = \frac{\tau''}{\gamma_0} = \frac{\tau_0}{\gamma_0} \sin \delta = G^* \sin \delta \quad (4)$$

### ۲-۲- مدل نگامی-هاورلیاک<sup>۱</sup> (NH)

دمپینگ بالا در مواد ویسکوالاستیک در ناحیه گذرا رخ می‌دهد.

2. Cole-Cole  
3. Davidson-Cole  
4. Relaxation Time

1. Negami-Havriliak

مختلط بصورت  $\mu_i = \alpha_i \pm j\omega_i$  می‌باشد، بطوری که  $\alpha$  ترم حقیقی مقدار ویژه و نمایانگر پایداری سیستم می‌باشد و  $\omega$  ترم مجازی مقدار ویژه و نشانگر فرکانس‌های طبیعی سیستم می‌باشد. معادله کلی حرکت سیستم در رابطه (۱۱) قابل مشاهده است. برطبق این معادله اگر  $\alpha$  مثبت باشد، سیستم ناپایدار می‌شود.

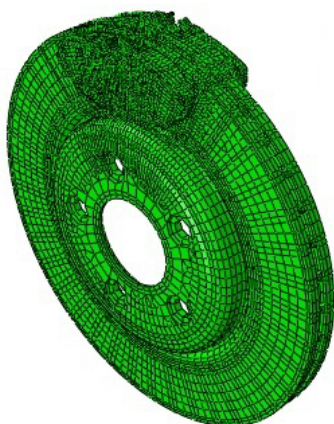
نسبت استهلاک<sup>۱</sup> با معادله (۱۲) تعریف می‌شود و در صورتی که منفی باشد، نشانگر میرایی منفی در سیستم و بیانگر ناپایداری است. در این مقاله با قرارگیری جاذب‌های ویسکوالاستیک در پشت لنت، افزایش نسبت استهلاک منفی در مودهای ناپایدار نشان داده خواهد شد.

$$x = Ae^{\mu t} = Ae^{at}(A_1 \cos(\omega t) + A_2 \sin(\omega t)) \quad (11)$$

$$\text{نسبت استهلاک} = -2 \frac{Re(\mu)}{Im(\mu)} \quad (12)$$

### ۳-۱- مدل المان محدود

مدل مورد نظر جهت بررسی و تحلیل پدیده جیغ ترمز مطابق با شکل ۲ در محیط نرم‌افزار آباکوس<sup>۲</sup> بکار گرفته می‌شود [۱۰]. این مدل شامل ۲۳۰۰۰ المان و دارای ۷۲۰۰۰۰ درجه آزادی است. المان‌ها از دو نوع شش وجهی استاندارد خطی با ۸ نود و منشوری با ۶ نود می‌باشند. استفاده از المان نوع دوم باعث طولانی شدن روند همگرایی می‌شود، لذا فقط در گوشه و لبه مدل به کار گرفته شده است.



شکل ۲ نمای کلی از مدل نرم‌افزار

نیز ضرایب بازگشتی می‌باشند، که بین صفر و یک متغیر می‌باشند. این ضرایب با تست‌های آزمایشگاهی بر روی مواد ویسکوالاستیک محاسبه می‌شوند [۸].

### ۳-۲- مواد ویسکوالاستیک کلاس A و B

جاذب‌های ویسکوالاستیک در مقابله با شرایط یکسان فرکانس و دما رفتار نسبتاً متفاوتی از خود بروز می‌دهند، که این رفتار به ویژگی‌های ساختاری و مولکولی آنها برمی‌گردد. در این مقاله تعدادی جاذب‌های ویسکوالاستیک مورد استفاده در صنعت انتخاب و در دو بخش تقسیم‌بندی شده‌اند. جاذب‌های دارای مدول الاستیسیته بالا کلاس A و جاذب‌های با مدول الاستیسیته پایین کلاس B نام‌گذاری شده‌اند. جاذب‌های کلاس A از مقاله هارتمن انتخاب شده‌اند [۸].

مدول الاستیسیته این مواد در محدوده ۲ تا ۹ گیگاپاسکال می‌باشد. مشخصات کامل این مواد در جدول ۱ قابل مشاهده است. جاذب‌های کلاس B پلیمرهای 3M ISD - 110 و 3M ISD - 112 و 3M ISD - 486 می‌باشند که مشخصات کامل این مواد در مرجع [۹] قابل دستیابی است. مدول الاستیسیته این مواد در محدوده ۲/۱ تا ۳/۱ مگاپاسکال می‌باشد.

### ۳- آنالیز مقادیر ویژه مدل فرکانسی

آنالیز مقادیر ویژه در نرم‌افزار المان محدود بر پایه معادلات زیر صورت می‌پذیرد. معادله حرکت یک سیستم ارتعاشی در حالت کلی مطابق با معادلات (۹) و (۱۰) می‌باشد.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (9)$$

$$([M]\mu^2 + [C]\mu + [K])\{\emptyset\} = \{0\} \quad (10)$$

$M$  و  $K$  و  $C$  ماتریس جرم و سختی و میرایی تعریف شده است،  $\emptyset$  و  $\mu$  نیز مقادیر ویژه و بردارهای ویژه معادله حرکت می‌باشد. به علت تعداد زیاد المان‌ها و بزرگ بودن ابعاد ماتریس‌های سختی و دمپینگ، نرم‌افزار قادر به حل معادلات در حالت غیر متقارن نیست، لذا ابتدا معادلات بوسیله حذف ماتریس  $C$  و بخش غیر متقارن ماتریس  $K$ ، متقارن شده و  $N$  بردار ویژه در ماتریس  $[\emptyset_1, \dots, \emptyset_N]$  قرار می‌گیرد. پس از ایجاد زیرفضای مورد نیاز، مقادیر ویژه مختلط استخراج می‌شود. مقدار ویژه

جدول ۱ مشخصات پلیمرهای ویسکوالاستیک کلاس A

ضریب پواسن	چگالی ( $\text{kg/m}^3$ )	$\beta$	$\alpha$	ثابت زمانی بازگشتی ( $\tau$ (s))	مدول برشی بی‌نهایت (GPa)	مدول برشی اولیه (MPa)	
۰/۴	۱۰۹۲	۰/۰۲۶۹	۰/۵۳۳۲	$1/574 \times 10^{-6}$	۳/۵۷۳	۱/۵۵۸	پلیمر ۲
۰/۴	۱۰۷۲	۰/۰۳۰۹	۰/۵۵۵۵	$1/598 \times 10^{-7}$	۲/۰۰۲	۱/۹۱۷	پلیمر ۶
۰/۴	۱۱۱۹	۰/۰۵۶۶	۰/۶۷۹۷	$2/974 \times 10^{-3}$	۱/۰۹۹	۲/۳۰۷	پلیمر ۸
۰/۴	۱۱۰۶	۰/۰۹۳۵	۰/۷۲۳۶	$3/107 \times 10^{-3}$	۰/۸۲۰۸	۲/۲۴۳	پلیمر ۱۰
۰/۴	۱۰۸۷	۰/۰۴۶	۰/۴۹۹۸	$7/127 \times 10^{-8}$	۲/۱۵۶	۱/۶۳۴	پلیمر ۱۲
۰/۴	۱۱۷۰	۰/۰۵۷۴	۰/۶۶۰۲	$8/268 \times 10^{-2}$	۱/۸۸۸	۱/۷۲۸	پلیمر ۱۶

اصطکاک در المان‌های تماسی و اعمال سرعت زاویه‌ای. (۳) تحلیل‌گر فرکانسی برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی و ایجاد پیش‌فرضی مورد نیاز برای حل فرکانسی مختلط. (۴) تحلیل‌گر فرکانسی مختلط برای بدست آوردن مقادیر ویژه مختلط.

قیدگذاری‌های مدل در تحلیل‌گر اول صورت می‌گیرد، محل قرارگیری پیچ‌ها در دیسک در سه جهت اصلی مهار می‌شود و دو گوشه لنت نیز در دو جهت اصلی قید گذاری می‌شود. ضریب اصطکاک در مرحله استاتیکی اول صفر قرار داده شده و در مرحله دوم به صورت پنالتی<sup>۱</sup> و با مقدار ۰/۳ وارد می‌شود. نیروی ترمزی به صورت فشاری به ناحیه پشت لنت‌ها به مقدار ۰/۵ مگاپاسکال وارد می‌شود.

خصوصیات مکانیکی اجزا در جداول ۲ تا ۴ ذکر شده است [۱۱]. چگالی،  $E$  مدول الاستیسیته و  $\nu$  ضریب پواسن می‌باشد. لنت ترمز از سه قسمت تشکیل شده است: ماده اصطکاک، صفحه فولادی و جاذب ارتعاشی.

جدول ۲ مشخصات دیسک ترمز

چگالی ( $\text{kg/m}^3$ )	مدول الاستیسیته (GN/m)	ضریب پواسن
۷۲۰۰	۲۰۰	۰/۲۴

جدول ۳ مشخصات صفحه فولادی پشت لنت

چگالی ( $\text{kg/m}^3$ )	مدول الاستیسیته (GN/m)	ضریب پواسن
۷۸۲۰	۲۰۷	۰/۲۹

## 1. Penalty

شرایط قیدگذاری و بارگذاری نقش زیادی در روند حل و صحت نتایج دارند و باید با دقت زیادی انجام شود. اعمال نیرو و قیدگذاری‌ها را می‌توان در تحلیل‌گر استاتیکی تعریف کرد ولی به علت پیچیدگی‌های مسئله و بالا رفتن حجم محاسبات اعمال تمام این شرایط در یک مرحله ممکن است باعث واگرا شدن تحلیل شود، بنابراین دو تحلیل‌گر استاتیکی در نظر گرفته می‌شود.

در تحلیل‌گر اول نیروی پشت لنت‌ها اعمال می‌شود و تماس بین لنت و دیسک تعریف می‌شود و برهم کنش‌های المان‌های دیسک و لنت تعریف می‌شود. در تحلیل‌گر دوم ضریب اصطکاک از صفر به مقدار مورد نظر می‌رسد و سرعت زاویه‌ای به دیسک اعمال می‌شود. نرم‌افزار برای استخراج مقادیر ویژه به پیش‌فرضی حل مختلط نیازمند است تا زمینه محاسبه مقادیر ویژه مختلط فراهم شود. بنابراین ابتدا باید فرکانس‌های طبیعی محاسبه شوند تا این فضای فرعی ایجاد شود، پس تحلیل‌گر سوم به بررسی و استخراج فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها، بخصوص ۹۰ مود اول سازه که در محدوده فرکانسی زیر ۱۸ کیلوهرتز واقع گردیده‌اند، می‌پردازد. تحلیل‌گر چهارم، یک تحلیل‌گر فرکانسی مختلط است که همان تعداد مود و همچنین مقادیر ویژه مختلط متناظر بدان را در محدوده فرکانسی مزبور، استخراج خواهد کرد. بنابراین مراحل آنالیز مقادیر ویژه مختلط به ترتیب زیر می‌باشد:

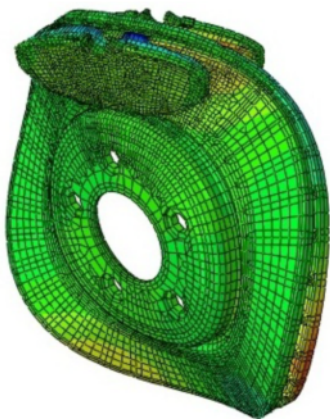
(۱) تحلیل‌گر استاتیکی غیرخطی برای اعمال فشار و تعریف تماس بین لنت و دیسک و به وجود آمدن تنش‌های داخلی در بین المان‌های تماسی.

(۲) تحلیل‌گر استاتیکی غیرخطی برای تعریف ضریب

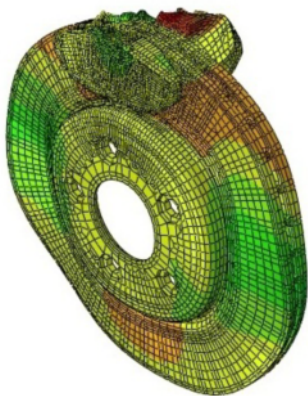
## ۳-۲- نتایج تحلیل بدون استفاده از جاذب ویسکوالاستیک

آنالیز مقادیر ویژه مختلط تا فرکانس ۱۸ کیلوهرتز صورت گرفته است. نتایج بدست آمده در حالت عدم استفاده از جاذب‌های ویسکوالاستیک، حاکی از وجود سه مود ناپایدار می‌باشد، که دارای نسبت استهلاک منفی می‌باشند. اولین فرکانس ناپایدار در محدوده فرکانس پایین ۲/۵ کیلوهرتز، فرکانس دوم ناپایداری در محدوده ۹ کیلوهرتز و فرکانس سوم ناپایداری در محدوده ۱۲ کیلوهرتز قرار دارد. شکل مودهای ناپایدار در شکل‌های ۴ تا ۶ قابل مشاهده است.

هر شکل مود ناپایدار یافت شده بصورت جفت می‌باشد، بصورتی که یک مود دارای مقدار ویژه حقیقی مثبت و مود دیگر دارای مقدار حقیقی منفی می‌باشد. شکل مودی که دارای ترم حقیقی مقدار ویژه مثبت باشد، به عنوان مود ناپایدار شناخته می‌شود.



شکل ۴ مود ناپایدار یافت شده در فرکانس ۲/۵ کیلوهرتز



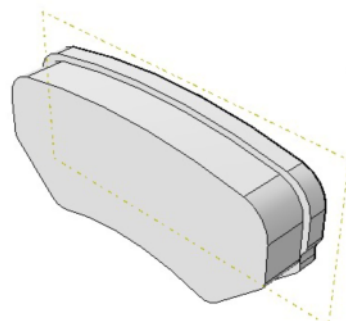
شکل ۵ مود ناپایدار یافت شده در فرکانس ۹ کیلوهرتز

جدول ۴ مشخصات ماده اصطکاکی

چگالی = ۲۵۱۰ (kg/m <sup>3</sup> )						
$D_{1112}$	$D_{2222}$	$D_{3333}$	$D_{1122}$	$D_{2233}$	$D_{1133}$	$D_{1111}$
.	۲۲۷۰۰۰۰	۹۸۰۰۰۰	۹۸۰۰۰۰	۵۹۴۰۰۰۰	۷۶۰۰۰۰	۵۹۴۰۰۰۰
$D_{1212}$	$D_{2323}$	$D_{3131}$	$D_{1113}$	$D_{1213}$	$D_{2312}$	$D_{2212}$
.	.	.	.	۲۵۹۰۰۰۰	.	.
$D_{2232}$	$D_{1232}$	$D_{1123}$	$D_{2322}$	$D_{2222}$	$D_{1123}$	$D_{1212}$
۱۱۸۰۰۰۰	.	.	.	.	.	۱۱۸۰۰۰۰

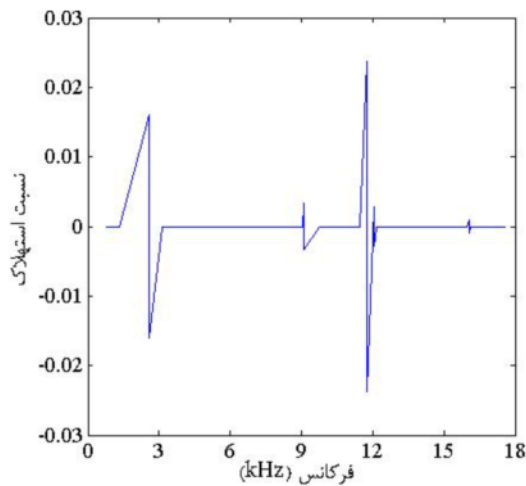
ماده اصطکاکی به صورت ماده کشسان غیرایزوتروپیک از جنس مواد آلی با اصطکاک زیاد در نظر گرفته شده است. این گونه مواد به صورت مواد آنیستروپیک<sup>۱</sup> و با خاصیت الاستیک غیرخطی مدل می‌شوند [۱۱]. برای نمونه کفشک با کد  $DP101$  در مدل به کار رفته است که ضرایب سختی آن در جدول ۴ قابل مشاهده است. صفحه فولادی نیز از جنس فلز الاستیک ایزوتروپیک تعریف شده است.

لنت خودروی سمند مطابق با شکل ۳ به منظور آنالیز انرژی کرنشی مطابق با ابعاد واقعی ترسیم و در نرم‌افزار المان محدود مورد تحلیل قرار گرفته است. در آنالیز انرژی کرنشی صفحات جاذب ارتعاشی در حالت‌ها و ضخامت‌های مختلف در پشت لنت قرار گرفته و مورد بررسی قرار می‌گیرد. فشار معادل ۰/۵ مگاپاسکال در یک تحلیل گر استاتیکی در پشت لنت وارد شده و گوشه‌های لنت در دو جهت اصلی مهار شده است. جاذب ویسکوالاستیک به صورت لایه مقید<sup>۲</sup> در پشت لنت به کار رفته است و برای نمونه پلیمر شماره ۲ مدل‌سازی و انرژی کرنشی لایه ویسکوالاستیک محاسبه می‌شود.

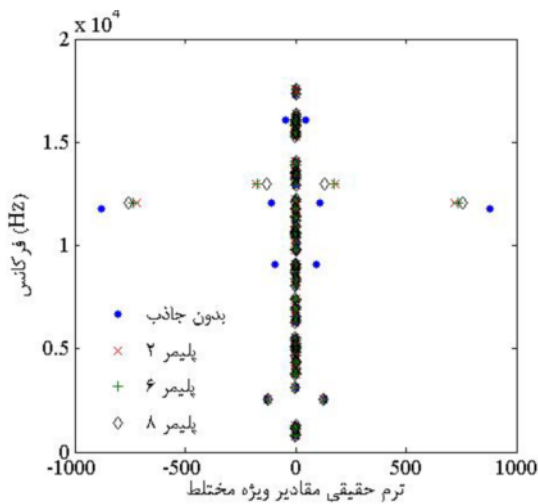


شکل ۳ لنت ترمز مدل شده در نرم‌افزار

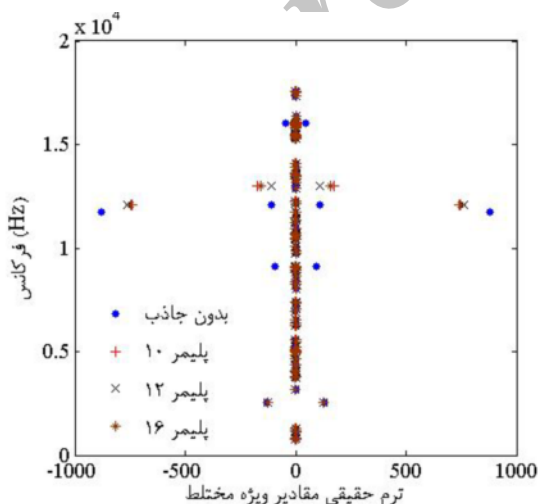
1. Anisotropic
2. CLD



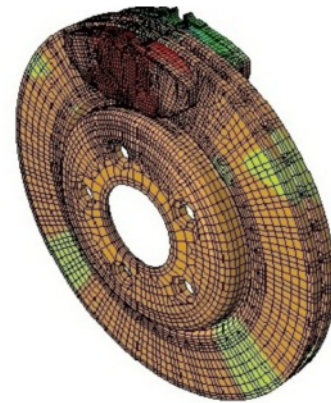
شکل ۷ نمودار نسبت استهلاک (پتانسیل جیغ ترمز)



شکل ۸ ترم حقیقی مقادیر ویژه در حالت به کارگیری جاذب‌های ویسکوالاستیک کلاس A



شکل ۹ ترم حقیقی مقادیر ویژه در حالت به کارگیری جاذب‌های ویسکوالاستیک کلاس A



شکل ۶ مود ناپایدار یافت شده در ۱۲ کیلوهرتز

نسبت استهلاک به عنوان معیاری برای سنجش میزان ناپایداری به کار می‌رود و مطابق با معادله (۱۲) بدست می‌آید. نسبت استهلاک ۹۰ مود استخراج شده در شکل ۷ قابل مشاهده است. با توجه به شکل ۷ سه فرکانس ناپایداری شناسایی شده است. فرکانس‌های ۲/۵ و ۱۲ کیلوهرتز دارای بیشترین ضریب استهلاک منفی هستند و به عنوان فرکانس‌های اصلی ناپایداری در این مدل شناخته می‌شوند.

### ۳-۳- به کارگیری مواد ویسکوالاستیک کلاس A

خواص پلیمرهای ذکر شده در جدول ۱ با استفاده از مدل نگامی-هاورلیاک و به صورت وابسته به حوزه فرکانسی در نرم‌افزار مدل‌سازی شده است. نتایج حاصل از تحلیل در شکل‌های ۸ و ۹ قابل مشاهده است. مطابق با شکل‌های ۸ و ۹ قرارگیری لایه جاذب ویسکوالاستیک در فرکانس ۱۲ کیلوهرتز باعث کاهش ترم حقیقی مقدار ویژه می‌شود که این تغییر، باعث افزایش ضریب استهلاک منفی در سیستم شده و منجر به کاهش ناپایداری می‌شود. با وجود این در فرکانس ۲/۵ کیلوهرتز تغییر تأثیرگذاری در ترم حقیقی مقدار ویژه مشاهده نمی‌شود و قرارگیری مواد ویسکوالاستیک در مدل در فرکانس پایین ناپایداری بدون تأثیر است. ناپایداری در فرکانس‌های پایین بستگی زیادی به اجزای جانبی سیستم ترمز مانند کالیپر دارد [۱].

### ۳-۴- مدل‌سازی مواد ویسکوالاستیک کلاس B

پلیمرهای 3M ISD - 110 و 3M ISD - 112 و 3M ISD - 486 از مرجع [۱۰] انتخاب شده است و ویژگی‌های این جاذب‌ها نیز به صورت وابسته به حوزه فرکانسی، در نرم‌افزار مدل‌سازی شده است.

نسبت استهلاک در فرکانس مورد نظر است. مطابق با جدول ۵ مواد ویسکوالاستیک کلاس B تأثیر بهتری در بهبود پایداری سیستم دارند.

#### ۴- آنالیز انرژی کرنشی

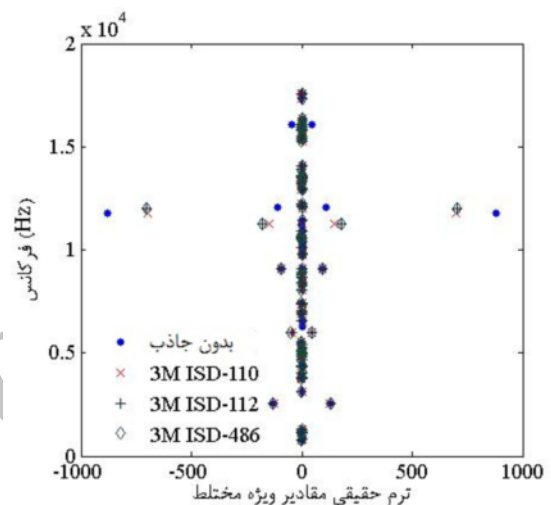
به منظور کنترل و نظارت بر پاسخ ارتعاشی سیستم پارامترهایی از قبیل جابجایی، شتاب، ضریب استهلاک و انرژی کرنشی می‌توانند مورد استفاده قرار بگیرند. تحلیل انرژی کرنشی روشی ساده و مناسب برای پیش‌بینی برخی رفتار ارتعاشی سیستم می‌باشد. انرژی کرنشی در راستای تنش‌های اصلی و تنش برشی مطابق با معادله (۱۳) بدست می‌آید.

$$u = \frac{1}{2} (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \sigma_z \varepsilon_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) \quad (13)$$

خصوصیت اصلی مواد ویسکوالاستیک این است که مقداری از تنش وارد شده به صورت انرژی گرمایی تلف می‌کنند. مقداری از تنش وارد شده به سیستم که به انرژی گرمایی تبدیل نمی‌شود، به صورت انرژی کرنشی ظاهر شده و باعث کرنش در سیستم می‌شود [۱۲]. بنابراین می‌توان با تقریب مناسبی گفت با کاهش یافتن انرژی کرنشی لایه ویسکوالاستیک، سهم انرژی گرمایی تلف شده از جانب لایه جاذب ارتعاشی افزایش می‌یابد که باعث بهبود پایداری سیستم می‌شود.

در این بخش ابتدا چهار موقعیت قرارگیری لایه ویسکوالاستیک در پشت لنت مدل‌سازی شده است که این مدل‌ها عمده نمونه‌های استفاده شده در صنعت می‌باشند. موقعیت‌های مدل‌سازی شده در جدول ۶ قابل مشاهده است. لایه جاذب به صورت پنل ساندویچی در پشت لنت قرار گرفته است، برای نمونه پلیمر شماره ۲ در پشت لنت قرار می‌گیرد و ضخامت لایه جاذب در تمام مدل‌ها یکسان می‌باشد. فشار معادل ۰/۵ مگاپاسکال به پشت لنت وارد می‌شود. نحوه مدل‌سازی شرایط مرزی تأثیر زیادی در انرژی کرنشی بدست آمده دارد، در این مدل، گوشه لنت‌ها در دو جهت اصلی مهار شده است. انرژی کرنشی لایه ویسکوالاستیک در واحد سطح در مدل‌ها محاسبه شده است و بر حسب مدل ۱ در شکل ۱۱ قابل مشاهده است. سپس با استفاده از مدل ۱ و در همان شرایط، ضخامت بهینه مورد بررسی قرار گرفته است. مطابق با شکل ۱۱، در مدل ۱، کمترین انرژی کرنشی و بیشترین میزان

نتایج حاصل از تحلیل در شکل ۱۰ قابل مشاهده است. نتایج بدست آمده بعد از قرارگیری مواد ویسکوالاستیک کلاس B نیز مشابه مواد ویسکوالاستیک دسته A می‌باشد به صورتی که در فرکانس ناپایدار ۱۲ کیلوهرتز کاهش ناپایداری مشهود است ولی در فرکانس ناپایدار ۲/۵ کیلوهرتز تغییرات چشم‌گیری مشاهده نمی‌شود. به منظور مقایسه تمام جاذب‌های تحلیل شده، در جدول ۵، درصد کاهش پتانسیل جیغ ترمز پس از مدلسازی مواد ویسکوالاستیک درج شده است.



شکل ۱۰. ترم حقیقی مقادیر ویژه در حالت به کارگیری جاذب‌های ویسکوالاستیک کلاس B

جدول ۵. درصد کاهش پتانسیل جیغ ترمز با قرارگیری جاذب‌ارتعاشی

مواد	پلیمرهای به کار برده شده	در فرکانس پایین ناپایداری (%)	در فرکانس بالا ناپایداری (%)
ویسکوالاستیک کلاس B	3M ISD-110	۱	۲۲
	3M ISD-112	۰/۵	۲۱
	3M ISD-486	۱	۲۱
مواد ویسکوالاستیک کلاس A	پلیمر ۲	۲	۱۹
	پلیمر ۶	۲	۱۸
	پلیمر ۸	۲	۱۶
	پلیمر ۱۰	۲	۱۵
	پلیمر ۱۲	۲	۱۷
	پلیمر ۱۶	۲	۱۷

این پارامتر، حاصل تقسیم مقدار کاهش نسبت استهلاک به



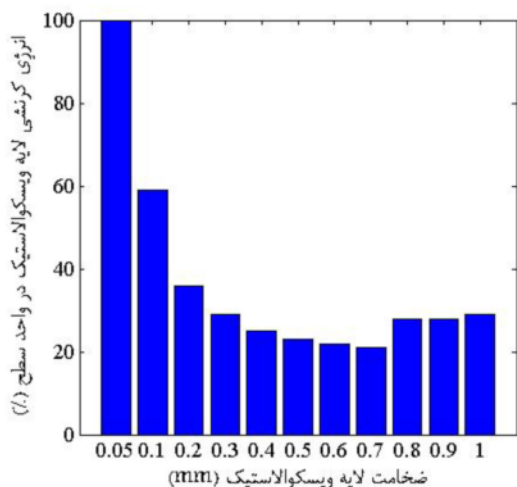
آنالیز انرژی کرنشی صورت گرفته و ضخامت لایه جاذب از ۰/۰۵ تا ۱ میلی‌متر تغییر می‌کند. شرایط آنالیز مدل، مشابه قبل می‌باشد. نسبت انرژی کرنشی در مقایسه با حالت اول ترسیم شده است (شکل ۱۲). بر طبق نتایج بدست آمده ضخامت ۰/۷ میلی‌متر به عنوان ضخامت بهینه لایه جاذب شناخته شده است. قرا

رگیری لایه ویسکوالاستیک با ضخامت بیشتر باعث افزایش انرژی کرنشی می‌شود.

## ۵- صحت‌سنجی نتایج بدست آمده از آنالیز مقادیر ویژه مختلط

به علت حجم زیاد پارامترهای مرتبط با پدیده جیغ ترمز و عدم قطعیت‌ها در خصوص این پارامترها، هنوز مدل کامل و جامعی که در برگیرنده تمام پارامترهای مرتبط با این پدیده باشد، ارائه نشده است و مدل‌های نرم‌افزاری علی‌رغم پیچیدگی، قادر به مدل‌سازی تمام پارامترهای موثر نیستند. با وجود حجم زیاد تحقیقات و آزمایش‌ها، نتایج حاصل از تحقیقات دانشمندان گاه تفاوت‌های قابل توجهی با یکدیگر دارد.

نتایج حاصل از تحقیقات آزمایشگاهی مرجع [۱۳] که با دستگاه دینامومتر صورت گرفته است، در شکل ۱۳ قابل مشاهده است. در این آزمایش‌ها لنت و دیسک ترمز در دستگاه دینامومتر قرار گرفته و میزان صدای ناشی از ترمزگیری اندازه گیری شده است.

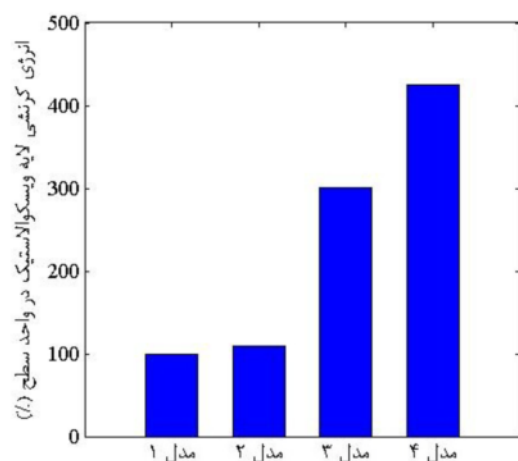


شکل ۱۲ انرژی کرنشی لایه ویسکوالاستیک با تغییر ضخامت

اتلاف انرژی رخ داده است و به عنوان بهترین حالت شناخته می‌شود. در مدل ۴ کمترین میزان اتلاف انرژی رخ می‌دهد. در صورت وجود محدودیت‌های طراحی برای قرارگیری لایه جاذب، مدل ۳ بازدهی مناسبی خواهد داشت.

جدول ۶ حالت‌های قرارگیری لایه جاذب ویسکوالاستیک

موقعیت قرارگیری	مساحت ناحیهی دمینگ (cm <sup>2</sup> )	مدل
	۴۰	مدل ۱
	۳۹	مدل ۲
	۲۷	مدل ۳
	۱۳	مدل ۴



شکل ۱۱ انرژی کرنشی لایه ویسکوالاستیک در واحد سطح

بررسی ضخامت بهینه برای جاذب ویسکوالاستیک با روش

کیلوهرتز می‌باشد. با توجه به نمودار نسبت استهلاک، فرکانس‌های ۲/۵ کیلوهرتز و ۱۲ کیلوهرتز به عنوان فرکانس‌های اصلی ناپایداری شناخته شده است.

۲) تأثیر جاذب‌ها در فرکانس پایین ناپایداری ناچیز می‌باشد. ناپایداری سیستم در فرکانس‌های پایین وابستگی زیادی به ماده اصطکاکی و شکل و هندسه لنت و ارتعاشات اجزای جانبی سیستم مانند کالیپر و اتصالات متصل به آن دارد. در فرکانس بالای ناپایداری با به کارگیری جاذب ویسکوالاستیک میزان ناپایداری به میزان ۱۵ تا ۲۲ درصد کاهش یافته است.

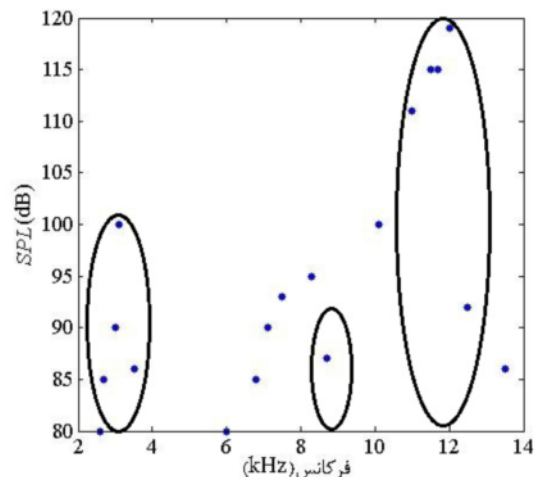
۳) دو دسته از مواد ویسکوالاستیک در کلاس  $A$  و  $B$  (دارای مدول الاستیسیته بالا و پایین) در مدل تحلیل شده است. نتایج حاکی از تأثیر بیشتر جاذب‌های کلاس  $B$  در بهبود پایداری سیستم می‌باشد.

۴) مطابق آنالیز انرژی کرنشی بیشترین اتلاف ارتعاشی در مرکز لنت رخ می‌دهد و در صورت وجود محدودیت برای قرارگیری لایه جاذب، می‌توان با قرار دادن لایه جاذب ویسکوالاستیکی در مرکز لنت بیشترین بازده را داشت.

۵) بر طبق آنالیز انرژی کرنشی ضخامت بهینه لایه ویسکوالاستیک قرار گرفته شده در پشت لنت، ۰/۷ میلی‌متر اندازه‌گیری شده است.

## ۷- مراجع

- [1] Dunlap K.B., Riehle M.A., Longhouse R.E., "An Investigative Overview of Automotive Disc Brake Noise", *SAE paper*, Vol. 1999-01-0142.
- [2] Mottershead J.E., Chan S.N., "Brake squeal-an analysis of symmetry and flutter instability", *American Society of Mechanical Engineers*, New York, 1992, pp. 87-97.
- [3] Jarvis R.P., Mills B., "Vibrations induced by friction", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, Vol. 32, 1963, pp. 847-857.
- [4] Earles S.W.E., Badi M., "Oscillatory instabilities generated in a double-pin and disc undamped system", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers C*, Vol. 198, 1984, pp. 43-49.
- [5] North M., "Disc brake squeal-a theoretical model", Technical Report, *Motor Industry Research Association*, Vol. 5, Warwickshire, England, 1972, pp. 169-176.
- [6] Liles G.D., "Analysis of Disc Brake Squeal Using



شکل ۱۳ نتایج آزمایشگاهی مرجع [۱۴]

مطابق با نتایج آزمایشگاهی مرجع [۱۴] سه مود اصلی ناپایداری در محدوده فرکانسی ۳ و ۷ و ۱۲ کیلوهرتز استخراج شده است، که محدوده اول و سوم دارای بیشترین میزان صدا می‌باشند. در این مقاله موده‌های بحرانی در محدوده فرکانسی ۲/۵ و ۱۲ کیلوهرتز مطابق با نتایج آزمایشگاهی پیش‌بینی شده است.

## ۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله بهبود پایداری سیستم ترمز با استفاده از مواد ویسکوالاستیک مورد بررسی قرار گرفته است. نوآوری مقاله، بررسی پدیده جیغ ترمز در حالت به کارگیری مواد ویسکوالاستیک در مدل المان محدود می‌باشد. ابتدا پایداری سیستم ترمز در حالت عادی مورد بررسی قرار گرفته است و فرکانس‌های اصلی ناپایداری شناسایی شده است، سپس شماری از جاذب‌های ارتعاشی پرکاربرد در دو دسته جاذب‌های  $A$  و  $B$  انتخاب شده و مدول برشی مختلط نقطه‌ای آنها مطابق با مدل  $NH$  استخراج شده است. این جاذب‌ها در پشت لنت ترمز قرار گرفته و مقادیر ویژه سیستم محاسبه شده است. در بخش پایانی نیز با استفاده از آنالیز انرژی کرنشی، موقعیت قرارگیری لایه جاذب و ضخامت آن مورد بررسی قرار گرفته است.

نتایج بدست آمده را می‌توان در دسته‌بندی زیر ذکر کرد:

- ۱) بر اساس نتایج نرم‌افزاری سه مود ناپایدار یافت شده است که فرکانس پایین ناپایداری در محدوده ۲/۵ کیلوهرتز و فرکانس‌های بالای ناپایداری در محدوده ۹ کیلوهرتز و ۱۲

- [11] Liu P., Zheng H., Cai C., Wang Y.Y., Lu C., Ang K.H., Liu G.R., "Analysis of disc brake squeal using the complex eigenvalue method", *Applied Acoustics*, Vol. 68, 2007, pp. 603–615.
- [12] Lakkam S., Koetniyom S., "Optimization of constrained layer damping for strain energy minimization of vibrating pads", *Songklanakarin Journal Sci. Technol*, Vol. 34, No. 2, 2012, pp. 179-187.
- [13] Hiller, Bernhard M., *Correlation between parameters of the tribosystem and automotive disc brake squeal*, PhD Thesis, Paderborn, University of Paderborn, 2007.
- Finite Element Methods", *SAE Paper*, Vol. 891150, 1989, pp. 3-6.
- [7] Kung S., Stelzer G., Belsky V., Bajer A. , "Brake Squeal Analysis Incorporating Contact Conditions and Other Nonlinear Effects", *SAE Paper* 2003-01-3343, 2003.
- [8] Hartmann B., Lee G.F., Lee J.D., "Loss factor height and width limits for polymer relaxations", *Journal of the Acoustical society of America*, Vol. 95, No. 1, 1994, pp. 226–233.
- [9] Nashif A. D., Jones D. I. G., Henderson J. P., *Vibration damping*, Wiley, 1985, pp. 400-480.
- [10] ABAQUS Analysis User's Manual, Version 6.11, Vol. 2.

Archive of SID